

Квантово-механическая модель динамики релейно-импульсного управления

Р.П. Симоньянц

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: akf_dekan@mail.ru

Предложена концептуальная модель динамики релейно-импульсного управления инерционными объектами, обладающая свойствами квантово-механических систем. Справедливость предлагаемой модели подтверждена численным экспериментом. Полученные результаты, раскрывая новые характерные особенности релейно-импульсных систем, дают ключ к синтезу более совершенных алгоритмов управления.

Ключевые слова: квантово-механическая модель, релейно-импульсное управление, бифуркация аттрактора.

Quantum-Mechanical Model of the Relay and Pulse Control Dynamics

R.P. Simonyants

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: akf_dekan@mail.ru

The main purpose of the article was to consider the conceptual model of the dynamics of inertial objects relay and pulse control. The model possesses the properties of quantum mechanical systems. We confirm the validity of the proposed model by the numerical experiment. The results obtained reveal new characteristics of relay and pulse systems and provide the key to the synthesis of the more advanced control algorithms.

Keywords: quantum-mechanical model, relay and pulse control, bifurcation of the attractor.

Введение. Релейно-импульсные системы управления, несмотря на чрезвычайную простоту технической реализации, могут удовлетворять высоким требованиям по надежности, точности, быстродействию и экономичности. Этим объясняется широкое распространение их в технике. В таких системах применением методов нелинейной динамики и компьютерных технологий обнаружен ряд неожиданных свойств [1–3], открывающих новые возможности синтеза высокоэффективных алгоритмов управления, которые могут радикально улучшить их характеристики.

Академик Б.В. Раушенбах еще в 1970-х годах выявил необычные свойства режимов установившихся колебаний при импульсном управлении ориентацией космического аппарата. В частности, он установил,

что зависимость частотных и энергетических характеристик периодических движений от возмущающего момента имеет вид ступенчатой функции. Переходы от одного вида автоколебаний к другому при плавном изменении возмущающего момента происходят через бифуркации [1]. Э.В. Гаушус показал, что при наличии запаздывания и (или) гистерезиса аналогичный вид зависимости автоколебаний от параметров имеет и релейная динамическая система [2]. Наблюдаемые явления свойственны квантово-механическим системам.

В настоящее время квантово-механические подходы стали применять при описании процессов во многих динамических системах, независимо от их физической сущности и масштабов. В связи с этим вопросы методологии исследования квантово-механического поведения существенно нелинейных динамических систем актуальны в различных отраслях науки — физике, химии, биологии, электронике, экономике, информатике, теории управления [2–9] и др. Однако применяемые феноменологические модели, описывая наблюдаемые свойства систем, не позволяют рассматривать их внутренние механизмы. Это затрудняет прогноз изменения этих свойств с изменением параметров или выбор параметров системы из условий обеспечения заданных ее свойств.

В настоящей работе на основе выполненных исследований концептуально сформулирована квантово-механическая модель динамики релейно-импульсных систем управления инерционными объектами [3]. Исследование выполнено методом качественной теории динамических систем и компьютерного моделирования [8–11].

Без нарушения общности рассуждений в качестве конкретного технического объекта рассмотрим космический аппарат с реактивной системой стабилизации. Обычно инженерные расчеты динамики стабилизации в первом приближении исследуют, используя автономные уравнения малых угловых движений вокруг каждой главной центральной оси инерции [1–3, 7]. При этом часто координатное управление ориентацией осуществляют с помощью релейно-импульсных алгоритмов, формируемых на основе измеряемых параметров состояния $x(t)$, $y(t) = dx/dt$.

Исследуемую релейно-импульсную динамическую систему представим в виде

$$\begin{aligned} dx/dt &= y; \\ dy/dt &= g + u(\sigma); \\ u &= -aF(\sigma(t - \tau)); \\ \sigma &= f(x, y), \end{aligned} \tag{1}$$

где a , g — постоянные параметры системы, которые назовем эффективностью управления и возмущения; $u(\sigma)$ — управляющая функция

действительной переменной; σ — аргумент функции $u(\sigma)$, который назовем управляющим сигналом; $F(\sigma)$ — единичная релейная функция общего вида, принимающая значения $+1$, -1 или 0 ; $F(\sigma(x(t), y(t)))$ — релейно-импульсный алгоритм (закон управления); τ — запаздывание. Текущее состояние системы (1) описывается измеряемыми фазовыми координатами $x(t)$, $y(t)$, а совокупность возможных состояний — фазовой траекторией $\Gamma(x(t), y(t))$.

Рассматриваемые ниже свойства и особенности релейно-импульсных динамических систем имеют универсальный характер и не зависят от конкретного вида применяемых законов управления. Не нарушая общности рассуждений, в качестве иллюстрирующего примера рассмотрим трехпозиционный релейный закон управления $F(\sigma(x, y))$ с линейным формированием управляющего сигнала $\sigma(x, y)$. При этом релейная функция $F(\sigma)$ содержит зону нечувствительности и гистерезис, заданные параметрами α и h :

$$\begin{aligned} F(\sigma) &= \operatorname{sgn} \sigma \quad \text{при } -\alpha > \sigma > +\alpha; \\ F(\sigma) &= 0 \quad \text{при } -\alpha + h < \sigma < +\alpha - h; \\ F(\sigma) &= F_0 \quad \text{при } |\sigma| \in [\alpha, \alpha - h], \quad F_0(t) = F(t - 0), \\ \sigma &= x + ky. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь k — весовой коэффициент функции управляющего сигнала, формирующий в законе управления искусственное демпфирование; $F_0(t)$ — значение функции $F(t)$ в предыдущий момент времени ($t - 0$) (предыстория).

Концепция квантово-механической модели. Характерные свойства динамики микрочастиц и их систем, рассматриваемые квантовой механикой, достаточно хорошо известны. Полное описание этих свойств можно найти в учебной литературе, например в работах [12, 13]. Тем не менее следует упомянуть о свойствах, которые в проводимом анализе играют принципиальную роль.

Одна из главных особенностей объектов квантовой механики — наличие дискретного множества стабильных стационарных состояний, каждому из которых соответствует волновой характер движения с определенным уровнем энергии. Возможны также и метастабильные состояния.

Стационарные состояния упорядочены по энергетическим уровням. Каждому состоянию соответствует определенная форма траектории или конфигурация расположения частиц в пространстве. Основному стационарному состоянию соответствует минимальный уровень энергии. Переходы от одного стационарного состояния к другому имеют скачкообразный характер.

Движение частиц в квантовой механике задается волновым уравнением (уравнение Шредингера). При этом соблюдается принцип неопределенности, устанавливающий невозможность одновременного определения состояний, характеризующих и положение, и скорость.

Квантовые системы микрочастиц также характеризуются свойством, которое определяется принципом соответствия. Согласно этому принципу, существует такое значение энергии, называемое классическим пределом, при превышении которого поведение квантовой системы совпадает с поведением, описываемым классической механикой.

Определение 1. Квантово-механическими свойствами динамической системы будем называть свойства, проявляющиеся в закономерностях ее движения и взаимодействия с окружающей средой, если они формально подобны свойствам микрочастиц и их систем, рассматриваемым квантовой механикой.

Определение 2. Релейно-импульсным управлением назовем управление, заданное релейной функцией действительной переменной $u(\sigma)$, которая изменяет значения в точках разрыва в соответствии с заданным алгоритмом (законом управления).

Утверждение. Управляемая динамическая система (1) обладает квантово-механическими свойствами, если выполняются следующие условия.

1. На фазовой поверхности $\{x, y\}$ свободное движение ограничено областью $\Omega = \{(x, y) : -\alpha < \sigma(x, y) < +\alpha\}$ допустимых состояний, выход за пределы которой порождает возвращающее усилие, формируемое функцией релейно-импульсного управления $u(\sigma(x, y))$, принимающей дискретные значения $\{+a, 0, -a\}$, не менее заданного значения $a \geq a_m$.

2. Функция управления $u(\sigma)$ действует с запаздыванием по времени τ и (или) по координате h (гистерезис). Минимально возможный импульс управления, который может быть реализован системой, обусловлен запаздыванием.

3. Управление диссипативно — в алгоритм управления аддитивно входит функция демпфирования, обеспечивающая гашение начальной скорости и импульса возмущения. Естественная диссипация отсутствует.

4. Система открытая — взаимодействие с окружающей средой характеризуется параметром возмущения $g \ll a$, $g = \text{const}$.

Исследуем основные свойства и характерные особенности системы (1), удовлетворяющей условиям 1–4.

Свойство 1. Волновой характер движений на фазовой поверхности. Пусть при $t = 0$ $|x_0| > \alpha$, $y_0 > 0$ — фазовая точка (x, y) находится за пределами границ области допустимых состояний Ω на фазовой поверхности: $(x_0, y_0) \notin \Omega$. В соответствии с условием 1 возникнет

усилие, которое сообщит импульс, направляющий движение в область Ω . При входе в область Ω управляющее усилие обнулится, система станет совершать свободное движение, пока не покинет эту область. Затем управление включится вновь, возвращая фазовую точку в область Ω . Переходы границ области Ω могут повторяться неограниченное число раз.

Управляющее усилие, выполняя функции возвращения и демпфирования, оказывает стабилизирующее воздействие, определяет тенденцию стягивания траектории. Запаздывание управляющего воздействия (условие 2) — напротив, дестабилизирующий фактор, создающий тенденцию раскачивания. Совместное влияние двух факторов определяет две тенденции — стягивание и раскачивание, которые приводят к установлению в системе динамического равновесия в форме замкнутой траектории периодического движения, называемую по терминологии А. Пуанкаре предельным циклом $\Gamma^*(x, y)$. Это — притягивающее множество, аттрактор, отображающий установившиеся автоколебания.

Различным точкам траектории предельного цикла $(x_i, y_i) \in \Gamma^*(x, y)$, $\forall i \in \mathbb{N}$, отвечают состояния, которые одновременно не могут быть реализованы. Такая суперпозиция взаимоисключающих состояний — неотъемлемое свойство квантовых систем (когерентная или квантовая суперпозиция), позволяющая рассматривать фазовую траекторию $\Gamma^*(x, y)$ как волновую функцию динамической системы.

Переходный процесс можно представить бегущей волной на фазовой поверхности. Волна отражается границами области Ω как стенками потенциальной ямы. В интерпретации волнового движения аттрактор $\Gamma^*(x, y)$ — стоячая волна, бегущая волна переходного процесса — стягивающаяся к ней из начальной точки (x_0, y_0) фазовой траектории. По аналогии с волновой функцией квантовой механики неподвижный аттрактор на фазовой поверхности представляем как образ периодического движения. В каждой конкретной точке аттрактора в данный момент времени система может находиться лишь с определенной вероятностью (принцип неопределенностей).

Предлагаемое представление аттрактора стоячей волной на фазовой поверхности согласуется с моделью атома водорода, представленной Л. де Бройлем. По аналогии с волновыми свойствами частиц в атоме водорода де Бройль предположил, что каждая орбита соответствует волне, распространяющейся по окружности около ядра атома. Стационарная орбита возникает, когда после каждого оборота вокруг ядра волна непрерывно себя повторяет, что соответствует круговой стоячей волне.

Свойство 2. Упорядоченность структур аттракторов. Функция управления $u(\sigma)$ релейно-импульсная, поэтому любой возможный в системе аттрактор может быть только импульсным. За период автоко-

лебаний функция $u(\sigma)$ может включаться $n \geq 1$ раз. Каждому возможному значению числа n однозначно соответствует определенная геометрическая структура аттрактора, его индивидуальная форма траектории Γ_n^* . Из множества аттракторов два имеют простые формы: одноимпульсный Γ_1^* ; двухимпульсный Γ_2^* .

Многоимпульсные аттракторы Γ_n^* представляют собой комбинацию из ряда двухимпульсных петель Γ_2 и замыкающей их единственной одноимпульсной петли Γ_1 . Все аттракторы, кроме двухимпульсного, имеют нечетное число импульсов за период: $\Gamma_n^* = \Gamma_1 \cup \left(\bigcup_{i=1}^r (\Gamma_2)_i \right)$,

$n = 2r - 1$, $r \in \{1, 2, 3, \dots\}$. Аттрактор Γ_1^* существует при относительно больших возмущениях g и формируется траекториями, сопрягающимися в точках переключения функции $u(\sigma)$: $\Gamma_1^* = \Gamma^0 \cup \Gamma^+$ при $g < 0$ или $\Gamma_1^* = \Gamma^0 \cup \Gamma^-$ при $g > 0$. Одна траектория Γ^+ (или Γ^-) отображает движение с включенным управлением $u = +a$ (или $u = -a$) и проходит за пределами области Ω , другая Γ^0 — с выключенным управлением ($u = 0$) внутри области Ω .

Аттрактор Γ_2^* существует при малых значениях возмущения g , близких к нулю, и имеет структуру $\Gamma_2^* = \Gamma^+ \cup \Gamma^0 \cup \Gamma^- \cup \Gamma^0$.

Упорядоченность геометрических структур аттракторов Γ_n^* объясняется ограниченностью размеров области допустимых состояний Ω . При уменьшении значения возмущения g петля Γ^0 увеличивается в размерах, вытягивается и в критическом состоянии касается противоположной границы. В этой критической ситуации наступает бифуркация перехода к более сложному аттрактору. Новый аттрактор имеет на одну двухимпульсную петлю больше, чем предыдущий:

$$\Gamma_n^* \xrightarrow{g \downarrow} \Gamma_{n+2}^*.$$

С уменьшением возмущения при достаточно высокой эффективности управления бифуркации усложнения аттрактора могут происходить неограниченное число раз. Требование достаточно высокой эффективности управления отражено в условии 1. В общем случае значение определяется конкретными техническими задачами.

Каждая последующая бифуркация усложнения аттрактора уменьшает в размерах область его существования. Образующийся каскад бифуркаций приводит к точке сверхкритического состояния — к странному аттрактору (детерминированному хаосу). Дальнейшее снижение возмущения порождает бифуркацию перехода к простому двухимпульсному аттрактору.

Изложенная упорядоченность структур аттракторов, полученная моделированием динамической системы (1) и (2), представлена на рис. 1.

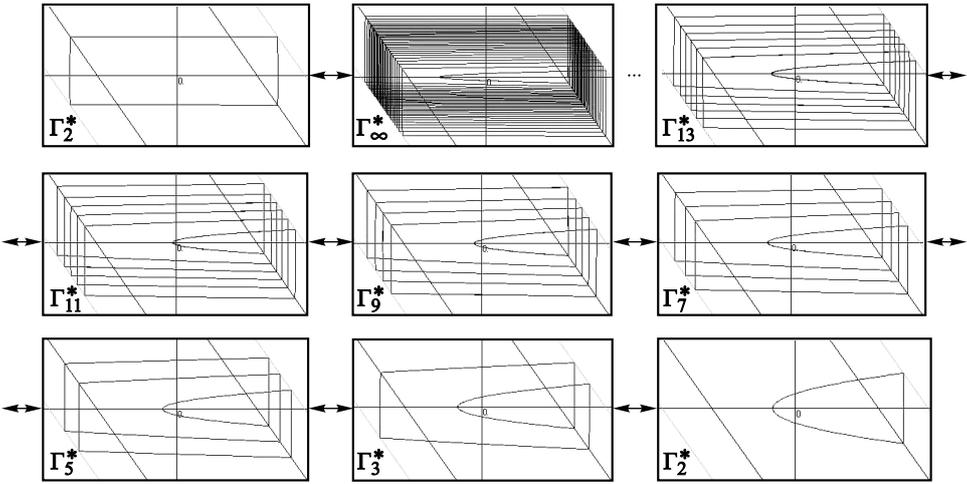


Рис. 1. Упорядоченные структуры аттракторов динамической системы (1), (2)

При увеличении возмущения механизм возникновения бифуркаций другой: в критической ситуации одна из петель парабол выходит из контакта с границей области. При изменении направления вариации параметров геометрические формы и порядок расположения структур аттракторов не меняются, изменяются лишь критические значения параметров, при которых происходят бифуркации.

Определение 3. Параметром расхода релейно-импульсной системы управления назовем безразмерную величину λ_n^* , характеризующую затраты энергии (или рабочего тела) на поддержание аттрактора Γ_n^* :

$$\lambda_n^* = \frac{1}{T_n^*} \left(\sum_{i=1}^{N^+} \theta_i^+ + \sum_{j=1}^{N^-} \theta_j^- \right), \quad n = N^+ + N^-, \quad (3)$$

где T_n^* — период n -импульсного аттрактора Γ_n^* ; θ_i^+ , N^+ — длительность i -го импульса управления $u_i = +a$ и общее их число за время одного периода T_n^* ; θ_j^- , N^- — длительность j -го импульса $u_j = -a$ и общее их число.

Расход пропорционален суммарному импульсу управляющего воздействия за время T_n^* и определяет среднюю скорость затрат энергии (или массы). Относительный расход λ_n^* равен доле времени, когда функция $u(\sigma)$ была включена ($u = \pm a$) по отношению ко всему периоду автоколебаний T_n^* .

Свойство 3. Минимально возможное значение расхода реализуется в режиме одноимпульсного аттрактора. При действии возмущения g расход λ_n^* будет иметь минимально возможное значение только в том случае, если в системе установился режим одноимпульсного аттрактора Γ_1^* . При этом строго выполняется соотношение:

$$\lambda_1^* = \frac{g}{a}. \quad (4)$$

Действительно, в режиме одноимпульсного аттрактора из условия динамического равновесия следует, что за время T_1^* импульс возмущения равен импульсу управления. Выражение (3) для случая Γ_1^* с учетом равенства импульсов дает (4): $\lambda_1^* = \theta_1^*/T_1^*$, $T_1^*g = \theta_1^*a \Rightarrow \lambda_1^* = g/a$.

Свойство 4. В случае пренебрежимо малых возмущений устанавливается режим двухимпульсного аттрактора. Когда возмущения так малы, что их влиянием можно пренебречь ($g = 0$), в системе устанавливается симметричный двухимпульсный аттрактор Γ_2^* , параметр расхода в котором $\lambda_2^* = (2\theta_2^*)/T_2^*$ будет иметь минимальное значение, если алгоритм управления обеспечит минимально возможную длительность импульса $\min\{\theta^*\}$, которая только может быть реализована системой.

Определение 5. Энергетическим уровнем аттрактора Γ_n^* при заданном возмущении g назовем безразмерную величину η_n , численно равную отношению расхода λ_n^* к такому минимально возможному расходу λ_1^{*V} (4), который имел место при отсутствии ограничения на минимум длительности импульса, и в системе при этом возмущении g установился одноимпульсный виртуальный аттрактор Γ_1^{*V} :

$$\eta_n = \frac{\lambda_n^*}{\lambda_1^{*V}} = \frac{\lambda_n^*}{g/a}. \quad (5)$$

Параметр η_n определяет количественную меру превышения расхода λ_n^* физического необходимого значения $\lambda_1^{*V} = g/a$ в режиме одноимпульсного виртуального аттрактора Γ_1^{*V} . Например, $\eta_n = 1$ означает, что в системе установился реальный одноимпульсный аттрактор $\Gamma_1^* \equiv \Gamma_1^{*V}$, и она расходует энергии ровно столько, сколько физически необходимо для парирования возмущения g . Следовательно, управление в режиме аттрактора Γ_1^* оптимально по расходу энергии.

Свойство 5. Энергетическая квантованность аттракторов. Квантованность — свойство, наблюдаемое в системах с относительно устойчивыми стационарными состояниями, если между этими состояниями

возможны переходы под действием возмущений. Переходы между стационарными состояниями сопровождаются квантованными изменениями энергии и импульса системы. В качестве примеров систем с квантованными состояниями можно привести атомы и планетные системы звезд.

Установленная выше упорядоченность геометрических структур аттракторов Γ_n^* дает основание полагать, что им свойственна энергетическая квантованность, обусловленная наличием у рассматриваемых систем механизма «автоквантования». Убедимся в этом.

Аттракторы Γ_n^* , представляемые стоячими волнами со сложной геометрической структурой, каждой точкой через время T_n^* возвращаются в исходное состояние, обеспечивая выполнение условия баланса импульсов управления и возмущения. Соответствующее инвариантное соотношение имеет вид

$$T_n^* g = \left(\sum_{i=1}^{N^+} \theta_i^+ - \sum_{j=1}^{N^-} \theta_j^- \right) a. \quad (6)$$

Левая часть соотношения (6) представляет собой импульс возмущения, правая — импульс управления. Из (5) и (6) следует

$$\eta_n = \frac{\sum_{i=1}^{N^+} \theta_i^+ + \sum_{j=1}^{N^-} \theta_j^-}{\sum_{i=1}^{N^+} \theta_i^+ - \sum_{j=1}^{N^-} \theta_j^-}, \quad n \neq 2. \quad (7)$$

При бифуркации перехода аттрактора число импульсов увеличивается или уменьшается на две единицы. Соответственно, скачком изменяется и коэффициент η_n . В динамической системе с высокой эффективностью управления a длительности импульсов в установившихся режимах автоколебаний обычно малы, по величине близки к физически достижимому минимуму θ_{\min} . Это позволяет приближенную оценку энергетического уровня аттракторов проводить по формуле (7), полагая $\forall i, j \theta_i^+ \approx \theta_j^- \approx \theta_{\min}$. Получаем $\eta_1 = 1$, $\eta_3 \approx 3$, $\eta_5 \approx 5$, $\eta_7 \approx 7$, ..., $\eta_n \approx n$. Более строгий анализ дает оценку: $\forall n > 1 \eta_n < n$. Таким образом, энергетический уровень η_n аттрактора Γ_n^* — его квантовое число.

Границы применимости предлагаемой модели. Как показал приведенный выше анализ, исследуемая система (1) при релейном управлении (2) обладает квантово-механическими свойствами, если в условии 1 утверждения выполняется требование достаточно высокой эффективности управления $a \geq a_m$. Этим требованием определяется

применимость квантово-механической модели к рассматриваемой системе. Поясним этот вопрос несколько подробнее.

Определение 6. Релейными режимами движения будем называть динамические процессы, в которых реализуются только простые аттракторы Γ_1^* и Γ_2^* .

Определение 7. Релейно-импульсными режимами движения назовем динамические процессы, в которых возможно существование как простых (Γ_1^* , Γ_2^*), так и сложных аттракторов (Γ_n^* , $\forall n = 3, 5, \dots, \infty$).

Уточним понятие «применимость квантово-механической модели». Отметим, что алгоритм (2) представляет собой релейный закон управления, который позволяет организовать в системе как релейно-импульсные режимы, так и релейные. Тогда применимость квантово-механической модели концептуально определим так:

– динамическая система (1) обладает квантово-механическими свойствами (является квантово-механической моделью), если при вариации возмущения g в ней наблюдаются эволюционные изменения стационарных состояний, сопровождающиеся бифуркациями смены аттракторов;

– если при вариации возмущения g бифуркаций перехода аттрактора не наблюдается, то система квантово-механическими свойствами не обладает.

Сформулированному выше условию дадим простую геометрическую интерпретацию, представив аттрактор Γ_1^* на фазовой поверхности стоячей волной. Потребуем, чтобы длина волны уложилась внутри области допустимых состояний $\Omega = \{(x, y) : -\alpha < \sigma(x, y) < +\alpha\}$. Тогда, обеспечив надлежащим выбором параметров регулятора (h, k) рациональное значение длительности управляющего импульса θ_* в одноимпульсном аттракторе, можно аналитически определить то критическое значение возмущения $g_{кр}$, выше которого бифуркации невозможны.

Так, для рассматриваемой динамической системы из геометрических условий приближенно имеем $g_{кр} \approx (a^2 \theta_*^2) / (16\alpha)$. Минимально возможный расход энергии равен $\lambda_{\min} = g_{кр} / a \approx (a \theta_*^2) / (16\alpha)$. Дальнейшее снижение возмущения $|g| < |g_{кр}|$ приведет к бифуркации перехода на трехимпульсный аттрактор со скачком увеличения расхода примерно в 3 раза.

Численный эксперимент. В качестве примера рассмотрим релейную систему (1), (2) с параметрами $a = 1 \text{ } ^\circ/\text{с}^2$; $\alpha = 0,4^\circ$; $h = 0,15^\circ$; $k = 1 \text{ с}$; $\tau = 0$. Практическое приложение — реактивная система стабилизации космического аппарата [3].

Исследуем зависимость параметра расхода λ_n^* от относительного возмущения $p = g/a$ при квазистатическом его изменении в пределах $0 \dots 0,02$. Расчеты выполнены с использованием программы Model [10]. Для каждого значения варьируемого параметра компьютерным моделированием динамического процесса найдены аттракторы и их параметры. В результате многочисленных экспериментов получена бифуркационная диаграмма расхода энергии $\lambda_n^*(g/a)$ (рис. 2, а).

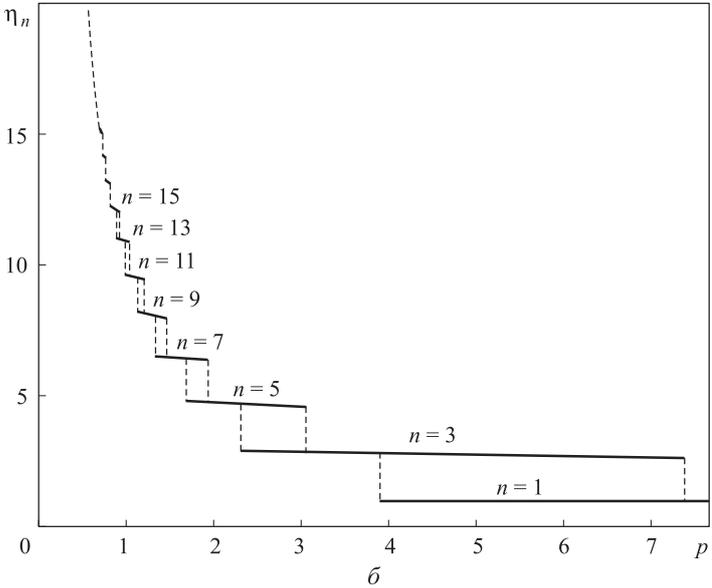
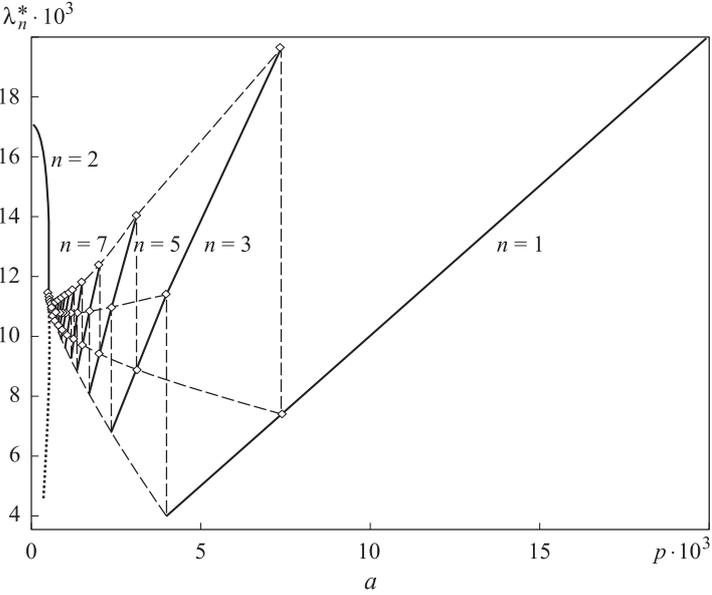


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма расхода энергии (а) и квантовая диаграмма энергетических уровней аттракторов (б)

Согласно этой диаграмме, в рассматриваемой динамической системе структуры аттракторов Γ_n^* упорядочены в соответствии со свойством 2 и обладают особенностями, имеющими универсальный характер.

Абсолютный минимум затрат энергии на автоколебания система имеет при значении $p_{1 \rightarrow 3}$ в момент бифуркации перехода от аттрактора Γ_1^* к аттрактору Γ_3^* . Расход $\lambda_n = \lambda_n(p)$, $\forall n \neq 2$, в пределах $p \in P_n$ для каждого аттрактора Γ_n^* линейно зависит от относительного возмущения p . Граничные значения расхода $\lambda_{n \rightarrow n-2}$ и $\lambda_{n \rightarrow n+2}$ сближаются так, что среднее значение примерно постоянно. Совершенно иной вид имеет функция $\lambda_2 = \lambda_2(p)$, $\forall p < p_\infty$: при увеличении возмущения расход энергии падает, в то время как в одноимпульсном и многоимпульсных аттракторах, наоборот, возрастает.

Анализ результатов эксперимента подтверждает наличие синергетических свойств самоорганизации: в области существования каждой формы (структуры) аттрактора при изменении возмущения $p = g/a$ фазовые траектории самопроизвольно трансформируются так, что затраты энергии $\lambda_n = \lambda_n(p)$ минимизируются. Это свойство иллюстрируют диаграммы каскада бифуркаций (см. рис. 2, а) и энергетических уровней $\eta_n(p)$ (рис. 2, б).

Выводы. В отличие от существующих феноменологических моделей, описывающих квантовый характер поведения некоторых управляемых динамических систем, предложена концептуальная модель динамики релейно-импульсного управления инерционными объектами и сформулированы условия, при выполнении которых система проявляет свойства движения и взаимодействия с окружающей средой, формально подобные тем свойствам, которые рассматриваются квантовой механикой.

Приведена волновая интерпретация движения в фазовом пространстве; обоснована упорядоченность геометрических структур аттракторов; установлены синергетические эффекты самоорганизации и энергетическая квантованность аттракторов.

Предлагаемая квантово-механическая модель динамики релейно-импульсного управления позволяет на основе анализа внутренних прогнозировать изменения основных ее свойств с изменением параметров или выбирать эти параметры из условий обеспечения заданных свойств системы.

Полученные результаты, раскрывая новые характерные особенности релейно-импульсных систем, дают ключ к синтезу более совершенных алгоритмов управления.

Численный эксперимент моделирования динамики типовой релейно-импульсной системы стабилизации подтвердил справедливость принятой квантово-механической модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1976. 600 с.
2. Гаушус Э.В. Исследование динамических систем методом точечных преобразований. М.: Наука, 1976. 368 с.
3. Симоньянц Р.П. Квантовые и синергетические свойства релейных динамических систем // *Аэрокосмические технологии, 2004–2007. Труды Всеросс. и Международной науч.-техн. конф. (Реутов–Москва, 2004–2007)* / под ред. Р.П. Симоньянца. М.: НПО машиностроения, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2008. С. 168–182.
4. Питаевский Л.П. Макроскопические квантовые явления // *УФН*. 1966. Т. 90. Вып. 4. С. 623–629.
5. Корниенко Н.Е. О развитии нелинейно-квантовой макрофизики нелинейно-волновой модели «энергетических каналов» живых организмов (о природе китайских меридианов) // *Физика живого*. 2008. Т. 16. № 1. С. 5–22.
6. Гуцина О.А. Квантовая модель мотивационного процесса // *Вестник Волжского университета им. В.П. Гапичева*. 2011. № 22. С. 7–10.
7. Lerner S. *Information Path Functional and Informational Macro Dynamics*. New York: Nova Sc. Publ., 2010.
8. Пономаренко В.П. Колебания, бифуркации и хаос в системе с частотно-фазовым управлением // *Труды XII Всеросс. совещания по проблемам управления*. Москва. 16–19 июня 2014. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. С. 295–307. URL: <http://vspu2014.ipu.ru/prcdngs> (дата обращения: 10.05.2015).
9. Галаев А.А., Игнатъев А.А. Управление распределением полной энергии механической системы между ее степенями свободы посредством нелинейной обратной связи. Квантовый подход // *Автоматика и телемеханика*. 2008. Т. 69. № 3. С. 363–373.
10. Симоньянц Р.П., Будыка С.М. Компьютерная модель нелинейной динамики угловой стабилизации космического аппарата // *Аэрокосмические технологии: Труды Всеросс. науч.-техн. конф. (22 мая 2002, Реутов, НПО машиностроения)*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. С. 197–203.
11. Шильников Л.П., Шильников А.Л., Тураев Д.В., Чуа Л. Методы качественной теории в нелинейной динамике. Ч. 2. М., Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009. 548 с.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*. М.: Физматлит, 2004. 800 с.
13. Байков Ю.А., Кузнецов В.М. *Квантовая механика*. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 291 с.

REFERENCES

- [1] Raushenbakh B.V., Tokar' E.N. *Upravlenie orientatsiey kosmicheskikh apparatov [Spacecraft Attitude Control]*. Moscow, Nauka Publ., 1976. 600 p.
- [2] Gaushus E.V. *Issledovanie dinamicheskikh sistem metodom tochechnykh preobrazovaniy [Study of dynamic systems by the point transformation method]*. Moscow, Nauka Publ., 1976. 368 p.
- [3] Simonyants R.P. Quantum and synergistic properties of dynamical relay systems. *Aerokosmicheskie tekhnologii, 2004–2007. Tr. Vseross. i Mezhdunar. nauch.-tekh. konf.* [Aerospace technologies, 2004–2007. Proc. All-Russian and Int. Sci. Tech. Conf.]. Reutov–Moscow, 2004–2007. Moscow, NPO mashinostroeniya, MGТУ im. N.E. Bauman Publ., 2008, pp. 168–182 (in Russ.).
- [4] Pitaevskiy L.P. Macroscopic quantum phenomena. *Sov. Phys. Usp.*, 1967, vol. 9, pp. 888–891. DOI: 10.1070/PU1967v009n06ABEH003230

- [5] Kornienko N.E. About development of nonlinear-quantum macrophysics and nonlinear-wave model of energy channels of alive organisms (About a nature of the chines meridians). *Fizika zhivogo* [Physics of the Alive], 2008, vol. 16, no. 1, pp. 5–22 (in Russ.).
- [6] Gushchina O.A. Quantum model of motivational process. *Vestnik VUiT* [Vestnik of Volzhsky Univ. after V.N. Tapishchev], 2011, no. 22, pp. 7–10 (in Russ.).
- [7] Lerner S. Information Path Functional and Informational Macro Dynamics. N.Y., Nova Sc. Publ., 2010.
- [8] Ponomarenko V.P. Fluctuations, bifurcation and chaos in a system with frequency-phase control. *Tr. XII Vseross. soveshchaniya po problemam upravleniya* [Proc. of the XII All-Russia Meeting on Control Problems], Moscow, 2014, June 16–19. Moscow, Institut problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN Publ., 2014, pp. 295–307 (in Russ.). Available at: <http://vspu2014.ipu.ru/prcdngs> (accessed 10.05.2015).
- [9] Galaev A.A., Ignat'ev A.A. Nonlinear feedback-based control of the distribution of total energy between the degrees of freedom of a mechanical system. A quantum approach. *Automation and Remote Control*, 2008, vol. 69, no. 3, pp. 363–373. DOI: 10.1134/S000511790803003X
- [10] Simonyants R.P., Budyka S.M. A computer model for nonlinear dynamics of spacecraft attitude control. *Tr. vseros. nauch. tekhn. konf. "Aerokosmicheskie tekhnologii"* [Proc. All-Russian Sci. Tech. Conf. "Aerospace technology"]. Moscow, Bauman Moscow State Tech. Univ, 2003, pp. 197–203 (in Russ.).
- [11] Shil'nikov L.P., Shil'nikov A.L., Turaev D.V., Chua L. *Metody kachestvennoy teorii v nelineynoy dinamike. Ch. 2.* [Methods of Qualitative Theory in Nonlinear Dynamics]. Moscow, Izhevsk, NITs "Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika", Institut komp'yuternykh issledovaniy Publ. [SRC "Regular and Chaotic Dynamics", Institute of Computer Science], 2009. 548 p.
- [12] Landau L.D., Lifshitz E.M. Quantum Mechanics. Non-Relativistic Theory (Course of Theoretical Physics. Vol. 3). Pergamon Press, 1965. 616 p.
- [13] Baykov Yu.A., Kuznetsov V.M. *Kvantovaya mekhanika* [Quantum Mechanics]. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy Publ., 2013. 291 p.

Статья поступила в редакцию 01.12.2015

Симоньянц Ростислав Петрович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Аэрокосмические системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана, декан Аэрокосмического факультета МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Simonyants R.P. — Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of Aerospace Systems Department, Head of Aerospace Faculty, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Просьба сослаться на эту статью следующим образом:

Симоньянц Р.П. Квантово-механическая модель динамики релейно-импульсного управления // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 3. С. 88–101. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-3-88-101

Please cite this article in English as:

Simonyants R.P. Quantum-Mechanical Model of the Relay and Impulse Control Dynamics. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2016, no. 3, pp. 88–101. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-3-88-101