

ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КОЛЬЦЕВОГО ГИРОМЕТРА В ЛИНЕЙНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В.Ф. Судаков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: vvfss@inbox.ru

Рассмотрен кольцевой оптический резонатор на вращающемся основании с учетом обратного отражения распространяющихся в нем бегущих волн. Предложена модель резонатора с учетом указанных факторов. Исследование сведено к решению спектральной задачи, порождаемой уравнениями этой модели. Получены выражения для собственных частот и мод (собственных колебаний). Показано, что разность собственных частот функционально зависит от угловой скорости вращения резонатора, т.е. является частотной характеристикой кольцевого гиromетра. Эта характеристика сохраняет основные особенности частотной характеристики реального лазерного гиromетра: имеет зону нечувствительности и характерную зависимость вне ее. Это позволяет рассчитанную в статье частотную характеристику считать приемлемым линейным приближением частотной характеристики реального (нелинейного) гиromетра. Показано, что моды кольцевого резонатора с обратным рассеянием бегущими волнами не являются. На каждой собственной частоте существует смешанная волна. Выполнен расчет таких волн. Приведен график частотной характеристики, построенный на компьютере.

Ключевые слова: лазерный гиromетр, кольцевой резонатор, связь волн, собственные частоты, собственные типы колебаний, зона захвата.

THE FREQUENCY RESPONSE OF THE RING GYROMETER IN THE LINEAR APPROXIMATION

V.F. Sudakov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: vvfss@inbox.ru

We consider an optical ring resonator on a rotating basis taking into account the back reflection of the traveling waves propagated in it, and offer a model of the resonator including all of the above factors. Within the study we solve the spectral problem generated by the equations of this model, and obtain the expressions for the natural frequencies and modes (natural vibrations). The findings of the research illustrate that the difference of the natural frequencies functionally depends on the angular rotation velocity of the resonator, i.e. it is the frequency response of the ring gyrometer. This feature preserves the main features of the frequency characteristics of the real laser gyrometer: has a dead band and a characteristic dependence outside of it. It enables us to consider the frequency response calculated within the research to be an acceptable linear approximation of the frequency response of the real (nonlinear) gyrometer. Consequently, we conclude that that the modes of the ring resonator with backscattering are not the traveling waves, and on each of the natural frequencies there is a mixed wave. As a result, we make the calculation of such waves and build the computer graph of the frequency response.

Keywords: laser gyrometer, ring resonator, wave coupling, natural frequency, natural vibrations, capture zone.

Постановка задачи. Под лазерным гиromетром (ЛГ) понимают лазер с кольцевым резонатором, в котором обеспечен режим генерации двух встречно распространяющихся волн и имеется система выделения и индикации разности частот этих волн. Требования к режиму генерации в ЛГ достаточно жесткие. Прежде всего, должны быть сведены к минимуму конкуренция встречно распространяющихся волн, частотная нестабильность волн (как естественного, так и технического происхождения), связь волн через обратное рассеяние на неоднородностях, многомодовость и т.д. Выполнение этих требований вызывает определенные трудности при разработке ЛГ. Но если они преодолены, то ЛГ является измерительным преобразователем, так как измеренная разность частот $\Delta\omega$ встречных волн функционально (т.е. известным образом) связана с угловой скоростью Ω вращения ЛГ. Линейная функциональная зависимость $\Delta\omega = K\Omega$ при известном коэффициенте преобразования — это недостижимый идеал. Реально можно рассчитывать только на относительно известную зависимость $\Delta\omega = f(\Omega)$, которая называется частотной (или рабочей) характеристикой ЛГ. Получение этой характеристики в аналитическом виде с учетом основных физических процессов в ЛГ представляет собой трудную задачу, которая может быть решена только приближенно. С различных позиций и в различном приближении это было сделано во многих работах [1–4]. Эти работы являются фундаментом различных обобщений задачи о частотной характеристике ЛГ и в настоящее время. Обратим, однако, внимание на одно существенное обстоятельство: чем качественнее выполнен ЛГ как измерительный преобразователь, тем в меньшей степени на частотную характеристику должны влиять специфические особенности активного вещества. Другими словами, есть основания считать, что частотную характеристику можно рассчитать, решая задачу в линейном приближении, т.е. вообще игнорируя процесс генерации. Именно так ставится вопрос в настоящей статье. Мы хотим получить частотную характеристику со всеми ее основными особенностями, исходя только из спектральных свойств кольцевого резонатора (КР). Сложность этой задачи вытекает из одной важной особенности КР: при отсутствии вращения спектр его собственных частот вырожден (достаточно подробно об этом указано, например, в работе [5]). Вращение есть возмущение, и оно должно снять вырождение, т.е. должна появиться $\Delta\omega$. Однако вращение есть возмущение специфического типа, и обычная теория возмущения вырожденного спектра не работает. Необходим другой подход. Он и будет изложен далее в аналитическом виде $\Delta\omega = f(\Omega)$. Соответствующая формула — это линейное приближение к истинной частотной характеристике, поскольку она не учитывает нелинейных эффектов генерации. Все приведенное ранее поясняет, в каком смысле надо понимать термин “частотная характеристика кольцевого гиromетра” (а не ЛГ).

Идеальный кольцевой резонатор на вращающемся основании.

Кольцевой резонатор — это открытый оптический резонатор, образованный несколькими отражателями (зеркалами, призмами полного внутреннего отражения), которые формируют пространственное распределение собственных типов колебаний (мод). Идеальный (однородный) КР не имеет обратного рассеяния волн, т.е. волны в таком КР не связаны. Высокодобротные моды КР $u_n^{(\pm)}(x, y, z)$ имеют достаточно разреженный спектр частот, и в хорошем приближении их можно считать плоскими волнами: $u_n^{(\pm)}(z) = U_n^{(\pm)} e^{\pm i k_n z}$. Волновые числа таких волн не зависят от направления их распространения и эквидистантны: $k_n = \frac{2\pi}{L} n$ (L — периметр КР). Здесь использованы периодические граничные условия на периметре КР. Учтем, что превышение усиления активного вещества над уровнем потерь в КГ берется предельно малым, чтобы обеспечить селекцию спектра, т.е. реально в спектре остается только $k_{n_0} = \frac{2\pi}{L} n_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, где λ_0 — длина волны генерирующего лазерного перехода. Это означает, что в генерации участвуют только две волны. Колебания в модах гармонические.

Если идеальный КР неподвижен, то частоты в обеих волнах одинаковы и равны $\omega_{n_0} = c_0 k_{n_0}$, где c_0 — фазовая скорость обеих волн, равная скорости света. Уравнение КР в этом случае может быть записано так

$$\frac{d^2 u_{n_0}^{(\pm)}}{dz^2} \mp k_{n_0}^2 u_{n_0}^{(\pm)} = 0.$$

Если идеальный КР вращается с постоянной скоростью, его уравнения изменяются:

$$\frac{d u_{n_0}^{(\pm)}}{dz} \mp \frac{\omega_{n_0}^{(\pm)}}{c_{\pm}} u_{n_0}^{(\pm)} = 0. \quad (1)$$

Здесь $c_{\pm}, \omega_{n_0}^{(\pm)}$ — фазовые скорости распространения и частоты колебаний прямой и обратной волн. Волновые числа этих волн равны $k_{n_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ и не зависят от скорости вращения. Естественно, справедливо дисперсионное уравнение $\frac{\omega_{n_0}^{(\pm)}}{c_{\pm}} = k_{n_0}$.

Вращающийся КР можно рассматривать как неинерциальную систему отсчета S , вращающуюся с постоянной угловой скоростью Ω относительно исходной неподвижной системы S_0 . Постулат СТО¹, эквивалентный справедливости преобразований Лоренца в S , вообще говоря, неприменим. Однако под действием сил инерции, действующих в неинерциальной системе S , эталоны длины и времени в этой

¹СТО — специальная теория относительности.

системе неизбежно изменяются. Основное допущение, которое делается в ОТО², заключается в том, что эти изменения эталонов (за счет сил инерции) точно такие же, как в инерциальной вспомогательной системе отсчета S' , которая в данный момент времени связана с эталоном длины в S . Это значит, что ОТО постулирует справедливость преобразований Лоренца в локальном смысле. Справедливы также и отношения эталонов длин и времени [6]

$$\frac{dl}{dl_0} = \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \frac{dt}{dt_0} = \sqrt{1 - \beta^2}.$$

В данном случае $\beta = \frac{\Omega r}{c_0}$, где r — фиксированный радиус на вращающемся диске, c_0 — скорость света. Локальные эталоны длины dl_0 , dl и времени dt_0 , dt относятся соответственно к системам S_0 и S .

Наблюдатель в S_0 , пользуясь своим эталоном, получит расстояние между точками на вращающейся окружности $r = \text{const}$ (т.е. в S), равным $d\sigma_0$. Но это же расстояние, измеренное в S меньшим эталоном, будет казаться бóльшим $d\sigma^2 = \left(\frac{d\sigma_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right)^2$. Геометрия на вращающемся диске не будет евклидовой.

Фазовая скорость распространения плоской волны в S_0 в среде без диэлектрика равна скорости света, т.е. $c_0^2 = \frac{d\sigma_0^2}{dt_0^2}$, где пространственный $d\sigma_0$ и временной dt_0 интервалы определены с помощью эталонов в S_0 . Если волна распространяется по кругу радиуса r , то единственной координатой на круге этого радиуса в S_0 и S является угол. Связь между углами естественна: $d\theta_0 = d\theta + \Omega dt_0$, $\Omega = \pm |\Omega|$ (в зависимости от направления вращения подвижной системы). Сделаем некоторые преобразования

$$c_0^2 = \frac{d\sigma_0^2}{dt_0^2} = \frac{(rd\theta_0)^2}{dt_0^2}.$$

Перейдем в этой формуле к $d\theta$. Получим

$$c_0^2 = \frac{d\sigma_0^2}{dt_0^2} = \frac{(rd\theta + r\Omega dt_0)^2}{dt_0^2}.$$

Последнее выражение эквивалентно такому

$$r^2 d\theta^2 = c_0^2 (1 - \beta^2) dt_0^2 - 2\Omega r^2 d\theta dt_0. \quad (2)$$

Введем интервал на круге в подвижной системе S

$$d\sigma^2 = \frac{r^2 d\theta^2}{1 - \beta^2}. \quad (3)$$

²ОТО — общая теория относительности.

Смещение волнового фронта в S , наблюдаемое из S_0 , складывается из переносного и относительного

$$c_0 dt_0 = \underbrace{dl_0}_{\text{относит}} + \underbrace{\Omega r dt_0}_{\text{перенос}}.$$

Отсюда находим наблюдаемую из S_0 фазовую скорость относительно движения в S

$$\frac{dl_0}{dt_0} = c_0 - \Omega r = c_0 (1 - \beta). \quad (4)$$

Введем в S специальное (естественное) время [7] τ такое, чтобы измеренная в нем фазовая скорость волны была равна скорости света

$$c_0^2 = \frac{d\sigma^2}{d\tau^2}. \quad (5)$$

Используя в (5) выражения (2), (3), нетрудно получить

$$\begin{aligned} d\tau^2 &= \frac{r^2 d\theta^2}{c_0^2 (1 - \beta^2)} = \frac{1}{c_0^2 (1 - \beta^2)} [c_0^2 (1 - \beta^2) dt_0^2 - 2\Omega r^2 d\theta dt_0] = \\ &= dt_0^2 \left[1 - 2 \frac{\Omega r^2 d\theta}{c_0^2 (1 - \beta^2) dt_0} \right], \end{aligned}$$

или приближенно при $|\beta| \ll 1$

$$d\tau \approx dt_0 \left[1 - \frac{\Omega r^2 d\theta}{c_0^2 (1 - \beta^2) dt_0} \right] = dt_0 - \frac{\Omega r^2 d\theta}{c_0^2 (1 - \beta^2)}. \quad (6)$$

Фазовая скорость волны в S , отнесенная к естественным эталонам, есть $c = \frac{dl}{d\tau}$, где dl — естественный интервал длины в S . Как указывалось ранее, $\frac{dl}{dl_0} = \sqrt{1 - \beta^2}$. Используем это отношение, а также формулы (5), (6) для вычисления скорости $c = \frac{dl}{d\tau}$ в естественных пространственно-временных координатах:

$$\begin{aligned} c &= \frac{dl}{d\tau} = \frac{dl}{dl_0} \frac{dl_0}{dt_0} \frac{dt_0}{d\tau} = \left(\sqrt{1 - \beta^2} \right) (c_0 (1 - \beta)) \left(1 - \frac{\Omega r^2 \frac{d\theta}{dt_0}}{c_0^2 (1 - \beta^2)} \right)^{-1} = \\ &= \sqrt{1 - \beta^2} c_0 (1 - \beta) \left(1 - \frac{\Omega^2 r^2}{c_0^2 (1 - \beta^2)} \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Отсюда приближенно получим

$$c \approx \sqrt{1 - \beta^2} c_0 (1 - \beta) (1 - \beta^2) \approx c_0 (1 - \beta),$$

или

$$c_{\pm} \approx c_0 (1 \mp |\beta|). \quad (7)$$

Таким образом, найдены фазовые скорости волн, встречно распространяющихся во вращающейся системе отсчета. Среда распространения — свободное пространство (не учтено френелевское увлечение света), интервалы длины и времени взяты с учетом эталонов в неинерциальной системе отсчета.

В известных работах (например [2, 4, 6]) описание вращающегося идеального КР проводилось как с позиций ОТО, так и феноменологически. Однако использованные построения в этих работах (хотя приближенно они также дали результат (6)) нельзя признать полностью корректными, так как остается неясным, о каких скоростях идет речь. Здесь указано точно, что говорить надо о скоростях вида $c = \frac{dl}{d\tau}$.

Авторами использованы известные построения ОТО (например, [7, 8]), однако осуществлена их адаптация применительно к рассматриваемой задаче. Именно этим объясняется, почему известная формула (7) не была взята без дополнительного обсуждения.

Уравнения (1) будем впредь связывать с эквивалентной им спектральной задачей: найти собственные функции $u^{(\pm)}$ и соответствующие им собственные частоты ω , удовлетворяющие системе:

$$\frac{du^{(\pm)}}{dz} \mp \frac{\omega}{c_{\pm}} u^{(\pm)} = 0$$

и граничным условиям $u^{(\pm)}(0) = u^{(\pm)}(L)$.

Кольцевой резонатор на вращающемся основании с рассеивающей неоднородностью. Модель такого резонатора будем представлять как спектральную задачу. Уравнения должны учитывать связь волн, поэтому запишем их как систему двух связанных уравнений второго порядка (по аналогии с [9])³:

$$\frac{du^{(+)}}{dz} + ik_{+} u^{(+)} = k_{-} m u^{(-)*}, \quad (8)$$

$$\frac{du^{(-)}}{dz} - ik_{-} u^{(-)} = k_{+} m u^{(+)*}. \quad (9)$$

Граничные условия периодического типа

$$u^{(\pm)}(0) = u^{(\pm)}(L). \quad (10)$$

Неизвестная частота (спектральный параметр) введена через величины

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{c_{\pm}}. \quad (11)$$

Уравнения первого порядка позволяют наиболее естественным образом учесть взаимодействие волн встречного направления распространения. Комплексная величина m — распределенный коэффициент

³ $u^{(\pm)*}$ — комплексно сопряженные с $u^{(\pm)}$.

связи волн. Он учитывает как связь через потери ($m = m^*$), так и через неоднородность диэлектрика ($-m = m^*$) [4]. Более детально выяснять происхождение связи при данном уровне приближения не имеет смысла.

Решать задачу (8)–(10) в исходном виде затруднительно, поэтому сделаем некоторые преобразования. Заменим систему уравнений (8), (9) системой

$$\frac{du^{(+)}}{dz} - ik_+ u^{(+)} = k_- m u^{(-)*}; \quad (12)$$

$$\frac{du^{(-)*}}{dz} - ik_- u^{(-)*} = k_+ m^* u^{(+)}.$$
 (13)

Введем новые переменные

$$u^{(+)} = U^{(+)} e^{ik_0 z}; \quad u^{(-)} = U^{(-)} e^{-ik_0 z}, \quad (14)$$

где $k_0 = \frac{\omega_0}{c_0} = k_{n_0}$ – ранее введенное волновое число.

В этих переменных система (8), (12) примет следующий вид:

$$(ik_0 - ik_+) U^{(+)} - k_- m U^{(-)*} = 0; \quad (15)$$

$$(ik_0 - ik_-) U^{(-)*} - k_+ m^* U^{(+)} = 0, \quad (16)$$

Отсюда можно найти собственные значения спектрального параметра ω_1, ω_2 и соответствующие каждому их них $U^{(-)*}, U^{(+)}$.

Будем искать собственные значения из условия обращения в нуль определителя:

$$\begin{vmatrix} ik_0 - ik_+ & -k_- m \\ -k_+ m^* & ik_0 - ik_- \end{vmatrix} = (ik_0 - ik_+) (ik_0 - ik_-) - |m|^2 k_+ k_- = 0. \quad (17)$$

Учитывая (11), получаем из (16) уравнение для определения ω :

$$(1 + |m|^2)^{-1} c_+ c_- k_0^2 - 2(1 + |m|^2)^{-1} k_0 \omega \left(\frac{c_+ + c_-}{2} \right) + \omega^2 = 0.$$

Корни этого уравнения $\omega_{1,2}$ таковы:

$$\omega_{1,2} = (1 + |m|^2)^{-1} k_0 \left(\frac{c_+ + c_-}{2} \right) \pm \pm (1 + |m|^2)^{-1} \sqrt{k_0^2 \left(\frac{c_+ + c_-}{2} \right)^2 - (1 + |m|^2) k_0^2 c_+ c_-}. \quad (18)$$

В силу (7)

$$k_0 \left(\frac{c_+ + c_-}{2} \right) = k_0 c_0 = \omega_0, \quad k_0^2 \left(\frac{c_+ - c_-}{2} \right)^2 = k_0^2 c_0^2 |\beta|^2 = \omega_0^2 |\beta|^2;$$

$$|m|^2 c_+ c_- = |m|^2 c_0^2 (1 - |\beta|^2).$$

Тогда получим (17) в следующем окончательном виде:

$$\omega_{1,2} = (1 + |m|^2)^{-1} \omega_0 \left[1 \pm \sqrt{|\beta|^2 - |m|^2 (1 - |\beta|^2)} \right]. \quad (19)$$

Частотная характеристика КР. Структура его мод. Частотная характеристика КР есть функциональная зависимость разности собственных частот резонатора с обратным рассеянием от угловой скорости вращения КР. Из (18) следует, что частотная характеристика такова (ввиду малости как β , так и коэффициента m , можно сделать некоторые приближения):

$$\omega_{1,2}(\beta) - \omega_0 = \pm \omega_0 \sqrt{|\beta|^2 - |m|^2}. \quad (20)$$

График частотной характеристики приведен на рис. 1, где $\Delta\omega(\beta) = \omega_1(\beta) - \omega_2(\beta) = 2\omega_0 \sqrt{|\beta|^2 - |m|^2}$ в силу (19). Параметр $\beta_3 = \frac{\Omega_3 r}{c_0}$ соответствует скорости вращения Земли Ω_3 . Зависимость $\Delta\omega(\beta)$ качественно такая же, как и у частотной характеристики ЛГ (гиперболический вид, наличие зоны нечувствительности). Однако для ЛГ характерным является “затягивание” частот, соответствующих встречным волнам. Зона нечувствительности (зона захвата) — это область столь малых скоростей вращения, в которой частоты указанных генераторов равны (полная синхронизация). Для рассматриваемого случая КР ситуация иная. Собственные частоты неподвижного резонатора с обратным рассеянием всегда одинаковы (спектр соответствующей задачи вырожден). Если такой КР вращается, то вращение может рассматриваться как возмущение. Как известно из теории возмущений [10], малые возмущения могут не снять вырождение (так возникает зона захвата), но при больших возмущениях спектр расщепляется (это область гиперболической зависимости) (см. рис. 1).

Поскольку КР есть линейная часть ЛГ как в физическом смысле, так и в отношении математической модели, то справедливо считать,

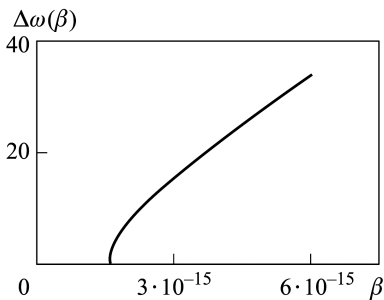


Рис. 1. Частотная характеристика вращающегося КР с отражением

что их частотные характеристики сопоставимы: одна из них есть линейное приближение другой. Подобное же толкование можно усмотреть и в теории связанных автогенераторов [11].

Представляет определенный интерес характер собственных типов колебаний вращающегося КР с обратным рассеянием. Если рассеяния нет, то каждой из собственных частот соответствует бегущая волна этой же частоты. Волна, распространяющаяся по направлению вращения, соответствует меньшей

собственной частоте. Модель (14), (15) указывает на то, что каждой из собственных частот будет соответствовать смешанная волна (суперпозиция волн встречного направления распространения). Каково отличие таких мод от бегущей волны определенного направления?

Упростим выражения для собственных частот (18), снова учитывая малость параметров $|\beta|$, $|m|$:

$$\omega_1 \approx \omega_0 + \sqrt{\omega_0^2 |\beta|^2 - \omega_0^2 |m|^2}; \quad \omega_2 \approx \omega_0 - \sqrt{\omega_0^2 |\beta|^2 - \omega_0^2 |m|^2}. \quad (21)$$

Зададим произвольно вещественную амплитуду волны прямого направления распространения $U^{(+)} = U^{(+)*}$. Тогда из (15) можно найти амплитуду:

$$U^{(-)} = i \frac{k_+ m}{k_0 - k_-} U^{(+)} \quad (22)$$

бегущей волны встречного направления распространения для любой из собственных частот (20). Для этого достаточно сделать несложные преобразования:

$$\frac{k_+ m}{k_0 - k_-} = \frac{m}{\frac{k_0}{k_+} - \frac{c_+}{c_-}} = \frac{m}{\frac{k_0 c_+}{\omega_{1,2}} - \frac{1 - |\beta|}{1 + |\beta|}} = \frac{m}{1 - |\beta|}, \quad \frac{1}{\frac{\omega_0}{\omega_{1,2}} - \frac{1}{1 + |\beta|}}.$$

Для ω_1 получим

$$\frac{k_+ m}{k_0 - k_-} (\omega_1) \approx \frac{m}{1 - |\beta|} \frac{1}{\frac{1}{1 + \sqrt{|\beta|^2 - |m|^2}} - \frac{1}{1 + |\beta|}} = H_1(\beta), \quad (23)$$

а для ω_2 получим

$$\frac{k_+ m}{k_0 - k_-} (\omega_2) \approx \frac{m}{1 - |\beta|} \frac{1}{\frac{1}{1 - \sqrt{|\beta|^2 - |m|^2}} - \frac{1}{1 + |\beta|}} = H_2(\beta). \quad (24)$$

Эти формулы в соответствии с (21) дают возможность найти амплитуду $U^{(-)}$ при любом вещественном $U^{(+)}$, т.е. определить их отношение. При заданном $U^{(+)} = 1$ построим зависимости:

$$H_1(\beta) = \frac{m}{1 - |\beta|} \frac{1}{\frac{1}{1 + \sqrt{|\beta|^2 - |m|^2}} - \frac{1}{1 + |\beta|}}$$

— см. выражение (22),

$$H_2(\beta) = \frac{m}{1 - |\beta|} \frac{1}{\frac{1}{1 - \sqrt{|\beta|^2 - |m|^2}} - \frac{1}{1 + |\beta|}}$$

— см. выражение (23).

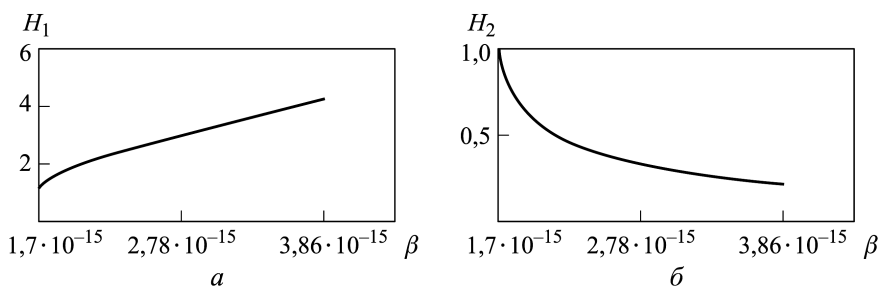


Рис. 2. Относительная амплитуда волны на частоте ω_1 (а), распространяющейся против направления вращения (волны “основного направления” распространения), и на частоте ω_2 (б), распространяющейся по направлению вращения (волны “встречного направления” распространения)

Соответствующие графики, представленные на рис. 2, дают представление⁴ об относительной величине волны, рассеянной в обратном направлении, по отношению к волне прямого (“основного”) направления распространения. По направлению вращения КР волной основного распространения является волна на частоте ω_2 . Поэтому амплитуда рассеянной волны меньше: $U^{(-)} < U^{(+)}$. Против направления вращения КР волной основного распространения является волна на частоте ω_1 . Соответственно, амплитуда рассеянной волны также меньше: $U^{(+)} < U^{(-)}$.

Выводы. Предложена математическая модель вращающегося КР при наличии в нем обратного рассеяния. В силу линейности она значительно проще нелинейной модели ЛГ, учитывающей по существу взаимодействие двух автогенераторов. Тем не менее, предложенная модель позволила значительно более простым способом получить качественно ту же частотную характеристику, которая ранее была получена в нелинейной теории ЛГ. Кроме того, установлено, что предлагаемая модель дает правильное представление о структуре волн во вращающемся КР с обратным рассеянием. На каждой из собственных частот такого КР существует (при ненулевых начальных условиях) смешанная волна. Ее основную часть образует та волна, которая была единственной бегущей волной при отсутствии обратного рассеяния. Другая часть есть волна встречного направления распространения с относительной амплитудой, меньше единицы, имеющей относительный порядок модуля коэффициента отражения.

Реальная (частотная) характеристика ЛГ, конечно, зависит от многих факторов, не учитываемых моделью КР. В основном — это параметры активного вещества (в том числе изотопный состав, температура, общее и парциальное давление в смеси, ее объем и т.д.). Качественный

⁴Числа очень малы, и возникли трудности с правильным округлением на ПК, которые до конца преодолеть не удалось, что привело к искажениям (кривые должны быть гладкими). Но ход кривых правилен.

лазерный гироскоп должен использовать минимально возможное количество рабочей смеси (т.е. фактически приближаться к “пустому” резонатору). Это позволяет надеяться, что реальную частотную характеристику ЛГ можно будет построить, исходя из характеристики КР, как линейного приближения. В этом основной результат настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ароновиц Ф.* Лазерные гироскопы. В кн.: Применения лазеров / под ред. В.П. Тычинского. М.: Мир, 1974.
2. *Бычков С.И., Лукьянов Д.П., Бакаляр А.И.* Лазерный гироскоп. М.: Сов радио, 1975.
3. *Круглик Г.С.* К теории биений в кольцевом ОКГ. Минск: Наука и техника, 1967.
4. *Волновые и флуктуационные процессы в лазерах / С.Г. Зейгер, Ю.Л. Климонтович, П.С. Ланда, Е.Г. Ларионцев, Э.Е. Фрадкин.* М.: Наука, 1974.
5. *Судаков В.Ф.* Спектральные свойства кольцевого оптического резонатора с продольной неоднородностью произвольного вида // Квантовая электроника. 2009. Т. 39. № 5. С. 469–473.
6. *Heer C.V.* Resonant Frequencies of an Electromagnetic Cavity in an Accelerated System of Reference // *Physical Review*. Vol. 134. No. 4A. A799–A804. DOI:10.1103/PhysRev.134.A799
7. *Тоннела М.А.* Основы электромагнетизма и теории относительности. М.: Изд-во иностр. лит. 1962.
8. *Меллер К.* Теория относительности. М.: Атомиздат, 1975. 400 с.
9. *Пирс Дж.* Почти все о волнах. М.: Мир, 1976. 177 с.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика, квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Наука, 1989. 768 с.
11. *Ланда П.С.* Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980.

REFERENCES

- [1] Aronowitz F. The Laser Gyro in Laser Applications, N.Y., Academic Press, 1971.
- [2] Bychkov S.I., Luk'yanov D.P., Bakalyar A.I. Lazernyy giroskop [Laser Gyroscope]. Moscow, Sov. radio Publ., 1975.
- [3] Kruglik G.S. K teorii bieniy v kol'tsevom OKGb [The Theory of the Beats in a Ring Optical Maser]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1967.
- [4] Zeyger S.G., Klimontovich Yu.L., Landa P.S., Lariontsev E.G., Fradkin E.E. Volnovye i fluktuatsionnye protsessy v lazerakh [The Wave and Fluctuation Processes in Lasers]. Moscow, Nauka Publ., 1974.
- [5] Sudakov V.F. Spectral properties of a ring optical resonator with an arbitrary longitudinal inhomogeneity. *Kvantovaya elektronika* [Quantum Electronics], 2009, vol. 39, no. 5, pp. 469–473. DOI: 10.1070/QE2009v039n05ABEH013952
- [6] Heer C.V. Resonant Frequencies of an Electromagnetic Cavity in an Accelerated System of Reference. *Physical Review*, vol. 134, no. 4A. A799–A804. DOI:10.1103/PhysRev.134.A799
- [7] Tonnelat Marie-Antoinette. The Principles of Electromagnetic Theory and of Relativity. Dordrecht: Springer Netherlands, 1966.
- [8] Moller C. The Theory of Relativity. Clarendon Press, Oxford, 1972.

- [9] Pierce John R. Almost All About Waves. MIT Press, Cambridge, Mass., 1974.
- [10] Landau L.D., Lifshitz E.M. Quantum Mechanics Non-Relativistic Theory (Course of Theoretical Physics, vol. 3). Pergamon Press, 1977.
- [11] Landa P.S. Avtokolebaniya v sistemakh s konechnym chislom stepeney svobody [Self-Oscillations in Systems with a Finite Number of Degrees of Freedom]. Moscow, Nauka Publ., 1980.

Статья поступила в редакцию 28.04.2015

Судаков Владимир Федорович — д-р техн. наук, профессор кафедры “Прикладная электротехника и промышленная электроника” МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Sudakov V.F. — Dr. Sci. (Eng.), Professor of Applied Electrical Engineering and Industrial Electronics Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Судаков В.Ф. Частотная характеристика кольцевого гиromетра в линейном приближении // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 2. С. 91–102. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-2-91-102

Please cite this article in English as:

Sudakov V.F. The frequency response of the ring gyrometer in the linear approximation. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2016, no. 2, pp. 91–102. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-2-91-102