

ПЛАНИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МАРШРУТА ПОЛЕТА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ЧАСТИЧНО ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Тань Лиго, А.В. Фомичёв

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: a.v.fomichev@bmstu.ru

Представлен новый подход к решению задачи планирования пространственного маршрута полета беспилотного летательного аппарата в режиме реального времени, в основе которого положен метод частично целочисленного линейного программирования. Данный алгоритм, полностью учитывающий ограничения на маневренные качества беспилотного летательного аппарата, особенно эффективен в условиях полета в неизвестных средах или в ситуации постепенного уточнения информации об окружающей среде в процессе реального полета. Результаты моделирования разработанного алгоритма подтвердили эффективность предложенного подхода при решении задачи управления движением беспилотного летательного аппарата в режиме реального времени с облетом препятствий.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, планирование маршрута полета, весовой коэффициент, частично целочисленное линейное программирование, управление с прогнозирующими моделями.

THE SPATIAL FLIGHT ROUTE PLANNING OF UNMANNED AERIAL VEHICLES USING THE METHODS OF MIXED-INTEGER LINEAR PROGRAMMING

Tan Ligu, A.V. Fomichev

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: a.v.fomichev@bmstu.ru

This work examines a new approach to solving the problem of spatial flight route planning of unmanned aerial vehicles (UAV) in real-time. The approach hinges upon mixed-integer linear programming (MILP). This algorithm fully takes the limitations of UAV maneuvering capabilities into account, and it is especially suitable for the unknown environment or in a situation of gradual discovery of the environment in the real flight conditions. The simulation results illustrated that using the proposed approach when solving the problem of UAV motion control in real-time with obstacles is of great importance.

Keywords: unmanned aerial vehicle, flight route planning, weight coefficient, mixed-integer linear programming, model predictive control.

В настоящее время в мировой практике сложилась тенденция широкого использования беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в гражданских областях. С бурным развитием БПЛА, способных летать в условиях городской среды, задача планирования маршрута полета в режиме реального времени становится все более актуальной и привлекательной.

Схема автономного полета БПЛА включает в себя три основных этапа: планирование полетного задания, планирование маршрута и автономный полет с помощью системы управления. Под планированием маршрута полета понимается поиск оптимального маршрута от его известного начального положения s_0 (начальная точка) до заданного конечного положения s_F (место назначения) с учетом динамических характеристик БПЛА и решения задачи облета препятствий [1].

Маршрут полета в режиме реального времени рассчитывается с учетом минимизации определенного показателя (время полета, затрачиваемое топливо и т.д.) [2]. Для того чтобы решить данную задачу предлагается подход, суть которого заключается в следующем: необходимо разработать линеаризованную динамическую модель БПЛА; использовать в качестве основного компонента, минимизирующего целевую функцию, время полета между соседними опорными точками, в которых изменяется маршрут полета; применить частично целочисленное линейное программирование (ЧЦЛП) [3, 4] для введения линейных ограничений со смешанными формами, состоящих из логических и непрерывных переменных для описания ограничений при облете препятствий.

Если полный маршрут полета из начальной точки до целевой точки вычисляется однократно, то объем вычислений будет довольно большим. В то же время процесс вычислений ограничивается возможностями бортового компьютера: допустимым временем вычислений и объемом памяти. С другой стороны, если информация об окружающей среде, где выполняется полет, является неполной, то необходимо проводить ее дальнейшее исследование и уточнение. Поэтому для неизвестной среды практически невозможно однократно вычислить полный маршрут полета. При расширении или выявлении новых целей полета, маршрут полета может формироваться и рассчитываться по отдельным участкам. В настоящей статье рассматривается задача планирования маршрута полета на одном участке.

Используя управления с прогнозирующими моделями (УПМ) [4, 5], задача планирования маршрута полета БПЛА рассчитывается с течением времени постепенно, причем каждый участок маршрута полета БПЛА определяется в результате решения задачи оптимизации на ограниченном интервале времени. Таким образом, метод УПМ позволяет сократить время вычислений.

В последние годы, метод комбинирования УПМ и ЧЦЛП используется для решения задачи планирования маршрута полета летательного аппарата. В работах [6, 7] рассматривались только задачи планирования маршрута полета для случая отсутствия препятствий. В статье [8] для синтеза маршрута полета с обходом препятствий использовались сплайн-кривые, а в работе [7] впервые было выполнено комбиниро-

вание методов УПМ и ЧЦЛП, однако, при этом был разработан только способ планирования двухмерного маршрута полета летательного аппарата. На основе приведенного анализа результатов исследований в настоящей работе предлагается решить задачу планирования трехмерного маршрута полета БПЛА гражданского назначения в режиме реального времени.

Математическое описание динамических свойств БПЛА. В качестве примера рассмотрим задачу выбора оптимального маршрута полета БПЛА типа “W-50” [9] от начальной до целевой точки за минимальное время с учетом облета препятствий.

Модель движения БПЛА рассматривается как движение материальной точки с ограничениями, накладываемыми на скорость и ускорение движения, а также на изменение ускорения. Постановка задачи планирования траектории с использованием ЧЦЛП предполагает, что динамика БПЛА аппроксимируется линейной дискретной моделью в пространстве состояний и имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{I}_3 & \Delta t\mathbf{I}_3 \\ \mathbf{O}_3 & 2\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_i - \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \Delta t\mathbf{I}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_{i-1} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\Delta t)^2\mathbf{I}_3 \\ \Delta t\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \Delta\mathbf{a}_i, \quad (1)$$

где \mathbf{I}_3 — единичная матрица размера 3×3 ; \mathbf{O}_3 — нулевая матрица размера 3×3 ; Δt — период выборки; i — некоторый текущий момент времени; $\mathbf{p}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ — вектор местоположения БПЛА; $\mathbf{v}_i = [v_{x_i} \ v_{y_i} \ v_{z_i}]^T$ — вектор скорости; $\mathbf{a}_i = [a_{x_i} \ a_{y_i} \ a_{z_i}]^T$ — вектор ускорения; $\Delta\mathbf{a}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{a}_{i-1}$ — вектор изменения ускорения; $\mathbf{s}_i = [\mathbf{p}_i \ \mathbf{v}_i]^T \in R^6$ — вектор состояния; $\mathbf{u}_i := \mathbf{a}_i \in R^3$ — вектор входа (управления).

Для упрощения записи формулы (1), введем следующие обозначения:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{I}_3 & \Delta t\mathbf{I}_3 \\ \mathbf{O}_3 & 2\mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \Delta t\mathbf{I}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \text{ и } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\Delta t)^2\mathbf{I}_3 \\ \Delta t\mathbf{I}_3 \end{bmatrix}.$$

Тогда уравнение (1) преобразуется к следующему виду:

$$\mathbf{s}_{i+1} = \mathbf{A}\mathbf{s}_i - \mathbf{B}\mathbf{s}_{i-1} + \mathbf{C}\Delta\mathbf{u}_i.$$

Ограничение на динамические свойства БПЛА. Скорость полета \mathbf{v} , ускорение \mathbf{a} и изменение ускорения $\Delta\mathbf{a}$ имеют определенные ограничения. В процессе полета БПЛА общее пространственное движение удобно разделить на продольное и боковое движение, причем продольное движение можно рассматривать независимо от бокового [10, 11]. Будем полагать, что ограничения на скорость \mathbf{v} , ускорение \mathbf{a}

и изменение ускорения Δa в плоскости $X-Y$ имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{ll} v_{\min} \leq \left\| [\dot{x}_i \ \dot{y}_i]^T \right\|_2 \leq v_{\max}, & i = \overline{0, N}; \\ \left\| [\ddot{x}_i \ \ddot{y}_i]^T \right\|_2 \leq a_{\max}, & i = \overline{0, N-1}; \\ \left\| [\ddot{x}_i \ \ddot{y}_i]^T - [\ddot{x}_{i-1} \ \ddot{y}_{i-1}]^T \right\|_2 \leq \Delta a_{\max}, & i = \overline{1, N-1}, \end{array} \right. \quad (2)$$

где N — число интервалов времени планирования маршрута полета; $\|\cdot\|_2$ — евклидова норма.

Поскольку ограничения, описанные неравенствами (2), являются нелинейными, их необходимо преобразовать к виду линейного неравенства, чтобы затем использовать в ЧЦЛП. В работе [4] показано, что каждое из ограничений можно приближенно заменить набором линейных неравенств, определяющих область вписанного многоугольника, в свою очередь, ограниченного определенной окружностью. Соответственно многоугольник будет определяться набором Q линейных неравенств для $\forall i$.

Используемые вписанные многоугольники с Q сторонами можно приближенно описать в виде следующих линейных неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{\min} \leq \dot{x}_i \sin\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) + \dot{y}_i \cos\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) \leq v_{\max}, \quad q = \overline{1, Q}, \quad i = \overline{0, N}; \\ \ddot{x}_i \sin\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) + \ddot{y}_i \cos\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) \leq a_{\max}, \quad q = \overline{1, Q}, \quad i = \overline{0, N-1}; \\ \Delta \ddot{x}_i \sin\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) + \Delta \ddot{y}_i \cos\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) \leq \Delta a_{\max}, \quad q = \overline{1, Q}, \quad i = \overline{1, N-1}. \end{array} \right. \quad (3)$$

Следует обратить внимание на ограничение минимальной скорости $v_{\min} \leq \left\| [\dot{x}_i \ \dot{y}_i]^T \right\|_2$. Очевидно, что данное ограничение является невыпуклым множеством, поэтому далее вводится логическая переменная c_q ($q = \overline{1, Q}$) и используется симплексный М-метод [12]. Таким образом, ограничение на минимальную скорость имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{\min} - \left(\dot{x}_i \sin\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) + \dot{y}_i \cos\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) \right) \leq M c_q, \quad q = \overline{1, Q}, \quad i = \overline{0, N}; \\ \sum_{q=1}^Q c_q \leq Q - 1. \end{array} \right. \quad (4)$$

Ограничения на скорость v , ускорение a и изменение ускорения Δa в проекциях на направление оси z записываются в виде

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dot{z}_{\min} \leq \dot{z}_i \leq \dot{z}_{\max}, & i = \overline{0, N}; \implies \\ \ddot{z}_{\min} \leq \ddot{z}_i \leq \ddot{z}_{\max}, & i = \overline{0, N-1}; \implies \\ \Delta \ddot{z}_{\min} \leq \Delta \ddot{z}_i \leq \Delta \ddot{z}_{\max}, & i = \overline{1, N-1}. \end{array} \right. \quad (5)$$

Ограничения при обходе препятствий. Препятствие произвольной формы можно приблизительно представить в виде многогранника. Используя логические переменные “0” и “1”, а также симплексный М-метод, ограничения при обходе препятствий можно выразить в виде линейных ограничений, включающих смешанные переменные, состоящие из логических и непрерывных переменных [5]. Для упрощения решения задачи планирования маршрута полета предполагается, что препятствие представляет собой блочное здание в форме куба, а его математическое описание имеет вид

$$\{(x, y, z) \in R^3 : x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, y_{\min} \leq y \leq y_{\max}, z_{\min} \leq z \leq z_{\max}\}. \quad (6)$$

Для i -го шага планирования маршрута ($i = \overline{1, N}$) ограничения при обходе препятствий имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} x_i - x_{\min} \leq M b_{i1}; \\ y_i - y_{\min} \leq M b_{i2}; \\ z_i - z_{\min} \leq M b_{i3}; \\ -x_i + x_{\max} \leq M b_{i4}; \\ -y_i + y_{\max} \leq M b_{i5}; \\ -z_i + z_{\max} \leq M b_{i6}; \\ \sum_{j=1}^6 b_{ij} \leq 5; \\ b_{ij} \in (0, 1), \quad j = \overline{1, 6}, \end{array} \right. \quad (7)$$

где M — достаточно большая по значению константа, причем ее значение больше, чем доступное максимальное значение левой части первых шести неравенств формулы (7); b_{ij} — логические переменные (0 или 1).

Из последних двух уравнений (7) можно установить, что, по крайней мере, одно из значений b_{ij} равняется нулю. Таким образом, в первых шести уравнениях (7) хотя бы одно значение правой части равняется нулю. Предполагается, что $x_i - x_{\min} \leq 0$, т.е. $x_i \leq x_{\min}$. В этом случае БПЛА успешно уклоняется от столкновения с препятствием.

Математическое описание планирования маршрута полета БПЛА. Исходя из уравнений (1), (3)–(5), (7) в k -й момент времени математическое описание задачи оптимизации маршрута полета БПЛА имеет вид

$$\min_{\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k} J = \sum_{i=0}^{T-1} a \|\mathbf{s}_{k+i|k} - \mathbf{s}_F\|_1 +$$

$$+ \sum_{i=0}^{T-1} b \|\mathbf{u}_{k+i|k}\|_1 + \sum_{i=1}^{T-1} c \|\Delta \mathbf{u}_{k+i|k}\|_1 + d \|\mathbf{s}_{k+T|k} - \mathbf{s}_F\|_1; \quad (8)$$

$$\mathbf{s}_{k+0|k} = \hat{\mathbf{s}}_{k|k-1}; \quad (9)$$

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{u}_{k+i+1|k} = \mathbf{u}_{k+i+1|k} - \mathbf{u}_{k+i|k}, & i = \overline{0, T-2}; \\ \mathbf{s}_{k+i+1|k} = \mathbf{A}\mathbf{s}_{k+i|k} - \mathbf{B}\mathbf{s}_{k+i-1|k} + \mathbf{C}\Delta \mathbf{u}_{k+i|k}, & i = \overline{1, T-1}; \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \mathbf{s}_{k+i|k} \in \mathbf{S}, & i = \overline{0, T}; \\ \mathbf{u}_{k+i|k} \in U, & i = \overline{0, T-1}; \\ \Delta \mathbf{u}_{k+i|k} \in \Delta U, & i = \overline{1, T-1}; \\ \mathbf{p}_{k+i|k} \notin O_k, & i = \overline{1, T}; \\ \mathbf{s}_{k+T|k} \in S_{k+T|k}, \end{cases} \quad (11)$$

где T — длительность интервала времени для прогноза и управления; a, b, c и d — неотрицательные весовые коэффициенты.

Целевая функция (8) требует, чтобы БПЛА как можно скорее долетал до целевой точки \mathbf{s}_F с учетом требования располагаемого управления u , приращения управления Δu и конечного состояния \mathbf{s}_F . В целевой функции параметры a, b, c, d и e являются неотрицательными весовыми коэффициентами: первое и второе слагаемые учитывают влияние факта неприбытия в заданную точку и затраты топлива; третье слагаемое учитывает влияние изменения ускорения, обеспечивающего устойчивый полет, причем в процессе движения динамические свойства БПЛА не подвержены радикальным изменениям; четвертое слагаемое учитывает влияние конечного состояния.

Первые три формулы (11) являются ограничениями на динамические свойства БПЛА (10). В системе уравнений (11) первое уравнение описывает ограничение на состояние БПЛА, которое определяется по формуле (4) и первому уравнению из систем (3) и (5). Второе уравнение определяет ограничение на управление, которое вычисляется по второму уравнению (3) и (5). Третье уравнение учитывает ограничение на изменение ускорения, которое определяется по третьему уравнению (3) и (5). Четвертое уравнение описывает ограничение при обходе препятствий, которое определяется по формуле (7). Пятое уравнение задает ограничение на конечные состояния, которые будут подробно описаны далее.

С учетом задержки вычислений по времени в момент времени $k-1$ необходимо вычислить маршрут полета для момента времени k . Уравнение (9) является начальным условием для формул (10).

В целевой функции (8) символ $\|\cdot\|_1$ обозначает максимум нормы, которая является нелинейной. Однако с помощью дополнительной переменной ее можно преобразовать в линейную форму, как описано в работе [4].

Ограничение на конечное состояние. Предположим, что конечное состояние относится к последнему состоянию во временной области планирования, т.е. $s_{k+T|k}$. В конечном состоянии временной области планирования управляемая величина и изменение управляемой величины равны нулю.

В модель прогноза управления добавляется набор ограничений на конечные состояния, т.е. $s_{k+T|k} \in S_{k+T|k}$, чтобы гарантировать условие устойчивости системы, которое играет важную роль.

Ограничение на конечное состояние имеет вид

$$S_{k+T|k} = \{s_{k+T|k} : \mathbf{u}_{k+T|k} = \mathbf{0}_{3 \times 1}, \Delta \mathbf{u}_{k+T|k} = \mathbf{0}_{3 \times 1}\}. \quad (12)$$

Сглаживание траектории полета. В уравнении динамики движения БПЛА рассматривается в виде материальной точки. В реальном полете конечные размеры БПЛА необходимо учитывать для того, чтобы успешно уклониться от столкновения с препятствием. В указанных ограничениях для обхода препятствий (7) в левую часть первых пяти соотношений необходимо добавить величину d в каждом направлении (где d — максимальный характерный размер БПЛА).

Запланированный маршрут полета представляет собой набор дискретных точек, поэтому можно рассмотреть две ситуации: с углом среза или с препятствием на пути перехода [1]. В данных ситуациях БПЛА сталкивается с препятствием. Поэтому, чтобы избежать столкновения, например, в ситуации с углом среза, в каждом направлении (кроме нисходящего направления оси z) размер препятствия должен быть увеличен на значение $v_{\max} \Delta t / 2\sqrt{2}$.

Для того чтобы избежать столкновения в ситуации с препятствием на пути перехода, необходимо добавить соответствующее число линейно-интерполяционных узлов. В этом случае переменная \mathbf{p}_k в уравнениях, описывающих ограничения при обходе препятствий (11), заменяется выражением

$$\mathbf{p}_{k-1} + \frac{l}{L} (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k-1}), \quad l = \overline{1, L}, \quad (13)$$

где L — число точек интерполяции между двумя соседними точками маршрута полета.

Когда между соседними участками траектории полета существует определенный угол θ , как показано на рис. 1, то в это время БПЛА, движущийся по траектории, обязательно поворачивается. Поэтому в этом случае невозможно поддерживать режим его прямолинейного полета. Алгоритм последовательного соединения радиусных сегментов траектории связан с обработкой сглаживанием для всех участков полета. Кроме того, должно быть гарантировано касание между радиусным сегментом и двумя соседними сегментами пути так, чтобы обеспечивать гладкость траектории полета. Причем точка касания должна располагаться на соседнем сегменте пути, как показано на рис. 1.

Таким образом, условие существования допустимого маршрута полета требует, чтобы радиус кривизны r_i каждой точки касания (см. рис. 1) был не меньше минимального радиуса поворота БПЛА R_{\min} . Этот радиус с учетом максимальной нормальной перегрузки БПЛА вычисляется по формуле [13]:

$$R_{\min} = \frac{v_{\min}^2}{g\sqrt{n_{y\max}^2 - 1}}, \quad (14)$$

где v_{\min} — минимальная скорость полета БПЛА; g — ускорение свободного падения; $n_{y\max}$ — максимальная нормальная перегрузка БПЛА.

Моделирование планирования маршрута полета БПЛА. В процессе моделирования были использованы следующие параметры: $v_{\max} = 65$ м/с; $v_{\min} = 35$ м/с; $v_{z\max} = 15$ м/с; $v_{z\min} = -15$ м/с; $a_{\max} = 30$ м/с²; $a_{z\max} = 10$ м/с²; $a_{z\min} = -10$ м/с²; $\Delta a_{\max} = 15$ м/с²; $a_{z\max} = 5$ м/с²; $\Delta a_{z\min} = -5$ м/с². Период выборки — $\Delta t = 1$ с, $M = 10^6$, число сторон многоугольника $Q = 24$, минимальный радиус поворота 41,5 м, длина шага планирования $T = 10$. С учетом размера препятствия число точек интерполяции $L = 4$. Весовые коэффициенты $a = 0,25$, $b = 0,25$, $c = 0,25$, $d = 0,25$. Перелет БПЛА из произвольной исходной точки $A(1600, -900, 100)$ в заданную целевую точку $(650, 750, 410)$.

Результаты моделирования алгоритма планирования маршрута полета БПЛА для заданного набора весовых коэффициентов показаны на рис. 2 и 3.

На рис. 4 в увеличенном масштабе показан локальный участок полученного оптимального пространственного маршрута полета БПЛА в условиях городской среды.

Из рис. 3 следует, что время решения для каждого участка пути меньше заданного значения периода выборки. Полученный маршрут полета является оптимальным и удовлетворяет требованию решения задачи в режиме реального времени. Данный маршрут позволяет успешно избежать все препятствия на пути движения к целевой точке, что подтверждается рис. 2.

На рис. 4 фактический маршрут полета БПЛА не совпадает с вычисленным маршрутом полета. Основными причинами расхождения являются ошибка навигационной системы в определении местоположения БПЛА, а также эффект сглаживания оптимальной траектории.

Для того чтобы сравнить влияние весовых коэффициентов целевой функции на результаты планирования оптимального маршрута полета

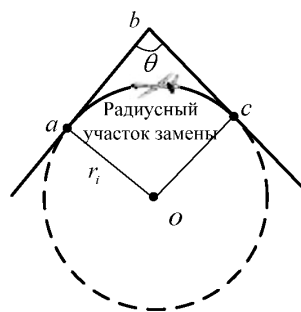


Рис. 1. Схема замены ломаной линии радиусным сегментом

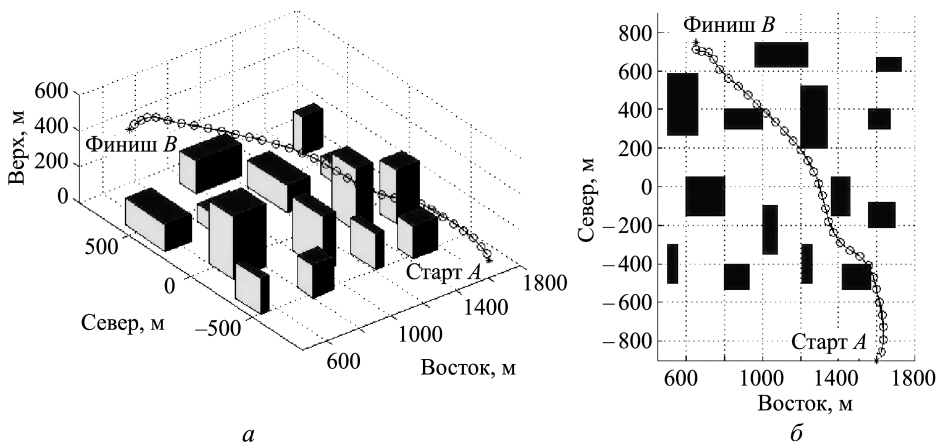


Рис. 2. Схема маршрута полета БПЛА в условиях городской среды:
a — пространственный маршрут полета; *б* — проекция маршрута полета на плоскости

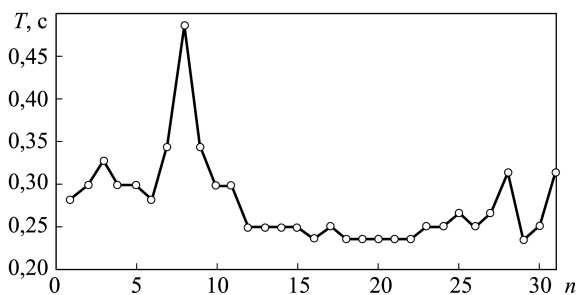


Рис. 3. Зависимость времени решения задачи планирования маршрута полета БПЛА от числа точек маршрута

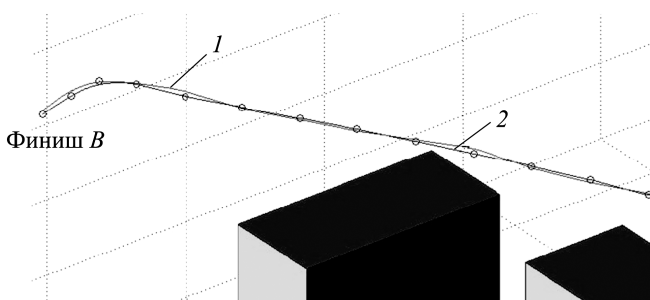


Рис. 4. Локальный участок маршрута полета БПЛА в увеличенном масштабе:
1 — фактический маршрут полета БПЛА; *2* — вычисленный маршрут полета БПЛА

та БПЛА, было задано несколько вариантов весовых коэффициентов, которые приведены в табл. 1.

Результаты моделирования алгоритма планирования оптимального маршрута БПЛА в режиме реального времени в условиях городской среды для соответствующего варианта набора весовых коэффициентов показаны на рис. 5 и 6.

Весовые коэффициенты целевой функции задачи планирования маршрута БПЛА

Весовые коэффициенты	Номер варианта			
	1	2	3	4
a	0,7	0,1	0,1	0,1
b	0,1	0,7	0,1	0,1
c	0,1	0,1	0,7	0,1
d	0,1	0,1	0,1	0,7

Из рис. 6 следует, что время решения для каждого участка пути меньше заданного значения периода выборки 1 с. Полученный маршрут полета является оптимальным и удовлетворяет требованию реше-

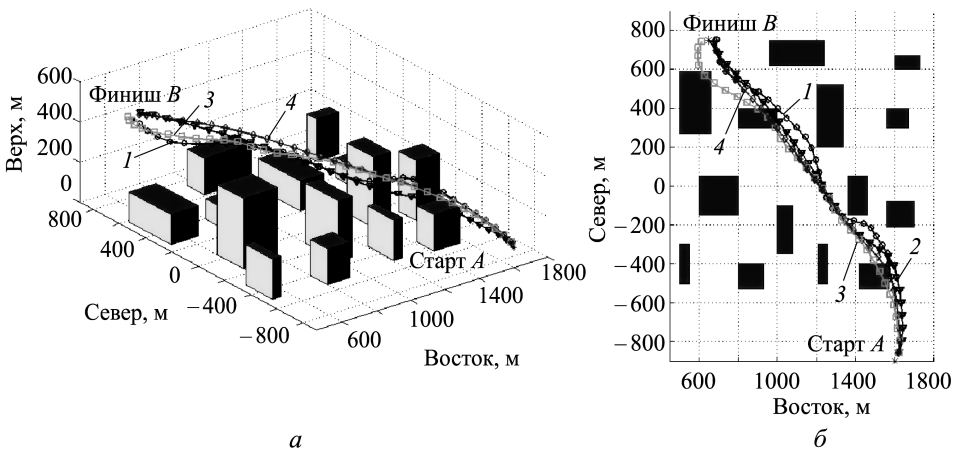


Рис. 5. Схема маршрута полета БПЛА в условиях городской среды с использованием заданных вариантов весовых коэффициентов:

1–4 — номер варианта (a , b — см. рис. 2)

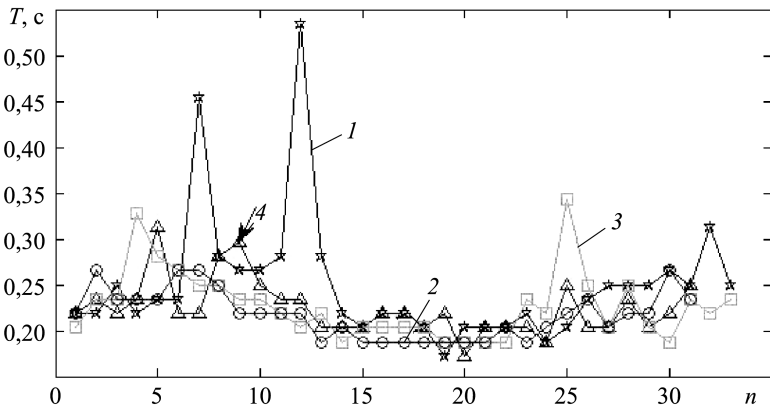


Рис. 6. Зависимость времени решения задачи планирования маршрута полета БПЛА с использованием заданного набора весовых коэффициентов:

1–4 — номер варианта (T , n — см. рис. 3)

ния задачи в режиме реального времени; схема, приведенная на рис. 5, подтверждает, что данный маршрут позволяет успешно избежать все препятствия на пути движения к целевой точке.

В табл. 2 приведены суммарное время полета, пройденная дистанция и конечный промах в целевой точке, полученные при моделировании разработанного алгоритма планирования маршрута полета БПЛА с использованием заданных наборов весовых коэффициентов.

Таблица 2

Значения параметров полета

Параметр полета	Номер варианта			
	1	2	3	4
Время полета, с	8,2531	6,5344	7,4844	6,9531
Расстояние полета, м	1940,7142	2071,5317	2119,2769	2125,3314
Промах, м	46,2591	47,7834	44,4090	35,4288

Результаты моделирования, приведенные в табл. 2, показывают, что характеристики полета непосредственно зависят от значения соответствующего весового коэффициента (a — учитывает влияние факта неприбытия в заданную точку; b — учитывает влияние затрат топлива; d — учитывает влияние конечного состояния). Чем больше значение весового коэффициента, тем меньше значение характеристики полета. Весовой коэффициент c учитывает влияние изменения ускорения, обеспечивающего устойчивый полет БПЛА без радикального изменения его динамических свойств, поэтому соответствующий маршрут полета является наиболее стабильным по сравнению с другими вариантами.

Таким образом, из анализа результатов моделирования можно сделать вывод о том, что с помощью предложенного алгоритма планирования маршрута полета возможно в режиме реального времени высокоэффективно вычислять оптимальный маршрут полета с учетом маневренных свойств БПЛА, а также проводить его обработку путем сглаживания. При этом, регулируя значения соответствующих весовых коэффициентов (a , b , c и d), можно удовлетворить разным требованиям к характеристикам полета.

Заключение. Изучены существующие методы планирования маршрута полета БПЛА по пространственной траектории в условиях городской среды с использованием метода ЧЦЛП. Анализ результатов моделирования показывает, что с помощью предложенного алгоритма планирования маршрута полета возможно в режиме реального времени и высокоэффективно вычислять оптимальный маршрут полета с учетом маневренных свойств БПЛА, а также обрабатывать его сглаживанием. В процессе полета из начальной точки в целевую БПЛА успешно избежал все препятствия, поэтому данный алгоритм

особенно подходит для планирования маршрута полета БПЛА по пространственной траектории в режиме реального времени в городских условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тань Лиго, Фомичев А.В., Лю Ян.* Решение задачи планирования полета малогабаритного беспилотного летательного аппарата в условиях городской среды // Автоматизация и современные технологии. 2015. № 7. С. 19–24.
2. *Тань Лиго, Фомичев А.В.* Планирование траектории беспилотного летательного аппарата при помощи метода управления с прогнозирующими моделями // Труды XXXVIII академических чтений по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. С. 489–494.
3. *Тань Лиго, Фомичев А.В.* Планирование маршрута полета малогабаритных летательных аппаратов в условиях неопределенности в реальном режиме времени // Междунар. науч.-техн. конф. “Информационные системы и технологии” ИСТ–2015, Н. Новгород, 2015. С. 273–276.
4. *Yoshiaki Kuwata.* Real-time Trajectory Design for Unmanned Aerial Vehicles using Receding Horizon Control: the example of the Massachusetts Institute of Technology: Dissertation Ph.D. watered. Sciences, 2003. 151 p.
5. *Richards A.G., How J.P.* Mixed-integer programming for control // Proceedings of the American Control Conference. 2005. Vol. 4. P. 2676–2683.
6. *Jadbabaie A.* Receding Horizon Control of Nonlinear Systems: A Control Lyapunov Function Approach: PhD Dissertation. California Institute of Technology. Pasadena. 2000. 120 p.
7. *Schouwenaars T., Moor B.D., Feron E., How J.* Mixed integer programming for multi-vehicle path planning. Proceedings of the European Control Conference 2001. 2001. P. 2603–2608.
8. *Dunbar W.B., Murray R.M.* Model predictive control of coordinated multi-vehicle formations. Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas. 2002. Vol. 4. P. 4631–4636.
9. *Collection of Chinese weapons* // www.zgjunshi.com: daily Internet edition, 20.07.2010. URL: <http://www.zgjunshi.com/Article/Class38/Class60/Class68/201007/20100729132319.html> (дата обращения 24.05.2015).
10. *Мушенко А.С.* Синергетический синтез законов взаимосвязанного управления продольным движением летательных аппаратов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2006. Т. 61. № 6. С. 222–226.
11. *О возможности построения бесплатформенного управляющего навигационно-гравиметрического комплекса беспилотного летательного аппарата / А.А. Афонин, А.С. Сулаков, Г.Г. Ямашев, Д.А. Михайлин, Л.А. Мирзоян, Д.В. Курмаков* // Электронный журнал “Труды МАИ”. 2013. № 66. URL: <http://mai.ru/publications/index.php?ID=40812> (дата обращения 4.06.2015).
12. *Плотников А.Д.* Математическое программирование: экспресс-курс. Минск: Новое знание, 2007. 171 с.
13. *Ren Bo, Yu Lei, Han Lixun.* On path planning for UAVs based on adaptive ant system algorithm. Electronics Optics and Control. 2007. Vol. 6. No. 14. P. 36–39.

REFERENCES

- [1] Tan Ligu, Fomichev A.V., Liu Yan. Flight planning solution of unmanned aerial vehicle in complex terrain. *Avtomatizaciya i sovremennye tehnologii* [Automation. Modern technology], 2015, no. 7, pp. 19–24 (in Russ.).

- [2] Tan Ligu, Fomichev A.V. Planning trajectory unmanned aerial vehicle using the method of model predictive control. *Tr. XXXVIII akademicheskikh chtenii po kosmonavtike, posvyaschennyh pamyati akademika S.P. Koroleva i drugih vidayuschihsvya otechestvennih uchenih-pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva* [Proc. of the XXXVIII academic Conference on Astronautics Dedicated to the Memory of Academician S.P. Korolev and Other Outstanding Domestic Scientists – the Pioneers of Space Exploration]. Moscow, 2014, pp. 489–494 (in Russ.).
- [3] Tan Ligu, Fomichev A.V. Real-time planning of flight route small unmanned aerial vehicles in conditions of uncertainty. *Mezhdunar nauch.-tehn. konf. "Informacionnie sistemi i tehnologii" IST-2015* [International scientific and technical conference "Information systems and technologies" IST-2015], Nizhny Novgorod, 2015, pp. 273–276 (in Russ.).
- [4] Yoshiaki Kuwata. Real-time Trajectory Design for Unmanned Aerial Vehicles using Receding Horizon Control: the example of the Massachusetts Institute of Technology: Dissertation Ph.D. watered. Sciences, 2003. 151 p.
- [5] Richards A.G., How J.P. Mixed-integer programming for control. *Proceedings of the American Control Conference*, 2005, vol. 4, pp. 2676–2683.
- [6] Jadbabaie A. Receding Horizon Control of Nonlinear Systems: A Control Lyapunov Function Approach: PhD Dissertation. California Institute of Technology. Pasadena, 2000. 120 p.
- [7] Schouwenaars T., Moor B.D., Feron E., How J. Mixed integer programming for multi-vehicle path planning. *Proceedings of the European Control Conference 2001*, 2001, pp. 2603–2608.
- [8] Dunbar W.B., Murray R.M. Model predictive control of coordinated multi-vehicle formations. *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*. Las Vegas, 2002, vol. 4, pp. 4631–4636.
- [9] Collection of Chinese weapons. www.zgjunshi.com: daily Internet edition, 20.07.2010. Available at: <http://www.zgjunshi.com/Article/Class38/Class60/Class68/201007/20100729132319.html> (accessed 24.05.2015).
- [10] Mushenko A.S. Synergetic synthesis of interrelated laws control the longitudinal movement of aircraft. *Izvestiya Yuzhnogo federalnogo universiteta. Tehnicheskie nauki* [News of South Federal University. Engineering Sciences], 2006, vol. 61, no. 6, pp. 222–226 (in Russ.).
- [11] Afonin A.A., Sulakov A.S., Yamashev G.G., Mihailin D.A., Mirzoyan L.A., Kurmakov D.V. About possibility of constructing of strapdown control navigation gravimetric complex UAV. *Trudy MAI. Elektron. Jurnal* [Electronic journal "Trudy MAI"], 2013, no. 66. Available at: <http://mai.ru/publications/index.phpID=40812> (accessed 04.06.2015).
- [12] Plotnikov A.D. Matematicheskoe programmirovaniye: ekspress-kurs [Mathematical programming]. Minsk, Novoe znanie Publ., 2007. 171 p.
- [13] Ren Bo, Yu Lei, Han Lixun. On path planning for UAVs based on adaptive ant system algorithm. *Electronics Optics and Control*, 2007, vol. 6, no. 14, pp. 36–39.

Статья поступила в редакцию 29.10.2015

Тань Лиго — аспирант кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).
 Tan Ligu — post-graduate student of Automatic Control System Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Фомичёв Алексей Викторович — канд. техн. наук, доцент кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Fomichev A.V. — Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of Automatic Control System Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Пробьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Тань Лиго, Фомичёв А.В. Планирование пространственного маршрута полета беспилотного летательного аппарата с использованием методов частично целочисленного линейного программирования // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 2. С. 53–66. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-2-53-66

Please cite this article in English as:

Tan Ligu, Fomichev A.V. The spatial flight route planning of unmanned aerial vehicles using the methods of mixed-integer linear programming. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2016, no. 2, pp. 53–66. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-2-53-66