

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

DOI: 10.18698/0236-3933-2016-1-129-142

УДК 536.2:519.6

## ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОНТАКТНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ШЕРОХОВАТЫХ ТЕЛ В ANSYS

М.В. Мурашов, С.Д. Панин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: murashov@bmstu.ru

*Численное решение задач деформирования двух шероховатых тел и задач контактной теплопроводности затруднено ввиду большого числа параметров вычислительных алгоритмов, значительно влияющих на результаты решения. Задача деформирования нелинейна вследствие упругопластических свойств материалов и изменения геометрии контактирующих шероховатых поверхностей, что также может оказаться препятствием для успешного проведения расчета. Представлены особенности решения задачи контактного деформирования шероховатых тел в программном комплексе ANSYS. Приведен пример решения для участка шероховатости микронных размеров. Рассмотрены возникающие ошибки решателя и влияние сеточного разбиения. Проанализирована необходимость скругления вершин элементов шероховатости. Приведены рекомендации по выбору типов конечных элементов, а также многочисленных параметров комплекса ANSYS для расчетов такого класса задач.*

**Ключевые слова:** контактная тепловая проводимость, шероховатость, метод конечных элементов, упругопластическая деформация, ANSYS.

## NUMERICAL SOLUTION FEATURES FOR CONTACT DEFORMATION PROBLEM OF ROUGH BODIES IN ANSYS

M.V. Murashov, S.D. Panin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: murashov@bmstu.ru

*The numerical solution for deformation problem of two rough bodies and the contact thermal conductance one is difficult because of a large number of computational algorithms parameters significantly affecting the results. The deformation problem is highly nonlinear due to elastic-plastic material properties and geometry change of the contacting rough surfaces which can be an obstacle to successful calculations. The article presents the features of solving the contact deformation problem occurring between rough bodies by means of ANSYS software. The example of solution for a micron-sized roughness domain is given. The solver errors emerging during the solution process are considered as well as the meshing impact. The necessity of asperity rounding is analyzed. The recommendations to choose the finite element types as well as numerous ANSYS options for such calculations are given.*

**Keywords:** thermal contact conductance, roughness, finite element method, elastic-plastic deformation, ANSYS.

В области контакта реальных твердых тел возникает искажение температурного поля, связанное с появлением термического контактного сопротивления вследствие неидеального прилегания шероховатых поверхностей. При описании этого искажения, обратного к появлению термического контактного сопротивления, полагают наличие снижения тепловой проводимости в области контакта от бесконечности до значения, характерного для данного контакта. Тепловая контактная проводимость, в основном, зависит от фактической площади соприкосновения тел. Последняя, в свою очередь, определяется численным решением задачи деформирования для контакта шероховатых поверхностей.

В конструкциях с большим числом контактирующих поверхностей (например, авиационные двигатели, двигатели внутреннего сгорания и др.) достаточно принять одинаковое значение контактной проводимости для групп, состоящих из большого количества поверхностей. Существенной ошибки от этого не будет, так как теплота может альтернативными путями передаваться через множество соседних поверхностей. Индивидуальные значения тепловой контактной проводимости конкретного контакта требуются, как правило, для систем с наличием критических для передачи теплоты контактов (например, объекты точного приборостроения, приборы систем управления, электронной и атомной промышленности).

Проблема контакта особенно актуальна в области микроэлектромеханических устройств (MEMS). За рубежом начали выпускаться научные журналы, освещающие вопросы контакта в таких устройствах: *Journal of Micromechanics and Microengineering* в Великобритании с 1991 г.; *Journal of Microelectromechanical Systems* в США с 1992 г. Так, в электростатических микромоторах для того, чтобы избежать заедания движущихся частей и выхода их из строя, требуется дорогая обработка их поверхностей [1]. В микроэлектромеханических переключателях качество контактирующих поверхностей определяет потери тока и износ устройства [2]. В нанозлектромеханических устройствах (нано-переключатели) шероховатость поверхностей в зазоре определяет изменение действующего напряжения (до 25 %) и электрического контактного сопротивления [3].

Оценка контактной тепловой проводимости всегда представляла собой проблему, возникающую при исследованиях по теплообмену [4]. С позиции практики модель, позволяющая получить максимально достоверные результаты по контактному теплообмену, необходима, в первую очередь, на этапе проектирования будущей конструкции [5]. Для теоретических исследований требуется модель контакта шероховатых тел, охватывающая на современном уровне понимания все возникающие в контакте физические процессы.

Изучением контактной теплопроводности занимаются уже более 100 лет [6–8]. Разработано несколько моделей проводимости теплоты через контакт [9–13]. Однако до настоящего времени отсутствует достоверная методика предсказания параметров контактного теплообмена. При этом возможности эксперимента ограничены и недостаточны [14].

С появлением ЭВМ уже в 1960-е годы начались попытки расчета двумерных моделей представительных областей контактирующих шероховатых поверхностей с профилями, полученными либо с помощью 2D-профилометра, либо стохастическим моделированием [15]. Вследствие недостаточной мощности вычислительной техники даже для таких расчетов в работах [15–17] была предложена методика сведения в рамках упругости контакта двух шероховатых поверхностей к контакту шероховатой поверхности, принимаемой за эквивалентную, с недеформируемой плоскостью. При этом у шероховатой поверхности вводился приведенный модуль упругости. В этом случае контакт предполагался без трения, адгезии, с малыми шагами шероховатости и двумерным [18].

В последние 10 лет приступили к моделированию трехмерного контакта двух шероховатых поверхностей без допущения о контакте с плоскостью [19–21]. Так, в работе [19] с применением конечно-элементного программного комплекса ANSYS решены пространственные задачи деформирования и теплопроводности для контактирующих тел с учетом микрошероховатости, т.е. негладкости самих элементов шероховатости.

Отметим, что численная реализация нелинейных моделей контакта, учитывающих структуру шероховатой поверхности, представляет значительные трудности. Они обусловлены как трудностями сходимости нелинейного решения, так и множеством параметров сеточного построения и контактных алгоритмов, оказывающих существенное влияние на результаты.

В задаче деформирования счет обычно прерывается ввиду искажения сетки или выхода тел из контакта при большом механическом движении одного из контактирующих тел как твердого. Провоцирующими ошибки решателя являются не только требуемые в данном классе задач пластические свойства материала и острые вершины поверхности, но и неверно принятые подходы и заданные параметры, такие, как сильная неоднородность сетки конечных элементов, слишком крупный шаг нагружения, начальные условия контакта и др.

Если не произошло преждевременной остановки расчета по ошибке вычисленная площадь фактического контакта может в несколько раз отличаться от истинного значения. Неверный выбор параметров расчета в программном комплексе ANSYS и (или) неверное разбиение

на конечные элементы приводят не только к известной погрешности геометрической аппроксимации, но и к обнаруженным погрешностям контактного алгоритма.

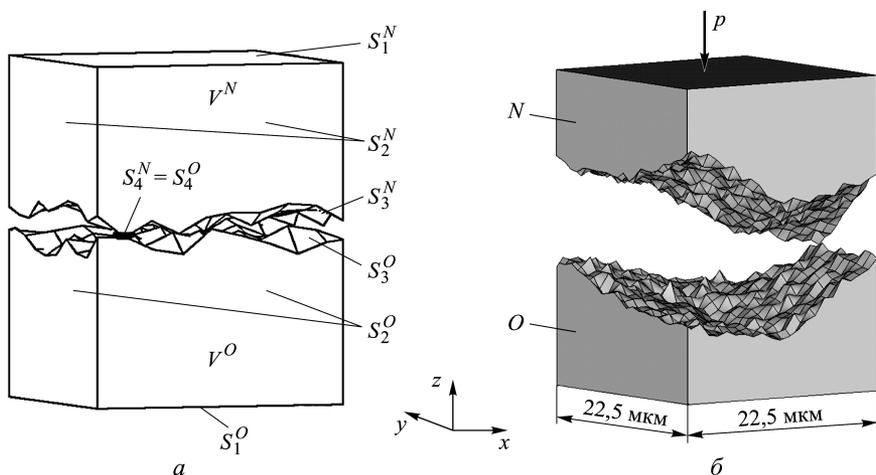
В настоящей статье на основе проведенных многочисленных расчетов предложены меры, дающие возможность получать решение рассматриваемого класса задач в программном комплексе ANSYS. Поведение при расчете может коренным образом меняться при изменении формы поверхностей и тел. Поскольку это изменение проводится обычно редко, а иногда является нежелательным, такой вариант исключения ошибок расчета далее не рассматривается.

**Постановка задачи.** Рассмотрим два контактирующих тела  $N$  и  $O$  объемом  $V^N$  и  $V^O$  размерами  $22,5 \times 22,5 \times 15$  мкм, ограниченные неподвижными поверхностями  $S^N$  и  $S^O$ . Высота тел 15 мкм выбрана на основе предварительных вычислений так, чтобы на верхней и нижней поверхностях перемещения были распределены достаточно равномерно. Тела имеют гладкие внешние поверхности и неидеальный контакт неровных поверхностей (рис. 1, *a*).

Обозначим через  $S_1^N, S_2^N, S_3^N, S_4^N$  части поверхности  $S^N = S_1^N \cup S_2^N \cup S_3^N \cup S_4^N$  и  $S_1^O, S_2^O, S_3^O, S_4^O$  части поверхности  $S^O = S_1^O \cup S_2^O \cup S_3^O \cup S_4^O$ .

Последовательно решается квазистационарная задача первоначального деформирования области контакта под действием внешнего давления с числом шагов постепенного приложения нагрузки, равным 576.

На поверхность  $S_1^N$  тела  $N$  действует внешнее давление  $p = 8$  МПа. Поверхность  $S_1^O$  закреплена от перемещений по оси  $z$ , а поверхности  $S_2^N$  и  $S_2^O$  — от перемещений в ортогональных им направлениях. Трением пренебрегаем.



**Рис. 1. Геометрическая схема (а) и использованная в расчете модель контакта шероховатых тел (б)**

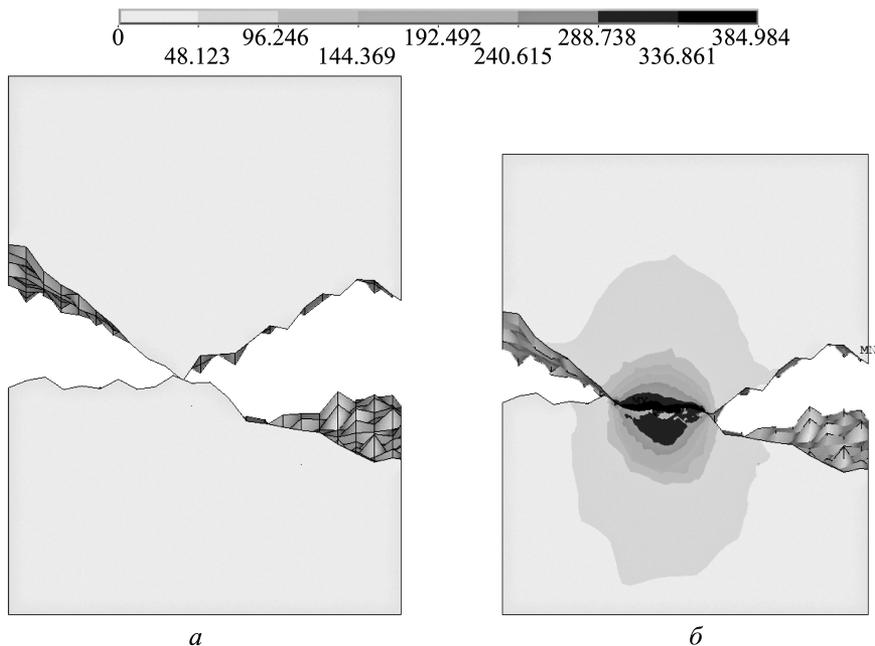
Перейдем к индексным обозначениям осей декартовой системы координат, заменив  $x, y, z$  осями  $x_1, x_2, x_3$ . Используется теория течения и аддитивный подход к формированию приращений деформаций. Математическая модель представляет собой уравнения равновесия, обобщенный закон Гука, закон течения, соотношения Коши, критерий текучести Мизеса, соотношение для расчета контактных давлений расширенного метода Лагранжа, граничные условия

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} = 0; \varepsilon_{ij} &= \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{kk}; d\varepsilon_{ij}^p = s_{ij} d\lambda; \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}); \\ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 &= 2\Phi(\varepsilon^p)^2; \\ p(x_i) = K\delta + \lambda, \quad x_i \in S_4^O; \quad \sigma_{33} = p, \quad x_3 \in S_1^N; \\ u_1(x_2) = 0, \quad u_2(x_1) = 0, \quad x_1, x_2 \in S_2^N + S_2^O; \\ u_i(x_3) = 0, \quad x_3 \in S_1^O, \end{aligned}$$

где  $\sigma_{ij}$  и  $\varepsilon_{ij}$  — декартовы компоненты тензоров напряжений и деформаций;  $u_i$  — компоненты вектора перемещений;  $E$  — модуль Юнга;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера;  $s_{ij}$  — девиатор текущих напряжений;  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  — главные напряжения;  $d\lambda, \lambda$  — множители Лагранжа;  $\Phi(\varepsilon^p)$  — задаваемая функция кривой упрочнения материала;  $p$  — контактное давление;  $K$  — контактная жесткость;  $\delta$  — зазор между контактирующими поверхностями;  $\sigma_{33}$  — компонент тензора напряжений.

Контактирующие поверхности сформированы следующим образом. На ровные поверхности тел, параллельные плоскости  $xy$ , наносится сетка узлов размером  $22 \times 22$ , каждый из которых затем сдвигается по нормали к поверхности на  $0 \dots 5$  мкм в соответствии с масштабированной фрактальной функцией Веерштрасса–Мандельброта [22]. Принятые параметры функции: размер поверхности  $L = 0,0225$  мм; фрактальная шероховатость  $G = 1 \cdot 10^{-6}$  мм; фрактальная размерность  $D = 2,3$ ; масштабный параметр  $\gamma = 1,5$ ; число волн  $M = 10$ ; максимальный номер частоты  $n_{\max} = 17$ ; длина отсечки  $L_s = 1 \cdot 10^{-2}$  мм. Полученная негладкая поверхность, использованная в расчетах, показана на рис. 1, б.

Материал тел медь М2 с модулем упругости  $E = 120$  ГПа и коэффициентом Пуассона  $\mu = 0,38$ . Материал считаем изотропно упрочняющимся, диаграмма пластического деформирования, взятая из работы [23], аппроксимирована мультилинейной кривой с пределом текучести  $\sigma_T = 69,6$  МПа. Поставленная задача решена методом конечных элементов. Для моделирования объема материала использованы изопараметрические конечные элементы SOLID227. Элементами CONTA174 покрыта нижняя поверхность, а TARGE170 — верхняя. Использован контактный алгоритм на основе расширенного метода Лагранжа и не-



**Рис. 2. Форма тел в области контакта до деформирования (а) и рассчитанное поле эквивалентных напряжений, МПа, после деформирования (б)**

линейный тип поведения контакта Standart. Форма тел в контакте до деформирования и рассчитанное поле напряжений после деформации показаны на рис. 2.

**Ошибки решателя ANSYS при расчете.** При мультилинейной кривой нагружения материала ошибки появляются чаще, чем при билинейной. При расчете возможны следующие типы ошибок.

1. Один или более элемент стал очень искажен ... (One or more elements have become highly distorted. . .).

2. Значение перемещения UZ в узле X составляет Y, что превышает заданное предельное значение 1 000 000. Это обычно показывает движение модели как твердого тела вследствие неправильного закрепления (The value of UZ at node X is Y. It is greater than the current limit of 1 000 000. This generally indicates rigid body motion as a result of an unconstrained model).

3. Решение не сходится (Solution is not able to converge).

4. Статус контактного элемента X резко изменился с “в контакте” на “не в контакте” (Contact element X status changes abruptly from contact → no-contact).

Ошибки типа 1 обычно непреодолимы без изменения первоначальной сетки или взаимного расположения поверхностей. Существенно на появление ошибки влияет наличие плохих элементов (shape warning), особенно вблизи контактов. Исключить плохие элементы можно переразбиением сетки. Применение измельчения плохих эле-

ментов сетки (refinement) позволяет уменьшить число плохих элементов, но не до нуля.

При расчете с мелкими элементами в контакте, особенно при неудачном отношении размеров поверхностных и объемных элементов, для исключения остановки расчета по указанной ошибке можно задавать большие шаги приращения нагрузки. При грубом разбиении бывает наоборот.

Иногда помогает небольшое смещение начального положения одной поверхности относительно другой на очень малую величину, например, на несколько нанометров.

С малой вероятностью успеха можно пробовать выполнять расчет с частым сохранением файлов рестарта. При получении ошибки выполнить рестарт с более мелким или наоборот крупным шагом нагружения. Рестарт необходимо выполнять с момента, заметно предшествующего моменту ошибки, чтобы изменения в шагах нагружения могли отразиться на результатах.

Ошибки типа 2 возникают ввиду малой начальной площади соприкосновения контактирующих поверхностей. Начальное взаимное расположение поверхностей должно быть таким, чтобы они касались не точно узел в ребро и не точно узел в узел, а узел в поверхность противоположащего конечного элемента. При этом следует немного (на долю конечного элемента) заглубить вершину одной поверхности в другую, тип начального контакта может оставаться открытым (open). Программа правильно рассчитает смятие, а ошибка не будет появляться. Скругление вершины не требуется.

Вопросы скругления вершин бугорков шероховатости рассмотрены в работе [24], в работах [25, 26] получено, что наличие скругления может существенно изменить площадь фактического контакта. По мнению авторов настоящей статьи, вершины реальных шероховатых поверхностей чаще острые, чем скругленные. Кроме того, скругленные вершины, видимо, более трудоемки в вычислениях и генерации сетки вследствие необходимости измельчать сетку на вершине, а острые вершины не вызывают неустойчивости в счете. Исходя из этого, следует принимать вершины острыми.

Вносить изменения в функции формы конечных элементов, заменив полиномы Лагранжа NURBS или T-сплайнами для приближения конечно-элементной геометрии к геометрии формируемой в CAD-системах, предложено в работе [27]. Наиболее актуально это может быть для областей контакта, когда площадь фактического контакта заметно зависит от точности описания геометрии тела. Аналогичный результат можно получить измельчением сетки в области контакта, что увеличит время расчета, но с ростом производительности ЭВМ актуальность применения сплайнов может снижаться. Кроме того, при

введении сплайнов время вычисления также увеличивается. Применение сплайнов возможно позволит исключить погрешность решения, связанную с отсутствием непрерывности производных на границах конечных элементов. В ближайшей перспективе наиболее вероятно использование сплайнов в методе конечных элементов для создания программ-интерфейсов CAD-FEA.

Малая начальная площадь приводит к механической неустойчивости тела, к которому приложено давление. Ошибку типа 2, возникающую в процессе расчета, следует проигнорировать. Если расчет прерывается (при этом может появиться ошибка типа 1), то необходимо повторить расчет с уменьшенным временным шагом. Иногда такая ошибка не позволяет провести расчет. Тогда можно применить постоянную (constant stabilization) или снижающуюся стабилизацию (reduced stabilization). Последняя в отличие от первой редко дает результат. При этом задается доля потенциальной энергии, рассеянная стабилизирующими силами (energy dissipation ratio), значение которой составляет не более 0,1. На результаты расчета стабилизация обычно влияет незначительно, но беспричинно ее применять не следует.

Ошибка типа 3 свидетельствует о наличии комбинации исходных данных, при которых не может быть достигнута сходимость. Если измельчение шага нагрузки не помогает, то следует пересмотреть выбор параметров алгоритма обработки контакта.

Ошибка типа 4, как правило, связана со слишком большим шагом увеличения нагрузки. Частое появление этой ошибки может предвещать полную остановку расчета. Если расчет не прерывается, то такую ошибку можно игнорировать.

**Рекомендуемые параметры ANSYS.** Тела разбиваются на элементы высокого порядка типа SOLID227 для расчета деформирования и теплопроводности или на 10-узловые тетраэдральные элементы SOLID187 для решения только задачи деформирования. В последнем случае вместо SOLID187 можно использовать аналогичный, но устаревший тип элементов SOLID92. Такая замена может дать более устойчивый расчет, однако потребует примерно в 5 раз больше процессорного времени. Тела с достаточно простыми поверхностями можно пробовать разбивать на 20-узловые гексаэдральные конечные элементы SOLID186, но обязательно с выбором опции элемента Full integration. Гексаэдральные элементы (высокого порядка) могут дать лучшие результаты ввиду отсутствия эффекта повышенной жесткости элементов (shear locking effect) в задаче деформирования [28], аналогом которого являются погрешности вследствие разрыва производных функций формы на стыках элементов в задаче теплопроводности [29].

Логичнее использовать элементы TARGE170 высокого порядка (high order) вместо низкого (low order), однако существенного влияния такой замены на результат расчета замечено не было.

Приведем рекомендованные параметры контакта для расчета.

1. Для определения областей контакта (contact detection) применяется метод нахождения гауссовых точек интегрирования (Gauss integration points). При этом сходимость на каждом шаге нагружения в начале расчета достигалась за 2–8 итераций. Для поверхностей более простой формы, чем шероховатость, правильнее область контакта комплекс ANSYS определяет с использованием режима поиска точек контакта “on nodes from contact”, особенно при высокой контактной жесткости. А для шероховатых поверхностей на основе фрактальной функции Веерштрасса–Мандельброта проводить расчет без сбоев вследствие ошибок позволяет только режим “on Gauss points”.

2. Алгоритмом контакта выбирался Augmented Lagrange method, в котором используется итерационное повторение алгоритма метода штрафа. Другие контактные алгоритмы, такие как Penalty method, MPC algorithm, Lagrange & penalty method, Lagrange method, не позволяют закончить расчет ввиду возникновения ошибок решателя.

3. Для коэффициента контактной жесткости FKN принималось значение по умолчанию, равное единице. Контактная жесткость вычисляется автоматически внутри решателя ANSYS на основе формы контактирующих элементов, модуля упругости и задаваемого пользователем коэффициента контактной жесткости FKN, используемого в качестве параметра штрафа. Чем выше контактная жесткость, тем точнее расчет перемещения узлов поверхности. Однако высокая контактная жесткость не исключает искривления элементов поверхности. В проведенных расчетах увеличение коэффициента контактной жесткости FKN от 1 до 10 и более на фактическую площадь контакта, как правило, существенно не влияло. Достаточным можно полагать, если удастся выполнить расчет при  $FKN = 1$ .

4. Начальное проникание исключается, т.е. параметру Initial penetration присваивается значение Exclude everything.

5. Параметр автоматического регулирования зазора (Automatic contact adjustment) устанавливается на закрытие зазора (Close gap).

6. При выборе несимметричного контакта (параметр Asymmetric contact selection) ошибок меньше. При этом общее число требуемых итераций на несколько процентов ниже. Хотя при сравнимых по твердости материалах поверхностей точнее будет использовать симметричный контакт, когда создается две контактные пары в одной области контакта. В последнем случае необходимо учитывать, что контактное давление будет суммой контактных давлений с элементов CONTA174 каждой поверхности. Отмена выбора Asymmetric contact selection при одной контактной паре на площадь фактического контакта и число элементов в области контакта не влияет.

7. Автоматическое половинное деление шага нагрузки должно быть включено всегда (значение Automatic bisection параметра Element time increment).

8. Контактная жесткость должна пересчитываться на каждой итерации, а не один раз в начале расчета, т.е. параметру Contact stiffness update присваивается значение Each iteration, так как свойства материала тела будут изменяться в процессе расчета вследствие учета больших деформаций и упрочнения, а также с учетом размерного эффекта ISE.

Перемена местами в назначении поверхностей Contact и Target обычно не влияет на результат. Остальные параметры следует оставлять по умолчанию.

Для вывода зависимости площади контакта от доли приложенной нагрузки используется параметр Contacting area инструмента Results Tracking. В последних версиях комплекса ANSYS при запуске расчета из этого инструмента одновременно запускается процесс wish.exe, загружающий полностью одно из ядер процессора. Этот процесс не только снижает вычислительную мощность, но и вычислительную эффективность в результате конфликта ресурсов при запросе программой ANSYS всех ядер процессора. В таком случае производительность шестиядерного процессора находится на уровне производительности при использовании 1–2 ядер. В связи с этим рекомендуется сразу принудительно завершать процесс wish.exe после запуска расчета через инструмент Results Tracking. Следует также учитывать неравномерный рост производительности при увеличении числа используемых ядер (рис. 3).

**Заключение.** Современные программные конечно-элементные комплексы, такие как ANSYS, позволяют решать трехмерные нелинейные задачи деформирования контактирующих шероховатых поверхностей. Трудности такого применения заключаются, в том числе, в необходимости задания пользователем множества значимых параметров расчетных процедур программного комплекса. Предложенные

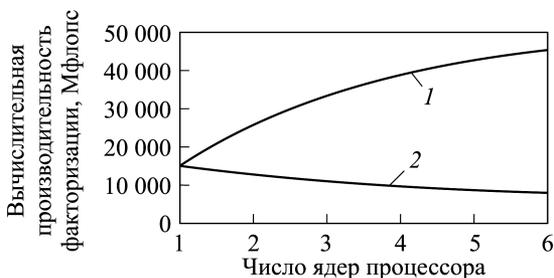


Рис. 3. Зависимость вычислительной производительности факторизации в случае задействования всех ядер (1) и одного ядра (2) от числа ядер для компьютера с шестиядерным процессором Intel (549033 уравнений, 83882 конечных элемента SOLID227)

в настоящей статье рекомендации по заданию этих параметров позволяют уверенно решать задачи контактного деформирования шероховатых тел.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Carbone G., Bottiglione F.* Asperity contact theories: Do they predict linearity between contact area and load? // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. Vol. 56. 2008. P.2555–2572. DOI:10.1016/j.jmps.2008.03.011
2. *Pennec F.* Modelisation du contact metal–metal: Application aux microcommutateurs MEMS RF. PhD Thèse. Université de Toulouse, 2009. 190 p.
3. *A nanomechanical switch for integration with CMOS logic / D.A. Czaplewski, G.A. Patrizi, G.M. Kraus, J.R. Wendt, C.D. Nordquist, S.L. Wolfley, M.S. Baker, M.P. de Boer* // *Journal of Micromechanics and Microengineering*. Vol. 19. No. 8. 2009. P. 1–12. DOI: 10.1088/0960-1317/19/8/085003
4. *Wang A.L., Zhao J.F.* Review of prediction for thermal contact resistance // *Science China. Technological Sciences*. Vol. 53. No. 7. 2010. P. 1798–1808. DOI: 10.1007/s11431-009-3190-6
5. *Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю.* Механический аналог, моделирующий процессы неупругого неизотермического деформирования // *Математическое моделирование и численные методы*. 2014. № 3. С. 25–38.
6. *Ott L.* Untersuchungen zur Frage der Erwärmung elektrischer Maschinen. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, insbedereaus den Laboratorien der technischen Hochschulen, Berlin: Springer, 1906. Н. 35–36. S. 53–107.
7. *Barratt T.* Thermal and electrical conductivities of some of the rarer metals and alloys // *The Physical Society of London Proceedings*. 1914. Vol. 26. Part 5. P. 346–371. DOI: 10.1088/1478-7814/26/1/335
8. *Barratt T.* The magnitude of the thermal resistance introduced at the slightly conical junction of two solids, and its variation with the nature of the surfaces in contact // *The Physical Society of London Proceedings*. 1915. Vol. 28. P. 14–20. DOI: 10.1088/1478-7814/28/1/302
9. *Thompson M.K.* A Multi-Scale Iterative Approach for Finite Element Modelling of Thermal Contact Resistance: PhD thesis, Cambridge, MA, USA: Massachusetts Institute of Technology, 2007. 100 p.
10. *Lee S., Jang Y.H., Kim W.* Effects of nanosized contact spots on thermal contact resistance // *Journal of Applied Physics*, 2008. Vol. 103. 074308, 8 p. DOI: 10.1063/1.2903450
11. *Ciavarella M., Delfino V., Demelio G.* A “re-vitalized” Greenwood and Williamson model of elastic contact between fractal surfaces // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. Vol. 54. Iss. 12. P. 2569–2591. DOI: 10.1016/j.jmps.2006.05.006
12. *Bahrani M., Yovanovich M.M., Culham J.R.* Thermal contact resistance at low contact pressure: Effect of elastic deformation // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2005. Vol. 48. Iss. 16. P. 3284–3293. DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.02.033
13. *Мурашов М.В., Панин С.Д.* Моделирование термического контактного сопротивления // *Труды пятой Российской национальной конференции по теплообмену*. Москва, 25–29 октября 2010. М.: Издательский дом МЭИ. 2010. Т. 7. С. 142–145.
14. *Yovanovich M.M.* Four Decades of Research on Thermal Contact, Gap, and Joint Resistance in Microelectronics // *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, 2005. Vol. 28. No. 2. P. 182–206. DOI: 10.1109/TCAPT.2005.848483
15. *Greenwood J.A., Williamson J.B.P.* Contact of nominally flat surfaces // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1966. Vol. 295. P. 300–319. DOI: 10.1098/rspa.1966.0242

16. Демкин Н.Б. Фактическая площадь касания твердых поверхностей. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 111 с.
17. Крагельский И.В. Трение и износ. М.: Машгиз, 1962. 383 с.
18. Finite element modeling of elasto-plastic contact between rough surfaces / Pei L., Hyun S., Molinari J.F., Robbins M.O. // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53. P. 2385–2409. DOI:10.1016/j.jmps.2005.06.008
19. Мурашов М.В., Панин С.Д. Микромеханика материалов: процессы на шероховатых поверхностях // *Тепловые процессы в технике*. 2010. № 4. С. 164–168.
20. Murashov M.V., Panin S.D. Modeling of thermal contact conductance // *Proceedings of the International heat transfer conference IHTC–14*. August 8–13. 2010. Washington, DC, USA. Vol. 6. P. 387–392. DOI: 10.1115/IHTC14-22616
21. Analysis and modeling for flexible joint interfaces under micro and macro scale / L. Wang, H. Liu, J. Zhang, W. Zhao // *Precision Engineering*, 2013. Vol. 37. Iss. 4. P. 817–824. DOI: 10.1016/j.precisioneng.2013.03.008
22. Yan W., Komvopoulos K. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces // *Journal of Applied Physics*. 1998. Vol. 84. P. 3617–3624. DOI: 10.1063/1.368536
23. Сопротивление деформации и пластичность металлов при обработке давлением / Ю.Г. Калпин, В.И. Перфилов, П.А. Петров, В.А. Рябов, Ю.К. Филиппов. М.: Машиностроение, 2011. 244 с.
24. Thompson M.K., Thompson J.M. Considerations for the Incorporation of Measured Surfaces in Finite Element Models // *Scanning*. 2010. Vol. 32. No. 4. P. 183–198. DOI: 10.1002/sca.20180
25. Kwon O.H., Thompson M.K. The effect of surface smoothing and mesh density for single asperity contact // *Proceedings of the International Conference on Surface Metrology*. 2009. Worcester, MA. 5 p.
26. Kwon O.H. Investigation on the effect of mesh density and surface smoothing for real rough surfaces in contact // M.S. Thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology. Department of Civil and Environmental Engineering, 2009. 93 p.
27. Isogeometric large deformation frictionless contact using T-splines / R. Dimitri, L. De Lorenzis, M.A. Scott, P. Wriggers, R.L. Taylor, G. Zavarise // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2014. Vol. 269. P. 394–414. DOI: 10.1016/j.cma.2013.11.002
28. Wang E., Nelson Th., Rauch R. Back to Elements — Tetrahedra vs. Hexahedra // 2004 International ANSYS Conference. Pittsburg, PA. May 24–26. 2004. 16 p.
29. Панин С.Д., Астрахов А.В., Мурашов М.В. Особенности решения осесимметричной нелинейной нестационарной задачи теплопроводности с подвижной границей методом конечных элементов // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2003. № 6. С. 9–16.

## REFERENCES

- [1] Carbone G., Bottiglione F. Asperity contact theories: Do they predict linearity between contact area and load? *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2008, vol. 56, pp. 2555–2572. DOI:10.1016/j.jmps.2008.03.011
- [2] Pennec F. Modelisation du contact metal–metal: Application aux microcommutateurs MEMS RF. PhD Thèse, Université de Toulouse, 2009. 190 p.
- [3] Czaplewski D.A., Patrizi G.A., Kraus G.M., Wendt J.R., Nordquist C.D., Wolfley S.L., Baker M.S., de Boer M.P. A nanomechanical switch for integration with CMOS logic. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2009, vol. 19, no. 8, pp. 1–12. DOI:10.1088/0960-1317/19/8/085003
- [4] Wang A.L., Zhao J.F. Review of prediction for thermal contact resistance. *Science China. Technological Sciences*, 2010, vol. 53, no. 7, pp. 1798–1808. DOI: 10.1007/s11431-009-3190-6

- [5] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savelyeva I.Yu. Mechanical analog modeling of the inelastic non-isothermal deformation processes. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennyye metody* [Mathematical modeling and Numerical Methods], 2014, no. 3, pp. 25–38 (in Russ.).
- [6] Ott L. Untersuchungen zur Frage der Erwärmung elektrischer Maschinen. *Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, insbedere aus den Laboratorien der technischen Hochschulen*. Berlin, Springer, 1906. H. 35–36, ss. 53–107.
- [7] Barratt T. Thermal and electrical conductivities of some of the rarer metals and alloys. *The Physical Society of London Proceedings*, 1914, vol. 26, part 5, pp. 346–371. DOI: 10.1088/1478-7814/26/1/335
- [8] Barratt T. The magnitude of the thermal resistance introduced at the slightly conical junction of two solids, and its variation with the nature of the surfaces in contact. *The Physical Society of London Proceedings*, 1915, vol. 28, pp. 14–20. DOI: 10.1088/1478-7814/28/1/302
- [9] Thompson M.K. A Multi-Scale Iterative Approach for Finite Element Modelling of Thermal Contact Resistance: PhD. thesis, Cambridge, MA, USA, Massachusetts Institute of Technology, 2007. 100 p.
- [10] Lee S., Jang Y.H., Kim W. Effects of nanosized contact spots on thermal contact resistance. *Journal of Applied Physics*, 2008, vol. 103. 074308. 8 p. DOI: 10.1063/1.2903450
- [11] Ciavarella M., Delfino V., Demelio G. A “re-vitalized” Greenwood and Williamson model of elastic contact between fractal surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2006, vol. 54, iss. 12, pp. 2569–2591. DOI: 10.1016/j.jmps.2006.05.006
- [12] Bahrami M., Yovanovich M. M., Culham J.R. Thermal contact resistance at low contact pressure: Effect of elastic deformation. *Int. J. Heat Mass Transfer.*, 2005, vol. 48, iss. 16, pp. 3284–3293. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.02.033
- [13] Murashov M.V., Panin S.D. Modelling of thermal contact resistance. *Tr. pyatoy Ross. nacionalnoy konf. po teploobmenu* [Proc. of the fifth Russian national conference on heat transfer]. Moscow, MEI Publ., 2010, vol. 7, pp. 142–145 (in Russ.).
- [14] Yovanovich M.M. Four Decades of Research on Thermal Contact, Gap, and Joint Resistance in Microelectronics. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, 2005, vol. 28, no. 2, pp. 182–206. DOI: 10.1109/TCAPT.2005.848483
- [15] Greenwood J.A., Williamson J.B.P. Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1966, vol. 295, pp. 300–319. DOI: 10.1098/rspa.1966.0242
- [16] Demkin N.B. Fakticheskaya ploshad kasaniya tverdh poverhnostey [Real contact area of hard surfaces], Moscow, AN SSSR Publ., 1962, 111 p.
- [17] Kragelskiy I.V. Trenie i iznos [Friction and wear], Moscow, Mashgiz Publ., 1962, 383 p.
- [18] Pei L., Hyun S., Molinari J.F., Robbins M.O. Finite element modeling of elastoplastic contact between rough surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2005, vol. 53, pp. 2385–2409. DOI:10.1016/j.jmps.2005.06.008
- [19] Murashov M.V., Panin S.D. Material micromechanics: the processes on rough surfaces, *Teplovie processi v tehnikе* [Thermal Processes in Engineering], 2010, no. 4, pp. 164–168 (in Russ.).
- [20] Murashov M.V., Panin S.D. Modeling of thermal contact conductance. *Proceedings of the International heat transfer conference IHTC14*, August 8–13, 2010, Washington, DC, USA, vol. 6, pp. 387–392. DOI: 10.1115/IHTC14-22616
- [21] Wang L., Liu H., Zhang J., Zhao W. Analysis and modeling for flexible joint interfaces under micro and macro scale. *Precision Engineering*, 2013, vol. 37, iss. 4, pp. 817–824. DOI: 10.1016/j.precisioneng.2013.03.008
- [22] Yan W., Komvopoulos K. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces. *Journal of Applied Physics*, 1998, vol. 84, pp. 3617–3624. DOI: 10.1063/1.368536

- [23] Kalpin Yu.G., Perfilov V.I., Petrov P.A., Ryabov V.A., Filippov Yu.K. Soprotivlenie deformatsii i plastichnost metallov pri obrabotke davleniem [Resistance to deformation and plasticity of metals treated by pressure], Moscow, Mashinostroenie Publ., 2011, 244 p.
- [24] Thompson M.K., Thompson J.M. Considerations for the Incorporation of Measured Surfaces in Finite Element Models. *Scanning*, 2010, vol. 32, no. 4, pp. 183–198. DOI: 10.1002/sca.20180
- [25] Kwon O.H., Thompson M.K. The effect of surface smoothing and mesh density for single asperity contact. *Proceedings of the International Conference on Surface Metrology*, Worcester, MA, 2009. 5 p.
- [26] Kwon O.H. Investigation on the effect of mesh density and surface smoothing for real rough surfaces in contact. M.S. Thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Department of Civil and Environmental Engineering, 2009. 93 p.
- [27] Dimitri R., De Lorenzis L., Scott M.A., Wriggers P., Taylor R.L., Zavarise G. Isogeometric large deformation frictionless contact using T-splines. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2014, vol. 269, pp. 394–414. DOI:10.1016/j.cma.2013.11.002
- [28] Wang E., Nelson Th., Rauch R. Back to Elements — Tetrahedra vs. Hexahedra. *International ANSYS Conference*, Pittsburg, PA, May 24–26, 2004. 16 p.
- [29] Panin S.D., Astrahov A.V., Murashov M.V. The features of solving an axisymmetric nonlinear nonstationary heat conduction problem with moving boundary using finite element method. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinost.* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2003, no. 6, pp. 9–16 (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 08.06.2015

Мурашов Михаил Владимирович — канд. техн. наук, доцент кафедры “Защита информации” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Murashov M.V. — Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of Information Security department, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Панин Сергей Дмитриевич (1945–2015) — д-р техн. наук, профессор, работал на кафедре “Защита информации” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Panin S.D. (1945–2015) — Dr. Sci. (Eng.), Professor, worked at Information Security department, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

### **Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Мурашов М.В., Панин С.Д. Особенности численного решения задачи контактного деформирования шероховатых тел в ANSYS // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 1. С. 129–142. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-1-129-142

### **Please cite this article in English as:**

Murashov M.V., Panin S.D. Numerical solution features for contact deformation problem of rough bodies in ANSYS. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2016, no. 1, pp. 129–142. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-1-129-142