

DOI: 10.18698/0236-3933-2015-6-3-20

УДК 629.78:517.977.1

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОГРАММНЫХ ЗНАЧЕНИЙ КОМПОНЕНТ ВЕКТОРА УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПРИ ТЕРМИНАЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕННОМ РАЗВОРОТЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Н.Е. Зубов^{1,2}, Е.К. Ли^{2,3}, М.В. Ли¹,
Е.А. Микрин^{1,2}, М.Н. Поклад², В.Н. Рябченко^{1,2}

¹ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, г. Королёв, Московская обл., Рос-
сийская Федерация

e-mail: nezubov@bmstu.ru; nikolay.zubov@rsce.ru

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

³НПО им. С.А. Лавочкина, г. Химки, Московская обл.,
Российская Федерация

Для кинематических уравнений вращательного движения космического аппарата в кватернионах получено аналитическое решение задачи определения программных значений компонент вектора угловой скорости при терминальном пространственном развороте космического аппарата в инерциальной системе координат. С применением ранее предложенного авторами метода решения краевой задачи, основанного на идентификации параметров дискретной модели с использованием модального управления, синтезирован алгоритм решения указанной задачи. На числовых примерах показано, что за 8...10 итераций значения компонент вектора угловой скорости вращения практически сходятся к установившимся (программным) значениям.

Ключевые слова: кинематические уравнения, кватернионы, краевая задача, модальное управление, идентификация.

ALGORITHM FOR COMPUTING PROGRAM VALUES OF ANGULAR VELOCITY VECTOR COMPONENTS DURING SPACECRAFT TERMINAL SPATIAL TURN IN THE INERTIAL COORDINATE SYSTEM

N.E. Zubov^{1,2}, E.K. Li^{2,3}, M.V. Li¹,
E.A. Mikrin^{1,2}, M.N. Poklad², V.N. Ryabchenko^{1,2}

¹S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya,
Korolev, Moscow Region, Russian Federation

e-mail: nezubov@bmstu.ru; nikolay.zubov@rsce.ru

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

³NPO Lavochkin, Khimki, Moscow Region, Russian Federation

For kinematic equations of a spacecraft rotatory motion in quaternions, the authors find an analytical solution to the problem of determining the program values of

*Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-11-00046).

angular velocity vector components during the spacecraft terminal spatial turn in the inertial coordinate system. The authors synthesize an algorithm for solving this problem by applying the method earlier used by them for solving the boundary value problem, which is based on the discrete model parameter identification with the help of a modal control. The numerical examples are used to prove that for 8...10 iterations, the components values of the angular rotational velocity vector almost converge to the steady-state (program) values.

Keywords: kinematic equations, quaternions, boundary value problem, modal control, identification.

Анализ решений поиска оптимального пространственного разворота космического аппарата (КА) [1, 2] показывает, что управление построено следующим образом: вначале идет участок набора угловой скорости, затем полет с постоянной угловой скоростью и участок торможения. Если предположить, что угловая скорость набирается и гасится мгновенно, то задача терминального управления переориентации сводится к определению постоянных значений компонент вектора угловой скорости, обеспечивающих переориентацию за заданное время. Следовательно, если в каждом такте работы бортовой ЭВМ рассчитывать в зависимости от текущей ориентации КА необходимые значения компонент вектора угловой скорости и предусмотреть интервал времени для участка ее гашения, то можно строить совмещенный синтез [3–5] управления переориентацией. Ключевой задачей такого управления является построение алгоритма синтеза программных значений компонент вектора угловой скорости. Решению данной проблемы для терминального пространственного разворота КА в инерциальной системе координат и посвящена настоящая работа.

Кинематические уравнения процесса управления ориентацией КА. В качестве кинематических уравнений процесса управления ориентацией КА будем использовать их запись в кватернионах

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_0 \\ \dot{\lambda}_1 \\ \dot{\lambda}_2 \\ \dot{\lambda}_3 \end{bmatrix} = 0,5 \begin{bmatrix} -\lambda_1\omega_x - \lambda_2\omega_y - \lambda_3\omega_z \\ \lambda_0\omega_x + \lambda_2\omega_z - \lambda_3\omega_y \\ \lambda_0\omega_y + \lambda_3\omega_x - \lambda_1\omega_z \\ \lambda_0\omega_z + \lambda_1\omega_y - \lambda_2\omega_x \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Здесь $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — компоненты угловой скорости КА относительно инерциального пространства; $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — компоненты кватерниона; t_0, t_k — время начала и окончания переориентации.

Аналитическое решение системы (1) при постоянных значениях $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ имеет следующий “спиральный” вид [2]:

$$\begin{bmatrix} \lambda_0(t_k) \\ \lambda_1(t_k) \\ \lambda_2(t_k) \\ \lambda_3(t_k) \end{bmatrix} = \left(\cos \frac{\omega t}{2} \mathbf{I}_4 + \frac{1}{\omega} \sin \frac{\omega t}{2} \mathbf{A} \right) \begin{bmatrix} \lambda_0(t_0) \\ \lambda_1(t_0) \\ \lambda_2(t_0) \\ \lambda_3(t_0) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_x^2(t_0) + \omega_y^2(t_0) + \omega_z^2(t_0)}$; $t = (t_k - t_0)$ — временной интервал;

I_4 — единичная матрица порядка 4;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}.$$

Терминальное модальное управление переориентацией КА.
Для аналитического решения (2) введем обозначения $\mathbf{x}_x(\tau) = [\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ и запишем его следующим образом:

$$\mathbf{x}_x(t_k) = \mathbf{G}(t, \boldsymbol{\omega}, t_k) \mathbf{x}_x(t). \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{G}(t_0, \boldsymbol{\omega}, t_k) = \cos \frac{\omega t}{2} \mathbf{I}_4 + \frac{1}{\omega} \sin \frac{\omega t}{2} \mathbf{A}$.

Построим (условную) дискретную систему следующего вида:

$$\mathbf{x}_p^D(\tau + 1) = \mathbf{A}^D \mathbf{x}_p^D(\tau), \quad \mathbf{y}(\tau) = \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p^D(\tau), \quad (4)$$

где $\tau = 0, 1, 2, \dots, N$ — дискретное время, определяемое на основе ввода на отрезке времени управления $t \in [t_0; t_k]$ равномерной сетки из N интервалов с шагом $h = (t_k - t_0)/N$ так, что $t_\tau = t_0 + \tau h$ и $t_N = t_k$. Прогнозируемый расширенный вектор $\mathbf{x}_p^D(\tau)$ включает в себя компоненты $\mathbf{x}_x(\tau) = \mathbf{x}(\tau)$ и $\boldsymbol{\omega}$, при этом матрицы в (4) имеют вид

$$\mathbf{A}^D = \mathbf{I}_{(n+m) \times (n+m)}, \quad \mathbf{C}_p = \left[\mathbf{I}_{n \times n} \mid \mathbf{0}_{n \times m} \right]. \quad (5)$$

Построим для системы (4) наблюдатель состояния полного ранга. В общем виде он определяется уравнением [3]:

$$\hat{\mathbf{x}}_p^D(\tau + 1) = (\mathbf{A}^D - \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p) \hat{\mathbf{x}}_p^D(\tau) + \mathbf{L}_p \mathbf{y}(\tau). \quad (6)$$

Оценка $\hat{\mathbf{x}}_x(t_k)$ запишется так:

$$\hat{\mathbf{x}}_x(t_k) = \mathbf{G}(t, \boldsymbol{\omega}, t_k) \mathbf{x}_x(t).$$

Линеаризуем функцию $\mathbf{G}(t, \boldsymbol{\omega}, t_k)$ в окрестности $\hat{\boldsymbol{\omega}}$, используя разложение в ряд Тейлора. В результате будем иметь

$$\mathbf{G}(t, \boldsymbol{\omega}, t_k) = \mathbf{G}(t, \hat{\boldsymbol{\omega}}, t_k) + \frac{\partial \mathbf{G}(t, \hat{\boldsymbol{\omega}}, t_k)}{\partial \boldsymbol{\omega}} \tilde{\boldsymbol{\omega}}, \quad (7)$$

где $\frac{\partial \mathbf{G}(t, \hat{\boldsymbol{\omega}}, t_k)}{\partial \boldsymbol{\omega}}$ — матрица Якоби, $\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}}$. Вычисляя далее вектор невязок $\tilde{\mathbf{x}}_x$, получаем

$$\tilde{\mathbf{x}}_x(\tau + 1) = \frac{\partial \mathbf{G}(t, \hat{\boldsymbol{\omega}}, t_k)}{\partial \boldsymbol{\omega}} \tilde{\boldsymbol{\omega}}(\tau). \quad (8)$$

Объединим $\tilde{\mathbf{x}}_x$ и $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ в единый вектор и, используя (6), с учетом (4) получим дискретную модель уравнения невязок

$$\tilde{\mathbf{x}}_p(\tau + 1) = (\mathbf{A}_p^D - \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p) \tilde{\mathbf{x}}_p(\tau), \quad (9)$$

где

$$\mathbf{A}_p^D = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_{n \times n} & \frac{\partial \mathbf{G}(t, \hat{\omega}, t_k)}{\partial \omega} \\ \hline 0 & \mathbf{I}_{m \times m} \end{array} \right]. \quad (10)$$

При выполнении условия полной наблюдаемости Калмана

$$\text{rank} \left[\begin{array}{c} \mathbf{C}_p \\ \hline \mathbf{C}_p \mathbf{A}_p^D \\ \hline \vdots \\ \hline \mathbf{C}_p (\mathbf{A}_p^D)^{n+m-1} \end{array} \right] = n + m, \quad (11)$$

где $m = M_1 + \dots + M_r$, выбором матрицы коэффициентов \mathbf{L}_p при известных матрицах \mathbf{A}_p^D и \mathbf{C}_p всегда можно обеспечить любое заданное размещение внутри круга единичного радиуса на комплексной плоскости \mathbb{C}^{stab} корней характеристического полинома (полюсов) [6]

$$\det(\lambda \mathbf{I}_n - \mathbf{A}_p^D + \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p) \quad (12)$$

или, эквивалентно, собственных значений наблюдателя состояния

$$\text{eig}(\mathbf{A}_p^D - \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p) = \{\lambda_i \in \mathbb{C} : \det(\lambda \mathbf{I}_n - \mathbf{A}_p^D + \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p) = 0\}. \quad (13)$$

В этом случае можно рассмотреть вспомогательную дискретную ММО-систему следующего вида [3]:

$$\boldsymbol{\nu}(\tau + 1) = \bar{\mathbf{A}} \boldsymbol{\nu}(\tau) + \bar{\mathbf{B}} \boldsymbol{\eta}(\tau), \quad \boldsymbol{\eta}(\tau) = -\mathbf{L}_p^T \boldsymbol{\nu}(\tau), \quad (14)$$

где $\boldsymbol{\nu}$ — вектор, имеющий размерность расширенного вектора \mathbf{x}_p ; $\boldsymbol{\eta}$ — вектор входа (управления); $\bar{\mathbf{A}} = (\mathbf{A}_p^D)^T$, $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{C}_p^T$.

Поиск матрицы \mathbf{L}_p в (15), обеспечивающей заданное размещение полюсов (собственных значений), относится к классической задаче модального управления, а в данном случае к задаче терминального управления. Это объясняется тем, что в рассматриваемой постановке задача терминального управления фактически заключается в идентификации (наблюдении) величины требуемого вектора угловой скорости.

Условия полной наблюдаемости здесь являются необходимыми и достаточными для существования решения терминального управления. Для поиска собственно решения, в принципе, можно применять любой из методов модального управления, например, изложенных в [4–11]. Поступим так же, как это сделано в [12], воспользовавшись методом, приведенным в [6].

Введем многоуровневую декомпозицию ММО-системы (15), представляемой парой матриц $(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}})$. Имеем нулевой (исходный) уровень декомпозиции

$$\mathbf{A}_0 = \bar{\mathbf{A}}, \quad \mathbf{B}_0 = \bar{\mathbf{B}}, \quad (15)$$

k -й уровень ($k = \overline{1, J-1}$, $J = \text{ceil}[(n+m)/n] - 1$)

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{B}_{k-1}^\perp \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{B}_{k-1}^{\perp-}, \quad \mathbf{B}_k = \mathbf{B}_{k-1}^\perp \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{B}_{k-1}. \quad (16)$$

Здесь J — конечный уровень декомпозиции; \mathbf{B}_k^\perp — аннулятор (делитель нуля) матрицы \mathbf{B}_k , т.е. $\mathbf{B}_k^\perp \mathbf{B}_k = 0$; $\mathbf{B}_k^{\perp-}$ — 2-полуобратная матрица для \mathbf{B}_k^\perp [5, 6], т.е. матрица, удовлетворяющая условиям регулярности

$$\mathbf{B}_k^\perp \mathbf{B}_k^{\perp-} \mathbf{B}_k^\perp = \mathbf{B}_k^\perp, \quad \mathbf{B}_k^{\perp-} \mathbf{B}_k^\perp \mathbf{B}_k^{\perp-} = \mathbf{B}_k^{\perp-}. \quad (17)$$

Тогда, в соответствии с [6], искомая матрица $\mathbf{L} = \mathbf{L}_0 \in \mathbb{R}^{m \times n}$, обеспечивающая точное размещение полюсов $\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}_0 \mathbf{L}_0$, вычисляется по рекурсивным формулам:

$$\mathbf{L}_J = \mathbf{B}_J^+ \mathbf{A}_J - \Phi_J \mathbf{B}_J^+, \quad (18)$$

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{B}_k^- \mathbf{A}_k - \Phi_k \mathbf{B}_k^-, \quad \mathbf{B}_k^- = \mathbf{L}_{k+1} \mathbf{B}_k^\perp + \mathbf{B}_k^+, \quad k = \overline{0, J-1}, \quad (19)$$

где \mathbf{B}_k^+ — псевдообратная матрица Мура–Пенроуза для \mathbf{B}_k .

Это действительно так, поскольку все элементы множества собственных значений матриц

$$\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}_0 \mathbf{L}_0, \quad \mathbf{A}_p^D - \mathbf{L}_0^T \mathbf{C}_p = \mathbf{A}_p^D - \mathbf{L}_p^T \mathbf{C}_p$$

совпадают с собственными значениями заданных устойчивых матриц Φ_k в (19), (20) (т.е. заданных собственных значений, лежащих внутри единичного круга на комплексной плоскости \mathbb{C}^{stab}):

$$\text{eig}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}_0 \mathbf{L}_0) = \text{eig}(\mathbf{A}_p^D - \mathbf{L}_0^T \mathbf{C}_p) = \bigcup_J \text{eig}(\Phi_k).$$

Описанный алгоритм предполагает, что матрицы \mathbf{B}_i в формулах (18)–(20) имеют полный ранг по столбцам, что в общем случае может не выполняться. В случае, если некоторые матрицы \mathbf{B}_i не являются матрицами полного ранга по столбцам (имеют дефект, либо ранг по строкам превышает ранг по столбцам), то воспользоваться алгоритмом напрямую нельзя. Он должен быть доработан следующим образом.

Хорошо известно, что любая числовая матрица неполного ранга путем внешнего произведения может быть “скелетно” разложена на две (неединственные [6]) матрицы полного ранга, например, следующего вида:

$$\mathbf{B}_i = \widehat{\mathbf{B}}_i \mathbf{T}. \quad (20)$$

Если приведенный алгоритм после появления дефекта ранга “перезапустить”, но уже для пары матриц $(\mathbf{A}_i, \widehat{\mathbf{B}}_i)$, то в результате появится новый $(i-1)$ -й уровень декомпозиции

$$\mathbf{A}_{i,i-1} = \mathbf{A}_i, \quad \mathbf{B}_{i,i-1} = \widehat{\mathbf{B}}_i, \quad (21)$$

а после вычисления $B_{i,i-1}^\perp$ — следующий i -й уровень декомпозиции:

$$A_{i,i} = B_{i,i-1}^\perp A_i B_{i,i-1}^{\perp T}, \quad B_{i,i} = B_{i,i-1}^\perp A_i B_{i,i-1}, \quad (22)$$

где матрица $B_{i,i}$ не имеет дефекта (что и требовалось получить).

Известно [6], что регулятор \widehat{L}_i , заданным образом размещающий полюса управляемой пары матриц (A_i, B_i) , т.е.

$$\text{eig}(A_i + \widehat{B}_i \widehat{L}_i) \subset \mathbb{C}^{\text{stab}}, \quad (23)$$

обеспечивает в преобразованном виде $T_i^+ \widehat{L}_i^T$ такое же размещение полюсов исходной пары матриц (A_i, B_i) , т.е.

$$\text{eig}(A_i + B_i T_i^+ \widehat{L}_i) = \text{eig}(A_i + \widehat{B}_i \widehat{L}_i) \subset \mathbb{C}^{\text{stab}}. \quad (24)$$

Обобщая сказанное, можно сформулировать следующие рекомендации по использованию алгоритма. При нарушении на каком-либо уровне декомпозиции (пусть даже и нулевом) полноты ранга по столбцам или при превышении ранга по строкам ранга по столбцам матриц B_i , необходимо выполнить “скелетное” разложение вида

$$B_i = \widehat{B}_i T_i, \quad (25)$$

затем “перезапустить” алгоритм с текущего уровня декомпозиции и найти регулятор \widehat{L}_i для управляемой пары матриц (A_i, \widehat{B}_i) . При этом будет выполняться условие

$$\text{eig}(A_i + B_i T_i^+ \widehat{L}_i) = \text{eig}(A_i + \widehat{B}_i \widehat{L}_i), \quad (26)$$

где $T_i T_i^+ = I$.

Перезапускать алгоритм необходимо при каждом новом нарушении полноты ранга матриц.

Подытоживая сказанное, сформулируем, используя модальное управление, алгоритм решения задачи определения компонент вектора угловой скорости вращения КА в процессе терминального управления переориентацией. Он заключается в следующем.

1. Используется аналитическое решение кинематических уравнений вращательного движения КА.

2. Задается время, за которое должна быть проведена переориентация (следует заметить, что оно не может быть меньше некоторого минимального значения, при котором существует решение задачи терминального управления).

3. Строятся модели: условная — (4) и идентификационная — (10).

4. Задаются начальные значения оценок $\widehat{\omega}$. На их основе, в соответствии с (7), определяются оценки вектора состояния x_x и тем

самым формируются начальные условия для разностного дискретного уравнения невязок (10).

5. С помощью метода модального управления [6], определяемого выражениями (16)–(27), решается задача поиска управления вспомогательной системы (15), в результате которой находится матрица L_p^T коэффициентов обратной связи наблюдателя.

6. С использованием значений L_p^T на основании (6) находятся новые оценки вектора $\hat{\omega}$ и далее в соответствии с (7) новые оценки прогнозируемого вектора состояния \hat{x}_x .

Решение задачи определения компонент вектора угловой скорости вращения КА в процессе терминального управления переориентацией. Воспользуемся идентификационной моделью вида (2). В этом случае матрица A_p^D , входящая в уравнение невязок (10), будет равна

$$A_p^D = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & b_{31} & b_{32} & b_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b_{41} & b_{42} & b_{43} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right], \quad C_p^T = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \quad (27)$$

где

$$b_{11} = \left(\begin{array}{l} \frac{\omega_x \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{11}}{\omega^3} - \frac{\lambda_{01} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} - \\ - \frac{t\omega_x \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{11}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{00} t\omega_x \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{array} \right);$$

$$b_{21} = \left(\begin{array}{l} -\frac{\omega_x \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{21}}{\omega^3} + \frac{\lambda_{00} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} + \\ + \frac{t\omega_x \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{21}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{01} t\omega_x \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{array} \right);$$

$$b_{31} = \left(\begin{aligned} & -\frac{\omega_x \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{31}}{\omega^3} + \frac{\lambda_{03} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} + \\ & + \frac{t\omega_x \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{31}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{02}t\omega_x \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{aligned} \right);$$

$$b_{41} = \left(\begin{aligned} & -\frac{\omega_x \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{41}}{\omega^3} - \frac{\lambda_{02} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} + \\ & + \frac{t\omega_x \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{41}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{03}t\omega_x \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{aligned} \right);$$

$$b_{12} = \left(\begin{aligned} & \frac{\omega_y \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{12}}{\omega^3} - \frac{\lambda_{02} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} - \\ & - \frac{t\omega_y \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{12}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{00}t\omega_y \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{aligned} \right);$$

$$b_{22} = \left(\begin{aligned} & -\frac{\omega_y \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{22}}{\omega^3} - \frac{\lambda_{03} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} + \\ & + \frac{t\omega_y \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{22}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{01}t\omega_y \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{aligned} \right);$$

$$b_{32} = \left(\begin{aligned} & -\frac{\omega_y \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{32}}{\omega^3} + \frac{\lambda_{00} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} + \\ & + \frac{t\omega_y \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{32}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{02}t\omega_y \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{aligned} \right);$$

$$b_{42} = \left(\begin{array}{l} \frac{\omega_y \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{42}}{\omega^3} + \frac{\lambda_{01} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} + \\ + \frac{t\omega_y \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{42}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{03} t\omega_y \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{array} \right);$$

$$b_{13} = \left(\begin{array}{l} \frac{\omega_z \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{31}}{\omega^3} - \frac{\lambda_{03} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} - \\ - \frac{t\omega_z \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{31}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{00} t\omega_z \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{array} \right);$$

$$b_{23} = \left(\begin{array}{l} \frac{\omega_z \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) \cdot a_{23}}{\omega^3} + \frac{\lambda_{02} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} + \\ + \frac{t\omega_z \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{23}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{01} t\omega_z \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{array} \right);$$

$$b_{33} = \left(\begin{array}{l} \frac{\omega_z \sin\left(\frac{\omega \cdot t}{2}\right) a_{33}}{\omega^3} - \frac{\lambda_{01} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} + \\ - \frac{t\omega_z \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{33}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{02} t\omega_z \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{array} \right);$$

$$b_{43} = \left(\begin{array}{l} \frac{\omega_z \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{43}}{\omega^3} + \frac{\lambda_{00} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\omega} + \\ + \frac{t\omega_z \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) a_{43}}{2\omega^2} - \frac{\lambda_{03} t\omega_z \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{2\omega} \end{array} \right).$$

Применим изложенный ранее подход к решению задачи идентификации вектора угловой скорости. Для этого сначала определим число уровней декомпозиции. В рассматриваемом случае размерность подпространства состояний, описывающих вспомогательную систему (10), равна $n = 7$, размерность векторов управления $m = 4$, при этом число уровней декомпозиции определяется функцией

$$J = \text{ceil} \left(\frac{N}{r} \right) - 1 = \text{ceil} \left(\frac{7}{4} \right) - 1 = 2 - 1 = 1.$$

Отсюда следует, что можно ограничиться двумя уровнями декомпозиции: нулевым (исходным) и первым.

В соответствии с (15) и на основании (4) имеем

$$\bar{\mathbf{A}} = (\mathbf{A}_p^D)^T = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline b_{11} & b_{21} & b_{31} & b_{41} & 1 & 0 & 0 \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} & b_{42} & 0 & 1 & 0 \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} & b_{43} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right], \quad \bar{\mathbf{B}} = \mathbf{C}_p^T = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Согласно (16) нулевой уровень декомпозиции для рассматриваемой системы имеет вид $\mathbf{A}_0 = \bar{\mathbf{A}}$, $\mathbf{B}_0 = \bar{\mathbf{B}}$.

Для нахождения первого уровня декомпозиции вычисляем матрицу-аннулятор и 2-полуобратную матрицу. Имеем

$$\mathbf{B}_0^\perp = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right], \quad \mathbf{B}_0^{\perp-} = \mathbf{B}_0^{\perp T}.$$

Далее в соответствии с (17) получим

$$\mathbf{A}_1 = \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right], \quad \mathbf{B}_1 = \left[\begin{array}{cccc} b_{11} & b_{21} & b_{31} & b_{41} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} & b_{42} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} & b_{43} \end{array} \right].$$

Анализ матрицы \mathbf{B}_1 показывает, что ее ранг по строкам превышает ранг по столбцам ($4 > 3$). Выполнение “скелетного” разложения в соответствии с (21)–(23) дает

$$\widehat{\mathbf{B}}_1 = \left[\begin{array}{ccc} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} \end{array} \right],$$

где

$$l_{11} = \frac{b_{22}b_{33} - b_{23}b_{32}}{c}; \quad l_{12} = -\frac{b_{21}b_{33} - b_{23}b_{31}}{c}; \quad l_{13} = \frac{b_{21}b_{32} - b_{22}b_{31}}{c};$$

$$l_{21} = -\frac{b_{12}b_{33} - b_{13}b_{32}}{c}; l_{22} = \frac{b_{11}b_{33} - b_{13}b_{31}}{c}; l_{23} = -\frac{b_{11}b_{32} - b_{12}b_{31}}{c};$$

$$l_{31} = \frac{b_{12}b_{23} - b_{13}b_{22}}{c}; l_{32} = -\frac{b_{11}b_{23} - b_{13}b_{21}}{c}; l_{33} = \frac{b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}}{c};$$

$$l_{41} = l_{42} = l_{43} = 0;$$

$$c = b_{11}b_{22}b_{33} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - b_{13}b_{22}b_{31}.$$

Зададим далее матрицу Φ_1 в следующем (диагональном) виде:

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} f_{11} & 0 & 0 \\ 0 & f_{12} & 0 \\ 0 & 0 & f_{13} \end{bmatrix} = \text{diag} (f_{11} \quad f_{12} \quad f_{13}).$$

Тогда, выполняя вычисления по формулам, представленным ранее, с учетом матриц (16)–(20) получаем

$$\widehat{L}_1 = \Phi_1 - A_1 = \begin{bmatrix} f_{11} - 1 & 0 & 0 \\ 0 & f_{12} - 1 & 0 \\ 0 & 0 & f_{13} - 1 \end{bmatrix},$$

$$L_1 = \widehat{B}_1 \widehat{L}_1 = \begin{bmatrix} l_{11}(f_{11} - 1) & l_{12}(f_{12} - 1) & l_{13}(f_{13} - 1) \\ l_{21}(f_{11} - 1) & l_{22}(f_{12} - 1) & l_{23}(f_{13} - 1) \\ l_{31}(f_{11} - 1) & l_{32}(f_{12} - 1) & l_{33}(f_{13} - 1) \\ l_{41}(f_{11} - 1) & l_{42}(f_{12} - 1) & l_{43}(f_{13} - 1) \end{bmatrix}.$$

Для нулевого уровня декомпозиции при задании Φ_0 в виде

$$\Phi_0 = \text{diag} (f_{01} \quad f_{02} \quad f_{03} \quad f_{04})$$

будем иметь

$$B_0^- = B_0^+ - L_0 B_0^+ =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -l_{11}(f_{11} - 1) & -l_{12}(f_{12} - 1) & -l_{13}(f_{13} - 1) \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -l_{21}(f_{11} - 1) & -l_{22}(f_{12} - 1) & -l_{23}(f_{13} - 1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -l_{31}(f_{11} - 1) & -l_{32}(f_{12} - 1) & -l_{33}(f_{13} - 1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -l_{41}(f_{11} - 1) & -l_{42}(f_{12} - 1) & -l_{43}(f_{13} - 1) \end{bmatrix},$$

$$L_0 = \Phi_0 B_0^- - B_0^- A_0 = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{34} & k_{36} & k_{37} \\ k_{41} & k_{42} & k_{34} & k_{44} & k_{35} & k_{46} & k_{47} \end{bmatrix},$$

где

$$k_{11} = f_{01} + b_{11}l_{11}(f_{11} - 1) + b_{12}l_{12}(f_{12} - 1) + b_{13}l_{13}(f_{13} - 1) - 1;$$

$$k_{12} = b_{21}l_{11}(f_{11} - 1) + b_{22}l_{12}(f_{12} - 1) + b_{23}l_{13}(f_{13} - 1);$$

$$k_{13} = b_{31}l_{11}(f_{11} - 1) + b_{32}l_{12}(f_{12} - 1) + b_{33}l_{13}(f_{13} - 1);$$

$$\begin{aligned}
k_{14} &= b_{41}l_{11}(f_{11} - 1) + b_{42}l_{12}(f_{12} - 1) + b_{43}l_{13}(f_{13} - 1); \\
k_{15} &= -l_{11}(f_{01} - 1)(f_{11} - 1); \\
k_{16} &= -l_{12}(f_{01} - 1)(f_{12} - 1); \\
k_{17} &= -l_{13}(f_{01} - 1)(f_{13} - 1); \\
k_{21} &= b_{11}l_{21}(f_{11} - 1) + b_{12}l_{22}(f_{12} - 1) + b_{13}l_{23}(f_{13} - 1); \\
k_{22} &= f_{02} + b_{21}l_{21}(f_{11} - 1) + b_{22}l_{22}(f_{12} - 1) + b_{23}l_{23}(f_{13} - 1) - 1; \\
k_{23} &= b_{31}l_{21}(f_{11} - 1) + b_{32}l_{22}(f_{12} - 1) + b_{33}l_{23}(f_{13} - 1); \\
k_{24} &= b_{41}l_{21}(f_{11} - 1) + b_{42}l_{22}(f_{12} - 1) + b_{43}l_{23}(f_{13} - 1); \\
k_{25} &= -l_{21}(f_{02} - 1)(f_{11} - 1); \\
k_{26} &= -l_{22}(f_{02} - 1)(f_{12} - 1); \\
k_{27} &= -l_{23}(f_{02} - 1)(f_{13} - 1); \\
k_{31} &= b_{11}l_{31}(f_{11} - 1) + b_{12}l_{32}(f_{12} - 1) + b_{13}l_{33}(f_{13} - 1); \\
k_{32} &= b_{21}l_{31}(f_{11} - 1) + b_{22}l_{32}(f_{12} - 1) + b_{23}l_{33}(f_{13} - 1); \\
k_{33} &= f_{03} + b_{31}l_{31}(f_{11} - 1) + b_{32}l_{32}(f_{12} - 1) + b_{33}l_{33}(f_{13} - 1) - 1; \\
k_{34} &= b_{41}l_{31}(f_{11} - 1) + b_{42}l_{32}(f_{12} - 1) + b_{43}l_{33}(f_{13} - 1); \\
k_{35} &= -l_{31}(f_{03} - 1)(f_{11} - 1); \\
k_{36} &= -l_{32}(f_{03} - 1)(f_{12} - 1); \\
k_{37} &= -l_{33}(f_{03} - 1)(f_{13} - 1); \\
k_{41} &= b_{11}l_{41}(f_{11} - 1) + b_{12}l_{42}(f_{12} - 1) + b_{13}l_{43}(f_{13} - 1); \\
k_{42} &= b_{21}l_{41}(f_{11} - 1) + b_{22}l_{42}(f_{12} - 1) + b_{23}l_{43}(f_{13} - 1); \\
k_{43} &= b_{31}l_{41}(f_{11} - 1) + b_{32}l_{42}(f_{12} - 1) + b_{33}l_{43}(f_{13} - 1); \\
k_{43} &= f_{04} + b_{41}l_{41}(f_{11} - 1) + b_{42}l_{42}(f_{12} - 1) + b_{43}l_{43}(f_{13} - 1); \\
k_{45} &= -l_{41}(f_{04} - 1)(f_{11} - 1); \\
k_{46} &= -l_{42}(f_{04} - 1)(f_{12} - 1); \\
k_{47} &= -l_{43}(f_{04} - 1)(f_{13} - 1);
\end{aligned}$$

В соответствии с (6) уравнение оценки компонент вектора ω запишется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \hat{\omega}_x \\ \hat{\omega}_y \\ \hat{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{x0} \\ \hat{\omega}_{y0} \\ \hat{\omega}_{z0} \end{bmatrix} + \mathbf{L}_\omega^\top \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_4 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Здесь

$$\mathbf{L}_\omega^\top = \begin{bmatrix} k_{15} & k_{25} & k_{35} & k_{45} \\ k_{16} & k_{26} & k_{36} & k_{37} \\ k_{17} & k_{27} & k_{37} & k_{47} \end{bmatrix},$$

а индексом “0” обозначены значения предыдущего такта вычислений.

Пример. Рассмотрим числовой пример переориентации КА. Предположим, что начальная ориентация КА в инерциальной системе координат характеризуется следующими значениями углов рассогласо-

вания:

$$\begin{bmatrix} \psi \\ \theta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,7 \\ 0,7 \\ 0,7 \end{bmatrix} \text{ рад,}$$

что соответствует приведенным далее значениям фазовых координат

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,7886 \\ 0,413 \\ 0,413 \\ 0,1921 \end{bmatrix}.$$

Поставим задачу перевода КА из заданной ориентации в конечную $\lambda_0 = 1, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ за время $t_k - t_0 = 10$ с. В качестве начальных оценок $\hat{\omega}$ примем значения $\omega_x = 0,01$ рад/с, $\omega_y = \omega_z = -0,01$ с⁻¹.

Для получения максимальной скорости сходимости оценки угловой скорости $\hat{\omega}$ значения всех полюсов $f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{04}, f_{01}, f_{02}, f_{03}$ примем равными нулю. В этом случае, как показали результаты моделирования, все компоненты угловой скорости вращения КА за восемь итераций ($i = 8$) практически сходятся к установившимся (постоянным) значениям. Графики значений оценок $\hat{\omega}$ и величин промаха компонент кватерниона переориентации на каждом такте представлены на рис. 1 и 2.

Также было проведено моделирование с различными значениями угловых рассогласований и времени переориентации. Угловое рассогласование задавалось одинаковым по всем углам. Результаты моделирования, представленные в таблице, показали, что число итераций при самых неблагоприятных условиях не превышает десяти ($i = 10$).

Таким образом, за один такт работы бортовой вычислительной машины в зависимости от поступления новой информации об угловом

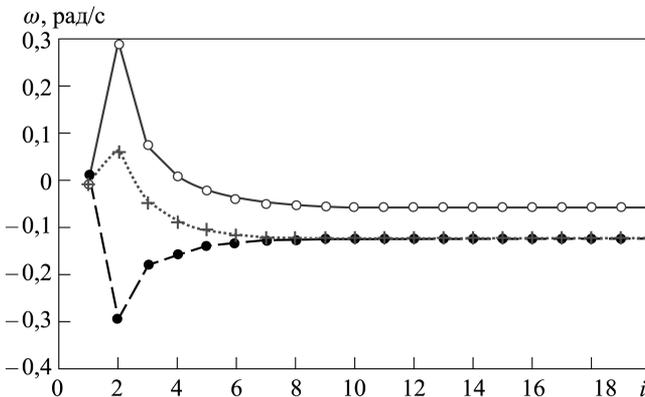


Рис. 1. График изменения оценок вектора угловой скорости от числа итераций:

—●— ω_x ; —□— ω_y ; —○— ω_z

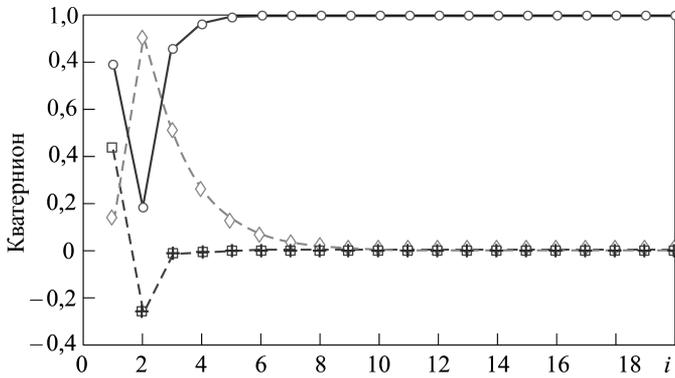


Рис. 2. График зависимости кватерниона промаха от числа итераций:

—○— q_0 ; —□— q_1 ; —*— q_2 ; —◇— q_3

положении КА можно сформировать новые значения требуемой угловой скорости, и тем самым осуществить совмещенный синтез управления [3].

Закключение. С применением подхода, изложенного в [13], получено аналитическое решение задачи определения программных значений компонент вектора угловой скорости при терминальном пространственном развороте КА в инерциальной системе координат. С использованием методов модального управления синтезирован

Число итераций, необходимое для достижения значения менее $\varepsilon = 0,005$ нормой элементов $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ кватерниона промаха $\sigma = \psi = \theta = \gamma$

σ , рад	t , с								
	5	6	9	10	12	13	15	18	19
0,0250	4	0	3	0	0	2	0	0	2
0,0500	5	4	2	2	2	0	0	2	0
0,1500	7	5	4	4	4	3	3	3	3
0,2250	7	6	5	5	4	4	4	4	4
0,2500	8	6	5	5	4	4	4	4	4
0,2750	8	6	5	5	5	5	4	4	4
0,3750	8	7	6	6	5	5	5	5	5
0,4000	9	7	6	6	5	5	5	5	5
0,4750	9	7	6	6	6	6	5	5	5
0,5500	9	7	7	6	6	6	6	5	5
0,6250	9	8	7	7	6	6	6	6	6
0,6750	10	8	7	7	7	6	6	6	6
0,7000	10	8	7	7	7	7	6	6	6
0,7500	10	8	7	7	7	7	7	6	6
0,8000	10	8	8	7	7	7	7	6	6
0,9000	10	9	8	8	7	7	7	7	7
0,9500	10	9	8	8	8	8	7	7	7
1,0000	10	9	8	8	8	8	7	7	7

алгоритм решения данной краевой задачи. На числовых примерах показано, что за 8...10 итераций значения компонент вектора угловой скорости вращения практически сходятся к установившимся (программным) значениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зубов Н.Е.* Алгоритмическое обеспечение автоматического режима орбитальной ориентации космического аппарата // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1990. № 2. С. 193–202.
2. *Зубов Н.Е.* Оптимальное управление терминальной переориентации КА на основе алгоритма с прогнозирующей моделью // Космические исследования. 1991. Т. 29. № 3. С. 340–350.
3. *Справочник по теории автоматического управления* / под ред. А.А. Красовского. М.: Наука, 1987.
4. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш.* Идентификация положения равновесной ориентации международной космической станции как задача матричного пополнения с устойчивостью // Изв. РАН. ТиСУ. 2012. № 2. С. 130–144.
5. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н.* Применение адаптивного полосового фильтра в качестве наблюдателя в контуре управления международной космической станции // Изв. РАН. ТиСУ. 2012. № 4. С. 88–100.
6. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш.* Применение алгоритма точного размещения полюсов при решении задач наблюдения и идентификации в процессе управления движением космического аппарата // Изв. РАН. ТиСУ. 2013. № 1. С. 135–151.
7. *Воробьева Е.А., Зубов Н.Е., Микрин Е.А.* Синтез стабилизирующего управления космическим аппаратом на основе обобщенной формулы Аккермана // Изв. РАН. ТиСУ. 2011. № 1. С. 96–106.
8. *Богачев А.В., Воробьева Е.А., Зубов Н.Е.* Разгрузка кинетического момента инерционных исполнительных органов космического аппарата в канале тангажа // Изв. РАН. ТиСУ. 2011. № 3. С. 132–139.
9. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш.* Синтез развязывающих законов стабилизации орбитальной ориентации космического аппарата // Изв. РАН. ТиСУ. 2012. № 1. С. 92–108.
10. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш.* Модификация метода точного размещения полюсов и его применение в задачах управления движением космического аппарата // Изв. РАН. ТиСУ. 2013. № 2. С. 118–132.
11. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н.* Синтез законов управления космическим аппаратом, обеспечивающих оптимальное размещение полюсов замкнутой системой управления // Изв. РАН. ТиСУ. 2012. № 3. С. 98–111.
12. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н., Олейник А.С., Ефанов Д.Е.* Оценка угловой скорости космического аппарата в режиме орбитальной стабилизации по результатам измерений датчика местной вертикали // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2014. № 5. С. 3–15.
13. *Терминальное релейно-импульсное управление линейными стационарными динамическими системами* / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов, А.С. Олейник, В.Н. Рябченко // Изв. РАН. ТиСУ. 2014. № 3. С. 134–148.

REFERENCES

- [1] Zubov N.E. Algorithmic implementation of an automatic regime for orbital orientation of a spacecraft. *Soviet journal of computer and systems sciences*, 1990, vol. 28 (6), pp. 143–151.

- [2] Zubov N.E. Optimal control of spacecraft terminal orientation on the basis of an algorithm with a predicting model. *Cosmic Res.*, vol. 29, no. 3, pp. 340–350 (in Russ.).
- [3] Krasovskiy A.A., ed. Handbook of Automatic Control Theory. Moscow, Nauka Publ., 1987.
- [4] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Timakov S.N., Cheremnykh E.A. Identification of the Position of an Equilibrium Attitude of the International Space Station as a Problem of Stable Matrix Completion. *J. Computer and Systems Sciences International*, 2012, vol. 51, pp. 291–305.
- [5] Zubov N.E., Mikrin E.A., Ryabchenko V.N., et al. The Use of an Adaptive Bandpass Filter as an Observer in the Control Loop of the International Space Station. *J. Computer and Systems Sciences International*, 2012, vol. 51, pp. 560–572.
- [6] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Timakov S.N. The Use of the Exact Pole Placement Algorithm for the Control of Spacecraft Motion. *J. Computer and Systems Sciences International*, 2013, vol. 52, pp. 129–144.
- [7] Zubov N.E., Vorob'eva E.A., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Timakov S.N. Synthesis of Stabilizing Spacecraft Control Based on Generalized Ackermann's Formula. *J. of Computer and Systems Sciences International*, 2011, vol. 50, pp. 93–103.
- [8] Bogachev A.V., Vorob'eva E.A., Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Timakov S.N. Unloading Angular Momentum for Inertial Actuators of a Spacecraft in the Pitch Channe. *J. Computer and Systems Sciences International*, 2011, vol. 50, pp. 483–490.
- [9] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. Synthesis of decoupling laws for attitude stabilization of a spacecraft. *J. Computer and Systems Sciences International*, 2012, vol. 51, pp. 80–96.
- [10] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. Modification the Exact Pole Placement Method and its Application for the Control of Spacecraft Motion. *J. of Computer and Systems Sciences International*, 2013, vol. 52, pp. 279–292.
- [11] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., and Ryabchenko V.N. Synthesis of Controls for a Spacecraft that Optimize the Pole Placement of the Closed Loop Control System. *J. Computer and Systems Sciences International*, 2012, vol. 51, pp. 431–444.
- [12] Zubov N.E., Mikrin E.A., Oleinik A.S., Ryabchenko V.N., Efanov D.E. The spacecraft angular velocity estimation in the orbital stabilization mode by the results of the local vertical sensor measurements. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2014, no. 5, pp. 3–15 (in Russ.).
- [13] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Oleinik A.S., Ryabchenko V.N. Terminal bang-bang impulsive control of linear time invariant dynamic systems. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2014, vol., 53, pp. 480–490.

Статья поступила в редакцию 5.02.2015

Зубов Николай Евгеньевич — д-р техн. наук, заместитель руководителя по науке научно-технического центра ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, 141070, Московская обл., г. Королёв, ул. Ленина, д. 4-а. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Zubov N.E. — D.Sc. (Eng.), Deputy Director for Science, Research and Development Center of S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya; Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University.
S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya, ul. Lenina 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.
Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Ли Елена Константиновна — инженер-математик 2-й категории НПО им. С.А. Лавочкина, аспирант кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

НПО им. С.А. Лавочкина, Российская Федерация, 141400, Московская обл., г. Химки, Ленинградская ул., д. 24.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Li E.K. — Ph.D. student, engineer and mathematician of category 2, NPO Lavochkin, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University. NPO Lavochkin, Leningradskaya ul., 24, Khimki, Moscow Region, 141400 Russian Federation.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Ли Марат Вячеславович — аспирант, инженер-математик 3-й категории научно-технического центра РКК “Энергия” им. С.П. Королёва.

ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, 141070, Московская обл., г. Королёв, ул. Ленина, д. 4-а.

Li M.V. — Ph.D. student, engineer and mathematician of category 3, Research and Development Center of S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia.

S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya, ul. Lenina 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.

Микрин Евгений Анатольевич — д-р техн. наук, академик РАН, первый заместитель генерального конструктора ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, заведующий кафедрой “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, 141070, Московская обл., г. Королёв, ул. Ленина, д. 4-а.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Mikrin E.A. — D.Sc. (Eng.), Academician of the Russian Academy of Sciences, First Deputy of Chief Designer, Research and Development Center of S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya; Head of the Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University.

S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya, ul. Lenina 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Поклад Максим Николаевич — канд. техн. наук, доцент кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Poklad M.N. — Ph.D. (Eng.), Associate Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Рябченко Владимир Николаевич — д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник научно-технического центра ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, 141070, Московская обл., г. Королёв, ул. Ленина, д. 4-а. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Ryabchenko V.N. — D.Sc. (Eng.), Leading Researcher, Research and Development Center of S.P.Korolev Rocket and Space Corporation Energiya; Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University. S.P.Korolev Rocket and Space Corporation Energiya, ul. Lenina 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation. Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Зубов Н.Е., Ли Е.К., Ли М.В., Микрин Е.А., Поклад М.Н., Рябченко В.Н. Алгоритм вычисления программных значений компонент вектора угловой скорости при терминальном пространственном развороте космического аппарата в инерциальной системе координат // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2015. № 6. С. 3–20.

Please cite this article in English as:

Zubov N.E., Li E.K., Li M.V., Mikrin E.A., Poklad M.N., Ryabchenko V.N. Algorithm for computing program values of angular velocity vector components during spacecraft terminal spatial turn in the inertial coordinate system. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2015, no. 6, pp. 3–20.