

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 531.3:681.5.01

К ВОПРОСУ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ УСРЕДНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ В ХОДЕ РЕАЛИЗАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА GLOBAL TRANSMISSION SERVICES 2*

Е.А. Микрин^{1,2}, А.В. Сумароков², Н.Е. Зубов^{1,2}, В.Н. Рябченко^{1,2}

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: nezubov@bmstu.ru

²ОАО “Ракетно-космическая корпорация “Энергия” им. С.П. Королёва”,
Королёв, Московская обл., Российская Федерация
e-mail: avsumarokov@gmail.com

Рассмотрен алгоритм усреднения параметров орбиты Международной космической станции, примененный при реализации совместного с Европейским космическим агентством космического эксперимента Global Transmission Services 2. В алгоритме полученные данные усредняются с использованием метода динамической фильтрации, в основу которого положен аналитически синтезированный наблюдатель состояния параметров орбиты и преобразуются в орбитальные данные определенного формата. Представленные в работе результаты моделирования движения Международной космической станции на наземном стенде отработки бортового программного обеспечения согласуются с результатами летных испытаний и подтверждают работоспособность предложенного алгоритма.

Ключевые слова: Международная космическая станция, космические эксперименты, Global Transmission Services, вектор состояния, орбитальное движение, динамическая фильтрация.

PROBLEM SOLUTION OF AVERAGING ORBITAL MOTION PARAMETERS OF THE INTERNATIONAL SPACE STATION DURING CONDUCTING THE SPACE EXPERIMENT GLOBAL TRANSMISSION SERVICES 2

Е.А. Mikrin^{1,2}, А.В. Sumarokov², Н.Е. Zubov^{1,2}, V.N. Ryabchenko^{1,2}

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: nezubov@bmstu.ru

²S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya,
Korolev, Moscow Region, Russian Federation
e-mail: avsumarokov@gmail.com

The paper considers the algorithm of averaging the International space station orbital parameters. The algorithm is implemented during conducting the space experiment Global Transmission Services 2 together with the European space agency. The obtained data are averaged in the algorithm using the method of dynamic

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-11-00046).

filtration, which is based on the analytically synthesized observer monitoring the state of orbital parameters. Then the averaged data are transformed into the defined format. The results of the numerical simulation of the International space station motion, which were obtained at the ground test rig, are presented. These results correspond to the data obtained during the flight tests and prove a functional efficiency of the proposed algorithm.

Keywords: International space station, space experiments, Global Transmission Services, state vector, orbital motion, dynamic filtration.

В 2007–2013 гг. Федеральное космическое агентство (Роскосмос) совместно с Европейским космическим агентством проводили на борту Международной космической станции (МКС) научный эксперимент Global Transmission Services 2 (GTS-2) [1, 2]. Цель этого эксперимента — исследование возможностей для синхронизации различных часов потребителей (в том числе и наручных) на Земле с временем UTC. Ввиду того, что наручные часы имеют маломощный источник энергии, для экономии последней приемник сигналов точного времени включается только на прогнозируемые временные промежутки, когда ожидается следующий пролет МКС над местоположением потребителя. Для определения времени следующих сеансов связи с областью текущей подспутниковой точки в аппаратуре GTS применяется модель движения космического аппарата SGP4 (Simplified general perturbation model) [3]. Для прогнозирования такая модель использует передаваемые из бортового компьютера МКС, управляющего научной аппаратурой, один раз в 30 мин усредненные данные о положении МКС на некоторый момент времени, близкий к текущему.

В настоящей работе создан алгоритм усреднения параметров орбитального движения МКС, реализованный в управляющем научной аппаратурой компьютере, для получения данных, передаваемых в аппаратуру GTS.

Постановка задачи. Навигационное обеспечение МКС в бортовом компьютере системы управления движением и навигации для определения текущих координат МКС в пространстве использует интегрирование уравнений движения в инерциальной декартовой системе координат J2000 с коррекцией от навигационного модуля приема сигналов ГЛОНАСС/GPS. Таким образом, в компьютер, управляющий научной аппаратурой, каждую секунду поступает информация о векторе состояния МКС на момент времени t в инерциальной системе J2000 $R(t) = [X(t) \ Y(t) \ Z(t) \ V_X(t) \ V_Y(t) \ V_Z(t)]^T$ (рис. 1). Ввиду того, что измерения аппаратуры ГЛОНАСС/GPS зашумлены, поступающая информация о векторе состояния также является зашумленной. В связи с этим имеющуюся информацию невозможно использовать для расчета параметров кеплеровой орбиты непосредственно по текущему вектору состояния. Следовательно, для вычисления параметров кеплеровой орбиты необходимо разработать алгоритм усреднения, позволяющий получать плавно меняющиеся параметры орбиты.

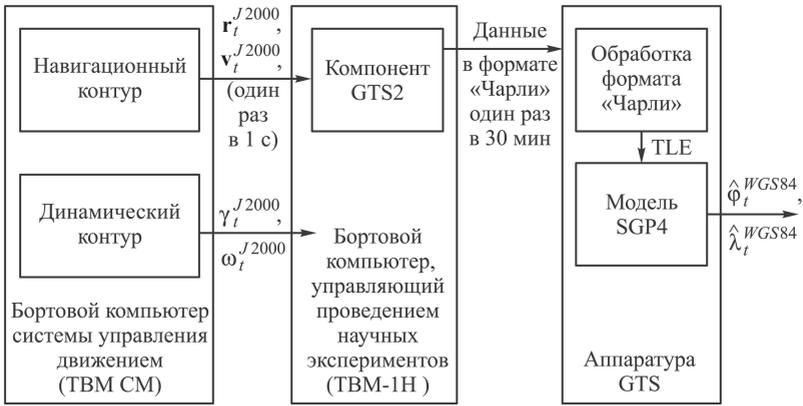


Рис. 1. Блок-схема обмена данными для эксперимента GTS-2:

$\mathbf{r}_t^{J2000} = [X(t) \ Y(t) \ Z(t)]^T$ и $\mathbf{v}_t^{J2000} = [V_X(t) \ V_Y(t) \ V_Z(t)]^T$ — координаты и скорости МКС в инерциальной системе координат J2000 на момент времени t ; γ_t^{J2000} и ω_t^{J2000} — кватернион угловой ориентации и абсолютная угловая скорость относительно осей инерциальной системы координат J2000 на момент времени t

Аппаратура GTS в качестве телеметрических данных отправляет сформированные прогнозируемые значения и широты ($\hat{\varphi}_\tau^{WGS84}$) и долготы подспутниковой ($\hat{\lambda}_\tau^{WGS84}$) точки на текущий момент времени τ .

В целях упрощения задачи для усреднения был выбран следующий вектор параметров: $\mathbf{Q}(t) = [\Omega(t) \ i(t) \ \omega(t) \ p(t) \ \theta(t) \ e(t)]^T$, где $p = a(1 - e^2)$ — фокальный параметр конического сечения (параметр орбиты); a — большая полуось орбиты; θ — истинная аномалия. Так, зная истинную аномалию и эксцентриситет орбиты, можно найти эксцентрическую аномалию E и среднюю аномалию M [4, 5]:

$$E = 2 \arctg \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \right); \quad (1)$$

$$M = E - e \sin(E).$$

Средняя угловая скорость на орбите вычисляется через параметр орбиты и эксцентриситет орбиты по формуле [4, 5]:

$$n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu(1-e^2)^3}{p^3}} \cdot 86400,$$

где $\mu = 398\,600,4418 \text{ км}^3/\text{с}^2$ — гравитационный параметр Земли; 86 400 — коэффициент для перевода данного параметра в размерность виток/сут.

Алгоритм усреднения параметров орбиты. Для усреднения параметров орбиты было предложено использовать методы динамической фильтрации [2, 6, 7]. Таким образом, для вычисления новых значений вектора орбитальных параметров $\mathbf{Q}(t)$ при каждом обновлении информации в компьютере, управляющем научной аппаратурой, использовалось следующее соотношение:

$$\mathbf{Q}_{n+1} = \hat{\mathbf{Q}}_{n+1} + K J_{n+1}^{-1} \left[\mathbf{R}_{n+1} - \mathbf{R} \left(\hat{\mathbf{Q}}_{n+1} \right) \right]. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{Q}_n = \mathbf{Q}(t) = [\Omega(t) \ i(t) \ \omega(t) \ p(t) \ \theta(t) \ e(t)]^T$ – текущее значение усредненных параметров орбиты; $\mathbf{R} \left(\hat{\mathbf{Q}}_{n+1} \right)$ – значение вектора состояния МКС на момент времени $t + \Delta t$ в декартовой инерциальной системе координат J2000, соответствующее текущему значению вектора орбитальных параметров $\mathbf{Q}(t)$; $\mathbf{R}_{n+1} = \mathbf{R}(t + \Delta t)$ – вектор состояния МКС на момент времени $t + \Delta t$ в системе координат J2000, поступивший из бортового компьютера системы управления движением и навигации; Δt – дискретность поступления измерений; $\hat{\mathbf{Q}}_{n+1} = F(\mathbf{Q}_n, \Delta t)$ – прогнозируемое значение вектора орбитальных параметров на момент времени $t + \Delta t$; \mathbf{Q}_{n+1} – новое значение усредненного вектора орбитальных параметров на момент времени $t + \Delta t$; $J_n = \partial \mathbf{R}(t) / \partial \mathbf{Q}(t)$ – матрица Якоби, вычисленная при $\mathbf{Q} = \hat{\mathbf{Q}}_{n+1}$; K – матрица весовых коэффициентов, выбираемая из условий сходимости алгоритма.

Для вычисления вектора $\mathbf{R}(\mathbf{Q}_n)$ и матрицы $J_n = \partial \mathbf{R}(t) / \partial \mathbf{Q}(t)$ из формулы (2) воспользуемся соотношениями [5]:

$$\mathbf{r}(\Omega, i, \omega, p, \theta, e) = |r| \mathbf{r}_e = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \mathbf{r}_e; \quad (3)$$

$$\mathbf{v}(\Omega, i, \omega, p, \theta, e) =$$

$$= |v_r| \mathbf{r}_e + |v_n| \mathbf{n} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} [(e \sin \theta) \mathbf{r}_e + (1 + e \cos \theta) \mathbf{n}], \quad (4)$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор орбиты (первые три компоненты вектора \mathbf{R}); $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$ – вектор скорости (последние три компоненты вектора \mathbf{R}); \mathbf{r}_e – единичный вектор из центра Земли в центр масс МКС; $|r|$ – текущий радиус орбиты; $|v_r|$ – абсолютное значение радиальной компоненты скорости орбитального движения; $|v_n|$ – абсолютное значение трансверсальной компоненты скорости орбитального движения; \mathbf{n} – единичный вектор нормали к радиус-вектору в плоскости орбиты. Выражения для величин \mathbf{r}_e и \mathbf{n} как функций параметров $\Omega, i, \omega, \theta$ имеют следующий вид [5]:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_e(\Omega, i, \omega, \theta) &= \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) \cos(\Omega) - \cos(i) \sin(\omega + \theta) \sin(\Omega) \\ \cos(\omega + \theta) \sin(\Omega) + \cos(i) \sin(\omega + \theta) \cos(\Omega) \\ \sin(i) \sin(\omega + \theta) \end{bmatrix}; \quad (5) \end{aligned}$$

$$\mathbf{n}(\Omega, i, \omega, \theta) = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\omega + \theta) \cos(\Omega) - \cos(i) \cos(\omega + \theta) \sin(\Omega) \\ -\sin(\omega + \theta) \sin(\Omega) + \cos(i) \cos(\omega + \theta) \cos(\Omega) \\ \sin(i) \cos(\omega + \theta) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Для нахождения матрицы Якоби $J_n = \partial \mathbf{R}(t) / \partial \mathbf{Q}(t)$ следует вычислить частные производные $\mathbf{r}_e(\Omega, i, \omega, \theta)$ и $\mathbf{n}(\Omega, i, \omega, \theta)$ по параметрам орбиты $\Omega, i, \omega, \theta$. Согласно (4), (5), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial \Omega} &= \begin{bmatrix} -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix}^T; \\ \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial i} &= \begin{bmatrix} r_z \sin(\Omega) & -r_z \cos(\Omega) & \cos(i) \sin(\omega + \theta) \end{bmatrix}^T; \\ \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial \omega} &= \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z \end{bmatrix}^T; \\ \frac{\partial n}{\partial \Omega} &= \begin{bmatrix} -n_y & n_x & 0 \end{bmatrix}^T; \\ \frac{\partial n}{\partial i} &= \begin{bmatrix} n_z \sin(\Omega) & -n_z \cos(\Omega) & \cos(i) \cos(\omega + \theta) \end{bmatrix}^T; \\ \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \omega} &= \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} -r_x & -r_y & -r_z \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \quad (7)$$

$$(8)$$

Используя (3)–(8), можно определить элементы матрицы Якоби $J_n = \partial \mathbf{R}(t) / \partial \mathbf{Q}(t)$, которые в свою очередь могут быть выражены через формулы (3)–(8):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \Omega} &= |r| \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial \Omega}; \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial i} = |r| \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial i}; \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \omega} = |r| \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial \omega}; \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial p} = \frac{1}{1 + e \cos \theta} \mathbf{r}_e; \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial e} &= \frac{p \cos \theta}{(1 + e \cos \theta)^2} \mathbf{r}_e; \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta} = \frac{pe \sin \theta}{(1 + e \cos \theta)^2} \mathbf{r}_e + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \omega}; \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \Omega} &= |v_r| \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial \Omega} + |v_n| \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \Omega}; \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial i} = |v_r| \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial i} + |v_n| \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial i}; \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \omega} &= |v_r| \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial \omega} + |v_n| \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \omega}; \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial p} = -\frac{|v_r|}{2p} \mathbf{r}_e - \frac{|v_n|}{2p} \mathbf{n}; \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial e} &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} \sin \theta \mathbf{r}_e + \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cos \theta \mathbf{n}; \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \theta} = -\sqrt{\frac{\mu}{p}} \mathbf{r}_e. \end{aligned}$$

Для определения матрицы K , входящей в выражение (1), и одновременного подтверждения правильности этого выражения поступим следующим образом. Введем расширенный вектор состояния \mathbf{x}_p , ком-

понентами которого являются вектора \mathbf{Q} и \mathbf{R} ($\mathbf{x}_p = [\mathbf{R} \ \mathbf{Q}]^T$), и построим наблюдатель полного ранга. Для этого воспользуемся подходом, изложенным в работе [6]. В результате запишем дискретную систему вида

$$\mathbf{x}_p^D(\tau + 1) = \mathbf{A}^D \mathbf{x}_p^D(\tau), \quad \mathbf{y}(\tau) = \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p^D(\tau), \quad (9)$$

где $\tau = 0, 1, 2, \dots, N$ – дискретное время, определяемое на основе ввода на отрезке времени наблюдения $t \in [t_0; t_K]$ равномерной сетки из N интервалов с шагом $h = (t_K - t_0)/N$, так что $t_\tau = t_0 + \tau h$ и $t_N = t_K$. При этом матрицы в уравнениях (9) имеют вид

$$\mathbf{A}^D = \mathbf{I}_{(n+m) \times (n+m)}, \quad \mathbf{C}_p = [\mathbf{I}_{n \times n} \mid \mathbf{0}_{n \times m}]. \quad (10)$$

Здесь n, m – размерности векторов \mathbf{R} и \mathbf{Q} .

Для системы (9) построим наблюдатель состояния полного ранга, который в общем виде определяется уравнением [6]:

$$\hat{\mathbf{x}}_p^D(\tau + 1) = (\mathbf{A}^D - \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p) \hat{\mathbf{x}}_p^D(\tau) + \mathbf{L}_p \mathbf{y}(\tau). \quad (11)$$

Оценка $\hat{\mathbf{x}}_R(N)$ запишется так

$$\hat{\mathbf{x}}_R(t_N) = \mathbf{G}(\mathbf{Q}, t_N) \mathbf{x}_Q(t_N). \quad (12)$$

Линеаризуем функцию $\mathbf{G}(\mathbf{Q}, t_N)$ в окрестности $\hat{\mathbf{Q}}$, используя разложение в ряд Тейлора. В результате получим

$$\mathbf{G}(\mathbf{Q}, t_N) = \mathbf{G}(\hat{\mathbf{Q}}, t_N) + \frac{\partial \mathbf{G}(\hat{\mathbf{Q}}, t_N)}{\partial \hat{\mathbf{Q}}} \tilde{\mathbf{Q}}, \quad (13)$$

где $\frac{\partial \mathbf{G}(\hat{\mathbf{Q}}, t_N)}{\partial \hat{\mathbf{Q}}} = \mathbf{J}_n$ – матрица Якоби, $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} - \hat{\mathbf{Q}}$.

Далее, вычисляя вектор невязок $\tilde{\mathbf{x}}_R$, определяем $\tilde{\mathbf{x}}_R(N + 1) = \frac{\partial \mathbf{G}(\hat{\mathbf{Q}}, t_N)}{\partial \hat{\mathbf{Q}}} \tilde{\mathbf{Q}}(N)$.

Объединим $\tilde{\mathbf{x}}_R$ и $\tilde{\mathbf{Q}}$ в единый вектор и, используя (13) с учетом (11), получаем дискретную модель уравнения невязок:

$$\tilde{\mathbf{x}}_p(N + 1) = (\mathbf{A}_p^D - \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p) \tilde{\mathbf{x}}_p(N), \quad (14)$$

где

$$\mathbf{A}_p^D = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_{n \times n} & \frac{\partial \mathbf{G}(\hat{\mathbf{Q}}, t_N)}{\partial \hat{\mathbf{Q}}} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{I}_{m \times m} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_{n \times n} & \mathbf{J}_N \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{I}_{m \times m} \end{array} \right]. \quad (15)$$

При выполнении условия полной наблюдаемости Калмана

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C_p \\ \hline C_p A_p^D \\ \hline \vdots \\ \hline C_p (A_p^D)^{n+m-1} \end{bmatrix} = n + m, \quad (16)$$

где $m = M_1 + \dots + M_r$, выбором матрицы коэффициентов L_p при известных матрицах A_p^D и C_p всегда можно обеспечить любое заданное размещение внутри круга единичным радиусом на комплексной плоскости \mathbb{C}^{stab} корней характеристического полинома (полюсов) [9]

$$\det(\lambda I_n - A_p^D + L_p C_p), \quad (17)$$

или, эквивалентно, собственных значений наблюдателя состояния

$$\text{eig}(A_p^D - L_p C_p) = \{\lambda_i \in \mathbb{C} : \det(\lambda I_n - A_p^D + L_p C_p) = 0\}. \quad (18)$$

В этом случае можно рассмотреть вспомогательную дискретную ММО-систему вида [8]

$$\nu(\tau + 1) = \bar{A}\nu(\tau) + \bar{B}\eta(\tau), \quad \eta(\tau) = -L_p^T \nu(\tau), \quad (19)$$

где ν – вектор, имеющий размерность расширенного вектора x_p ; η – вектор входа (управления); $\bar{A} = (A_p^D)^T$; $\bar{B} = C_p^T$.

Поиск матрицы L_p (19), обеспечивающей заданное размещение полюсов (собственных значений), относится к классической задаче модального управления. Это объясняется тем, что в рассматриваемой постановке задача фильтрации фактически заключается в идентификации (наблюдении) величины требуемого вектора Q . Условия полной наблюдаемости здесь являются необходимыми и достаточными для существования решения задачи фильтрации. Для поиска собственно решения, в принципе, можно применять любые методы модального управления, например, приведенные в работах [7–15]. Поступим так же, как это сделано в работе [9], воспользовавшись методом, приведенным в работе [12].

Введем двухуровневую декомпозицию ММО-системы (15), представляемую парой матриц (\bar{A}, \bar{B}) . Имеем

нулевой (исходный) уровень декомпозиции

$$A_0 = \bar{A}, \quad B_0 = \bar{B}; \quad (20)$$

1-й уровень декомпозиции

$$A_1 = B_0^\perp A_0 B_0^{\perp-}, \quad B_1 = B_0^\perp A_0 B_0. \quad (21)$$

Здесь B_0^\perp – аннулятор (делитель нуля) матрицы B_0 , т.е. $B_0^\perp B_0 = 0$; $B_0^{\perp-}$ – 2-полуобратная матрица для B_0^\perp [9], т.е. матрица, удовлетво-

ряющая условиям регулярности

$$B_0^\perp B_0^{\perp-} B_0^\perp = B_0^\perp, \quad B_0^{\perp-} B_0^\perp B_0^{\perp-} = B_0^{\perp-}. \quad (22)$$

Тогда в соответствии с данными, приведенными в работе [9], иско-
мая матрица $L = L_0 \in \mathbb{R}^{m \times n}$, обеспечивающая точное размещение
полюсов $A_0 - B_0 L_0$, вычисляется по рекурсивным формулам

$$L_1 = B_1^+ A_1 - \Phi_1 B_1^+; \quad (23)$$

$$L_0 = B_0^- A_0 - \Phi_0 B_0^-, \quad B_0^- = L_1 B_0^\perp + B_0^+, \quad (24)$$

где B_k^+ — псевдообратная матрица Мура–Пенроуза для матрицы B_k ,
 $k = 0, 1$.

Это действительно так, поскольку все элементы множества соб-
ственных значений матриц $A_0 - B_0 L_0$, $A_p^D - L_0^T C_p = A_p^D - L_p^T C_p$
совпадают с собственными значениями заданных устойчивых матриц
 Φ_k в (23), (24), т.е. с заданными собственными значениями, лежащими
внутри круга единичным радиусом на комплексной плоскости \mathbb{C}^{stab} :
 $\text{eig}(A_0 - B_0 L_0) = \text{eig}(A_p^D - L_0^T C_p) = \bigcup_k \text{eig}(\Phi_k)$.

Применительно к системе, основанной на уравнениях (2), приме-
нение подхода, построенного с использованием выражений (9)–(24)
при значениях

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} f_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{16} \end{pmatrix}, \quad \Phi_0 = \begin{pmatrix} f_{01} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{02} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{03} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{04} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{05} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{06} \end{pmatrix},$$

дает следующее аналитическое выражения для определения матрицы
коэффициентов наблюдателя для вектора \hat{Q} :

$$L_Q = [I_{6 \times 6} - \Phi_1] [I_{6 \times 6} - \Phi_0] J_n^{-1} [\mathbf{R}_{n+1} - \mathbf{R}(Q_n)]. \quad (25)$$

Таким образом, матрица, входящая в соотношение (2), определяется
по выражению

$$K = [I_{6 \times 6} - \Phi_1] [I_{6 \times 6} - \Phi_0]. \quad (26)$$

Прогнозируемое значение вектора \hat{Q}_{n+1} орбитальных параметров
на момент времени $t + \Delta t$ вычисляется на основе вектора Q_n с ис-
пользованием уравнений Кеплера [5]. Для этого на основе истинной
аномалии с использованием соотношения (1) определяется значение
эксцентрисческой аномалии E , затем рассчитывается значение средней
аномалии M через время Δt на основе соотношения

$$M = \Delta t \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} + E - e \sin E. \quad (27)$$

Далее методом простых итераций решается уравнение Кеплера (1) и находится новое значение истиной аномалии θ .

Обратная матрица Якоби в бортовом алгоритме вычисляется методом нахождения псевдообратных матриц Гревилля [16]. Начальное приближение \mathbf{Q}_0 формируется по первому полученному вектору состояния $\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}(t_0)$ путем его прямого пересчета в элементы орбиты на основе алгоритма, описанного в работе [5].

Дополнительно было проведено сравнение результатов работы предложенного алгоритма с алгоритмом непосредственного усреднения параметров, вычисленных аналитически. В этом случае в качестве начального приближения использовалось среднее значение 100 измерений вектора орбитальных параметров $\mathbf{Q}(t)$. Полученный средний вектор орбитальных параметров корректировался с каждым последующим измерением (обновлением информации) по формуле

$$\bar{\mathbf{Q}}_n = 0,99\bar{\mathbf{Q}}_n(t + \Delta t) + 0,01\mathbf{Q}(\mathbf{R}_{n+1}). \quad (28)$$

Здесь $\bar{\mathbf{Q}}_n = \bar{\mathbf{Q}}(t) = [\Omega(t) \ i(t) \ \omega(t) \ p(t) \ \theta(t) \ e(t)]^T$ – текущее значение усредненных параметров орбиты; $\mathbf{Q}(\mathbf{R}_{n+1})$ – значение параметров орбиты, соответствующее новому измерению вектора состояния МКС $\mathbf{R}_{n+1} = \mathbf{R}(t + \Delta t)$ на момент времени $t + \Delta t$ в декартовой инерциальной системе координат J2000; $\bar{\mathbf{Q}}_n(t + \Delta t) = F(\mathbf{Q}_n, \Delta t)$ – прогнозируемое значение вектора усредненных орбитальных параметров на момент времени $t + \Delta t$, которое может быть получено с помощью (1), (27).

Результаты численного моделирования и натурных испытаний. Для верификации предложенного алгоритма было проведено математическое моделирование на наземном комплексе отладки программного обеспечения бортовых компьютеров МКС. В состав стенда входят бортовое программное обеспечение компьютеров МКС, модель динамики углового и орбитального движения МКС и модели бортовых систем; модели аппаратуры системы управления движением и внешней среды; упрощенная модель упругих колебаний конструкции МКС; модель аппаратуры GTS; сервисное программное обеспечение. Для моделирования аппаратуры GTS в части приема и обработки орбитальных данных была применена предложенная Д. Валладо [3] общедоступная модель SGP4, реализованная на языке C++. При моделировании в качестве начальных значений использовались значения реальных векторов состояния МКС. Моделирование выполнялось следующим образом.

1. В блоке моделирования динамики движения МКС, имитирующем компьютер системы управления движением и навигации, выполняется непрерывное интегрирование уравнений движения МКС.

2. В процессе моделирования динамики движения МКС и обработки измерения ГЛОНАСС/GPS каждую секунду с небольшой задержкой

(менее 1 с) в бортовое программное обеспечение компьютера, управляющего научной аппаратурой, поступают данные о текущем векторе состояния МКС \mathbf{R}_{n+1} .

3. В бортовом программном обеспечении происходит непрерывное усреднение параметров орбитального движения МКС на основе поступающей информации (2).

4. Запросы на передачу новых параметров орбитального движения в блок моделирования аппаратуры GTS посылаются через каждые 30 мин, после чего на основе модели SGP4 рассчитываются координаты подспутниковой точки в текущий момент времени.

5. Координаты, рассчитанные моделью аппаратуры GTS, сравниваются с данными моделирования динамики движения МКС.

Изменения погрешностей определения аппаратурой GTS текущих долготы и широты подспутниковой точки при усреднении параметров орбитального движения с помощью алгоритма (2) приведены на рис. 2, а, б. При моделировании использовались следующие значения матриц Φ_0 и Φ_1 из (25), (26):

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3 \end{pmatrix}, \quad \Phi_0 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3 \end{pmatrix}.$$

Приведенные зависимости демонстрируют разность данных аппаратуры GTS и данных модели орбитального движения МКС. Продолжительность моделирования составляла около 12 ч. Максимальная погрешность определения долготы составляет $0,4^\circ$, широты — $0,3^\circ$. Указанная точность удовлетворяет требованиям, предъявляемым к аппаратуре GTS.

Изменения погрешностей определения аппаратурой GTS текущих долготы и широты подспутниковой точки при усреднении параметров орбитального движения с помощью алгоритма (28) приведены на рис. 2, в, г. Зависимости демонстрируют разность данных аппаратуры GTS и данных модели орбитального движения МКС, а также показывают, что максимальные погрешности гораздо больше погрешностей, полученных с помощью алгоритма (2). Максимальная абсолютная погрешность определения долготы составляет 20° , широты — 10° . Это неприемлемо, поскольку для установления сеанса связи с аппаратурой потребителей необходима прямая видимость приемника и передатчика сигналов. В случае значительных погрешностей передатчик сигнала оказывается за горизонтом Земли и прием его сигналов невозможен.

В декабре 2013 г. в течение нескольких суток на борту МКС была проведена серия тестов аппаратуры GTS с приемом орбитальных

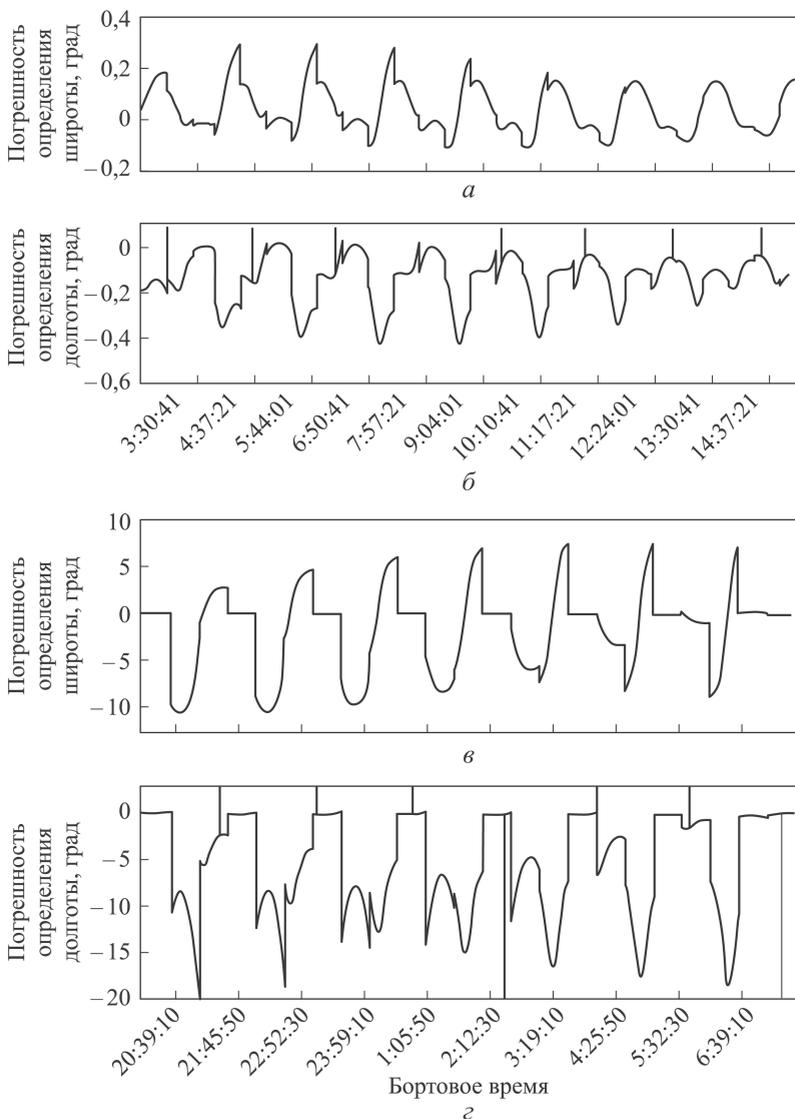


Рис. 2. Изменения погрешностей определения аппаратурой GTS текущих широты (а, в) и долготы (б, г) подспутниковой точки (дата 17.07.2013 для а, б и дата 21.11.2014 для в, г)

данных и получением телеметрической информации, сформированной аппаратурой GTS во время пролетов МКС окрестностей места расположения центра приема информации с аппаратуры GTS. Полученная в процессе испытаний информация является достаточно редкой и имеет невысокую точность ввиду низкого разрешения, которое составляет 8 бит для значений широты и долготы (град). В этом случае дискрет указанных величин составляет около 1° . Однако усредненное значение результатов, полученных в результате обработки телеметрии летных испытаний, хорошо согласуется с результатами математичес-

кого моделирования, представленными на рис. 2, а, б. Таким образом, летные испытания подтверждают работоспособность предложенного алгоритма и верифицируют модель аппаратуры GTS. При этом точность вычисления усредненного значения орбитальных параметров с использованием предложенного в настоящей работе алгоритма укладывается в необходимые для работы аппаратуры GTS пределы.

Заключение. Рассмотрен алгоритм расчета усредненных параметров орбиты МКС, примененный при реализации космического эксперимента GTS-2. Алгоритм позволяет получить параметры орбитального движения МКС с необходимой для проведения данного эксперимента точностью. Для оценок точности вычисления орбитальных данных на основе общедоступной модели SGP4 была разработана математическая модель аппаратуры GTS и проведено математическое моделирование. Представленные в работе результаты моделирования движения МКС на наземном стенде отработки бортового программного обеспечения согласуются с результатами летных испытаний и подтверждают работоспособность предложенного алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Global Transmission Services 2 (GTS-2)* [Информационный портал] URL: http://www.nasa.gov/mission_pages/station/research/experiments/287.html (дата обращения: 22.10.2014).
2. *Сумароков А.В.* Об усреднении параметров орбитального движения МКС в космическом эксперименте GTS-2 // *Навигация и управление движением*. Материалы XVI конференции молодых ученых 2014. С. 334–341.
3. *Hoots R.F., Roehrich R.L.* Spacetrack report no. 3. Models for Propagation of NORAD Element Sets. Aerospace Defense Center, Peterson Air Force Base. 1980. 91 p.
4. *Справочное руководство по небесной механике и астродинамике* / В.К. Абалакин, Е.П. Аксенов, Е.А. Гребенников, В.Г. Демин и др. М.: Наука, 1976. 864 с.
5. *Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г.* Основы механики космического полета. М.: Наука, 1990. 448 с.
6. *Терминальное релейно-импульсное управление линейными стационарными динамическими системами* / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов, А.С. Олейник, В.Н. Рябченко // *Известия РАН. ТиСУ*. 2014. № 3. С. 134–148.
7. *Идентификация положения равновесной ориентации международной космической станции как задача матричного пополнения с устойчивостью* / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов и др. // *Известия РАН. ТиСУ*. 2012. № 2. С. 130–144.
8. *Применение адаптивного полосового фильтра в качестве наблюдателя в контуре управления международной космической станции* / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, В.Н. Рябченко и др. // *Известия РАН. ТиСУ*. 2012. № 4. С. 88–100.
9. *Применение алгоритма точного размещения полюсов при решении задач наблюдения и идентификации в процессе управления движением космического аппарата* / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов и др. // *Известия РАН. ТиСУ*. 2013. № 1. С. 135–151.
10. *Синтез стабилизирующего управления космическим аппаратом на основе обобщенной формулы Аккермана* / Е.А. Воробьева, Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин и др. // *Известия РАН. ТиСУ*. 2011. № 1. С. 96–106.

11. *Разгрузка кинетического момента инерционных исполнительных органов космического аппарата в канале тангажа* / А.В. Богачев, Е.А. Воробьева, Н.Е. Зубов и др. // Известия РАН. ТиСУ. 2011. № 3. С. 132–139.
12. *Синтез развязывающих законов стабилизации орбитальной ориентации космического аппарата* / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов и др. // Известия РАН. ТиСУ. 2012. № 1. С. 92–108.
13. *Модификация метода точного размещения полюсов и его применение в задачах управления движением космического аппарата* / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов и др. // Известия РАН. ТиСУ. 2013 г. № 2. С. 118–132.
14. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Синтез законов управления космическим аппаратом, обеспечивающих оптимальное размещение полюсов замкнутой системой управления* // Известия РАН. ТиСУ. 2012. № 3. С. 98–111.
15. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н., Олейник А.С., Ефанов Д.Е. Оценка угловой скорости космического аппарата в режиме орбитальной стабилизации по результатам измерений датчика местной вертикали* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2014. № 5. С. 3–15.
16. *Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры*. М.: Наука, 1983. 336 с.

REFERENCES

- [1] Global Transmission Services 2 (GTS-2). URL: http://www.nasa.gov/mis-sion_pages/station/research/experiments/287.html (accessed 22.10.2014).
- [2] Sumarokov A.V. About Averaging of ISS Orbital Parameters During Implementation of Space Experiment GTS2. *Navigatsiya i upravlenie dvizheniem. Materialy XVI konf. molodykh uchenykh* [Navigation and Motion Controll. Proc. of the XVI Young Scientist Conference], 2014. pp. 334–341 (in Russ.).
- [3] Hoots Felix R., Roehrich Ronald L. Spacetrack Report No. 3. Models for Propagation of NORAD Element Sets. Aerospace Defense Center, Peterson Air Force Base, 1980. 91 p.
- [4] Abalkin V.K., Aksenov E.P., Grebennikov E.A., Demin V.G., et al. *Spravochnoe rukovodstvo po nebesnoy mekhanike i astrodinamike* [Reference Manual on Celestial Mechanics and Astrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 864 p.
- [5] Ohocimskiy D.E., Sikharulidze Y.G. *Osnovy mekhaniki kosmicheskogo poleta* [Foundation of Space Flight Mechanics: Tutorial]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 448 p.
- [6] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Oleinik A.S., Ryabchenko V.N. Terminal Bang-Bang Impulsive Control of Linear Time Invariant Dynamic Systems. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2014, vol. 53, pp. 480–490.
- [7] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Timakov S.N., Cheremnykh E.A. Identification of the Position of an Equilibrium Attitude of the International Space Station as a Problem of Stable Matrix Completion. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2012, vol. 51, pp. 291–305.
- [8] Zubov N.E., Mikrin E.A., Ryabchenko V.N., et al. The Use of an Adaptive Bandpass Filter as an Observer in the Control Loop of the International Space Station. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2012, vol. 51, pp. 560–572.
- [9] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Timakov S.N. The Use of the Exact Pole Placement Algorithm for the Control of Spacecraft Motion. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2013, vol. 52, pp. 129–144.
- [10] Zubov N.E., Vorob'eva E.A., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Timakov S.N. Synthesis of Stabilizing Spacecraft Control Based on Generalized Ackermann's Formula. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2011, vol. 50, pp. 93–103.

- [11] Bogachev A.V., Vorob'eva E.A., Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Timakov S.N. Unloading Angular Momentum for Inertial Actuators of a Spacecraft in the Pitch Channe. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2011, vol. 50, pp. 483–490.
- [12] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. Synthesis of Decoupling Laws for Attitude Stabilization of a Spacecraft. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2012, vol. 51, pp. 80–96.
- [13] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. Modification the Exact Pole Placement Method and Its Application for the Control of Spacecraft Motion. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2013, vol. 52, pp. 279–292.
- [14] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. Synthesis of Controls for a Spacecraft That Optimize the Pole Placement of the Closed Loop Control System. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2012, vol. 51, pp. 431–444.
- [15] Zubov N.E., Mikrin E.A., Oleinik A.S., Ryabchenko V.N., Efanov D.E. The Spacecraft Angular Velocity Estimation in the Orbital Stabilization Mode by the Results of the Local Vertical Sensor Measurements. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2014, no. 5, pp. 3–15 (in Russ.).
- [16] Beklemishev D.V. Dopolnitel'nye glavy lineynoy algebry [Complementary chapters of linear algebra]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 336 p.

Статья поступила в редакцию 11.06.2015

Микрин Евгений Анатольевич — д-р техн. наук, академик РАН, первый заместитель генерального конструктора ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, заведующий кафедрой “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, Московская обл., 141070, Королёв, ул. Ленина, д. 4-а.

Mikrin E.A. — D.Sc. (Eng.), First Deputy of Chief Designer, S.P.Korolev Rocket and Space Corporation Energiya; Head of the Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

S.P.Korolev Rocket and Space Corporation Energiya, Lenina ul. 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.

Сумароков Антон Владимирович — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник научно-технического центра ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”.

ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, Московская обл., 141070, Королёв, ул. Ленина, д. 4-а.

Sumarokov A.V. — Ph.D. (Phys.-Math.), Senior Fellow, Research and Development Centre of S.P.Korolev Rocket and Space Corporation Energiya.

S.P.Korolev Rocket and Space Corporation Energiya, Lenina ul. 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.

Зубов Николай Евгеньевич — д-р техн. наук, заместитель руководителя по науке научно-технического центра ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, Московская обл., 141070, Королёв, ул. Ленина, д. 4-а.

Zubov N.E. — D.Sc. (Eng.), Deputy Director for Science, Research and Development Center of S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya; Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University. Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.
S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya, Lenina ul. 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.

Рябченко Владимир Николаевич — д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник научно-технического центра ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.
ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, Московская обл., 141070, Королёв, ул. Ленина, д. 4-а.

Ryabchenko V.N. — D.Sc. (Eng.), Leading Researcher, Research and Development Center of S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya; Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University. Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.
S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energiya, Lenina ul. 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.

Пробьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Микрин Е.А., Сумароков А.В., Зубов Н.Е., Рябченко В.Н. К вопросу решения задачи усреднения параметров орбитального движения Международной космической станции в ходе реализации космического эксперимента Global Transmission Services 2 // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2015. № 5. С. 3–17.

Please cite this article in English as:

Mikrin E.A., Sumarokov A.V., Zubov N.E., Ryabchenko V.N. Problem solution of averaging orbital motion parameters of the International space station during conducting the space experiment Global Transmission Services 2. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2015, no. 5, pp. 3–17.