

# ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 681

## КОВАРИАЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНОМ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ\*

Н.Е. Зубов<sup>1,2</sup>, Е.А. Микрин<sup>1,2</sup>, М.Н. Поклад<sup>1</sup>,  
В.Н. Рябченко<sup>1,2</sup>, М.А. Джабаров<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: nezubov@bmstu.ru

<sup>2</sup>ОАО “Ракетно-космическая корпорация “Энергия” им. С.П. Королёва”,  
Королёв, Московская обл., Российская Федерация  
e-mail: Nikolay.Zubov@rsce.ru

*Для математической модели продольного движения космического аппарата в атмосфере Земли в отклонениях разработан ковариационный регулятор в детерминированной постановке, обеспечивающий высокоточную обратную связь. В основу синтеза регулятора положен ранее предложенный авторами алгоритм синтеза ковариационного управления, который построен с использованием оригинальной декомпозиции модели движения космического аппарата. Получены относительно простые аналитические формулы расчета ковариационного регулятора. Приведены результаты моделирования отслеживания программной траектории спуска на отдельном участке полета.*

**Ключевые слова:** космический аппарат, спуск в атмосфере Земли, управление, математическая модель в отклонениях, ковариационный регулятор.

## COVARIANCE CONTROL OF LONGITUDINAL SPACECRAFT MOTION IN THE EARTH'S ATMOSPHERE

N.E. Zubov<sup>1,2</sup>, E.A. Mikrin<sup>1,2</sup>, M.N. Poklad<sup>1</sup>,  
V.N. Ryabchenko<sup>1,2</sup>, M.A. Dzhabarov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: nezubov@bmstu.ru

<sup>2</sup>OAO "S.P. Korolev Rocket and Space Corporation “Energiya”,  
Korolev, Moscow Region, Russian Federation  
e-mail: Nikolay.Zubov@rsce.ru

*The paper introduces a covariance regulator in the deterministic formulation, which is capable to maintain a high-precision feedback. This covariance regulator is developed for the mathematical model of the longitudinal spacecraft motion in the Earth's atmosphere within divergences. The algorithm of covariance control synthesis, previously developed by the authors, is considered the basis of the regulator synthesis. This algorithm was developed with the help of original decomposition of the spacecraft motion model. Relatively simple analytical formulae for calculating*

---

\*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-11-00046).

the covariance regulator are obtained. The results of the modelling of program reentry trajectory tracking for an individual flight segment are presented.

**Keywords:** spacecraft, reentry in the Earth's atmosphere, control, mathematical model in divergences, covariance regulator.

**Введение.** Задача управления спуском космического аппарата (КА) в атмосфере Земли чрезвычайно актуальна, поскольку из всех этапов полета спуск остается самым динамически нагруженным. В этом случае главной задачей является обеспечение заданных значений перегрузки и тепловых режимов, а также обеспечение посадки в заданном районе или в заданной точке поверхности Земли.

Цель работы — синтез высокоточной обратной связи, позволяющей осуществлять отслеживание программной траектории спуска на протяжении всей траектории полета.

В качестве уравнений продольного движения КА в атмосфере Земли будем использовать линеаризованные уравнения в отклонениях вида [1–3]

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \\ \Delta s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{e^{2z}-1}{y^2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{r\lambda}y^2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \\ \Delta s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \Delta u,$$

или в стандартной форме пространства состояний

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t). \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \\ \Delta s \end{pmatrix}$  — вектор отклонений от программной траекто-

рии;  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $a_{21} = -\frac{e^{2z}-1}{y^2}$ ,  $a_{31} = -\frac{1}{\sqrt{r\lambda}y^2}$ ,  $z = \ln \frac{V_{кр}}{V}$ ;

$u = \Delta u = \sqrt{r\lambda} \Delta \left( \frac{c_y}{c_x} \cos \gamma \right)$  — скалярное управление;  $y = \frac{c_x S}{2m} \sqrt{\frac{r}{\lambda}} \rho$ ;

$c_x$ ,  $c_y$  — коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы;  $V$  — текущая скорость движения КА;  $V_{кр} \approx \sqrt{rg} = 7850 \text{ м/с}^2$ ;  $r$  — радиус Земли;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $S$  и  $m$  — характеристическая площадь и масса КА;  $\lambda$  — логарифмический градиент плотности атмосферы;  $\rho$  — плотность атмосферы.

Предполагается, что все состояния (1) доступны для непосредственного наблюдения.

**Алгоритм синтеза ковариационного управления.** Для синтеза управления объектом (1) воспользуемся алгоритмом, основанном на построении так называемого ковариационного регулятора [4]. В соответствии с изложенным в работе [4] для системы (1), где, как было

отмечено ранее, все состояния доступны для наблюдения и, следовательно, для использования в обратной связи, ковариация состояния замкнутой регулятором  $\mathbf{K}$  системы, обозначаемая как симметрическая положительно определенная матрица  $\mathbf{X} > 0$ , удовлетворяет следующему уравнению Ляпунова:

$$(\mathbf{A} + \mathbf{BK}) \mathbf{X} + \mathbf{X} (\mathbf{A} + \mathbf{BK})^T + \mathbf{B}\mathbf{B}^T = \mathbf{0}. \quad (2)$$

В соответствии с функционалом Летова–Калмана

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt,$$

где  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  – матрицы, и введением декомпозиции аналогично тому, как это выполнено в работах [5–10], можно сформулировать алгоритм задания ковариационной матрицы  $\mathbf{X} > 0$  и построения ковариационного регулятора. Рассмотрим его по шагам.

**Первый шаг.** 1.1. Для  $L = \text{ceil}(n/r) - 1 > 0$  выполняется декомпозиция системы (1) вида:

нулевой (исходный) уровень  $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_0 = \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{Q}_0 = \mathbf{Q}$ ;

первый уровень  $\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}_0^\perp \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0^{\perp T}$ ,  $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_0^\perp \mathbf{A}_0 \mathbf{U}_{0,*}$ ,  $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{B}_0^\perp \mathbf{Q}_0 \mathbf{B}_0^{\perp T}$ ;

$k$ -й (промежуточный) уровень

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{B}_{k-1}^\perp \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{B}_{k-1}^{\perp T}, \mathbf{B}_k = \mathbf{B}_{k-1}^\perp \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{U}_{k-1,*}, \mathbf{Q}_k = \mathbf{B}_{k-1}^\perp \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{B}_{k-1}^{\perp T};$$

$L$ -й (конечный) уровень

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_L &= \mathbf{B}_{L-1}^\perp \mathbf{A}_{L-1} \mathbf{B}_{L-1}^{\perp T}, \mathbf{B}_L = \mathbf{B}_{L-1}^\perp \mathbf{A}_{L-1} \mathbf{U}_{L-1,*}, \\ \mathbf{Q}_L &= \mathbf{B}_{L-1}^\perp \mathbf{Q}_{L-1} \mathbf{B}_{L-1}^{\perp T}. \end{aligned} \quad (3)$$

Кроме выполнения декомпозиции системы для каждого уровня помимо  $L$ -го уровня необходимо выполнить SVD-разложение матриц  $\mathbf{B}_i$  (с соответствующим нижним индексом) по формуле  $\mathbf{B} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T = (\mathbf{U}_* | \mathbf{U}_\perp) \begin{pmatrix} \mathbf{\Sigma} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{V}^T$ , при этом справедливы соотношения  $\mathbf{B}^\perp = \mathbf{U}_\perp^T$ ,  $\mathbf{B}^+ = \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}_*^T$ . Здесь  $\mathbf{U}_\perp$  – матрица размером  $n \times (n-r)$ , транспонирование которой дает левый полуортогональный делитель нуля матрицы  $\mathbf{B}$ ;  $\mathbf{U}_*$  – матрица размером  $n \times r$ , участвующая в вычислении псевдообратной матрицы Мура–Пенроуза.

Следует отметить, что в общем случае для полностью управляемой системы (1) матрица  $\mathbf{B}_L$  из (3) будет иметь полный ранг по строкам либо невырожденной, либо ненулевым скаляром. При этом матрица  $\mathbf{B}_L^\perp = \mathbf{0}$ . В противном случае (неполной управляемости)  $\mathbf{B}_L = \mathbf{0}$ .

1.2. Назначается матрица  $\mathbf{X}_L$  как произвольная положительно-определенная матрица.

1.3. Назначаются произвольная матрица  $Z_L$  и произвольная ко-соэрмитова матрица  $S_L = -S_L^T$ , затем вычисляется *ковариационный регулятор* для конечного уровня

$$K_L = -\frac{1}{2}B_L^+ (A_L X_L + X_L A_L^T + Q_L) X_L^{-1} + B_L^+ S_L B_L B_L^+ X_L^{-1} + V_{L\perp} Z_L. \quad (4)$$

1.4. Назначается произвольная положительно-определенная матрица  $R_L > 0$  и обновляется *матрица ковариации*  $X_{L-1}$  по формуле

$$X_{L-1} = (U_{L-1,*} \mid B_{L-1}^{\perp T}) \times \left( \frac{R_L + K_L X_L K_L^T \mid K_L X_L}{X_L K_L^T \mid X_L} \right) \left( \frac{U_{L-1,*}^T}{B_{L-1}^{\perp}} \right). \quad (5)$$

**Второй шаг.** Пункты 1.3–1.4 повторяются для  $(L-1)$ -го уровня декомпозиции с получением выражений

$$K_{L-1} = -\frac{1}{2}B_{L-1}^+ (A_{L-1} X_{L-1} + X_{L-1} A_{L-1}^T + Q_{L-1}) (I + B_{L-1}^{\perp T} B_{L-1}^{\perp}) X_{L-1}^{-1} + B_{L-1}^+ S_{L-1} B_{L-1} B_{L-1}^+ X_{L-1}^{-1} + V_{L-1\perp} Z_{L-1}; \quad (6)$$

$$X_{L-2} = (U_{L-2,*} \mid B_{L-2}^{\perp T}) \times \left( \frac{R_{L-1} + K_{L-1} X_{L-1} K_{L-1}^T \mid K_{L-1} X_{L-1}}{X_{L-1} K_{L-1}^T \mid X_{L-1}} \right) \left( \frac{U_{L-2,*}^T}{B_{L-2}^{\perp}} \right). \quad (7)$$

**L-й шаг.** Пункты 1.3–1.4 повторяются для первого уровня декомпозиции с использованием выражений

$$K_1 = -\frac{1}{2}B_1^+ (A_1 X_1 + X_1 A_1^T + Q_1) (I + B_1^{\perp T} B_1^{\perp}) X_1^{-1} + B_1^+ S_1 B_1 B_1^+ X_1^{-1} + V_{1\perp} Z_1; \quad (8)$$

$$X_0 = (U_{0*} \mid B_0^{\perp T}) \left( \frac{R_1 + K_1 X_1 K_1^T \mid K_1 X_1}{X_1 K_1^T \mid X_1} \right) \left( \frac{U_{0*}^T}{B_0^{\perp}} \right). \quad (9)$$

**Конечный шаг.** Формируется конечный регулятор

$$K_0 = \left( \frac{1}{2}B_0^+ (A_0 X_0 + X_0 A_0^T + Q_0) \times (I_n + B_0^{\perp T} B_0^{\perp}) - B_0^+ S B_0 B_0^+ \right) X_0^{-1}, \quad (10)$$

где  $S$  – произвольная косоэрмитова матрица. Следует отметить, что на каждом уровне декомпозиции должно соблюдаться следующее

условие:

$$B_l^\perp (A_l X_l + X_l A_l^\top + Q_l) B_l^{\perp\top} = 0, \quad l = \overline{0, L}. \quad (11)$$

**Ковариационный регулятор спуска.** Для системы (1) с использованием выражений (4)–(10) для нулевого, первого и второго уровней декомпозиции будем иметь:

а) матрицы нулевого уровня декомпозиции

$$A_0 = A, \quad B_0 = B, \quad B_0^\perp = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B^+ = (0 \quad -1 \quad 0). \quad (12)$$

Положительно определенную матрицу  $Q$  полагаем известной, имеющей диагональный вид

$$Q = \begin{pmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Сингулярное разложение матрицы  $B$  запишется так:

$$B_0 = U_0 \Sigma_0 V_0^\top = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (1), \quad (14)$$

т.е.

$$U_{0,*} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad U_{0\perp} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (15)$$

б) матрицы первого уровня декомпозиции

$$A_1 = B_0^\perp A_0 B_0^{\perp\top} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a_{31} & 0 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$B_1 = B_0^\perp A_0 U_{0,*} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Q_1 = B_0^\perp Q_0 B_0^{\perp\top} = \begin{pmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Сингулярное разложение матрицы  $B_1$ :

$$B_1 = U_1 \Sigma_1 V_1^\top = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1), \quad (17)$$

или

$$U_{0,*} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad U_{0\perp} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (18)$$

в) матрицы второго уровня декомпозиции имеют вид  $A_2 = B_1^\perp A_1 B_1^{\perp\top} = 0$ ,  $B_2 = B_1^\perp A_1 U_{1,*} = -a_{31}$ ,  $Q_2 = B_1^\perp Q_1 B_1^{\perp\top} = 0$ .

Назначим матрицу ковариации для второго уровня в виде  $X_2 = x_1$ . Для простоты не будем строить множество решений и поэтому предположим, что  $S_2 = 0$  и  $Z_2 = 0$ . На основании (4) с учетом  $Q_2 = A_2 = 0$

ковариационный регулятор второго (конечного) уровня декомпозиции равен нулю:  $\mathbf{K}_2 = 0$ .

Выберем произвольную положительно определенную скалярную матрицу  $\mathbf{R}_1 = r_1$  и вычислим матрицу ковариации  $\mathbf{X}_1$  в соответствии с выражением (5):

$$\mathbf{X}_1 = ( \mathbf{U}_{1,*} \mid \mathbf{B}_1^{\perp\tau} ) \left( \begin{array}{c|c} \mathbf{R}_2 & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{X}_2 \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} \mathbf{U}_{1,*}^\tau \\ \hline \mathbf{B}_1^\perp \end{array} \right) = \begin{pmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & x_1 \end{pmatrix}.$$

Для первого уровня декомпозиции в соответствии с выражениями (8), (16)–(18) вычислим ковариационный регулятор

$$\mathbf{K}_1 = \left( \frac{1}{2} \mathbf{B}_1^+ (\mathbf{A}_1 \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_1 \mathbf{A}_1^\tau + \mathbf{Q}_1) (\mathbf{I}_n + \mathbf{B}_1^{\perp\tau} \mathbf{B}_1^\perp) \right) \times \\ \times \mathbf{X}_1^{-1} = \begin{pmatrix} q_1 & a_{31} r_1 \\ 2r_1 & x_1 \end{pmatrix}.$$

Выберем произвольную положительно-определенную скалярную матрицу  $\mathbf{R}_0 = r_0$  и вычислим матрицу ковариации  $\mathbf{X}_0$  в соответствии с выражениями (9), (12)–(15):

$$\mathbf{X}_0 = ( \mathbf{U}_{0,*} \mid \mathbf{B}_0^{\perp\tau} ) \left( \begin{array}{c|c} \mathbf{R}_1 + \mathbf{K}_1 \mathbf{X}_1 \mathbf{K}_1^\tau & \mathbf{K}_1 \mathbf{X}_1 \\ \hline \mathbf{X}_1 \mathbf{K}_1^\tau & \mathbf{X}_1 \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} \mathbf{U}_{0,*}^\tau \\ \hline \mathbf{B}_0^\perp \end{array} \right) = \\ = \begin{pmatrix} r_1 & -0,5q_1 & 0 \\ -0,5q_1 & q_1^2 + 4r_0 r_1 + \frac{a_{31}^2 r_1^2}{x_1} & -a_{31} r_1 \\ 0 & -a_{31} r_1 & x_1 \end{pmatrix}.$$

Осуществим проверку, согласно которой на основании (11) будем иметь  $\mathbf{B}^\perp (\mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{X} \mathbf{A}^\tau + \mathbf{Q}) \mathbf{B}^{\perp\tau} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0}_{2 \times 2}$ . Таким образом, матрица  $\mathbf{X}$  удовлетворяет матричному уравнению (11) и выражение конечной формулы регулятора на основании (10) запишется как

$$\mathbf{K}_0 = \left( \frac{1}{2} \mathbf{B}_0^+ (\mathbf{A}_0 \mathbf{X}_0 + \mathbf{X}_0 \mathbf{A}_0^\tau + \mathbf{Q}_0) (\mathbf{I}_n + \mathbf{B}_0^{\perp\tau} \mathbf{B}_0^\perp) \right) \mathbf{X}_0^{-1} = \\ = \begin{pmatrix} k_{11}^0 & k_{12}^0 & k_{13}^0 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

где

$$k_{11}^0 = \frac{a_{31}^2 r_1}{x_1} + \frac{\frac{1}{16} q_1^4 + 0,5 q_1^2 r_0 r_1 + 0,25 q_2 q_1 r_1^2 + r_0^2 r_1^2 + a_{21} r_0 r_1^3}{r_0 r_1^3}, \quad (20) \\ k_{12}^0 = \frac{q_1}{2r_1} + \frac{q_1^3 + 4q_2 r_1^2}{8r_0 r_1^2}, \quad k_{13}^0 = \frac{a_{31} (q_1^3 + 4q_2 r_1^2)}{8r_0 r_1 x_1}.$$

Проверка выполнения условия (2) дает

$$(A + BK)X + X(A + BK)^T + BV^T = 0_{3 \times 3},$$

где  $0_{3 \times 3}$  — нулевая матрица размером  $3 \times 3$ . Следовательно, выражения (19) и (20) представляют собой аналитический ковариационный регулятор задачи стабилизации программной траектории продольного движения КА в атмосфере Земли.

**Численный пример.** В качестве примера рассмотрим задачу отслеживания программной траектории продольного движения КА в атмосфере Земли со следующими значениями вектора состояния в отклонениях:  $x_1 = 0,9$ ;  $x_2 = 0,0105$ ;  $x_3 = 0,4$ .

Все другие необходимые для моделирования параметры заимствованы из численного решения системы уравнений

$$y'' = \frac{d^2 y}{dz^2} = -\sqrt{r\lambda} \frac{c_y}{c_x} \cos \gamma_T + \frac{e^{2z} - 1}{y};$$

$$\frac{ds}{dz} = \frac{1}{\sqrt{r\lambda} y}$$

при начальных значениях  $\sqrt{r\lambda} \frac{c_y}{c_x} \cos \gamma_T = 7$ ,  $\sqrt{r\lambda} = 30$ ,  $y = 0,1$ ,  $z = 0,0001$ .

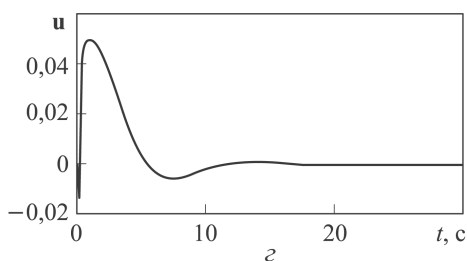
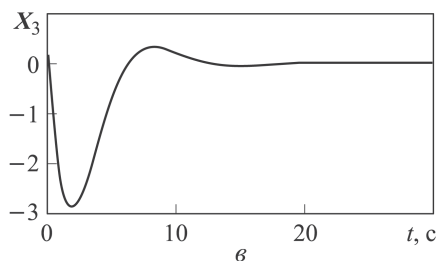
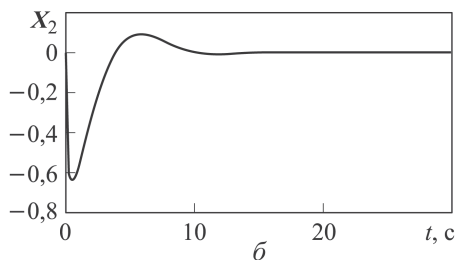
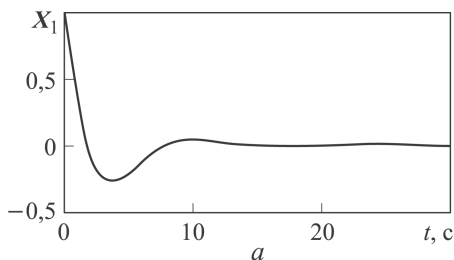
В качестве основного параметра настройки коэффициентов регулятора вида (19), (20) выберем время окончания переходного процесса, которое составило 15...20 с. Поскольку для решения задачи управления в соответствии с приведенным выше описанием необходимо выбрать ряд параметров, предварительным моделированием было установлено следующее: требуемое время переходного процесса можно обеспечить, если матрицы  $Q_0$ ,  $X_1$ ,  $R_1$  и  $R_0$  будут иметь значения

$$Q_0 = \begin{pmatrix} 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad X_1 = 3,0, \quad R_1 = R_0 = 0,2.$$

Соответственно численное решение для матрицы ковариационного управления на момент начала действия корректирующего управления, рассчитанное с использованием (19), (20), равно

$$K_{cov} = ( 0,744 \quad 1,0691 \quad -0,0987 ).$$

Переходные процессы задачи синтеза ковариационного управления стабилизацией программной траектории продольного движения КА в атмосфере Земли приведены на рисунке, процессы, показанные на частях *а-в* рисунка, представляют собой переходные процессы вектора состояния в отклонениях, а части *б* рисунка — значения корректирующего управления. Анализ кривых показывает, что ковариационный регулятор обеспечивает высокую точность управления и хорошее качество переходных процессов.



**Переходные процессы вектора состояния (а–в) и значения корректирующего управления (z)**

**Заключение.** Для математической модели третьего порядка в отклонениях продольного движения КА в атмосфере Земли разработан ковариационный регулятор в детерминированной постановке, обеспечивающий синтез высокоточной обратной связи. В основу регулятора положен ранее предложенный авторами алгоритм синтеза ковариационного управления. Указанный алгоритм построен с использованием оригинальной декомпозиции модели движения КА. Получены простые аналитические формулы расчета ковариационного регулятора. Приведены результаты моделирования отслеживания программной траектории спуска на отдельном участке полета.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Ярошевский В.А. Вход в атмосферу космических летательных аппаратов. М.: Наука, 1988. 336 с.
2. Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н. Синтез закона управления продольным движением космического аппарата в атмосфере Земли при посадке // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 10. URL: <http://engjournal.ru/catalog/it/nav/1081.html>
3. Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. О ленточной формуле решения обобщенной задачи Крылова для аффинной системы // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2014. № 6. С. 3–14.
4. Зубов Н.Е., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Синтез законов ковариационного управления космическим аппаратом // Изв. РАН. ТиСУ. 2014. № 6. С. 153–167.
5. Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Синтез развязывающих законов стабилизации орбитальной ориентации космического аппарата // Изв. РАН. ТиСУ. 2012. № 1. С. 92–108.
6. Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Синтез законов управления космическим аппаратом, обеспечивающих оптимальное размещение полюсов замкнутой системой управления // Изв. РАН. ТиСУ. 2012. № 3. С. 98–111.



7. *Применение* алгоритма точного размещения полюсов при решении задач наблюдения и идентификации в процессе управления движением космического аппарата / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов и др. // Изв. РАН. ТиСУ. 2013. № 1. С. 135–151.
8. *Модификация* метода точного размещения полюсов и его применение в задачах управления движением космического аппарата / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов и др. // Изв. РАН. ТиСУ. 2013. № 2. С. 118–132.
9. Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н., Олейник А.С., Ефанов Д.Е. Оценка угловой скорости космического аппарата в режиме орбитальной стабилизации по результатам измерений датчика местной вертикали // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2014. № 5. С. 3–15.
10. Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Олейник А.С., Рябченко В.Н. Терминальное релейно-импульсное управление линейными стационарными динамическими системами // Изв. РАН. ТиСУ. 2014. № 3. С. 134–148.

## REFERENCES

- [1] Yaroshevskiy V.A. Vkhod v atmosferu kosmicheskikh letatel'nykh apparatov [Atmospheric entry of spacecrafts]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 336 p.
- [2] Zubov N.E., Mikrin E.A., Ryabchenko V.N. Control law synthesis of the spacecraft in the Earth's atmosphere at landing. *Jelektr. nauchno-tehn. Izd. "Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovacii"* [El. Sc.-Tech. Publ. "Eng. J.: Science and Innovation"], 2013. no. 10 (22). URL: <http://engjournal.ru/catalog/it/nav/1081.html>
- [3] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. About band formula for the solution of a generalized Krylov problem for affine dynamic system. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2014, no. 6, pp. 3–14 (in Russ.).
- [4] Zubov N.E., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. Synthesis of Spacecraft Covariance Control. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2014, vol. 53, pp. 925–938.
- [5] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. Synthesis of decoupling laws for attitude stabilization of a spacecraft. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2012, vol. 51, pp. 80–96.
- [6] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. Synthesis of Controls for a Spacecraft That Optimize the Pole Placement of the Closed Loop Control System. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2012, vol. 51, pp. 431–444.
- [7] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Timakov S.N. The Use of the Exact Pole Placement Algorithm for the Control of Spacecraft Motion. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2013, vol. 52, pp. 129–144.
- [8] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. Modification the Exact Pole Placement Method and Its Application for the Control of Spacecraft Motion. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2013, vol. 52, pp. 279–292.
- [9] Zubov N.E., Mikrin E.A., Oleinik A.S., Ryabchenko V.N., Efanov D.E. The spacecraft angular velocity estimation in the orbital stabilization mode by the results of the local vertical sensor measurements. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2014, no. 5, pp. 3–15 (in Russ.).
- [10] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Oleinik A.S., Ryabchenko V.N. Terminal bang-bang impulsive control of linear time invariant dynamic systems. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2014, vol. 53, pp. 480–490.

Статья поступила в редакцию 05.02.2015

Зубов Николай Евгеньевич — д-р техн. наук, заместитель руководителя по науке НТЦ ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 90 научных работ в области систем управления космических аппаратов.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

ОАО “Ракетно-космическая корпорация “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, 141070, Московская обл., Королёв, ул. Ленина, д. 4а.

Zubov N.E. — Dr. Sci. (Eng.), deputy director of the Research and Development Centre of ОАО “S.P. Korolev Rocket and Space Corporation “Energiya”, professor of the Automatic Control System Department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 90 publications in the field of spacecraft control systems.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

ОАО “S.P. Korolev Rocket and Space Corporation “Energiya”, ul. Lenina 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.

Микрин Евгений Анатольевич — д-р техн. наук, академик РАН, первый заместитель генерального конструктора ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, заведующий кафедрой “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 150 научных работ в области систем управления космических аппаратов.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

ОАО “Ракетно-космическая корпорация “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, 141070, Московская обл., Королёв, ул. Ленина, д. 4а.

Mikrin E.A. — Dr. Sci. (Eng.), member of the Russian Academy of Sciences, first deputy general designer of ОАО “S.P. Korolev Rocket and Space Corporation “Energiya”, head of the Automatic Control System Department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 150 publications in the field of spacecraft control systems. Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

ОАО “S.P. Korolev Rocket and Space Corporation “Energiya”, ul. Lenina 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.

Рябченко Владимир Николаевич — д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник НТЦ ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 научных работ в области систем управления космических аппаратов.

ОАО “Ракетно-космическая корпорация “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, 141070, Московская обл., Королёв, ул. Ленина, д. 4а.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Ryabchenko V.N. — Dr. Sci. (Eng.), leading research scientist of the Research and Development Centre of ОАО “S.P. Korolev Rocket and Space Corporation “Energiya”, professor of the Automatic Control System Department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 200 publications in the field of control systems. Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

ОАО “S.P. Korolev Rocket and Space Corporation “Energiya”, ul. Lenina 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.

Поклад Максим Николаевич — канд. тех. наук, доцент кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 30 работ в области систем управления космических аппаратов.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Poklad M.N. — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of the Automatic Control System Department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 30 publications in the field of spacecraft control systems.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumannskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Джабаров Максим Александрович — инженер-программист научно-технического центра ОАО РКК “Энергия” им. С.П. Королёва, аспирант ОАО “РКК “Энергия” им. С.П. Королёва”. Автор двух работ в области систем управления космических аппаратов.

ОАО “Ракетно-космическая корпорация “Энергия” им. С.П. Королёва”, Российская Федерация, 141070, Московская обл., Королёв, ул. Ленина, д. 4а.

Dzhabarov M.A. — software engineer of the Research and Development Centre of ОАО “S.P. Korolev Rocket and Space Corporation “Energiya”, postgraduate of ОАО “S.P. Korolev Rocket and Space Corporation “Energiya”. Author of two publications in the field of systems control.

ОАО “S.P. Korolev Rocket and Space Corporation “Energiya”, ul. Lenina 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation.

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Поклад М.Н., Рябченко В.Н., Джабаров М.А. Ковариационное управление продольным движением космического аппарата в атмосфере Земли // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2015. № 3. С. 3–13.

**Please cite this article in English as:**

Zubov N.E., Mikrin E.A., Poklad M.N., Ryabchenko V.N., Dzhabarov M.A. Covariance control of longitudinal spacecraft motion in the Earth’s atmosphere. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2015, no. 3, pp. 3–13.