

И. В. Крючков, А. И. Сенин,  
С. В. Чернавский

## СПЕКТРАЛЬНЫЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛОВ С НЕПРЕРЫВНОЙ ФАЗОЙ И ГАУССОВОЙ ФИЛЬТРАЦИЕЙ ДЛЯ ШИРОКОПОЛОСНОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ

*Исследованы спектральные и энергетические характеристики манипулированных сигналов. Рассчитаны зависимости, позволяющие выбирать параметры манипулированных сигналов, для получения необходимых значений коэффициентов спектральной и энергетической эффективности.*

**E-mail: chernavsky\_sv@list.ru**

**Ключевые слова:** манипуляция с непрерывной фазой, гауссовый фильтр, спектральная плотность мощности, верхняя граница квадрата сигнального расстояния, коэффициенты энергетической и спектральной эффективности.

В настоящее время актуальной задачей является разработка скрытных систем связи с высокой скоростью передачи данных. Для этих целей можно использовать диапазон частот 60 ГГц (вблизи линии молекулярного поглощения кислорода). Современный уровень развития техники позволяет успешно создавать генераторы миллиметровых волн с частотной манипуляцией. В данном диапазоне для достижения хороших помехоустойчивости и экономии частотного ресурса привлекательной является возможность использования частотной манипуляции с непрерывной фазой (МНФ). Поэтому важным вопросом является выяснение зависимости характеристик системы передачи данных от выбора параметров МНФ.

Изучению характеристик сигналов с МНФ посвящено много работ [1–8]. Однако свойства сигналов в этих работах рассмотрены только для отдельных параметров манипуляции. Кроме того, большая часть работ посвящена манипулированным сигналам с применением фильтров типа приподнятый косинус или сигналам без применения фильтра, в то время как гауссовой фильтрации уделено меньше внимания. Настоящая работа посвящена изучению свойств манипулированных сигналов с гауссовой фильтрацией для различных параметров манипуляции.

Выбор гауссовой фильтрации обусловлен результатами работы по глобальной оптимизации параметров МНФ [1], в которой методами нелинейного программирования численно решалась задача выбора вида низкочастотного сглаживающего фильтра. Исследования показали,

что гауссовый фильтр незначительно отличается от наилучшего (найденного в результате оптимизации), при этом проигрыш по энергии составляет всего лишь  $\sim 0,9$  дБ.

Сигнал с МНФ можно записать в виде

$$s(t) = \sqrt{2P} \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)), \quad (1)$$

здесь  $P$  — мощность сигнала;  $f_0$  — несущая частота;

$$\varphi(t) = 2\pi h \sum_{i=0}^N a_i q(t - iT) \quad (2)$$

— закон изменения фазы сигнала [2–4, 6–8];  $a_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, N$ ) — информационные  $M$ -ичные символы из алфавита  $\{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots, \pm(M-1)\}$ ;  $h$  — индекс модуляции;  $T$  — длительность информационного символа;  $q(t)$  — фазовый импульс длительностью  $L$  символов, который связан с частотным импульсом (откликом низкочастотного фильтра на импульс единичной амплитуды длительностью  $T$ ) следующим соотношением [5]:

$$q(t) = \int_{-\infty}^t g(t) dt, \quad (3)$$

причем фазовый импульс  $q(t)$  нормирован так, что  $q(t) = \frac{1}{2}$  при  $t > LT$ .

Гауссовый фильтр характеризуется импульсной характеристикой [5]

$$G(t) = B \sqrt{\frac{2\pi}{\ln 2}} \exp\left(-\frac{2\pi^2 B^2}{\ln 2} t^2\right), \quad (4)$$

где  $B$  — ширина полосы пропускания фильтра по уровню  $-3$  дБ. В этом случае частотный импульс имеет вид

$$g(t) = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left[ -\sqrt{\frac{2}{\ln 2}} \pi B t \right] + \operatorname{erf} \left[ -\sqrt{\frac{2}{\ln 2}} \pi B (t + T) \right] \right\}, \quad (5)$$

где  $\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp(-\nu^2) d\nu$ .

Как следует из выражений (1)–(5), сигнал с МНФ определяется тремя параметрами: алфавитом источника информации  $M$ , индексом модуляции  $h$  и длительностью фазового импульса  $L$ .

Рассмотрим свойства сигналов с МНФ для случая  $M = 2$  и  $M = 4$ . При  $M > 4$ , как показано в литературе для других низкочастотных фильтров [2], совместный выигрыш по помехоустойчивости и занима-

емой полосе будет незначительным. По-видимому, это является общим свойством сигналов с МНФ при использовании различных фильтров [2]. Поэтому есть основания полагать, что наиболее рациональным вариантом окажется случай  $M = 4$ . Случай  $M = 2$  является привлекательным из-за своей вычислительной простоты по сравнению с другими  $M$ .

При выборе индекса модуляции необходимо учитывать, что [2, 7, 8]:

- для когерентной демодуляции с использованием алгоритма Витерби необходимо использовать только рациональные индексы модуляции;

- чрезмерно маленькие индексы модуляции приводят к низкой помехоустойчивости;

- чрезмерно большие индексы модуляции приводят к расширению спектральной плотности мощности сигнала без улучшения помехоустойчивости;

- от выбора индекса модуляции зависит число состояний в решетке состояний.

Если индекс модуляции представить в виде

$$h = \frac{2k}{p}, \quad k \in \mathbb{N}, \quad p \in \mathbb{N},$$

то общее число состояний в решетке определяется выражением

$$n = pM^{L-1}.$$

Для дальнейшего рассмотрения возьмем индексы модуляции  $h$  из набора:

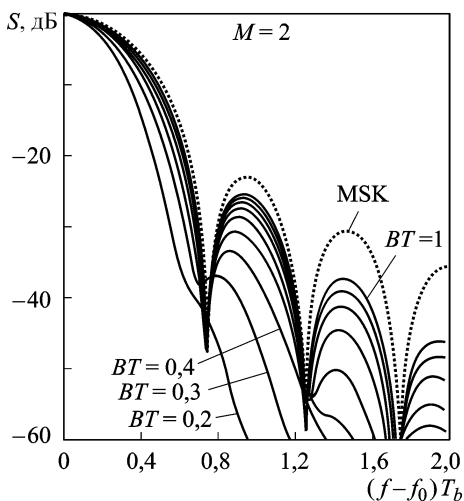
$$H = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{4}{9}, \frac{1}{2}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \right\},$$

все они ограничены значением  $p \leq 10$ .

Длительность фазового импульса  $L$  связана с параметром сглаживающего фильтра  $B$ . Примем диапазон  $BT$  от 0,2 до 1, что примерно соответствует  $L$  от 2 до 4. Дальнейшее уменьшение  $BT$  (увеличение  $L$ ) приведет к слишком большому числу операций при демодуляции, а увеличение  $BT$  — к плохим спектральным характеристикам манипулированного сигнала.

Спектральные плотности мощности модулированного сигнала для различных параметров  $M$ ,  $h$  и  $L$  были рассчитаны согласно стандартному методу, основанному на усреднении корреляционной функции МНФ сигнала [2, 6–8]. Для примера на рис. 1 приведены рассчитанные зависимости спектральных плотностей мощности сигналов с МНФ при  $h = 0,5$  и  $M = 2$  для  $BT = 0,2 \dots 1$  от параметра  $(f - f_0) T_b$ , где

$T_b = \frac{T}{\log_2 M}$  — длительность одного бита информации. Для сравнения



**Рис. 1.** Спектральные плотности мощности МНФ сигналов (дБ) при  $h = 1/2$

приведена спектральная плотность мощности сигнала с минимальным сдвигом ( $h = 0,5$ ,  $M = 2$ , сглаживающий фильтр отсутствует).

Из рис. 1 следует, что увеличение взаимной корреляции между информационными символами (т.е. уменьшение  $BT$ ) приводит к сужению полосы частот, занимаемой сигналом.

Для сравнения спектральных свойств сигналов рассмотрим коэффициенты спектральной эффективности манипулированных сигналов, которые определяются следующим образом:

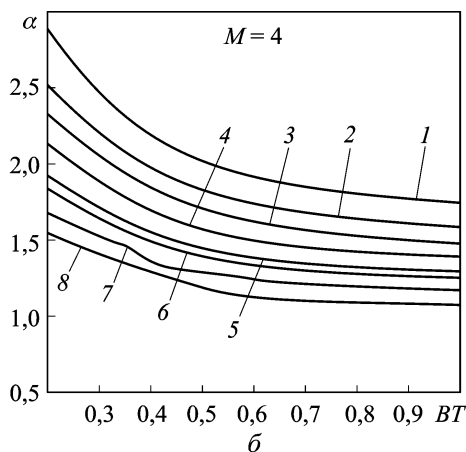
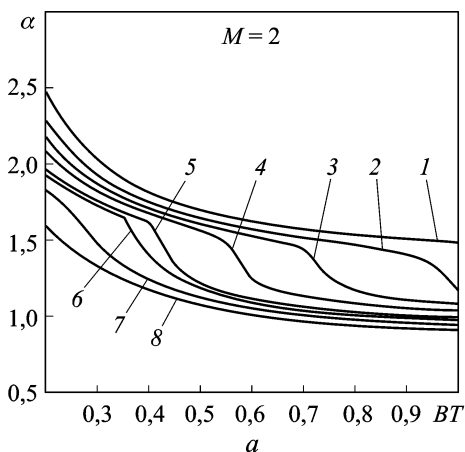
$$\alpha = \frac{1}{T_b \Delta F},$$

где  $\Delta F$  — полоса частот, занимаемая сигналом. В технике связи для полосы частот, занимаемой сигналом, существует несколько определений. Остановимся на двух из них. Согласно первому определению, полоса сигнала — это интервал частот, в котором сосредоточена определенная часть мощности сигнала (например, 99,9 %); согласно второму — это полоса частот, в которой спектральная плотность мощности сигнала спадает до заданного уровня (например, -40 дБ). Для теоретического рассмотрения более удобно первое определение, поэтому будем использовать именно его. Для дальнейшего рассмотрения долю мощности сигнала внутри полосы примем на уровне 99,9 %. На рис. 2 приведены графики рассчитанных зависимостей коэффициента спектральной эффективности от значений параметра  $BT$  для различных индексов модуляции при  $M = 2$  и  $M = 4$ .

На рис. 2 обозначено: 1 —  $h = 1/3$ ; 2 —  $h = 2/5$ ; 3 —  $h = 4/9$ ; 4 —  $h = 1/2$ ; 5 —  $h = 4/7$ ; 6 —  $h = 3/5$ ; 7 —  $h = 2/3$ ; 8 —  $h = 3/4$ .

Из рис. 2 следует, что для случая  $M = 2$  при фиксированных  $h$ , начиная с некоторого значения  $BT$ , спектральная эффективность резко уменьшается. Подобного эффекта для  $M = 4$  не наблюдается, что говорит о более сглаженном характере спектральной плотности мощности сигнала, чем для случая  $M = 2$ .

Другой важной спектральной характеристикой манипулированного сигнала является уровень боковых лепестков  $\gamma$  спектральной плотности мощности манипулированного сигнала. Зависимость уровня боковых лепестков от параметра  $BT$  при различных индексах модуляции



**Рис. 2.** Зависимости коэффициента спектральной эффективности сигнала с МНФ от параметра  $BT$  для различных индексов модуляции  $M$

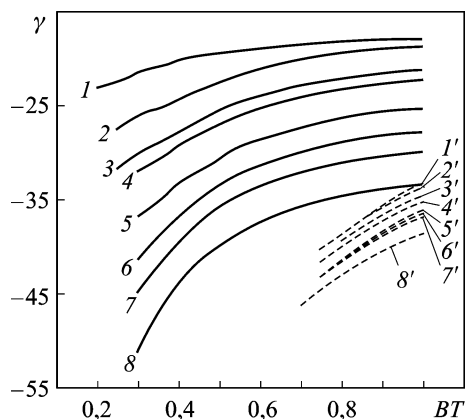
для случаев  $M = 2$  и  $M = 4$  приведена на рис. 3: для случая  $M = 2$ : 1 –  $h = 1/3$ ; 2 –  $h = 2/5$ ; 3 –  $h = 4/9$ ; 4 –  $h = 1/2$ ; 5 –  $h = 4/7$ ; 6 –  $h = 3/5$ ; 7 –  $h = 2/3$ ; 8 –  $h = 3/4$ ; для случая  $M = 4$ : 1' –  $h = 1/3$ ; 2' –  $h = 2/5$ ; 3' –  $h = 4/9$ ; 4' –  $h = 1/2$ ; 5' –  $h = 4/7$ ; 6' –  $h = 3/5$ ; 7' –  $h = 2/3$ ; 8' –  $h = 3/4$ .

На рис. 3 видно, что как в случае  $M = 2$ , так и в случае  $M = 4$ , уровень боковых лепестков снижается с уменьшением индекса модуляции. При  $M = 2$  уровень боковых лепестков в целом значительно выше, чем при  $M = 4$ .

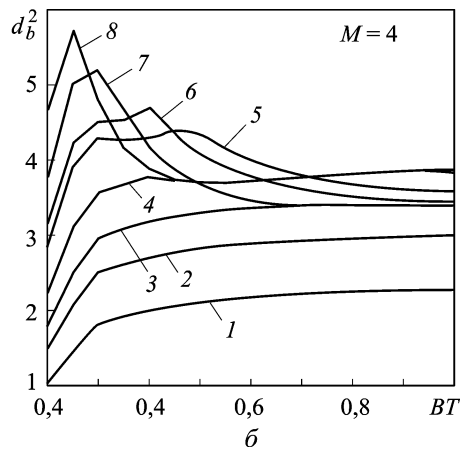
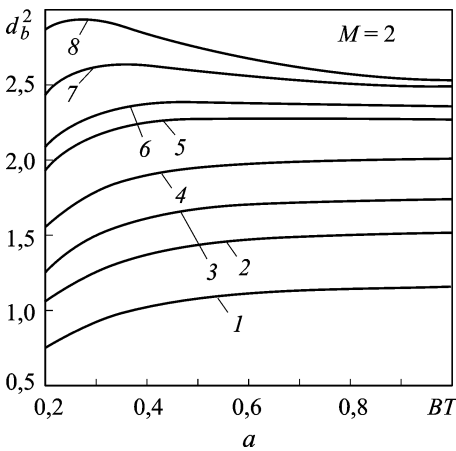
Помимо спектральных характеристик важное значение имеют энергетические характеристики системы сигналов. В качестве показателя энергетической эффективности возьмем верхнюю границу квадрата минимального сигнального расстояния  $d_B^2$  для сигналов с МНФ, нормированного к удвоенной энергии бита информации  $E_b$  [2, 3]:

$$d_B^2 = \frac{1}{2E_b} \min_{\substack{i,k \\ i \neq k}} \left\{ \int_0^\infty [s_i(t) - s_k(t)]^2 dt \right\}.$$

Процедура поиска верхней границы минимального сигнального расстояния представляет собой алгоритм перебора для всех возмож-



**Рис. 3.** Зависимости уровня боковых лепестков  $\gamma$  (дБ) от параметра  $BT$  для случаев  $M = 2$  (кривые 1–8) и  $M = 4$  (кривые 1'–8')



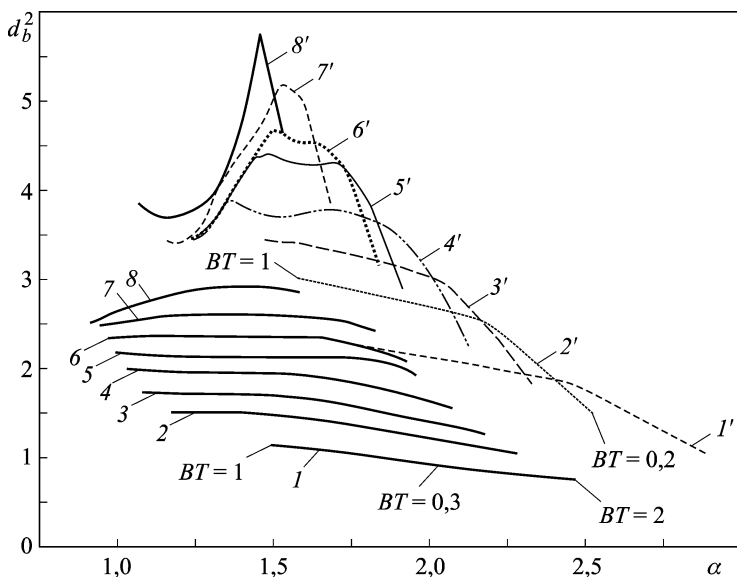
**Рис. 4.** Зависимости верхней границы квадрата сигнального расстояния от параметра  $BT$  для различных значений индекса модуляции

ных комбинаций информационных символов бесконечной длины, отличающихся в первых  $N$  символах и совпадающих во всех остальных. Обычно  $N$  берется равным не более  $L$  [2]. Алгоритм, позволяющий сократить вычислительную сложность перебора, рассмотрен в работе [2].

На рис. 4 приведены рассчитанные зависимости верхней границы нормированного квадрата сигнального расстояния от параметра  $BT$  при различных значениях индекса модуляции для случаев  $M = 2$  и  $M = 4$ :  $1 - h = 1/3$ ;  $2 - h = 2/5$ ;  $3 - h = 4/9$ ;  $4 - h = 1/2$ ;  $5 - h = 4/7$ ;  $6 - h = 3/5$ ;  $7 - h = 2/3$ ;  $8 - h = 3/4$ .

Как следует из рис. 4, в целом верхняя граница нормированного квадрата минимального сигнального расстояния при увеличении индекса модуляции повышается. При малых фиксированных индексах модуляции граница сигнального расстояния увеличивается при увеличении параметра  $BT$ . Для больших индексов модуляции граница сигнального расстояния достигает максимума при малых значениях  $BT$ . При этом стоит отметить, что для случая  $M = 4$  граница сигнального расстояния достигает значительно больших значений, чем для случая  $M = 2$ . Это говорит о возможности повышения помехоустойчивости системы связи при переходе от двухуровневой к четырехуровневой модуляции.

Наиболее полное представление о манипулированных сигналах можно составить при одновременном рассмотрении спектральных и энергетических характеристик. Для выбранных значений индекса модуляции  $h$  и диапазона значений параметра  $BT$  на рис. 5 построены графики в координатах спектральная эффективность–энергетическая эффективность и введены следующие обозначения:  $1 - h = 1/3$ ;  $2 - h = 2/5$ ;  $3 - h = 4/9$ ;  $4 - h = 1/2$ ;  $5 - h = 4/7$ ;  $6 - h = 3/5$ ;  $7 -$



**Рис. 5.** Зависимости верхней границы квадрата минимального сигнального расстояния от коэффициента спектральной эффективности модулированного сигнала для выбранных значений  $h$  и  $BT$

$h = 2/3$ ; 8 —  $h = 3/4$  — при  $M = 2$ ; 1' —  $h = 1/3$ ; 2' —  $h = 2/5$ ; 3' —  $h = 4/9$ ; 4' —  $h = 1/2$ ; 5' —  $h = 4/7$ ; 6' —  $h = 3/5$ ; 7' —  $h = 2/3$ ; 8' —  $h = 3/4$  — при  $M = 4$ .

Из рис. 5 следует, что небольшой выигрыш по энергетической эффективности и значительный выигрыш по спектральной эффективности можно получить, варьируя параметр  $BT$ . При этом при уменьшении  $BT$ , т.е. при введении более сильной межсимвольной интерференции увеличивается спектральная эффективность и одновременно уменьшается энергетическая, а также увеличивается число необходимых вычислительных операций при оптимальной демодуляции [2]. Изменением индекса модуляции также можно добиться улучшения одного из показателей эффективности, однако второй параметр при этом ухудшается.

Полученные графики позволяют выбрать требуемые параметры сигнала с МНФ для имеющихся частотного и энергетического ресурсов при разработке системы связи. Также полученные графики позволяют составить таблицу типов манипуляций для проектируемой линии связи в целях адаптивного изменения параметров манипуляции в процессе работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Svensson T. and Svensson A. Optimizing performance of spectrally constrained partial // Response CPM. Technical Report R005/2000. – 2000.

2. Anderson J. B., Aulin T. and Sundberg C. E-W. Digital phase modulation. – New York: Plenum, 1986.
3. Сигналы и их обработка в информационных системах: Учеб. пособие для вузов / П.С. Акимов, А.И. Сенин, В.И. Соленов. – М.: Радио и связь, 1994. – 256 с.
4. Osborne W. P. and Luntz M. B. Coherent and noncoherent detection of CPFSK // IEEE Trans. Commun. COM-22. 1974. – P. 1023–1036.
5. Фер К. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра: Пер. с англ. / Под ред. В.И. Журавлева. – М.: Радио и связь, 2000. – 520 с.
6. Прокис Дж. Цифровая связь: Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
7. Aulin T. and Sundberg C. -E. Continuous phase modulation – Part 1: Full response signaling // IEEE Trans. Commun. COM-29. – 1981. – P. 196–209.
8. Aulin T. and Sundberg C. -E. Continuous phase modulation. – Part 2: Partial response signaling // IEEE Trans. Commun. COM-29. – 1981. – P. 210–225.

Статья поступила в редакцию 30.03.2011

Игорь Викторович Крючков родился в 1974 г., окончил в 1998 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Начальник отдела НИИ РЭТ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 30 научных работ в области радиоэлектроники.

I.V. Kryuchkov (b. 1974) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 1998. Head of department of the Research Institute for Radio-Electronic Technology of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 30 publications in the field of radio electronics.

Александр Иванович Сенин родился в 1940 г., окончил в 1963 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Радиоэлектронные системы и устройства” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 150 научных работ в области радиоэлектроники.

A.I. Senin (b. 1940) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1963. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Radio-Electronic Systems and Devices” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 150 publications in the field of radio electronics.

Сергей Владимирович Чернавский родился в 1987 г., окончил в 2010 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Инженер НИИ РЭТ МГТУ им. Н.Э. Баумана, аспирант кафедры “Радиоэлектронные системы и устройства” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 5 научных работ в области радиоэлектроники.

S.V. Chernavskii (b. 1987) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2010. Engineer of the Research Institute for Radio-Electronic Technology, post-graduate of “Radio-Electronic Systems and Devices” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of five publications in the field of radio electronics.