УДК 621.391.1

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ, ПОСТРОЕННЫХ НА ОСНОВЕ М-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ УОЛША

А.И. Сенин
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: rl1@bmstu.ru

В современных радиолокационных, спутниковых радионавигационных и телекоммуникационных системах широко применяют сложные шумоподобные сигналы, в частности сигналы, полученные изменением фазы гармонического колебания в дискретные моменты времени по закону псевдослучайных кодовых последовательностей. Свойства, присущие этим сигналам, позволяют повысить устойчивость систем к различным помехам, обеспечить одновременную работу систем в общей полосе частот, повысить точность местонахождения объекта, решать задачи синхронизации. Множество таких сигналов должно обладать хорошими корреляционными свойствами. Каждый сигнал данного множества должен отличаться от своей сдвинутой во времени копии и от любого другого сигнала этого множества с произвольным временны́м сдвигом. Корреляционные свойства сложных фазоманипулированных сигналов однозначно определяются корреляционными свойствами кодовых последовательностей. Поэтому разработка эффективных методов синтеза кодовых последовательностей с хорошими корреляционными свойствами является актуальной задачей. Представлены результаты исследования корреляционных свойств составных кодовых последовательностей, построенных на основе последовательностей с двухуровневой периодической корреляционной функцией и последовательностей Уолша. Приведены выражения для нахождения периодической корреляционной функции, периодической взаимной корреляционной функции и меандро-инвертированной взаимной корреляционной функции. Определены требования к компонентам составных последовательностей. Указано подмножество последовательностей Уолша, при использовании которого получены составные последовательности с хорошими корреляционными свойствами.

***Ключевые слова*:** составная кодовая последовательность, периодическая корреляционная функция, периодическая взаимная корреляционная функция, меандро-инвертированная взаимная корреляционная функция, последовательности Уолша.

CORRELATION PROPERTIES OF SEQUENCES FORMED ON THE BASIS OF M-SEQUENCES AND WALSH SEQUENCES

A.I. Senin
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: rl1@bmstu.ru

Composite noise-like signals, such as signals that are obtained by phase varying of harmonic fluctuation at discrete points in time according to pseudorandom code sequences law, are widely used in modern radar, satellite radio-navigation and communication systems. Inherent properties of these signals can improve stability of systems to different types of interference, ensure simultaneous operation in overall bandwidth, increase accuracy of object positioning and solve synchronization problems. Set of such signals should have good correlation properties. Each signal of this set should differ from its time-shifted copies and from any other signal of this set with any time shift. Correlation properties of complex phase-shift keyed signals *are uniquely determined by correlation properties of code sequences. Therefore development of effective methods for synthesis of code sequences with good correlation properties is an actual task. Results of analysis of correlation properties of composite code sequences formed on the basis of sequences with two level periodic correlation function and Walsh sequences are presented. Expressions for calculating periodic correlation function, periodic cross-correlation function and meander inverted cross-correlation function are given. Requirements for the components of the composite sequences are defined. A subset of Walsh sequences that can be used to obtain the composite sequences with good correlation properties is specified.*

Keywords**:** composite code sequence, periodic correlation function, periodic cross-correlation function, meander inverted cross-correlation function, Walsh sequences.

В асинхронно-адресных системах связи выделение полезного сигнала возможно лишь при обеспечении взаимной ортогональности сигналов различных станций. В системах, работающих одновременно и в общей полосе частот, взаимная ортогональность обеспечивается применением сложных сигналов с малыми значениями меандроинвертированных взаимных корреляционных функций (МИВКФ), если начало посылок, пришедших на вход той или иной станции, не совпадают, или периодических взаимных корреляционных функций (ПВКФ) в противном случае.

В связи с этим большой интерес проявляют к сигналам, формируемым на основе составных последовательностей, позволяющих получить достаточно большие ансамбли сложных сигналов с хорошими корреляционными свойствами. Такие последовательности образуются из двух кодовых последовательностей путем повторения одной из них (несущей) в соответствии с законом другой (модулирующей). Таким образом, составные последовательности представляют собой упорядоченный набор несущих последовательностей, взятых в основной или в негативной форме.

Имеются работы, в которых в той или иной степени исследованы корреляционные свойства различных классов составных последовательностей. Так, в работе [1] рассмотрены апериодические корреляционные функции составных последовательностей, образованных из последовательностей Баркера длиной 5 и 13 символов, в работе [2] — апериодические и периодические корреляционные и взаимные корреляционные функции последовательностей, построенных на основе М-последовательностей в качестве несущих и четверичных последовательностей в качестве модулирующих. В работе [3] приведены выражения для расчета апериодических и периодических корреляционных и взаимных корреляционных функций составных последовательностей, образованных на основе М-последовательностей, однако оценки выбросов корреляционных функций отсутствуют. В работе [4] исследованы корреляционные свойства комбинированных псевдослучайных последовательностей. Вопросы построения систем сигналов с хорошими корреляционными свойствами рассмотрены в монографиях

[5–8]. Отметим, что ни в одной из перечисленных работ не изучены МИВКФ составных последовательностей, представляющие практический интерес при разработке асинхронно-адресных систем передачи информации.

В настоящей статье исследованы корреляционные свойства составных последовательностей, образованных на основе кодовых последовательностей типа М-последовательностей и последовательностей Уолша. В частности, найдены выражения для расчета периодической корреляционной функции (ПКФ), ПВКФ и МИВКФ, определены требования к компонентам составных последовательностей, указано подмножество последовательностей Уолша, при использовании которого получены составные последовательности с хорошими корреляционными свойствами.

Пусть $\{a_i\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, L_1 - 1$, и $\{b_i\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, L_2 - 1$ — двоичные последовательности с периодами, равными L_1 и L_2 соответственно. Символы последовательностей принимают значения из алфавита $\{1, -1\}$. Образуем составную последовательность $\{c_j\}$, $j = 0, 1, 2, \ldots, L_1L_2 - 1$, с периодом L_1L_2 в соответствии с правилом:

$$c_{j+kL_2} = a_k b_j, \quad k = 0, 1, 2, \ldots, L_1 - 1, \quad j = 0, 1, 2, \ldots, L_2 - 1. \tag{1}$$

Найдем ПКФ последовательности $\{cj\}$:

$$R_c^{\text{п}}(m) = \sum_{j=0}^{L_1L_2-1} c_j c_{j+m}, \quad m = 0, 1, 2, \ldots, L_1L_2 - 1. \tag{2}$$

Индекс $j + m$ в формуле (2) берется по модулю L_1L_2. В общем случае сдвиг m можно представить в виде

$$m = nL_2 + p, \quad n = 0, 1, 2, \ldots, L_1 - 1, \quad p = 0, 1, 2, \ldots, L_2 - 1. \tag{3}$$

Тогда с учетом формул (1)–(3) нетрудно показать, что

$$R_c^{\text{п}}(m) = R_c^{\text{п}}(nL_2 + p) =$$
$$= \begin{cases} L_1L_2, \quad m = 0; \\ R_b^{\text{а}}(p)R_a^{\text{п}}(0) + R_b^{\text{а}}(L_2 - p)R_a^{\text{п}}(1), \quad 0 < m \le L_2 - 1; \\ R_b^{\text{п}}(0)R_a^{\text{п}}(n), \quad m = nL_2, \quad n = 1, 2, \ldots, L_1 - 1; \\ R_b^{\text{а}}(p)R_a^{\text{п}}(n) + R_b^{\text{а}}(L_2 - p)R_a^{\text{п}}(n + 1), \quad L_2 < m < L_2(L_1 - 1), \\ \qquad\qquad m \ne nL_2, \quad n = 1, 2, \ldots, L_1 - 1; \\ R_b^{\text{а}}(p)R_a^{\text{п}}(L_1 - 1) + R_b^{\text{а}}(L_2 - p)R_a^{\text{п}}(0), L_2(L_1 - 1) < m \le L_1L_2 - 1, \end{cases} \tag{4}$$

где $R_b^{\text{а}}(p) = \sum_{i=0}^{L_2-p-1} b_i b_{i+p}$ — значение апериодической корреляционной функции (АКФ) последовательности $\{b_i\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, L_2 - 1$, при сдвиге, равном p; $R^{\text{п}}_a(n) = \sum\limits_{i=0}^{L_1-1} a_i a_{i+n}$ — значение ПКФ последовательности $\{a_i\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, L_1 - 1$, при сдвиге, равном n; индекс $i+n$ берется по модулю $L_1 - 1$.

Пусть $\{ai\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, L_1 - 1$ — двоичная последовательность с периодом L_1, а $\{b_i\}$ и $\{q_i\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, L_2 - 1$ — двоичные последовательности с периодом L_2. Символы последовательностей принимают значения из алфавита $\{1, -1\}$. В соответствии с правилом (1) образуем из последовательностей $\{a_i\}$ и $\{b_i\}$ последовательность $\{c_j\}$, $j = 0, 1, 2, \ldots, L_1L_2 - 1$, а из последовательностей $\{a_i\}$ и $\{qi\}$ — последовательность $\{d_j\}$, $j = 0, 1, 2, \ldots, L_1L_2 - 1$.

Как и в случае нахождения ПКФ, ПВКФ последовательностей $\{c_j\}$ и $\{d_j\}$ $R^{\text{п}}_{cd}(m) = \sum\limits_{j=0}^{L_1L_2-1} c_j d_{j+m}$, $m = 0, 1, 2, \ldots, L_1L_2 - 1$ (индекс $j+m$ берется по модулю L_1L_2) можно представить в виде

$$R^{\text{п}}_{cd}(m) = R^{\text{п}}_{cd}(nL_2 + p) =$$
$$= \begin{cases} R^{\text{п}}_{bq}(0)R^{\text{п}}_a(0), \quad m = 0; \\ R^{\text{а}}_{bq}(p)R^{\text{п}}_a(0) + R^{\text{а}}_{qb}(L_2 - p)R^{\text{п}}_a(1), \quad 0 < m \le L_2 - 1; \\ R^{\text{п}}_{bq}(0)R^{\text{п}}_a(n), \quad m = nL_2, \quad n = 1, 2, \ldots, L_1 - 1; \\ R^{\text{а}}_{bq}(p)R^{\text{п}}_a(n) + R^{\text{а}}_{qb}(L_2 - p)R^{\text{п}}_a(n+1), \ L_2 < m < L_2(L_1 - 1), \\ \qquad\qquad\qquad m \ne nL_2, \quad n = 1, 2, \ldots, L_1 - 1; \\ R^{\text{а}}_{bq}(p)R^{\text{п}}_a(L_1 - 1) + R^{\text{а}}_{qb}(L_2 - p)R^{\text{п}}_a(0), \\ L_2(L_1 - 1) < m \le L_1L_2 - 1, \end{cases} \tag{5}$$

где $R^{\text{а}}_{bq}(p) = \sum\limits_{i=0}^{L_2-p-1} b_i q_{i+p}$ — значение апериодической взаимной корреляционной функции (АВКФ) последовательностей $\{b_i\}$ и $\{q_i\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, L_2 - 1$, при сдвиге, равном p; $R^{\text{п}}_{bq}(0)$ — значение ПВКФ последовательностей $\{b_i\}$ и $\{q_i\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, L_2 - 1$, при $p = 0$.

В асинхронно-адресных системах передачи информации с кодовым разделением каналов интерес представляет МИВКФ

$$R^{\text{м}}_{cd}(m) = \sum_{j=0}^{L_1L_2-m-1} c_j d_{j+m} - \sum_{j=L_1L_2-m}^{L_1L_2-1} c_j d_{j+m}.$$

Индекс $j+m$ во второй сумме берется по модулю L_1L_2. Нетрудно показать, что

$$R_{cd}^{\text{м}}(m) = R_{cd}^{\text{м}}(nL_2+p) =$$
$$= \begin{cases} R_{bq}^{\text{а}}(p)R_a^{\text{п}}(0) + R_{qb}^{\text{а}}(L_2-p)R_a^{\text{а}}(1) - R_{qb}^{\text{а}}(L_2-p)R_a^{\text{а}}(L_1-1), \\ \qquad 0 < m \le L_2 - 1; \\ R_{bq}^{\text{п}}(0)R_a^{\text{а}}(n) - R_{qb}^{\text{п}}(0)R_a^{\text{а}}(L_1-n), \ m = nL_2, \ n = 1, 2, \ldots, L_1 - 1; \\ R_{bq}^{\text{а}}(p)R_a^{\text{а}}(n) + R_{qb}^{\text{а}}(L_2-p)R_a^{\text{а}}(n+1) - R_{qb}^{\text{а}}(L_2-p)R_a^{\text{а}}(L_1-n-1) - \\ -R_{bq}^{\text{а}}(p)R_a^{\text{а}}(L_1-1), \ \ L_2 < m \le L_2(L_1-1), \\ \qquad m \ne nL_2, \ \ n = 1, 2, \ldots, L_1 - 1; \\ R_{bq}^{\text{а}}(p)R_a^{\text{а}}(L_1-1) - R_{qb}^{\text{а}}(L_2-p)R_a^{\text{п}}(0) - R_{bq}^{\text{а}}(p)R_a^{\text{а}}(1), \\ \qquad L_2(L_1-1) < m \le L_2L_1 - 1. \end{cases} \tag{6}$$

Интерес представляют составные последовательности, компоненты которых удовлетворяют условиям

$$R_a^{\text{п}}(n) = -1, \ \ 1 \le n \le L_1 - 1; \tag{7}$$

$$R_{bq}^{\text{п}}(p) = 0, \ \ 0 \le p \le L_2 - 1. \tag{8}$$

Среди известных последовательностей свойством (7) обладают последовательности Баркера, М-последовательности, последовательности Лежандра, Холла и Якоби [5–9], а свойством (8) — подмножество последовательностей Уолша, составленное определенным образом [7].

Для таких составных последовательностей ПКФ, ПВКФ и МИВКФ с учетом (4)–(8) принимают вид

$$R_c^{\text{п}}(m) = R_c^{\text{п}}(nL_2+p) =$$
$$= \begin{cases} L_1L_2, \ \ m = 0; \\ L_1R_b^{\text{а}}(p) - R_b^{\text{а}}(L_2-p), \ \ 0 < m \le L_2 - 1; \\ -L_2, \ \ m = nL_2, \ \ n = 1, 2, \ldots, L_1 - 1; \\ -R_b^{\text{п}}(p), \ L_2 < m < L_2(L_1-1), \ m \ne nL_2, \ n = 1, 2, \ldots, L_1 - 1; \\ -R_b^{\text{а}}(p) + L_1R_b^{\text{а}}(L_2-p), \ \ L_2(L_1-1) < m \le L_1L_2 - 1, \end{cases} \tag{9}$$

$$R_{cd}^{\text{п}}(m) = R_{cd}^{\text{п}}(nL_2+p) = \begin{cases} 0, \ \ m = 0, \ \ L_2 < m \le L_2(L_1-1); \\ R_{bq}^{\text{а}}(p)(L_1+1), \ \ 0 < m \le L_2 - 1; \\ -R_{bq}^{\text{а}}(p)(L_1+1), \ L_2(L_1-1) < m \le L_1L_2 - 1, \end{cases} \tag{10}$$

$$R_{cd}^{\text{м}}(m) = R_{cd}^{\text{м}}(nL_2+p) =$$
$$= \begin{cases} R_{bq}^{\text{а}}(p)[L_1 - R_a^{\text{а}}(1) + R_a^{\text{а}}(L_1-1)], \ \ 0 < m \le L_2 - 1; \\ 0, \ \ m = nL_2, \ \ n = 1, 2, \ldots, L_1 - 1; \\ R_{bq}^{\text{а}}(p)[R_a^{\text{а}}(n) - R_a^{\text{а}}(n+1) + R_a^{\text{а}}(L_1-n-1) - \\ -R_a^{\text{а}}(L_1-n)], \ L_2 < m \le L_2(L_1-1), \ m \ne nL_2, \ n = 1, 2, \ldots, L_1 - 1; \\ R_{bq}^{\text{а}}(p)[R_a^{\text{а}}(L_1-1) + L_1 - R_a^{\text{а}}(1)], \ \ L_2(L_1-1) < m \le L_2L_1 - 1. \end{cases} \tag{11}$$

При записи формулы (9) учитывалось, что $R_b^{\text{а}}(p) + R_b^{\text{а}}(L_2-p) = R_b^{\text{п}}(p)$, где $R_b^{\text{п}}(p)$ — значение ПКФ последовательности $\{b_i\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots$ $\ldots, L_2 - 1$, при сдвиге, равном p; при записи формул (10) и (11) — равенство $R_{bq}^{\text{а}}(p) = -R_{qb}^{\text{а}}(L_2 - p)$, которое справедливо при выполнении условия (8).

Из формулы (4) следует, что значения нормированной ПКФ составной последовательности $\{c_j\}$, $j = 0, 1, 2, \ldots, L_1 L_2 - 1$, не будут превышать значений нормированной ПКФ последовательности $\{a_i\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, L_1 - 1$, для всех сдвигов $L_2 < m \leq L_2(L_1 - 1)$. Согласно формуле (5), ПВКФ составных последовательностей $\{c_j\}$ и $\{d_j\}$, $j = 0, 1, 2, \ldots, L_1 L_2 - 1$, принимают нулевые значения при сдвигах $L_2 \leq m \leq L_2(L_1 - 1)$ и $m = 0$, а из формулы (6) нетрудно установить, что значения нормированной функции $R_{cd}^{\text{м}}(m)$ для $L_2 \leq m \leq L_2 L_1 - 1$ приблизительно такие же, как и у нормированной функции $R_a^{\text{м}}(m)$.

Укажем на способ выбора последовательностей Уолша с ПВКФ, тождественно равными нулю при любых сдвигах. Существует несколько определений функций Уолша, позволяющих строить различные модификации этой системы, которые отличаются интервалом определения и порядком следования функций. Сначала приведем определение системы, практически совпадающего с определением системы, введенным Дж. Уолшем [10], в которой упорядочение функций проводится по числу пересечений ими нулевого уровня. Система обычно обозначается как $\{\text{wal}_i(\theta)\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots$, где $0 \leq \theta = t/T < 1$ (T — период функций):

$$\text{wal}_0(\theta) = 1;$$

$$\text{wal}_i(\theta) = \prod_{j=1}^{n} [r_j(\theta)]^{i_j^3}, \quad i = 1, 2, \ldots, 2^n - 1,$$

где $r_j(\theta) = \text{sign}[\sin(2j\pi\theta)]$ — функция Радемахера j-го порядка,

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, x > 0; \\ -1, x < 0, \end{cases}$$

$i_j^{\text{г}} = i_{j-1} + i_j$ (суммирование осуществляется по модулю 2) — значение j-го разряда в записи числа i в коде Грея; i_j — значение j-го разряда в двоичном представлении числа i.

Другая система функций Уолша, упорядоченная по числу пересечений нулевого уровня, – система функций $\{\text{wal}_0(\theta), \text{cal}_j(\theta), \text{sal}_j(\theta)\}$, $j = 1, 2, \ldots$ Здесь буквосочетания wal и sal связаны с фамилией Уолша (Walsh), а первые буквы в обозначениях $\text{cal}_j(\theta)$ и $\text{sal}_j(\theta)$ указывают на аналогию в смысле четности и нечетности этих функций с функциями $\cos\theta$ и $\sin\theta$. Функции $\text{cal}_j(\theta)$, $j = 1, 2, \ldots$, являются четными, а функции $\text{sal}_j(\theta)$, $j = 1, 2, \ldots$, — нечетными относительно точки $\theta = 1/2$. Параметр j равен половине числа пересечений нулевого уровня соответствующими функциями на интервале единичной длины и называется частотой следования, или частостью [7]. Функции системы $\{\mathrm{wal}_i(\theta)\}$ связаны с функциями $\mathrm{cal}_j(\theta)$ и $\mathrm{sal}_j(\theta)$ следующими соотношениями: $\mathrm{cal}_j(\theta) = \mathrm{wal}_{2j}(\theta)$, $\mathrm{sal}_j(\theta) = \mathrm{wal}_{2j-1}(\theta)$, $j = 1, 2, \ldots$

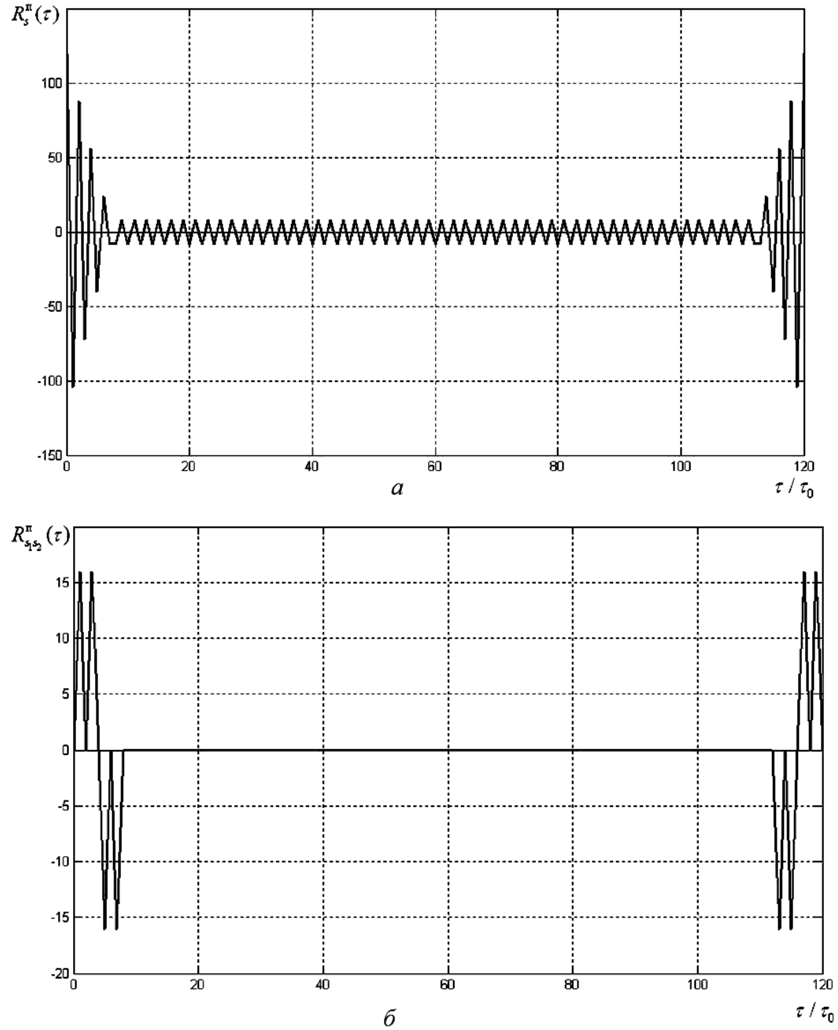
Обозначим через k_0 номер первого неравного нулю элемента в двоичном представлении частоты следования функции Уолша. Разобьем множество функций Уолша на классы R_c^p, $p = 1, 2, \ldots$, и R_s^m, $m = 1, 2, \ldots$, так, чтобы в класс R_c^p вошли все четные функции $\mathrm{cal}_j(\theta)$ с параметром $k_0 = p$, а в класс R_s^m — все нечетные функции $\mathrm{sal}_j(\theta)$ с параметром $k_0 = m$. Разбиение функций Уолша на указанные классы показано в таблице.

Разбиение функций Уолша на классы

Функции		Частота следования	Двоичное представление частоты следования	Параметр k_0
Четные	Нечетные			
$\mathrm{cal}_1(\theta)$	$\mathrm{sal}_1(\theta)$	1	0001	1
$\mathrm{cal}_3(\theta)$	$\mathrm{sal}_3(\theta)$	3	0011	
$\mathrm{cal}_5(\theta)$	$\mathrm{sal}_5(\theta)$	5	0101	
$\mathrm{cal}_7(\theta)$	$\mathrm{sal}_7(\theta)$	7	0111	
$\mathrm{cal}_9(\theta)$	$\mathrm{sal}_9(\theta)$	9	1001	
$\mathrm{cal}_{11}(\theta)$	$\mathrm{sal}_{11}(\theta)$	11	1011	
$\mathrm{cal}_{13}(\theta)$	$\mathrm{sal}_{13}(\theta)$	13	1101	
$\mathrm{cal}_{15}(\theta)$	$\mathrm{sal}_{15}(\theta)$	15	1111	
$\mathrm{cal}_2(\theta)$	$\mathrm{sal}_2(\theta)$	2	0010	2
$\mathrm{cal}_6(\theta)$	$\mathrm{sal}_6(\theta)$	6	0110	
$\mathrm{cal}_{10}(\theta)$	$\mathrm{sal}_{10}(\theta)$	10	1010	
$\mathrm{cal}_{14}(\theta)$	$\mathrm{sal}_{14}(\theta)$	14	1110	
$\mathrm{cal}_4(\theta)$	$\mathrm{sal}_4(\theta)$	4	0100	3
$\mathrm{cal}_{12}(\theta)$	$\mathrm{sal}_{12}(\theta)$	12	1100	
$\mathrm{cal}_8(\theta)$	$\mathrm{sal}_8(\theta)$	8	1000	4

Можно показать, что если функции $\mathrm{cal}_j(\theta)$ и $\mathrm{cal}_k(\theta)$ (или $\mathrm{sal}_j(\theta)$ и $\mathrm{sal}_k(\theta)$) принадлежат разным классам, то их ПВКФ тождественно равна нулю. Свойство справедливо и для последовательностей Уолша. Более подробно это положение обосновано в работе [7].

В качестве примера на части *а* рисунка показана ПКФ $R_s^{\text{п}}(\tau)$ видеосигнала $s(t)$, соответствующего составной последовательности, которая построена на основе М-последовательности с характеристическим многочленом $f(x) = x^4 + x^3 + 1$ (суммирование ведется по модулю 2) и последовательности Уолша 1–11–11–11–1, соответствующей функции Уолша $\mathrm{sal}_4(\theta)$, а на части *б* этого же рисунка — ПВКФ $R_{s_1 s_2}^{\text{п}}(\tau)$ видеосигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$, соответствующих составным последовательностям, построенным на основе той же М-последовательности и последовательностей Уолша 1111–1–1–1–1 и 1–11–11–11–1, соответ-



Периодическая корреляционная функция видеосигнала $s(t)$ (*а*) и периодическая взаимная корреляционная функция сигналов $s-1(t)$ и $s_2(t)$ (*б*)

ствующих функциям Уолша $\mathrm{sal}_1(\theta)$ и $\mathrm{sal}_4(\theta)$ (τ_0 — длительность элементарного символа видеосигналов).

Поведение ПКФ рассмотренных составных последовательностей практически такое же, как и у последовательностей, описанных в работе [2]. ПКФ имеет основной выброс, равный произведению длин компонентов. Боковые выбросы при $1 < m < L_2$ имеют значения, приблизительно равные произведению длины L_1 модулирующей последовательности на значение АКФ несущей последовательности.

Сравнить поведение ПВКФ рассмотренных составных последовательностей и последовательностей, представленных в работе [2], затруднительно, так как в настоящей работе различные последовательности формировались при одной и той же модулирующей последовательности, а в работе [2] — при разных модулирующих последовательностях. Тем не менее можно отметить следующее. В общем случае ПВКФ составных последовательностей, рассмотренных в работе [2], имеют максимальные значения выбросов, равные произведению максимального значения ПВКФ модулирующих последовательностей и максимального значения АВКФ несущих последовательностей. При определенном выборе модулирующих последовательностей можно достичь нулевых выбросов ПВКФ. Однако способ выбора таких последовательностей в работе [2] не указан. Выбросы ПВКФ составных последовательностей, рассмотренных в настоящей статье, расположены на отрезках $0 < m \leq L_2 - 1$, $L_2(L_1 - 1) < m < L_1L_2 - 1$ и принимают значения, приблизительно соответствующие произведению длины модулирующей последовательности и значения ПВКФ несущих последовательностей. При $m = 0$ и $L_2 < m \leq L_2(L_1 - 1)$ значения ПВКФ равны нулю.

Приведенные в статье составные последовательности могут найти применение в синхронных системах передачи информации с кодовым разделением каналов. При этом в качестве кодовых последовательностей необходимо использовать составные последовательности со сдвигами, равными kL_2 символов, $k = 0, 1, 2, \ldots, L_1 - 1$, что гарантирует отсутствие межканальных помех. Хорошие МИВКФ рассмотренных составных последовательностей позволяют применять эти последовательности в асинхронно-адресных системах передачи информации типа MC–DC–CDMA (многочастотные системы передачи информации с кодовым разделением каналов) [11].

Следовательно, в настоящей работе рассмотрены корреляционные свойства нового класса составных последовательностей, построенных на основе кодовых последовательностей, значения ПКФ которых при всех сдвигах $1 \leq m \leq L_1 - 1$ равно –1, и последовательностей Уолша с нулевыми ПВКФ. Указан способ выбора последовательностей Уолша. Показано, что ПВКФ составных последовательностей принимает нулевые значения при всех сдвигах $L_2 \leq m \leq L_2(L_1 - 1)$, а значения нормированных ПКФ и МИВКФ такие же, как и у соответствующих корреляционных функций модулирующей кодовой последовательности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пестряков В.Б.*, *Судовцев В.А.*, *Сенявский А.Л.* О некоторых свойствах составных двоичных последовательностей // Радиотехника. 1969. Т. 24. № 1. С. 98–100.
2. *Смирнов Н.И.*, *Голубков Н.А.* О свойствах составных последовательностей // Радиотехника и электроника. 1973. Т. 18. № 1. С. 197–200.
3. *Котов Ю.И.* Функции корреляции составных последовательностей, образованных из двух М-последовательностей // Радиотехника и электроника. 1974. Т. 19. № 9. С. 1996–1998.
4. *Сарвате Д.В.*, *Персли М.Б.* Взаимно-корреляционные свойства псевдослучайных и родственных последовательностей // ТИИЭР. 1980. Т. 68. № 5. С. 59–90.

5. *Варакин Л.Е.* Теория систем сигналов. М.: Сов. радио, 1978. 304 с.
6. *Ипатов В.П.* Периодические дискретные сигналы с оптимальными корреляционными свойствами. М.: Радио и связь, 1992. 152 с.
7. *Дядюнов Н.Г.*, *Сенин А.И.* Ортогональные и квазиортогональные сигналы. М.: Связь, 1977. 224 с.
8. *Свердлик М.Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М.: Сов. радио, 1975. 200 с.
9. *Шумоподобные* сигналы в системах передачи информации / В.Б. Пестряков, В.П. Афанасьев, В.Л. Гурвич и др.; под ред. В.Б. Пестрякова. М.: Сов. радио, 1973. 424 с.
10. *Walsh J.L.* A closed set of orthogonal functions // Am. J. Math. 1923. Vol. 55. P. 5–24.
11. *Fazel K.*, *Kaiser S.* Multi-Carrier and spread spectrum systems. N.Y.: John Wiley and Sons, Ltd., 2003. 281 p.

REFERENCES

[1] Pestryakov V.B., Sudovtsev V.A., Senyavskiy A.L. On some properties of composite binary sequences. *Radiotekhnika* [Radioengineering], 1969, vol. 24, no. 1, pp. 98–100 (in Russ.).
[2] Smirnov N.I., Golubkov N.A. On the properties of composite sequences. *Radiotekh. Electron.* [J. Commun. Technol. Electron.], 1973, vol. 18, no. 1, pp. 197–200 (in Russ.).
[3] Kotov Yu.I. Correlation functions of composite sequences formed on the basis of two M-sequences. *Radiotekh. Electron.* [J. Commun. Technol. Electron.], 1974, vol. 19, no. 9, pp. 1996–1998 (in Russ.).
[4] Sarwate D.V., Pursley M.B. Cross-correlation properties of pseudorandom and related sequences. *Zhur. TIIER* [Proc. IEEE], 1980, vol. 68, no. 5, pp. 59–90 (in Russ.).
[5] Varakin L.E. Teoriya sistem signalov [Theory of signal systems]. Moscow, Sovetskoe Radio Publ., 1978. 304 p. (in Russ.).
[6] Ipatov V.P. Periodicheskie diskretnye signaly s optimal'nymi korrelyatsionnymi svoystvami [Periodic discrete signals with optimum correlation properties]. Moscow, Radio i Svyaz' Publ., 1992. 152 p.
[7] Dyadunov N.G., Senin A.I. Ortogonal'nye i kvaziortogonal'nye signaly [Orthogonal and quasiorthogonal signals]. Moscow, Svyaz' Publ., 1977. 224 p. (in Russ.).
[8] Sverdlik M.B. Optimal'nye diskretnye signaly [Optimum discrete signals]. Moscow, Sov. Radio Publ., 1975. 200 p.
[9] Afanasiev V.P., Gurvich V.L., Pestryakov V.B., eds. Shumopodobnye signaly v sistemakh peredachi informatsii [Noise-like signals in data-transmission systems]. Moscow, Sovetskoe Radio Publ., 1973. 424 p. (in Russ.).
[10] Walsh J.L. A closed set of orthogonal functions. *Am. J. Math.*, 1923, vol. 55, pp. 5–24.
[11] Fazel K., Kaiser S. Multi-carrier and spread spectrum systems. N.Y., John Wiley and Sons, Ltd., 2003. 281 p.

Александр Иванович Сенин — канд. техн. наук, доцент кафедры “Радиоэлектронные системы и устройства” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 150 научных работ в области радиоэлектроники.
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

A.I. Senin — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Radio-electronic Systems and Devices” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 150 publications in the field of radio-electronics.
Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.