

## АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ ПОДДЕРЖКА РЕШЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГИБРИДНОЙ ФУНКЦИИ ПРЕДПОЧТЕНИЙ

В.И. Ескин<sup>1</sup>, В.А. Судаков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация  
e-mail: kaf302@mai.ru

<sup>2</sup>ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Российская Федерация  
e-mail: sudakov@keldysh.ru

*Предложен оригинальный метод выявления предпочтений лица, принимающего решения. Метод заключается в разбиении пространства критериев на области и определении отношения предпочтения между ними с использованием качественных суждений лица, принимающего решения, отношения доминирования по Парето, качественного учета важностей Подиновского. В результате применения процедуры, предложенной Ларичевым в методе ЗАПРОС, определены уровни предпочтений всех областей. При решении задач ранжирования альтернатив несколько недоминируемых альтернатив могут попадать в одну область. Возникает вопрос об их сопоставлении. В этом случае пользователю рекомендовано либо разбивать рассматриваемую область на более мелкие, либо воспользоваться количественным методом сопоставления альтернатив внутри заданной области. Функция, с помощью которой вычисляют итоговую оценку альтернатив, названа гибридной функцией предпочтений. Она может быть использована в автоматизированных системах поддержки решений в задачах выбора, ранжирования и оптимизации. Планируется применение этой функции в задачах ранжирования заявок на научно-прикладные исследования, проводимые на российском сегменте Международной космической станции.*

**Ключевые слова:** отношение доминирования, система поддержки принятий решений, векторный критерий, качественные и количественные методы поддержки решений, гибридная функция предпочтений.

## AUTOMATED DECISION SUPPORT USING A HYBRID PREFERENCE FUNCTION

V.I. Eskin<sup>1</sup>, V.A. Sudakov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow,  
Russian Federation  
e-mail: kaf302@mai.ru

<sup>2</sup>Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences),  
Moscow, Russian Federation  
e-mail: sudakov@keldysh.ru

*An original method is proposed for revealing preferences of a decision-making person. The method consists in partition of the criteria space into domains and determination of the preference pattern among them using qualitative judgments of the decision-maker, relation of dominance by Pareto, qualitative consideration of significances by Podinovski. As a result of application of the procedure proposed by Larichev in the QUERY method, the preference levels of all domains are determined. While the alternative-ranking problems are solved, several non-dominated alternatives may fall into the same domain. A question of their comparison*

*arises. In this case, it is recommended to the user either to divide the domain under consideration into smaller areas or to take advantage of the quantitative method for comparing the alternatives inside the given domain. A function, using which a final alternative estimate is calculated, is called the hybrid function of preferences. It can be used in the automated decision support systems in problems on selection, ranking, and optimization. The application of this function is planned for problems of ranking requests for scientific-applied research conducted at the Russian segment of the International Space Station.*

**Keywords:** relation of dominance, decision support system, vector criterion, qualitative and quantitative methods for decision support, hybrid function of preferences.

**Введение.** Для оценки эффективности сложных технических систем на кафедре “Автоматизированные системы обработки информации и управления” МАИ в начале 1990-х годов был разработан оригинальный метод задания функций предпочтений для векторных критериев оптимальности [1]. На основе этого метода создана система поддержки принятия решений (СППР) DSS/UTES, которая успешно применялась для решения задачи формирования программ научно-прикладных исследований в космической отрасли, при проведении экспертиз научно-технических проектов, в области экологического мониторинга, а также мониторинга муниципальных образований, при выборе систем спутниковой связи [2].

Опыт построения функций предпочтений в СППР PDSS/UTES выявил следующие недостатки: процедура трудоемка; метод не чувствителен к изменениям по непрерывным показателям в рамках одной градации; практическое применение ограничено четырьмя компонентами векторного критерия.

Формальные количественные методы свертки векторного критерия и ранжирования альтернатив обычно не учитывают зависимость по предпочтениям, а если и учитывают, то процедура их определения требует оцифровки лексических критериев и больших затрат времени ЛПР.

Качественные методы на основе парето-оптимальности не позволяют различать все альтернативы по предпочтению, а в случае неограниченного множества альтернатив дают возможность только визуализировать границу парето-оптимальных решений, на которой находится бесконечное число альтернатив.

Необходимо разработать метод формирования функций предпочтения, который позволяет учесть зависимость по предпочтениям, не требует существенных затрат времени на построение пользователем функций предпочтений, работает с векторным критерием произвольной размерности.

**Метод решения задачи.** Опишем суть предлагаемого метода в общем виде. Пусть пространство критериев имеет размерность  $n$ , равную размерности векторного критерия оптимальности. Оси координат соответствует частным критериям оптимальности.

Пользователь выделяет в пространстве критериев непересекающиеся области, причем области могут быть невыпуклыми. Для каждой области пользователь задает некоторое значение уровня предпочтения в шкале предпочтений, на которой устанавливается строгое отношение предпочтения.

Процедура задания уровня предпочтений здесь не оговаривается. При задании предпочтений также не требуется, чтобы все точки внутри области были неразличимы по предпочтительности. Следует только указать, что при несовпадении предпочтений все точки одной области, предпочтительнее всех точек другой области. Далее в автоматическом режиме требуется сформировать множество выпуклых подобластей пространства критериев, которые не пересекаются с областями, заданными пользователем, а также между собой; объединение сформированных подобластей вместе с исходными областями дает полное пространство критериев.

Используя понятие “доминирования по Парето” или другие методы определения доминирования (например, качественный учет важностей Подиновского [3]), можно определить отношение предпочтения между областями, заданными пользователем, и областями, определенными автоматически. Применим наиболее строгое правило доминирования: область  $A$  доминирует над областью  $B$ , если любая точка из области  $A$  доминирует над любой точкой из области  $B$ . Однако, если области, заданные пользователем, выпуклые и пользователь полагает, что предпочтения внутри области изменяются несущественно, то будем, не снижая общности, использовать эвристическое правило доминирования между областями: находим центральную точку области (например, медиану) и принимаем, что область  $A$  доминирует над областью  $B$ , если центр области  $A$  доминирует над центром области  $B$ .

Затем строим ориентированный граф, вершины которого соответствуют областям, а дуги — отношениям предпочтения между ними. Полученный граф не должен содержать циклов и быть слабосвязанным. Невыполнение требования отсутствия циклов свидетельствует о нарушении транзитивности в суждениях пользователя. В этом случае пользователь должен скорректировать области или уровни предпочтения между областями, или и то и другое. Если граф не является слабосвязанным, то пользователь задает предпочтения для слишком малого числа областей и ему необходимо определить дополнительные отношения предпочтения.

Выполняем процедуру разбора графа, аналогичную процедуре, предложенной Ларичевым в методе ЗАПРОС [4]. Недоминируемым областям присваивается высший уровень предпочтений (новые предпочтения для всех областей). Метод не может различить точки этих недоминируемых областей по предпочтениям, поэтому им устанавливается одинаковый уровень предпочтений. Недоминируемые области

(вершины) исключаются из графа. Далее осуществляем поиск недоминируемых областей среди оставшихся и назначаем им следующий (более низкий) уровень предпочтений. И так до тех пор, пока в графе не останется вершин с незадавленными предпочтениями. В результате процедуры разбора графа несколько областей могут иметь один уровень предпочтений, такие области объединим в одну.

Следует отметить, что предпочтения, полученные в результате такой процедуры, для областей, на которых первоначально задавал уровни предпочтения пользователь, могут не соответствовать исходным. Однако это не нарушает порядка следования предпочтений между ними.

При решении практических задач ранжирования альтернатив часто несколько недоминируемых альтернатив попадают в одну область. Возникает вопрос об их сопоставлении. В этом случае пользователю предлагается либо разбивать данную область на более мелкие, либо воспользоваться формальным (количественным) методом сопоставления альтернатив внутри заданной области. Такими формальными методами могут быть взвешенная сумма, мультипликативная свертка, идеальная точка, свертка Гермейера, расстояние Чебышева [5]. Применение формальных методов в локальной области основано на следующем эвристическом соображении: зависимости по предпочтениям и существенные нелинейности проявляются только при больших изменениях значений критериев. Под большими изменениями понимаем такие, которые приводят к переходу из одной области предпочтений в другую. В небольшой области недостатки формальных методов (например, взаимная компенсация критериев, влияние масштабирующих коэффициентов) несущественны для пользователя.

**Математическая формализация метода.** Введем следующие обозначения:  $i$  — номер критерия,  $i = 1, \dots, n$ , где  $n$  — число критериев. Для удобства задания областей, которые будем упорядочивать по предпочтениям, разобьем значения критериев на градации:  $t_{ij}$  —  $j$ -я градация  $i$ -го критерия. Для лексических критериев градациями являются слова (термы), для непрерывных критериев — интервал значений. Интервал указывается в виде правой и левой границы, при этом сообщается, входит ли в него само значение на границе.

Предпочтения по каждому непрерывному критерию должны быть монотонны или иметь один экстремум (идеальное значение). Градации должны быть отсортированы в порядке увеличения:  $\forall i, j : t_{ij+1} > t_{ij}$ . Число градаций у критериев может быть различным:  $j = 1, \dots, q_i$ , где  $q_i$  — число градаций  $i$ -го критерия.

Полное пространство всех возможных комбинаций значений градаций критериев задается как декартово произведение

$$A = \{t_{11}, t_{12}, \dots, t_{1q_1}\} \otimes \{t_{21}, t_{22}, \dots, t_{2q_2}\} \otimes \dots \otimes \{t_{n1}, t_{n2}, \dots, t_{nq_n}\},$$

мощность которого вычисляется по формуле  $Q = |A| = \prod_{i=1}^n q_i$ . Полученное значение во многих практических задачах достаточно велико и задавать уровни предпочтения для всех элементов множества  $A$  на практике сложно. Поэтому в качестве области, для которой определяется уровень предпочтения, рассмотрим объединение некоторых элементов множества  $A$ .

**Множества**  $M_k$ , где  $k = 1, \dots, K$ , — это подмножества множества  $A$ . Возьмем произвольную точку пространства критериев  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , где  $x_i$  — значение  $i$ -го критерия, которое обязательно попадает в одну из градаций  $\forall i \exists j (x_i \in t_{ij})$ . Принадлежность точки  $X$  множеству  $M_k$  определяется предикатом

$$W(X, k) = \bigwedge_{i=1}^n \left( \bigvee_{j \in m_{ik}} (x_i \in t_{ij}) \right),$$

где  $(x_i \in t_{ij})$  — двуместный предикат, который выполняется (равен истине), когда  $x_i \in t_{ij}$ .

Множества  $M_k$  — выпуклые. Для каждого множества  $M_k$  по каждому из критериев определяются градации, которые входят в соответствующее  $k$ -е множество,  $m_{ik}$  — множество номеров градаций  $i$ -го критерия, которые входят в  $k$ -е множество  $M_k$ . В общем случае объединение всех множеств  $M_k$  не составляет всего множества  $A$ .

Для каждого множества  $M_k$  пользователь СППР задает уровень предпочтений  $P(M_k)$  в порядковой шкале. Множество значений  $P(\dots)$  — целые числа, чем больше число, тем предпочтительнее соответствующий аргумент функции. Со значениями функции  $P(\dots)$  нельзя выполнять арифметические операции (сложение, вычитание и пр.), допустимы только операции сравнения.

Все множества  $M_k$  с различным уровнем предпочтений не пересекаются, т.е. отличаются хотя бы по одному критерию:

$$\forall k_1, k_2 (P(M_{k_1}) \neq P(M_{k_2})) \rightarrow (\exists i (m_{ik_1} \cap m_{ik_2} = \emptyset)).$$

Если множества  $M_k$  имеют равный уровень предпочтений, то допустимо их пересечение. Одно множество или объединение нескольких множеств  $M_k$  определяет область с заданным уровнем предпочтений, которая в общем случае может быть невыпуклой.

Поскольку объединение всех множеств  $M_k$  не составляет всего множества  $A$ , необходимо обеспечить возможность определения уровня предпочтений для любой комбинации значений градаций, которые не попали ни в одно из множеств  $M_k$ . Такие комбинации значений градаций назовем *ячейками*  $T_l = \{t_{1g_{1l}}, t_{2g_{2l}}, \dots, t_{ng_{nl}}\}$ , где  $g_{il}$  — номер градации  $i$ -го критерия для  $l$ -й ячейки,  $l = 1, \dots, L$ .

Фактически необходимо найти все комбинации значений градаций, которые не входят ни в одно из множеств  $M_k$ . Условие непопадания во все множества  $M_k$  имеет вид:  $\forall l \forall k \exists i (g_{il} \notin m_{ik})$ .

Определим общее число ячеек  $L$ , для чего вычтем из общего числа комбинаций значений градаций критериев  $Q$  число комбинаций, которые уже покрыты всеми множествами  $M_k$ . Если множества  $M_k$  не пересекаются, то число комбинаций, которые они покрывают, можно

$$\text{сложить: } L = Q - \sum_{k=1}^K \prod_{i=1}^n |m_{ik}|.$$

Учитывая, что градации отсортированы в порядке увеличения предпочтительности, применим к ячейкам  $T_l$  и множествам  $M_k$  условие оптимальности по Парето. В результате возникают отношения предпочтения между ячейками  $(\forall i (g_{il_1} \geq g_{il_2}) \& \exists i (g_{il_1} > g_{il_2})) \rightarrow T_{l_1} \succ T_{l_2}$ , а также отношения предпочтения ячеек над множествами  $\forall i (g_{il} \geq \max_{j \in m_{ik}} j) \& \exists i (g_{il} > \max_{j \in m_{ik}} j) \rightarrow T_l \succ M_k$  и отношения предпочтения множеств над ячейками  $\forall i (\max_{j \in m_{ik}} j \geq g_{il}) \& \exists i (\max_{j \in m_{ik}} j > g_{il}) \rightarrow M_k \succ T_l$ .

Кроме того, существует отношение доминирования между всеми множествами  $M_k$ , которое характеризуется уровнями предпочтений, заданными пользователем:  $\forall k_1 \forall k_2 (P(M_{k_1}) > P(M_{k_2}) \rightarrow M_{k_1} \succ M_{k_2})$ .

В результате могут остаться ячейки, для которых не определены отношения предпочтения. Если для критериев установить отношения предпочтения и шкалы критериев полагать однородными, то можно доопределить предпочтения между ячейками методом качественного учета важностей Подиновского [3].

Применяя указанные правила доминирования ко всем ячейкам и множествам можно построить ориентированный граф доминирования ячеек  $T_l$  и множеств  $M_k$ . Вершины этого графа будут соответствовать ячейкам и множествам, а направленные дуги — отношениям доминирования. Граф необходимо проверить на наличие циклов. При наличии циклов следует указать на это пользователю. Для каждого цикла необходимо установить множества  $M - k$ , которые в него входят, и сообщить пользователю, что следует выполнить корректировку уровней предпочтений или изменить сами множества.

Если циклы отсутствуют, то следует использовать алгоритм разбора графа. С помощью этого алгоритма определяются значения уровней предпочтений  $P(\dots)$  в единой порядковой шкале для множеств  $M_k$  и ячеек  $T_l$  в следующей последовательности:

- 1)  $p = L + Q$ ;
- 2) определение множества недоминируемых вершин  $M_k$  и  $T_l$ ;
- 3) присвоение им уровня предпочтений  $p$ ;
- 4) исключение из графа недоминируемых вершин;
- 5)  $p = p - 1$ ;

б) если граф не пуст, то переход на шаг 2;

7) конец.

В результате выполнения рассмотренного алгоритма некоторые вершины попадут на один уровень предпочтений. Если все вершины будут различимы, то в конце работы алгоритма  $p = 0$ . Если все вершины неразличимы, то  $p = L + Q - 1$ . Определим синтетический показатель уровня неразличимости на полном множестве:

$$Z = \frac{p}{L + Q - 1} \cdot 100 \%$$

Чем детальней пользователь задаст предпочтения, тем меньше будет это число. Если пользователя не устраивает результат работы метода, то следует указать ему на необходимость понижения значения  $Z$ .

Обычно градация или множество включает в себя более одного возможного значения критерия. Для сопоставления различных векторов пространства критериев, входящих в одно множество или в одну ячейку, необходимо добиться изменения итоговой оценки альтернативы при изменении критерия в рамках одного уровня предпочтений. Для этого вычисляем итоговое значение предпочтений:

$$Y(X) = P(X) + D(X),$$

где  $P(X)$  — целочисленный уровень предпочтений, определенный по алгоритму разбора графа;  $D(X)$  — оценка, полученная количественным методом свертки векторного критерия, которая рассчитана в рамках той области (множества или ячейки), куда попало значение вектора  $X$  и нормированная в пределах от 0 до 1.

Количественные методы свертки не позволяют работать с лексическими критериями, поэтому каждая область по лексическому критерию не должна содержать более одной градации. В этом случае изменение уровня предпочтений по данному критерию в рамках одной области не происходит.

Функцию  $Y(X)$ , с помощью которой вычисляется итоговое значение предпочтений, будем называть *гибридной функцией предпочтений* (ГФП).

Значение итоговой оценки альтернативы, получаемое указанным методом, состоит из целой части, отражающей качественные суждения пользователя, и дробной части, отражающей применения количественных методов для повышения чувствительности и возможности оптимизации на непрерывном множестве.

С одной стороны, предлагаемый метод позволяет существенно упростить процедуру построения функции предпочтений, задавая ее подробно не на всем критериальном пространстве, а с другой — использовать преимущества количественных методов свертки векторных критериев (как правило, требуется меньший объем информации при

их задании для более детального сопоставления альтернатив, находящихся в одной области решений, по предпочтению одинаковой с точки зрения ЛПР).

**Выводы.** Приведенный в настоящей статье оригинальный метод построения гибридной функции предпочтений позволяет учитывать зависимости по предпочтениям, обеспечивает требуемую точность поддержки принятия решений, содержит быструю итеративную процедуру ввода и редактирования предпочтений. Метод инвариантен по отношению к предметной области.

Подобная формализация и алгоритмизация метода дает возможность осуществить программную реализацию ГФП в рамках СППР “Космос”, планируется использование метода в задачах оценки и ранжирования заявок на научно-прикладные исследования, проводимые на российском сегменте Международной космической станции [6].

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-01-00895 А.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Афонин К.А., Бомас В.В., Ескин В.И.* Система поиска рациональных решений, структурно инвариантная по отношению к проблемной области // *Методы и системы принятия решений. Автоматизация и интеллектуализация процессов проектирования и управления.* Рига: Рижский технический университет, 1993. С. 23–25.
2. *Бомас В.В., Судаков В.А.* Поддержка субъективных решений в многокритериальных задачах. М.: Изд-во МАИ, 2011. 176 с.
3. *Подиновский В.В.* Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. М.: Физматлит, 2007. 64 с.
4. *Ларичев О.И.* Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах. М.: Логос, 2000. 296 с.
5. *Лотов А.В., Поспелова И.И.* Многокритериальные задачи принятия решений. М.: МАКС Пресс, 2008. 197 с.
6. *Осинов В.П., Судаков В.А., Хахулин Г.Ф.* Информационные технологии формирования этапной программы научно-прикладных исследований на российском сегменте Международной космической станции // *Вестник компьютерных и информационных технологий.* 2012. № 12. С. 24–28.

## REFERENCES

- [1] Afonin K.A., Bomas V.V., Eskin V.I. A system for seeking rational decisions which are structurally invariant with respect to the problem area. *Sb. "Metody i sistemy prinyatiya resheniy. Avtomatizatsiya i intellektualizatsiya protsessov proektirovaniya i upravleniya"* [Collect. Pap. "Methods and systems of decision making. Automation and intellectualization of the design and management"]. Riga, Riga Tech. Univ. Publ., 1993, pp. 23–25 (in Russ.).
- [2] Bomas V.V., Sudakov V.A. Podderzhka sub'ektivnykh resheniy v mnogokriterial'nykh zadachakh [Supporting subjective decisions in multiobjective problems]. Moscow, MAI Publ., 2011. 176 p.



- [3] Podinovskiy V.V. Vvedenie v teoriyu vazhnosti kriteriev v mnogokriterial'nykh zadachakh prinyatiya resheniy [Introduction to the criteria importance theory in multicriteria decision-making problems]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2007. 64 p.
- [4] Larichev O.I. Teoriya i metody prinyatiya resheniy, a takzhe Khronika sobytiy v Volshebnykh stranakh [Theory and methods of decision making and the Chronicle of Events in Magic Countries]. Moscow, Logos Publ., 2000. 296 p.
- [5] Lotov A.V., Pospelova I.I. Mnogokriterial'nye zadachi prinyatiya resheniy [Multicriteria decision-making problems]. Moscow, MAKS Press, 2008. 197 p.
- [6] Osipov V.P., Sudakov V.A., Khakhulin G.F. Information technology for forming a scientific and applied research stage program on the Russian segment of the International Space Station. *Vestn. Komp. Inf. Tekhnol.* [Herald of Comp. Inf. Technol.] 2012, no. 12, pp. 24–28 (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 11.04.2013

Владимир Иванович Ескин — канд. техн. наук., доцент кафедры “Автоматизированные системы обработки информации и управления” Московского авиационного института. Автор более 50 научных работ в области технологии интеллектуальной поддержки принятия решений, теории, методов проектирования и эффективности функционирования и моделирования технических систем.

Московский авиационный институт (научный исследовательский университет), Российская Федерация, 125993, Москва, Волоколамское ш., д. 4, А-80, ГСП-3.

V.I. Eskin — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Automated Systems of Data Processing and Management” department of the Moscow Aviation Institute. Author of more than 50 publications in the field of technology of intellectual support of decision making, theory and methods of design and efficiency of functioning and simulation of technical systems. Moscow Aviation Institute (National Research University), Volokolamskoe shosse 4, Moscow, 125993 Russian Federation.

Владимир Анатольевич Судаков — канд. техн. наук, доцент, старший научный сотрудник ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Автор более 30 научных работ в области систем поддержки принятия решений, исследования операций, управления разработкой программного обеспечения, корпоративных информационных систем.

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Российская Федерация, 125047, Москва, Миусская пл., д. 4.

V.A. Sudakov — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor, senior researcher of the Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences. Author of more than 30 publications in the field of decision support systems, study of operations, management of software development, corporate information systems.

Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, Miusskaya ploshchad' 4, Moscow, 125047 Russian Federation.