

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ТРЕХКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ПЕРЕКРЕСТНЫМИ СВЯЗЯМИ

А.С. Аксенов¹, Е.М. Воронов², К.К. Любавский², С.И. Сычев¹

¹ОАО “Корпорация “Тактическое ракетное вооружение”, Королёв
Московская обл., Российская Федерация
e-mail: wichmasterr@yandex.ru

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: emvoronov@mail.ru

Методы оптимизации управления многообъектными многокритериальными системами на основе стабильно-эффективных компромиссов применяются в многокритериальной задаче параметрической оптимизации структурно-сложной трехканальной системы стабилизации статически устойчивого летательного аппарата нормальной аэродинамической схемы в условиях исходной структурной несогласованности каналов на основе перекрестных связей между каналами. Сформирован обобщенный стабильно-эффективный алгоритм многокритериальной оптимизации на основе равновесно-арбитражного компромисса. Выявлен полный набор перекрестных связей в практически полезной модели линеаризованной системы стабилизации противокорабельной ракеты с “возмущенной” опорной траекторией полета. Исследованы оптимальные режимы стабилизации летательного аппарата с учетом устойчивости, качества, статической точности и быстродействия под действием возмущений и при изменении свойств перекрестных связей.

Ключевые слова: многообъектная многокритериальная система, стабильно-эффективный компромисс, опорная траектория, равновесно-арбитражный метод, равновесие по Нэш, система стабилизации, критерий эффективности, метод Хука – Дживса.

MULTI-CRITERIA PARAMETRIC OPTIMIZATION OF THE TRIPLE-CHANNEL CROSS-COUPLING STABILIZING SYSTEM OF AN AIRCRAFT

A.S. Aksenov¹, E.M. Voronov², K.K. Lyubavskiy², S.I. Sychev¹

¹OAO “Corporation “Tactical Missile Armament”, Korolev, Moscow region,
Russian Federation
e-mail: wichmasterr@yandex.ru

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: emvoronov@mail.ru

Methods for optimizing control of multi-object and multi-criteria systems on the basis of stable-effective compromise concept are used in multi-criteria task to parametrically optimize the structurally-complex triple-channel stabilizing system of a statically stable aircraft with normal aerodynamic design under conditions of initial structural inconsistency of channels based on cross coupling between channels. The generalized stable-effective algorithm of multi-criteria optimization is formed on the basis of equilibrium-arbitral compromise. A complete set of cross couplings is revealed in the practically useful model of linearized stabilizing system of an anti-ship missile with “perturbed” reference trajectory of flight. Optimal modes of aircraft

stabilization are investigated taking into account the stability, performance, static accuracy and control response under exposure to perturbations and with changes in the cross-coupling conditions.

Keywords: multi-object and multi-criteria system, stable-effective compromise, reference trajectory, equilibrium-arbitral algorithm, Nash equilibrium, stabilizing system, criterion of efficiency, pattern search.

В настоящей работе развивается подход равновесно-арбитражной балансировки каналов в многосвязном регулировании и управлении [1] для системы стабилизации летательного аппарата (ЛА) на основе теории оптимизации управления многообъектными многокритериальными системами (ММС) [2], которая применяется для трех классов задач управления структурно-сложными системами в условиях исходной структурной несогласованности, конфликтной ситуации и неопределенности (среды, “активного” партнера, цели). Рассматриваемая задача относится к первому классу и обобщает результаты для системы стабилизации (ССт) ЛА, полученные в работе [1].

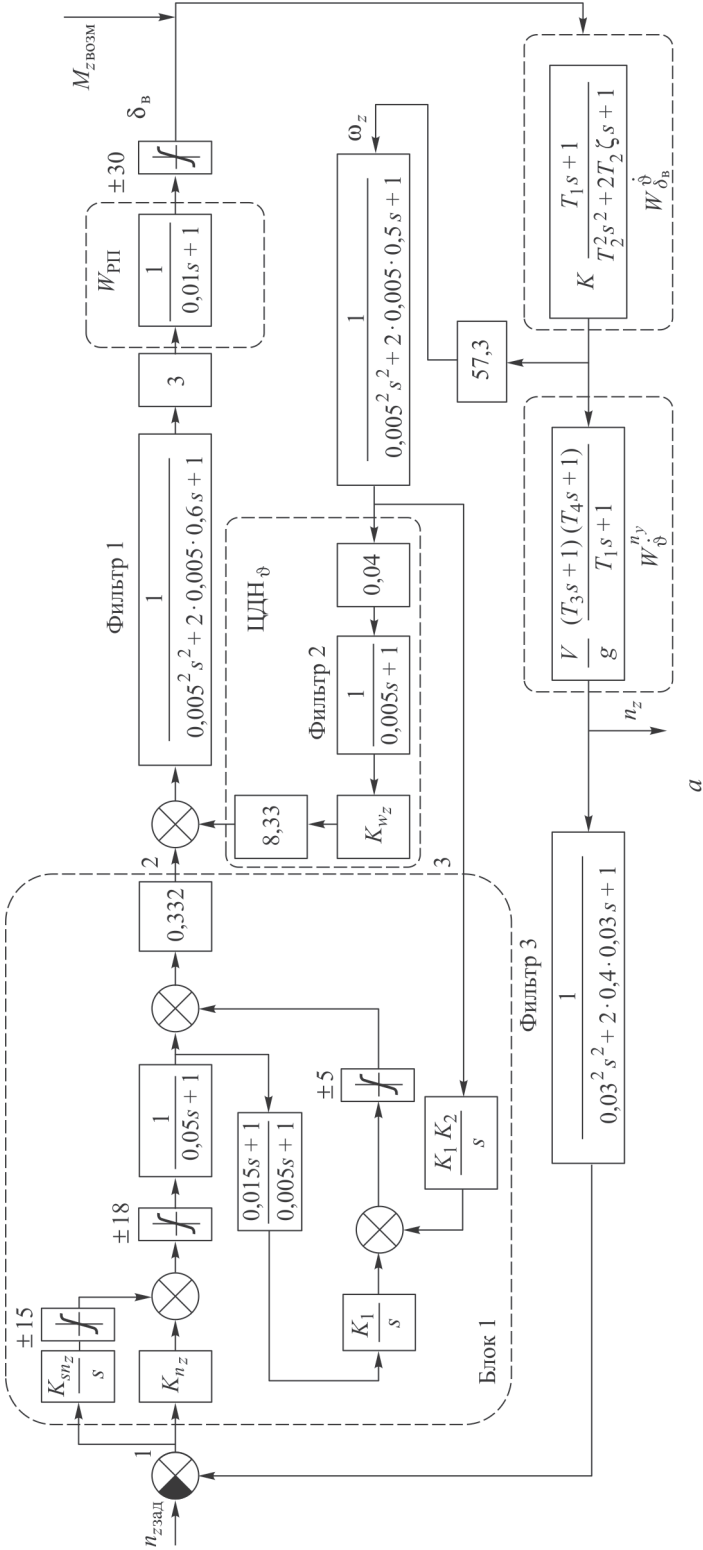
Указанные обобщения обусловлены расширенной моделью ССт ЛА, которая содержит полный набор каналов стабилизации (по тангажу, рысканию и крену) с полным набором перекрестных связей, обобщенным вычислительным алгоритмом получения области устойчивости (в отличие от метода D-разбиений, который сложен в случае применения трехканальной ССт), а также равновесно-арбитражной многокритериальной оптимизацией с расширенным числом оптимизируемых параметров.

Математические модели каналов ССт и трехканальной ССт с перекрестными связями. Рассмотрено динамическое описание типовой противокорабельной ракеты. Структурные схемы контура стабилизации продольного и бокового каналов, а также канала крена [3–5] в виде соединения передаточных функций (ПФ) ЛА, рулевого привода, различных фильтров, регуляторов и цифровых делителей напряжения (ЦДН) приведены на рис. 1.

Управляющими параметрами продольного канала являются величины K_{ω_z} , K_{n_y} , управляющими параметрами бокового канала — величины K_{ω_y} , K_{n_z} , управляющими параметрами канала крена — K_{ω_x} , K_{γ} .

Структурная схема трехканальной ССт с перекрестными связями представлена на рис. 2.

Формирование математического описания показателей и постановка задачи комбинированной оптимизации трехканальной ММС с перекрестными связями. Оценить качество регулирования можно непосредственно по расчетным или опытным переходным процессам или косвенно по другим динамическим свойствам [6, 7]. Таким образом, методы оценки качества систем регулирования подразделяют на *прямые* и *косвенные*. К первым относят определение характеристик переходного процесса, времени выхода на установившийся режим,



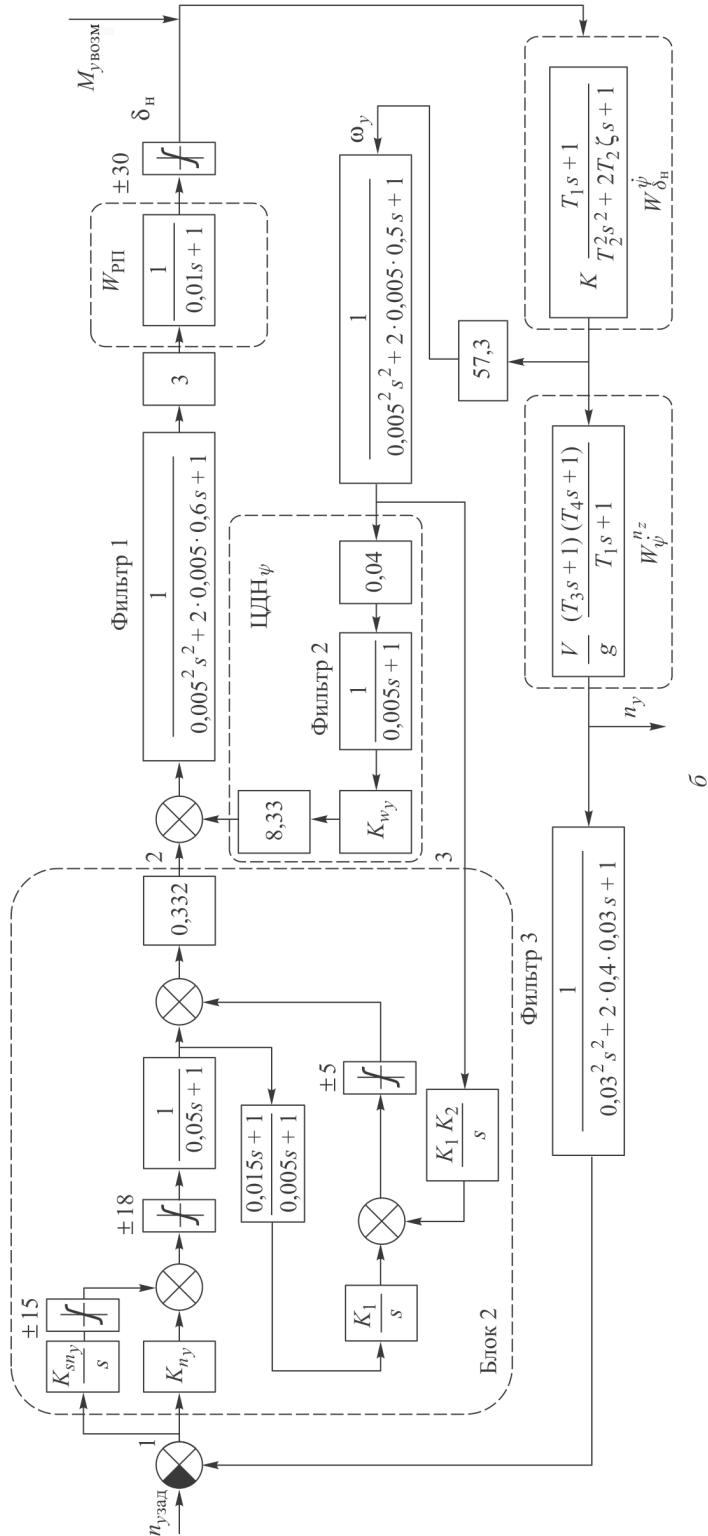
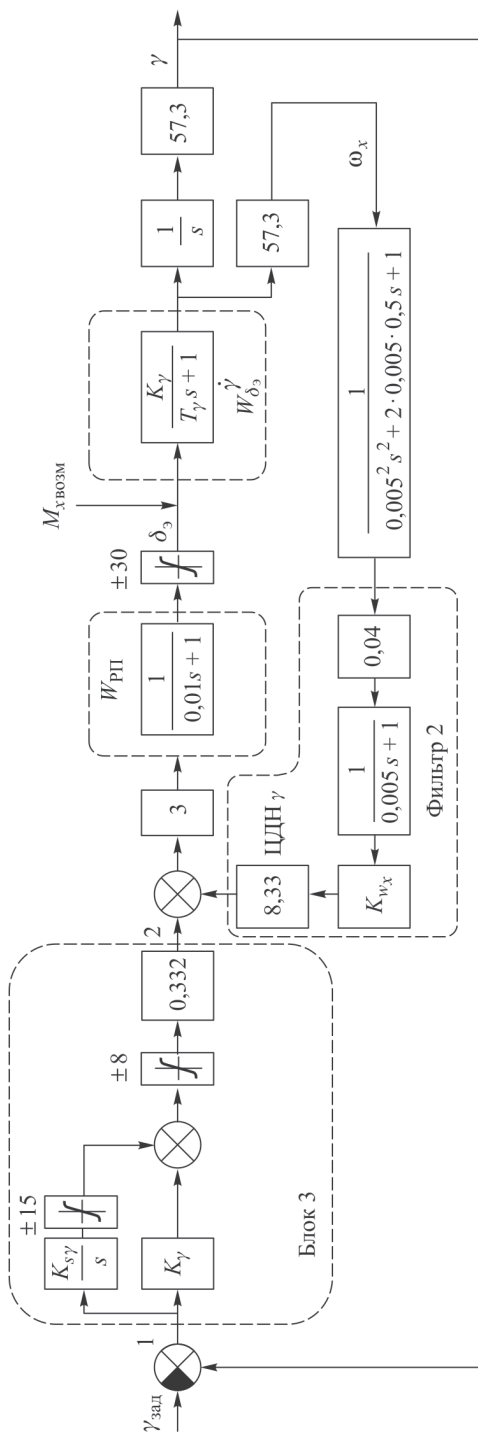


Рис. 1 (начало). Структурные схемы контура стабилизации продольного (а) и бокового (б) каналов



6

Рис. 1 (окончание). Структурная схема контура стабилизации канала крана (б):

$M_{\text{возм}}$, $M_{\text{возм}}$ — возмущающие моменты, действующие на ЛА (относительно осей Z , Y и X); $\delta_{\text{в}}$ — отклонение руля высоты в продольном канале; $W_{\delta_{\text{в}}}^\gamma$ — ПФ ЛА изменения угловой скорости тангажа по углу $\delta_{\text{в}}$; T_1, T_2, ξ, K — коэффициенты этой ПФ, выражаемые через динамические коэффициенты $a_{i,j}$; $W_{\dot{\gamma}}^{n\dot{\gamma}}$ — ПФ ЛА изменения перегрузки по угловой скорости тангажа; T_3, T_4 — коэффициенты этой ПФ, выражаемые через динамические коэффициенты $a_{i,j}$; $K_{\omega z}, K_{nz}, K_{snz}, K_1, K_2$ — коэффициенты регуляторов, зависящие от скорости изменения руля направления в боковом канале; $W_{\delta_{\text{н}}}^\psi$ — ПФ ЛА изменения угловой скорости рыскания по возмущающему воздействию; T_1, T_2, ξ, K — коэффициенты этой ПФ, выражаемые через динамические коэффициенты $b_{i,j}$; $W_{\delta_{\text{н}}}^\psi$ — ПФ ЛА изменения перегрузки по угловой скорости рыскания; T_3, T_4 — коэффициенты этой ПФ, выражаемые через динамические коэффициенты $b_{i,j}$; $K_{\omega y}, K_{ny}, K_{sny}$ — коэффициенты регуляторов, зависящие от скорости изменения руля направления в канале крена; $W_{\delta_{\text{к}}}^\gamma$ — ПФ ЛА изменения угловой скорости крена по углу $\delta_{\text{к}}$; K_5, T_5 — коэффициенты этой ПФ, выражаемые через динамические коэффициенты $c_{i,j}$; $K_{\omega x}, K_{\omega y}, K_{\gamma s}$ — коэффициенты регуляторов, зависящие от скорости изменения руля по перегрузкам и углу крена

статической ошибки, которые описывают точность и плавность протекания процесса. Поскольку теоретическое определение кривой переходного процесса затруднено в силу сложности системы дифференциальных уравнений, переходный процесс получается экспериментально с помощью моделирования системы в соответствии с ее структурной схемой (см. рис. 2). К косвенным методам оценки качества относят, например, частотные методы определения запасов устойчивости системы по амплитуде и фазе, корневые методы оценки колебательности и быстродействия системы.

Далее использованы прямые методы оценки качества и установившейся точности по переходному процессу при реакции на типовое воздействие (оценку точности или статической ошибки) и косвенные частотные методы (определение границы и запасов устойчивости с помощью построения D-разбиения в пространстве параметров системы для двухканальной системы [1] и экспериментальным образом для трехканальной ССт).

В работе рассмотрен вариант исследования ССт в режиме стабилизации: входом является возмущающий момент, а выходом — угловые скорости тангажа, рыскания и угол крена. Основная задача ССт в указанном режиме — парирование внешних возмущений, т.е. стабилизация углового положения ЛА (обеспечение заданного углового положения или угловой скорости) при воздействии возмущений. Поэтому в качестве одного из критериев выбрана статическая точность, которая характеризуется статической ошибкой.

Критерий статической точности. Статическая ошибка определяется по установившейся реакции на типовое ступенчатое воздействие. Требуется, чтобы статическая ошибка была не выше ошибки при отдельном расчете параметров каждого канала.

При ступенчатом воздействии на продольный и боковой каналы, а также на канал крена получаем следующие возмущающие моменты, Н·м: $M_{z\text{возм}} = 52620$, $M_{y\text{возм}} = 62212$ и $M_{x\text{возм}} = 10941$. Требования к статической ошибке по перегрузке в продольном, боковом каналах и канале крена задаются тремя неравенствами вида

$$\varepsilon_{n_z} < 0,003; \quad \varepsilon_{n_y} < 0,003; \quad \varepsilon_\gamma < 0,05^\circ/\text{с}.$$

Критерии формируются как минимальные значения установившихся квадратичных невязок установившихся и требуемых значений по управляющим параметрам канала:

$$\begin{aligned} J_{1\vartheta} &= (\varepsilon_{\text{уст } n_z} - \varepsilon_{\text{треб } n_z})^2 \rightarrow \min; \\ J_{1\psi} &= (\varepsilon_{\text{уст } n_y} - \varepsilon_{\text{треб } n_y})^2 \rightarrow \min; \\ J_{1\gamma} &= (\varepsilon_{\text{уст } \gamma} - \varepsilon_{\text{треб } \gamma})^2 \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (1)$$

Критерий колебательности ССт. Демпфирующие свойства автоматической системы оцениваются перерегулированием σ , которое

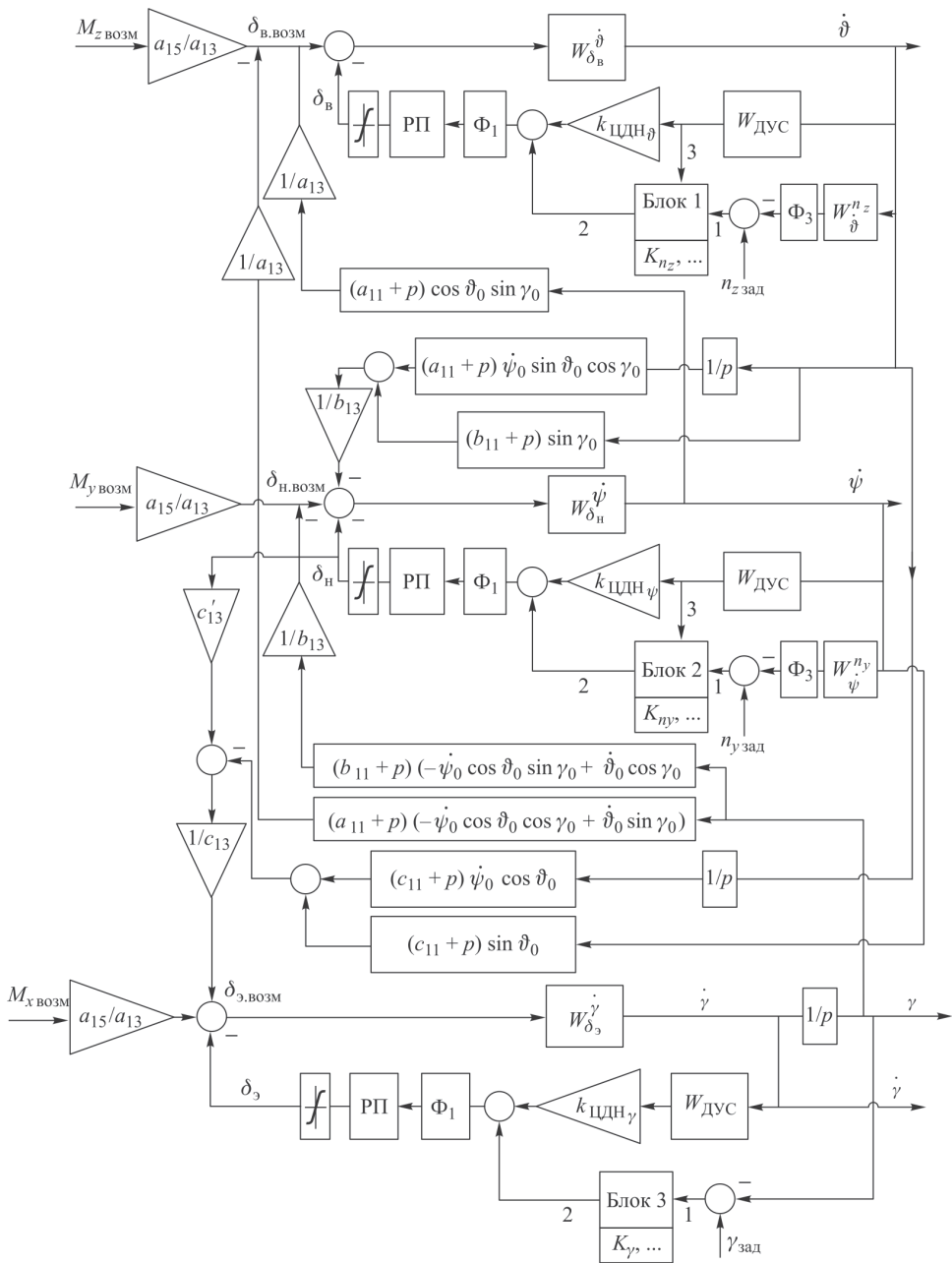


Рис. 2. Структурная схема трехканальной ССт с перекрестными связями:
 $W_{ДУС}$ – ПФ фильтра инерциального датчика угловой скорости (ДУС); блок 1, 2, 3 – блоки для обеспечения свойств устойчивости, качества, элементов адаптации во внешних контурах по перегрузкам (1, 2) и углу крена (3), выделенные на рис. 1; РП – блоки соответствующих рулевых приводов, содержащих в общем случае нелинейные свойства вследствие люфта редуктора и сухого трения; $\vartheta_0, \psi_0, \gamma_0$ – значения углов тангажа, рыскания, крена на опорной траектории, относительно которой проводилась линеаризация уравнений движения ЛА

представляет собой нормированное динамическое отклонение регулируемой величины [6, 7]. Перерегулирование определяется по реакции нормальной перегрузки на ступенчатое воздействие в продольном и боковом каналах и угла крена в канале крена:

$$\sigma = \frac{n_{\max} - n_{уст}}{n_{уст}} \cdot 100 \%;$$

$$\sigma = \frac{\gamma_{\max} - \gamma_{уст}}{\gamma_{уст}} \cdot 100 \%.$$

Кроме того, перерегулирование может быть одновременно и показателем колебательности автоматической системы, так как свойства колебательности и демпфирования обратны друг к другу.

Перерегулирование содержит информацию об амплитуде колебаний в системе, для оценки их частоты используется степень колебательности η , которая имеет смысл числа колебаний за время переходного процесса. Таким образом, в общем случае исследования ССт (в режиме наведения) критерии формируются в виде квадратичных невязок перерегулирования относительно требуемой величины, которые минимизируются по управляющим параметрам канала:

$$\begin{aligned} J_{2\vartheta} &= (\sigma_{n_z} - \sigma_{\text{треб } n_z})^2 + (\eta_{n_z} - \eta_{\text{треб } n_z})^2 \rightarrow \min; \\ J_{2\psi} &= (\sigma_{n_y} - \sigma_{\text{треб } n_y})^2 + (\eta_{n_y} - \eta_{\text{треб } n_y})^2 \rightarrow \min; \\ J_{2\gamma} &= (\sigma_{\gamma} - \sigma_{\text{треб } \gamma})^2 + (\eta_{\gamma} - \eta_{\text{треб } \gamma})^2 \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\sigma_{\text{треб } i} = 0,2$ (20 %).

Поскольку в режиме стабилизации установившиеся значения переходного процесса как реакции на возмущение равны нулю, демпфирующие свойства системы оцениваются по максимальному выбросу переходного процесса.

Критерий быстродействия системы стабилизации. Время регулирования t_p — это минимальное время, по истечении которого (с момента подачи ступенчатого воздействия) отклонение выходной величины от установившегося значения не превышает некоторого заданного значения Δ . Математически такое определение можно записать следующим образом:

$$t_p = \min_{T_p} \{T_p : |h(t) - h(\infty)| \leq \Delta, t \geq T_p\}.$$

Как правило, $\Delta = 0,05$.

Минимизируемые показатели сформированы в виде квадратичных невязок времени регулирования и требуемого значения:

$$\begin{aligned} J_{3\vartheta} &= (t_{n_z} - t_{\text{треб } n_z})^2 \rightarrow \min; \\ J_{3\psi} &= (t_{n_y} - t_{\text{треб } n_y})^2 \rightarrow \min; \\ J_{3\gamma} &= (t_{\gamma} - t_{\text{треб } \gamma})^2 \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (3)$$

где $t_{\text{треб}}$ — время, сформированное в соответствии с результатами моделирования на множестве управляемых параметров.

Следует отметить, что оценку времени переходного процесса для двухканальной ССт можно выполнить аналитически [1, 6], но в силу сложности математического описания трехканальной системы требуемое время переходного процесса предложено оценивать по результатам многофакторного моделирования с учетом предварительной оценки значения времени в усеченной двухканальной ССт с перекрестными связями.

Критерий устойчивости с алгоритмом формирования требуемых значений параметров. Показатели формируются в виде квадратичных невязок управляющих параметров каналов и требуемых значений, рассчитанных с помощью модифицированного алгоритма Хука – Дживса (рассмотрено в составе общего алгоритма) на основе результатов предварительного моделирования трехканальной ССт в среде MATLAB Simulink. В работе [9] рассмотрено применение D-разбиения для определения требуемых значений в критерии устойчивости для двухканальной ССт. Таким образом, критерии обеспечения требуемой устойчивости в каналах принимают вид

$$\begin{aligned} J_{4\theta} &= (K_{\omega_z} - K_{\text{треб}\omega_z})^2 + (K_{n_z} - K_{\text{треб}n_z})^2 \rightarrow \min; \\ J_{4\psi} &= (K_{\omega_y} - K_{\text{треб}\omega_y})^2 + (K_{n_y} - K_{\text{треб}n_y})^2 \rightarrow \min; \\ J_{4\gamma} &= (K_{\omega_x} - K_{\text{треб}\omega_x})^2 + (K_{\gamma} - K_{\text{треб}\gamma})^2 \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (4)$$

Получение требуемых значений параметров для формирования критерия устойчивости. В общем случае значения параметров в критерии устойчивости (4) должны выбираться на основе D-разбиения пространства параметров [1, 9]. Однако сложность структуры ССт, включающей в себя большое число каналов, нелинейности типа ограничений (см. рис. 2) и перекрестные связи, обуславливает высокий порядок уравнения границы D-разбиения. Кроме того, представление области устойчивости в шестимерном пространстве является неинформативным для выбора точки, находящейся на достаточном расстоянии от границы устойчивости.

В целях преодоления перечисленных выше трудностей разработан алгоритм получения требуемых значений параметров в форме оптимизационного метода на основе алгоритма Хука – Дживса, позволяющий последовательно получать диапазоны значений параметров и точку, равноудаленную от границ устойчивости.

Метод Хука – Дживса предназначен для поиска безусловного локального экстремума функции и относится к прямым методам, т.е. опирается непосредственно на значения функции. Алгоритм делится на две фазы: 1) исследующий поиск; 2) поиск по образцу [10].

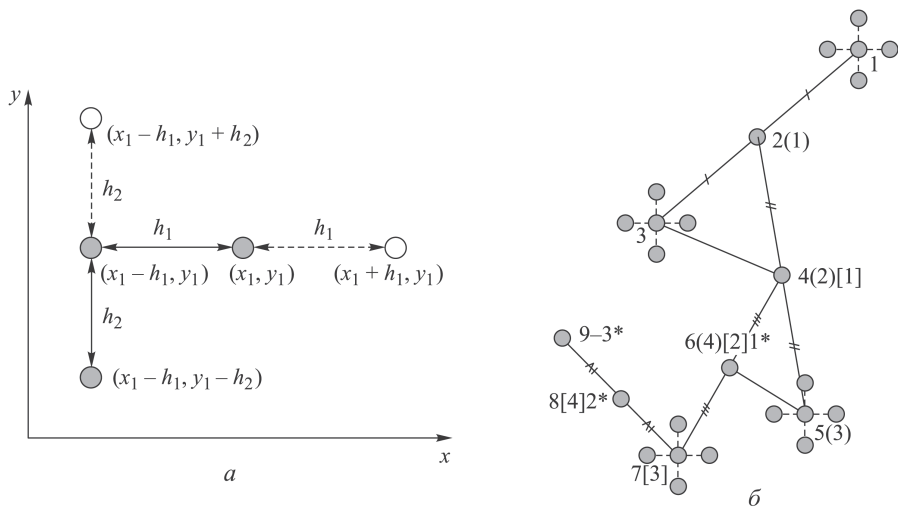


Рис. 3. Иллюстрация первой (а) и второй (б) фаз алгоритма для двух координат

1. Исследующий поиск. На начальном этапе задается стартовая точка (точка 1) и шаги h_i по координатам (рис. 3, а). Затем замораживаются значения всех координат кроме первой, вычисляются значения функции в точках $x_1 + h_1$ и $x_1 - h_1$ (x_1 — первая координата точки; h_1 — значение шага по этой координате) и выбирается точка с наименьшим значением функции. В этой точке замораживаются значения всех координат кроме второй, рассчитываются значения функции в точках $y_1 + h_2$ и $y_1 - h_2$, выбирается точка с наименьшим значением функции и т.д. Когда шаги h_i по всем координатам станут меньше соответствующих значений точности ε_i , алгоритм завершается и точка признается точкой минимума. Таким образом, проведением исследующего поиска по всем координатам была получена новая точка с наименьшим значением функции в окрестности (точка 2). Теперь можно осуществить переход ко второй фазе алгоритма.

2. Поиск по образцу. На начальном этапе поиска по образцу откладывается точка 3 в направлении от точки 1 к точке 2 на том же расстоянии. Ее координаты получают по формуле

$$\bar{x}_3 = \bar{x}_1 + \lambda(\bar{x}_2 - \bar{x}_1), \quad (5)$$

где x_i — точка с номером i ; λ — параметр алгоритма, принимающийся равным 2. Затем в точке 3 проводится исследующий поиск, как на первой фазе алгоритма, за исключением того, что шаг на этой фазе не уменьшается.

Если на указанной фазе в результате исследующего поиска удалось получить точку 4 (рис. 3, б), отличную от точки 3, то точка 2 становится точкой 1, а точка 4 — точкой 2 и повторяется поиск по образцу. Если не удается найти точку 4, отличную от точки 3, то точка 2 переобозначается как точка 1 и повторяется первая фаза алгоритма — исследующий поиск.

С учетом специфики поставленной задачи блок-схема алгоритма поиска точки для формирования критерия устойчивости будет иметь вид, представленный на рис. 4 (показано для четырех параметров).

Критерий оптимизации в каждом канале рассматриваемой ССт является векторным и предъявляет требования к точности, демпфи-

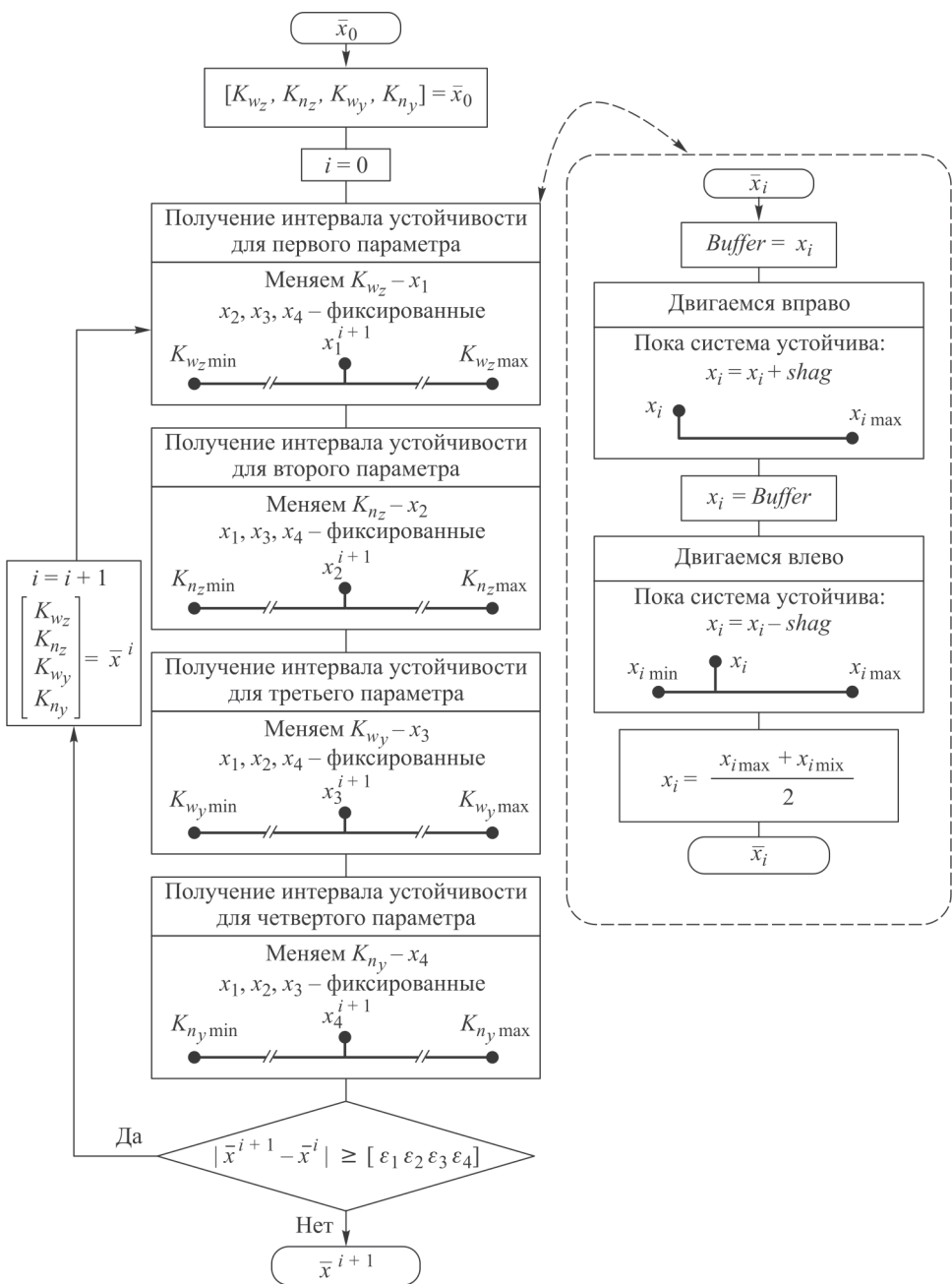


Рис. 4. Блок-схема первой фазы алгоритма — исследующий поиск (справа показана процедура получения интервала устойчивости для i -го параметра)

рующим свойствам, времени переходного процесса, устойчивости системы, т.е. имеет место многокритериальность задачи стабилизации в каждом канале. В дальнейшем в качестве критерия оптимизации в каждом канале используется свертка показателей качества, определяемых по (1)–(4):

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{\vartheta} \\ \Phi_{\psi} \\ \Phi_{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{bmatrix},$$

где каждая компонента вектора определяется как сумма нормированных критериев с весовыми коэффициентами, которые учитывают значимость каждого скалярного показателя в канале ССт,

$$\Phi_1 = \Phi_{\vartheta} = \sum_{j=1}^4 \alpha_{j\vartheta} J_{j\vartheta} = \sum_{j=1}^4 \alpha_{j1} J_{j1} \rightarrow \min;$$

$$\Phi_2 = \Phi_{\psi} = \sum_{j=1}^4 \alpha_{j\psi} J_{j\psi} = \sum_{j=1}^4 \alpha_{j2} J_{j2} \rightarrow \min;$$

$$\Phi_3 = \Phi_{\gamma} = \sum_{j=1}^4 \alpha_{j\gamma} J_{j\gamma} = \sum_{j=1}^4 \alpha_{j3} J_{j3} \rightarrow \min.$$

Формирование равновесно-арбитражного алгоритма для решения комбинированной задачи многокритериальной параметрической оптимизации трехканальной ССт с перекрестными связями. Исходную структурную несогласованность в прикладной ММС (трехканальной ССт с перекрестными связями) можно описать одним из следующих принципов конфликтного взаимодействия: антагонизм; бескоалиционное, коалиционное и кооперативное взаимодействия. С постепенным уменьшением конфликтности от антагонизма до отсутствия конфликтности (кооперация) [2].

В перечисленных принципах конфликтного взаимодействия заложены три фундаментальных понятия теории оптимального управления ММС (ТОУ ММС) [9]: стабильность; эффективность; стабильно-эффективный компромисс (СТЭК).

Стабильность ММС — обеспечение межобъектно устойчивых, сбалансированных по эффективности процессов функционирования и проектирования многообъектных структур на основе уравнивания в условиях исходной структурной несогласованности, конфликта и неопределенности.

Эффективность ММС — достижение максимального целевого качества объектов, коалиции и ММС в целом на основе устойчивого и рационального коалицирования.

Стабильно-эффективный компромисс — объединение стабильности и эффективности на множестве решений – от полного совпаде-

ния данных свойств в одной точке множества значений вектора показателей Φ (или множества управляющих параметров Q) до обеспечения возможной степени сближения в условиях информационно-тактических расширений компромиссов.

Прикладная задача рассматривается в условиях исходной структурной несогласованности, когда каналы стабилизации при наличии перекрестных связей необходимо бескоалиционно сбалансировать по эффективности (минимизации потерь Φ_i , $i = 1, 2, 3$, в свертке по устойчивости, качеству, точности и быстродействию в каждом канале). Затем результат следует спроецировать в точку парето-границы множества значений отображения $\Phi(Q)$ (предельной эффективности ММС — трехканальной ССт), наиболее близкую к сбалансированной точке уравнивания $\Phi^r = (\Phi_1^r, \Phi_2^r, \Phi_3^r)$, где r — индекс равновесия; Q — общее множество управляющих параметров.

При бескоалиционном взаимодействии основной принцип оптимальности (стабильности) — равновесие по Нэшу.

Набор решений $q^r = (q^{r,1}, \dots, q^{r,m_k})$ является **равновесным по Нэшу** относительно скалярных показателей $\Phi_i^c = \sum_{j \in K_i} \alpha_{ji} J_{ji}$, каждый из которых представляет собой функцию потерь коалиции K_i , если

$$\forall q^i \in Q_i, \quad i \in M_k = (1, 2, \dots, m_k), \quad \Phi_i^c(q^r \| q^i) \geq \Phi_i^c(q^r),$$

где $(q^r \| q^i) = \{q^{r,1}, \dots, q^{r,i-1}, q^i, q^{r,i+1}, \dots, q^{r,m_k}\}$. Здесь $m_k \in M_k$ — множество коалиций. В прикладной задаче каждая коалиция состоит из одного канала ССт и $m_k = 3$.

Для трехканальной ССт определение равновесия превращается в следующую систему неравенств при $q^i = Q_i$:

$$\begin{aligned} \Phi_1(q^{r1}, q^{r2}, q^{r3}) &\geq \Phi_1(q^{r1}, q^{r2}, q^{r3}); \\ \Phi_2(q^{r1}, q^2, q^{r3}) &\geq \Phi_2(q^{r1}, q^{r2}, q^{r3}); \\ \Phi_3(q^{r1}, q^{r2}, q^3) &\geq \Phi_3(q^{r1}, q^{r2}, q^{r3}). \end{aligned} \quad (6)$$

Другими словами, тот канал, в котором параметры отклонились от равновесия, теряет эффективность (потери Φ_i увеличиваются).

Простейшим необходимым условием (6) является система равенств при $q^i \in Q_i$ [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_1(q^1, q^{r2}, q^{r3})}{\partial q_1} &= 0; \\ \frac{\partial \Phi_2(q^{r1}, q^2, q^{r3})}{\partial q_2} &= 0; \\ \frac{\partial \Phi_3(q^{r1}, q^{r2}, q^3)}{\partial q_3} &= 0, \end{aligned}$$

где $q^r = (q^{r1}, q^{r2}, q^{r3})$ — равновесие по Нэшу.

Пусть множество индексов $M_k = \{1\}$, $K = K_{\text{ММС}}$, $\Phi = (\Phi_1, \dots, \Phi_m)$ — вектор эффективности ММС, Φ_i — скалярные показатели ММС. Вектор $q^0 \in Q$ *оптимален по Парето*, если из условия $q \in Q$, $\Phi(q) \geq \Phi(q^0)$, следует либо равенство $\Phi(q) = \Phi(q^0)$, либо система неравенств несовместима и хотя бы одно из неравенств противоположно по смыслу.

Простейшее необходимое условие оптимальности по Парето — следующая система равенств при $q \in Q$:

$$\frac{\partial \Phi_1(q)}{\partial q} = 0; \quad \frac{\partial \Phi_2(q)}{\partial q} = 0; \quad \frac{\partial \Phi_3(q)}{\partial q} = 0.$$

Исходная точка арбитражной схемы Нэша (АСН) — равновесное решение [2], а результат дает одну из точек области оптимальности по Парето, наиболее близкую к равновесной точке по значениям показателей. Таким образом, удается достичь объединения свойств стабильности (обеспечиваемой равновесным решением по Нэшу) и эффективности (обеспечиваемой оптимальностью решения по Парето), а также получить СТЭК.

Арбитражная схема Нэша при $q \in Q$ [2] и нечетном числе показателей, существующая в трехканальной ССт, принимает вид

$$\Phi_A = [\Phi_1(q) - \Phi_1(q^r)] [\Phi_2(q) - \Phi_2(q^r)] [\Phi_3(q) - \Phi_3(q^r)] \rightarrow \min_q$$

при $\Phi_i(q) \leq \Phi_i(q^r)$, $i = 1, 2, 3$, Φ_A — арбитражная функция Нэша.

Запишем этапы метода равновесно-арбитражной балансировки.

Этап 1. Получение параметров системы стабилизации в каждом канале ССт (начальные приближения для равновесно-арбитражной оптимизации каналов ССт).

Этап 2. Нахождение балансирующего параметрического решения ССт на основе равновесия по Нэшу.

Этап 3. Парето-оптимизация параметрического решения ССт на основе арбитражной схемы Нэша.

На этапе 1 применяется методика расчета ССт в одном канале, сформулированная в работах [1, 8], которая включает в себя:

- метод стандартных коэффициентов, позволяет получить переходный процесс заданного вида (с требуемым перерегулированием) и значения параметром канала [8];
- оптимизацию внутреннего контура демпфирования ССт с ДУС (выбор параметра $K_{\omega_z}, (K_{\omega_y}, K_{\omega_\gamma})$) по критерию минимизации резонансного пика частотной характеристики замкнутого контура демпфирования, что снижает колебательность канала [8];
- параметрический синтез во внешнем контуре ССт (выбор параметра $K_{n_z}, (K_{n_y}, K_\gamma)$) с использованием частотной характеристики для достижения требуемых запасов устойчивости и точности [8].

Учитывая, что полученные начальные приближения задачи с перекрестными связями в виде управляющих параметров в каналах без перекрестных связей не всегда соответствуют смыслу исходной задачи для выбора начальных значений параметров разработана дополнительная процедура многофакторного экспериментального анализа с обеспечением интервалов устойчивости по методу Хука – Дживса. При этих начальных значениях на этапе равновесной балансировки с учетом точности, качества переходного процесса и быстродействия находят новые равновесные параметры, удовлетворяющие оптимальным свойствам в каждом канале с перекрестными связями.

Разработка сетевого алгоритма поиска равновесия по Нэш на этапе 2 равновесно-арбитражного метода. Для получения равновесия по Нэш в трехканальной ССт по шести параметрам (два управляющих параметра в каждом канале) разработан алгоритм поиска на основе определения равновесия по Нэш.

Для компактной иллюстрации разработанного алгоритма без ограничения общности рассмотрим работу алгоритма на примере двухкоалиционной игры K_1, K_2 , где первая коалиция соответствует каналу тангажа, а вторая — каналу рыскания, с вектором параметров

$$Q = \begin{bmatrix} K_{\omega_z \min} \leq K_{\omega_z} \leq K_{\omega_z \max} \\ K_{n_z \min} \leq K_{n_z} \leq K_{n_z \max} \\ K_{\omega_y \min} \leq K_{\omega_y} \leq K_{\omega_y \max} \\ K_{n_y \min} \leq K_{n_y} \leq K_{n_y \max} \end{bmatrix}.$$

В многофакторном анализе применяется алгоритм для трехканальной системы.

Предполагается, что на описанных выше интервалах сформирована сеть параметров с определенными шагами:

$$Q_1 = [K_{\omega_z \min} \leq K_{\omega_z} \leq K_{\omega_z \max}] = [K_{\omega_z \min}, K_{\omega_z \min} + \text{shag}_1, \dots, K_{\omega_z \max}];$$

$$Q_2 = [K_{n_z \min} \leq K_{n_z} \leq K_{n_z \max}] = [K_{n_z \min}, K_{n_z \min} + \text{shag}_2, \dots, K_{n_z \max}];$$

$$Q_3 = [K_{\omega_y \min} \leq K_{\omega_y} \leq K_{\omega_y \max}] = [K_{\omega_y \min}, K_{\omega_y \min} + \text{shag}_3, \dots, K_{\omega_y \max}];$$

$$Q_4 = [K_{n_y \min} \leq K_{n_y} \leq K_{n_y \max}] = [K_{n_y \min}, K_{n_y \min} + \text{shag}_4, \dots, K_{n_y \max}].$$

Пусть векторный целевой показатель сформирован в соответствии с формулами (1)–(4) в виде $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2)$,

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} (1, 1) & \dots & (1, \dim(Q_3) \dim(Q_4)) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ (\dim(Q_1) \dim(Q_2), 1) \dots (\dim(Q_1) \dim(Q_2), \dim(Q_3) \dim(Q_4)) \end{pmatrix};$$

$$\Phi_2 = \begin{pmatrix} (1, 1) & \dots & (1, \dim(Q_3) \dim(Q_4)) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ (\dim(Q_1) \dim(Q_2), 1) \dots (\dim(Q_1) \dim(Q_2), \dim(Q_3) \dim(Q_4)) \end{pmatrix},$$

где $\dim(Q_1) \dim(Q_2)$ — число различных комбинаций параметров канала тангажа; $\dim(Q_3) \dim(Q_4)$ — число различных комбинаций канала рыскания.

Блок-схема для алгоритма поиска представлена на рис. 5.

Многофакторный анализ эффективности оптимизированной линейризованной трехканальной ССт. На основе структурных схем контуров стабилизации бокового и продольного каналов, канала крена была построена программная модель в имитационной системе MATLAB Simulink, в которой все каналы связаны полным набором перекрестных связей. По экспериментальным данным было выделено три режима полета ЛА со следующими параметрами:

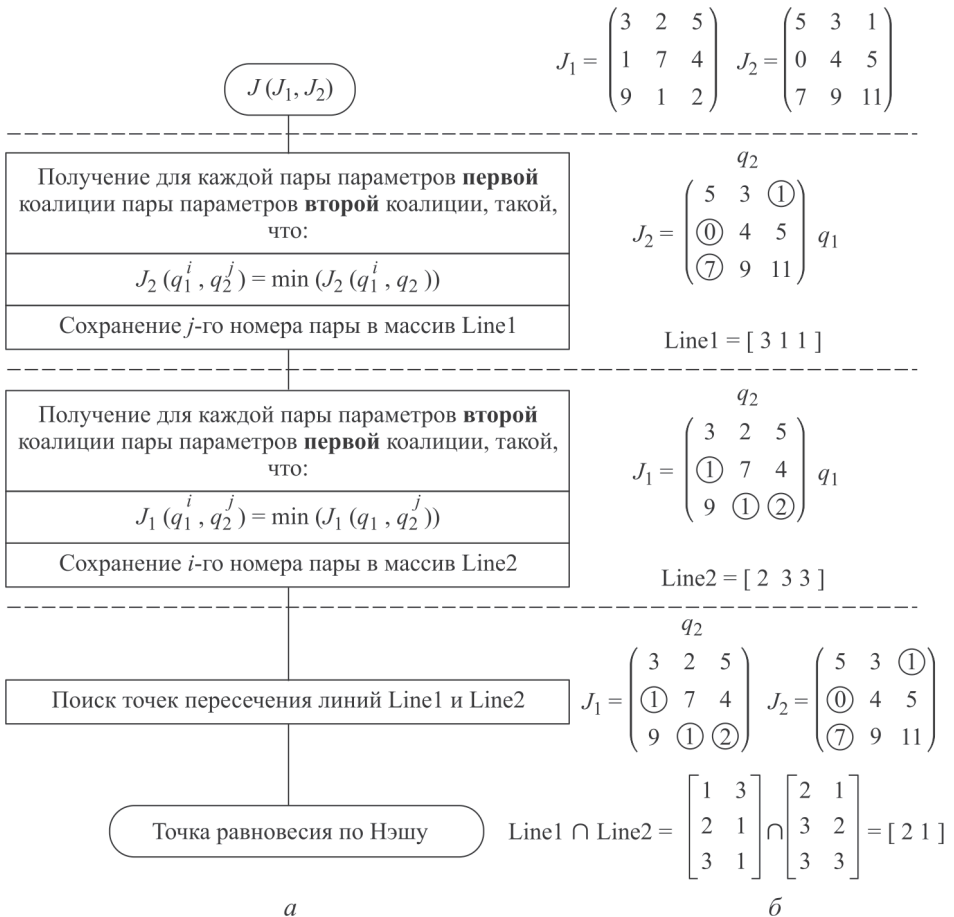


Рис. 5. Блок-схема алгоритма поиска равновесия по Нэшу (*a*) и простой отладочный пример (*б*)

Режим:

- 1..... $M = 1, H = 550 \text{ м}, q = 6,6423e+04 \text{ Н/м}^2$
- 2..... $M = 1,5, H = 8000 \text{ м}, q = 5,6070e+04 \text{ Н/м}^2$
- 3..... $M = 1,06, H = 15000 \text{ м}, q = 9,4733e+03 \text{ Н/м}^2$

Примечание. M – число Маха; H – высота; q – скоростной напор.

Для каждого режима было определено единственное арбитражное решение, удовлетворяющее следующему свойству [1]: решение оптимально по Парето и находится в точке, максимально близкой к балансирующей точке равновесия по Нэш.

Очевидно, появление перекрестных связей изменяет динамику системы, в которой параметры рассчитаны независимо для каждого канала. Для получения начального значения оптимизируемых параметров в трехканальной ССт применен алгоритм поиска интервалов устойчивости системы на основе ее непосредственного моделирования с помощью оптимизационного метода Хука – Дживса.

В дальнейшем выбираются начальные значения, обеспечивающие устойчивую работу трехканальной ССт. В окрестности этих устойчивых значений происходит поиск параметров, обеспечивающих межканальное равновесие по Нэшу, затем поиск параметров, обеспечивающих предельное качество переходных процессов. В результате оптимизации были получены параметры, приведенные в таблице.

Результаты оптимизации

Этап	Оптимизируемый параметр						Критерий		
	K_{ω_z}	K_{n_z}	K_{ω_y}	K_{n_y}	K_{n_x}	K_{γ}	Φ_{ϑ}	Φ_{ψ}	Φ_{γ}
<i>Для режима 1</i>									
Равновесие по Нэшу	0,2940	1,6338	0,3427	1,9959	0,0528	0,3558	0,0665	0,0919	0,0308
СТЭК	0,2940	1,6338	0,3954	1,9959	0,0447	0,3558	0,0619	0,0747	0,0126
<i>Для режима 2</i>									
Равновесие по Нэшу	0,4872	1,9922	0,4393	1,4867	0,0457	0,3849	0,0291	0,0393	0,0139
СТЭК	1,9922	1,4867	0,3849	1,4867	0,0457	0,3849	0,0213	0,0393	0,0139
<i>Для режима 3</i>									
Равновесие по Нэшу	0,7410	1,33669	0,7345	1,2149	0,2970	2,5483	0,2100	0,0738	0,1651
СТЭК	0,7410	1,8576	0,7345	0,7072	0,2970	2,5483	0,2096	0,0731	0,1651

Пример области показателей для режима 2 приведен на рис. 6. На рисунке точка 2, полученная в результате программного применения

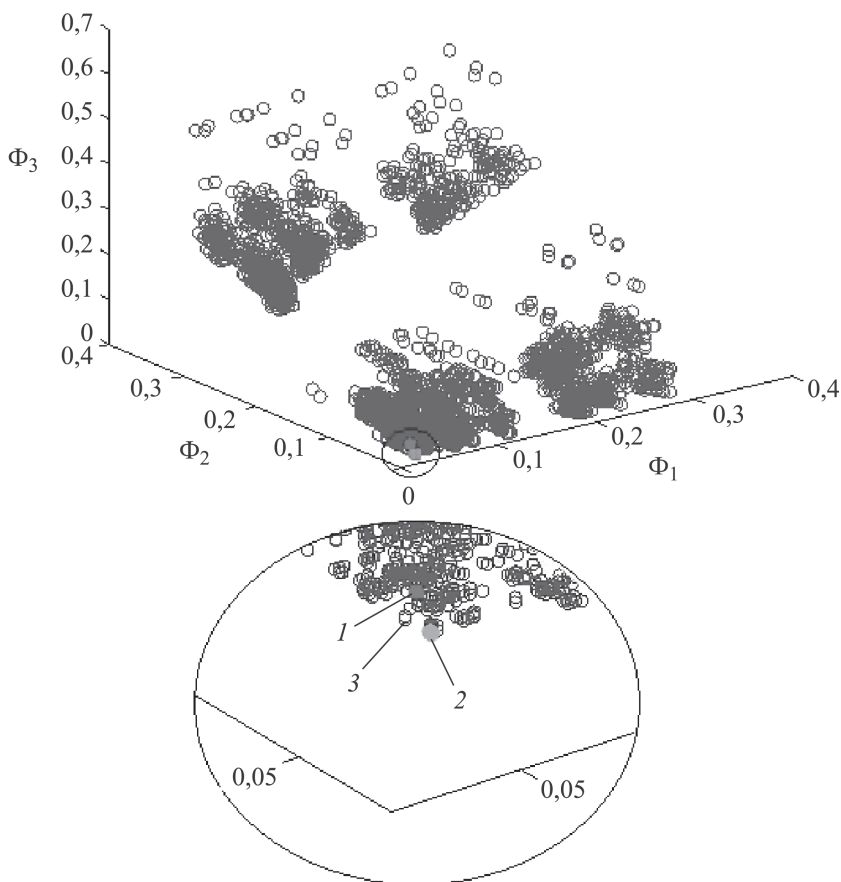


Рис. 6. Область показателей трехканальной ССт между каналами тангажа, рыскания и крена для режима 2:

1 — точка равновесия по Нэшу; 2 — точка СТЭК; 3 — точки области значений Φ

алгоритма арбитражной схемы Нэша [1], соответствует решению с предельной эффективностью и находится в области Парето.

Заключение. В результате проделанной работы получены оптимальные значения искомых параметров трехканальной ССт с перекрестными связями при трех режимах полета. С помощью этих значений можно аппроксимировать коэффициенты в функциональных зависимостях регуляторов для наилучшего функционирования ЛА в нерассмотренных режимах полета.

Значения параметров, рассчитанные с применением элементов теории ММС, не только обеспечивают устойчивость трехканальной ССт с перекрестными связями, но и требуемое качество работы в рассматриваемых режимах по статической точности, перерегулированию и времени переходного процесса (рис. 7).

По сравнению с решением, равновесным по Нэшу (см. таблицу), удалось добиться улучшения показателей в точке СТЭК в форме равновесно-арбитражного решения, т.е. методы теории оптимизации

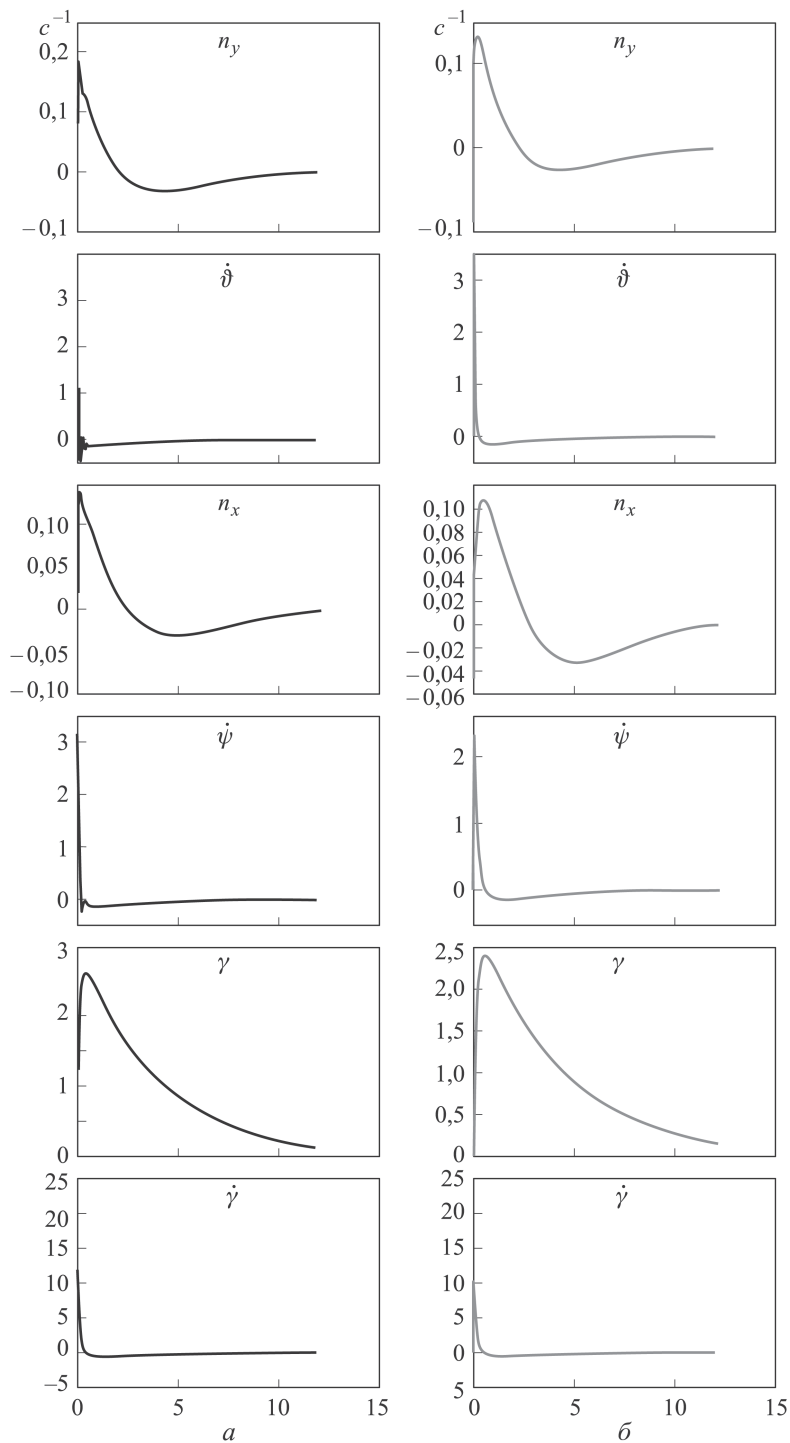


Рис. 7. Переходные процессы в исходной (а) и оптимизированной (б) системах

управления ММС реализуют свое назначение в сложных системах в условиях исходной структурной несогласованности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воронов Е.М., Мелехина Ю.В., Веселовская О.А., Мусин Е.Р. Равновесно-арбитражная многокритериальная балансировка каналов в многосвязном регулировании и управлении // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Приборостроение. 2007. № 4. С. 99–119.
2. Воронов Е.М. Методы оптимизации управления многообъектными многокритериальными системами на основе стабильно-эффективных компромиссов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001. 576 с.
3. Кузовков Н.Т. Системы стабилизации летательных аппаратов. М.: Высш. шк., 1976. 304 с.
4. Лебедев А.А., Карабанов В.А. Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1965. 528 с.
5. Боднер В.А., Козлов И.М. Стабилизация летательных аппаратов и автопилоты. М.: Оборонгиз, 1961. 508 с.
6. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 768 с.
7. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. М.: Физматлит, 2003. 288 с.
8. Веселов А.П., Евстифеев В.В., Карабанов В.А. Расчет и проектирование систем стабилизации летательных аппаратов. М.: МВТУ, 1979. Вып. 5. 22 с.
9. Коньков В.Г. Устойчивость управляемых технических систем / под ред. В.И. Сивцова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1990. 78 с.
10. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации / под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003. 440 с.

REFERENCES

- [1] Voronov E.M., Melekhina Yu.V., Veselovskaya O.A., Musin E.R. Equilibrium-arbitral multicriterial channel balancing in multivariate regulation and control. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2007, no. 4, pp. 99–119 (in Russ.).
- [2] Voronov E.M. Metody optimizatsii upravleniya mnogoob'ektnymi mnogokriterial'nymi sistemami na osnove stabil'no-effektivnykh kompromissov [Control optimization methods of multicriterial multiobjective systems based on stably efficient compromises], Moscow, MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2001. 576 p.
- [3] Kuzovkov N.T. Sistemy stabilizatsii letatel'nykh apparatov [Stabilizing systems of airborne vehicles]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1976. 304 p.
- [4] Lebedev A.A., Karabanov V.A. Dinamika sistem upravleniya bespilotnymi letatel'nyimi apparatami [Dynamics of control systems of airborne vehicles]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1965. 528 p.
- [5] Bodner V.A., Kozlov M.S. Stabilizatsiya letatel'nykh apparatov i avtopiloty [Airborne vehicles stabilization and autopilot systems], Moscow, Oboroniz Publ., 1961. 508 p.
- [6] Besekerskiy V.A., Popov E.P. Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya [Theory of automatic regulation systems]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 768 p.
- [7] Kim D.P. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T.1. Izd. 2 [Automatic control theory. In 2 volumes. 2nd ed.]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 288 p. (vol. 1).
- [8] Veselov A.P., Evstifeev V.V., Karabanov V.A. Raschet i proektirovanie sistem stabilizatsii letatel'nykh apparatov [Calculation and design of stabilizing system of airborne vehicle]. Moscow, MVTU Publ., 1979. 22 p. (iss. 5).
- [9] Kon'kov V.G., Sivtsov V.I. Ustoychivost' upravlyaemykh tekhnicheskikh sistem [Stability of controlled engineering system]. Moscow, MGTU im. N.E. Bauman Publ., 1990. 78 p.

Алексей Сергеевич Аксенов — инженер-конструктор ОАО “Корпорация “Тактическое ракетное вооружение”. Автор ряда работ в области теории управления и ее приложений в системах управления летательных аппаратов.

ОАО “Корпорация “Тактическое ракетное вооружение”, Российская Федерация, 141080, Московская область, Королёв, ул. Ильича, д. 7.

A.S. Aksenov — design engineer of ОАО “Corporation “Tactical Missile Armament”. Author of a number of publications in the field of control theory and its applications in the aircraft control systems.

ОАО “Corporation “Tactical Missile Armament”, ul. Il'icha 7, Korolev, Moscow region, 141080 Russian Federation.

Евгений Михайлович Воронов — д-р техн. наук, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 научных работ в области теории управления, систем управления и ее приложений.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

E.M. Voronov — Dr. Sci. (Eng.), professor of “Automatic Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 200 publications in the field of control theory and its applications, control systems.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Кирилл Константинович Любавский — студент кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Соавтор докладов международных конференций по теории управления и ее приложений.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

K.K. Lyubavskiy — student of “Automatic Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Co-author of reports at international conferences on control theory and its applications.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Станислав Игоревич Сычев — начальник отдела опытно-конструкторского бюро ОАО “Корпорация “Тактическое ракетное вооружение”. Автор ряда работ в области теории управления и ее приложений в системах управления летательных аппаратов.

ОАО “Корпорация “Тактическое ракетное вооружение”, Российская Федерация, 141080, Московская область, Королёв, ул. Ильича, д. 7.

S.I. Sychev — head of department the Research and Development Bureau of ОАО “Corporation “Tactical Missile Armament”. Author of the number of publications in the field of control theory and its applications in aircraft control systems.

ОАО “Corporation “Tactical Missile Armament”, ul. Il'icha 7, Korolev, Moscow region, 141080 Russian Federation.