УДК 621.391.01

В. И. Неволин
(Южно-Уральский государственный университет)

РАЗРАБОТКА РОБАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ СИНТЕЗА СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ОБНАРУЖЕНИЯ И ИДЕНТИФИКАЦИИ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ БЕЛОГО ГАУССОВСКОГО ШУМА

На основе теории робастных статистик с применением уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова разработаны методы структурного и параметрического синтеза сложных нелинейных систем, предназначенных для обработки сигналов в непараметрических задачах обнаружения и идентификации сигналов на фоне белого гауссовского шума.

В современных радиотехнических системах при обработке сигналов для повышения помехоустойчивости необходимо развитие вероятностных методов, свободных от распределений [1, 2]. К таким методам относятся статистические робастные методы, некоторые общие положения которых, основанные, в том числе, на использовании эвристической функции влияния, изложены в работе [3]. Для обнаружения случайных видеосигналов в непараметрической смеси с аддитивным белым гауссовским шумом (БГШ) в работе [4] предложен новый нелинейный метод. Этот метод основан на использовании сглаживающего нелинейного оператора, квазидетерминированных сигналов $s(t,\vec{\lambda})$ с бесконечномерным вектором неизвестных параметров $\vec{\lambda}$, на применении обобщенного метода максимального правдоподобия, а также методов теории марковских процессов и стохастических дифференциальных уравнений.

Этот новый метод можно развить в непараметрических задачах различения (идентификации) для векторного непараметрически заданного сигнала на фоне БГШ.

Пусть наблюдается векторный непараметрически заданный сигнал на фоне БГШ:

$$\vec{\xi}(t) = [[Z(t) \times \Theta^{\text{т}}] \times I] + \vec{n}(t), \quad 0 < t < T; \tag{1}$$

здесь $\vec{Z}(t)$ — квадратная матрица размером $M \times M$ независимых нестационарных случайных процессов $z_{ij}(t)$ с неизвестными распределениями, но заданными математическими ожиданиями $m_{ij}(t)$; Θ — квадратная матрица размером $M \times M$ вероятностей Θ_{ij} присутствия случайных процессов $z_{ij}(t)$,

$$\sum_{i=1}^{n} \Theta_i = 1;$$

I — диагональная единичная матрица размером $M \times M$; T — время наблюдения; $\vec{n}(t)$ — вектор независимых нормальных случайных процессов, для компонент которого выполняется

$$\langle n_i(t) \rangle = 0, \quad \langle n_k(t_1) n_k(t_2) \rangle = \frac{N_k}{2} \delta(t_1 - t_2),$$

где $\delta(.)$ — дельта-функция; N_k — спектральные плотности мощности белых шумов; $\langle\, . \,\rangle$ — усреднение по множеству.

При наблюдении процесса (1) в общем случае невырожденной матрицы вероятностей Θ решается непараметрическая задача идентификации, т.е. оценки параметров матрицы Θ, для случайных процессов $z_{ij}(t)$ с произвольными распределениями, в том числе не являющихся марковскими. В частном случае, распространенном в цифровых системах связи, имеет место распознавание (идентификация) двух противоположных равновероятных сигналов, т.е. при этом $\Theta_{ij} = \Theta_{i1}, \Theta_{i2}$, $\Theta_{i1} = \Theta_{i2} = 0{,}5$; в задачах обнаружения имеем $\Theta_i = 0,\ 1$.

С целью использования методов марковских процессов для решения непараметрической задачи, в которой распределения случайных процессов $z_{ij}(t)$ принадлежат некоторым ограниченным непараметризированным семействам, вводится сглаживание таким же образом, как в работе [5], но в виде нелинейного ограниченного оператора. При этом для процесса (1) можно записать нелинейные преобразования в виде вектора функционалов

$$\vec{y}(t) = \Phi_{\text{н}}\Big\{\vec{\xi}(t)\Big\} = \Phi_{\text{н}}\Big\{[[Z(t) \times \Theta^{\text{т}}] \times I] + \vec{n}(t)\Big\}, \quad 0 < t < T, \qquad (2)$$

где $\vec{\xi} \in D$, $\vec{y} \in D_1$; D и D_1 — множества соответствующих евклидовых пространств $\mathcal{D} \subset \mathcal{D}_1$; $\Phi_{\text{н}}\{\,\cdot\,\}$ — ограниченный нелинейный оператор, осуществляющий отображение пространства $\mathcal{D}$ в пространство $\mathcal{D}_1$ и обеспечивающий при этом необходимые непараметрические свойства отмеченной выше задачи, $\Phi_{\text{н}}\{\,\cdot\,\} = (\varphi_{\text{н}1}\{\cdot\}, \varphi_{\text{н}2}\{\cdot\}, \ldots)^{\text{т}}$.

Условия выполнения марковских свойств для процесса $y(t)$ вытекают из следующей теоремы.

Теорема. *Случайный процесс, полученный в результате нелинейного преобразования аддитивной смеси сигналов с БГШ, имеет корреляционную функцию экспоненциального вида.*

Доказательство. Согласно теореме Фреше функционал $y(t)$ может быть представлен в виде предела последовательности регулярных функциональных полиномов, например вполне непрерывных полиномов Вольтерра. Тогда этот функционал можно записать в виде ряда Вольтерра

$$y(t)=\varphi_{\text{н}}\left\{\xi(t)\right\}=$$

$$=\sum_{k=1}^{\infty}\int_0^t\ldots\int_0^t g_k(t,\tau_1,\ldots,\tau_k)\prod_{r=1}^{k}\xi(\tau_1)\ldots\xi(\tau_r)d\tau_1\ldots d\tau_r, \qquad (3)$$

где $g_k(\,.\,)$ — многомерная импульсная характеристика (ядро) интегрального преобразования для k-го члена ряда.

Каждое k-е слагаемое в ряде (3) — это регулярный однородный функционал вида

$$y_k(t)=\int_0^t\ldots\int_0^t g_k(t,\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_k)\prod_{r=1}^{k}\xi(\tau_1)\ldots\xi(\tau_r)d\tau_1\ldots d\tau_r. \qquad (4)$$

Случайный процесс $y(t)$ является марковским, если для каждого слагаемого в ряде (3), т.е. для функционала (4), корреляционная функция является экспоненциальной:

$$\left\langle \overset{0}{y}_k(t_1)\overset{0}{y}_k(t_2)\right\rangle=\int_0^{t_1}\ldots\int_0^{t_1}\int_0^{t_2}\ldots\int_0^{t_2} g_k(t_1,\tau_{11},\tau_{12},\ldots,\tau_{1k})g_k(t_2,\tau_{21},\ldots,\tau_{2k})\times$$

$$\times\left\langle\prod_{r=1}^{k}\overset{0}{\xi}(\tau_{11})\ldots\overset{0}{\xi}(\tau_{1r})\prod_{r=1}^{k}\overset{0}{\xi}(\tau_{21})\ldots\overset{0}{\xi}(\tau_{2r})\right\rangle d\tau_{11}\ldots d\tau_{rr}\leqslant Me^{-\alpha|t_1-t_2|}, \quad (5)$$

где M и α — некоторые постоянные.

Как показано в работе [6], для постоянного сигнала $z(t)=E$ сглаживающего нелинейного оператора и БГШ в ряде (3) ядра являются сепарабельными и вторые центральные моментные функции представляют собой суперпозицию экспоненциальных функций.

Пусть $s(t,\vec{\lambda})$ — детерминированная функция, определенная на интервале $t\in[0,T]$, с векторным неизвестным параметром $\vec{\lambda}\in\Lambda$, Λ — гильбертовое пространство (условия представления случайного процесса $z_{ij}(t)$ в виде квазидетерминированного сигнала $s(t,\vec{\lambda})$ обоснованы в работе [4]). Очевидно, что для произвольных детерминированных функций $s(t,\vec{\lambda})$ корреляционные функции функционалов ряда (3) будут иметь более сложный вид:

$$\left\langle \overset{0}{y}_k(t_1)\overset{0}{y}_k(t_2)\right\rangle^*\approx f^*(|t_1-t_2|)M^*e^{-\alpha^*|t_1-t_2|},$$

где $f^*(|t_1 - t_2|)$ — некоторая функция, более медленно изменяющаяся по сравнению с функцией $\exp(-\alpha^* |t_1 - t_2|)$; M^*, α^* — некоторые постоянные.

Очевидно также, что если выполняется неравенство

$$f^*(|t_1 - t_2|)M^* e^{-\alpha^*|t_1 - t_2|} \geqslant M e^{-\alpha|t_1 - t_2|}, \tag{6}$$

то всегда можно подобрать такие числа α_1 и M, что с учетом неравенства (6)

$$M e^{-\alpha|t_1 - t_2|} \leqslant f^*(|t_1 - t_2|)M^* e^{-\alpha^*|t_1 - t_2|} \leqslant M e^{-\alpha_1|t_1 - t_2|}, \tag{7}$$

что и требовалось доказать.

Таким образом, при воздействии в виде аддитивной смеси детерминированной или квазидетерминированной функций и БГШ, а также при сглаживающем нелинейном операторе $\varphi_{\text{н}}\{\cdot\}$ случайный процесс $y(t)$ в соответствующих сечениях, определяемых условиями (7), является марковским.

В работе [4] в качестве оператора $\varphi_{\text{н}}\{\cdot\}$ предлагается использовать нелинейные дифференциальные операторы. Тогда состояние устройств обработки сигналов для отмеченных непараметрических задач будет описываться нелинейными дифференциальными уравнениями, которые являются также основой рекуррентных методов стохастической аппроксимации [2]. Порядок этих нелинейных дифференциальных уравнений определяется, согласно работе [4], в простейшем случае по математическому ожиданию случайного процесса $z_{ij}(t)$.

Параметрический синтез этих функций (определение характеристик нелинейных параметров) можно проводить на основе функций влияния, используемых в теории робастных статистик [3], с помощью которых оцениваются робастные свойства предлагаемых алгоритмов, т.е. устойчивость при малых отклонениях оцениваемых параметров от основных распределений.

Робастные свойства предлагаемых нелинейных алгоритмов обработки при обнаружении сигналов удобно анализировать, ограничиваясь некоторой окрестностью O_ε изменения основного распределения F_0, например окрестностью “загрязнения” [3], используемой в модели больших ошибок:

$$O_\varepsilon(F_0) = \{F \,|F = (1-\varepsilon)\,F_0 + \varepsilon G, \quad G \in M\}, \tag{8}$$

где M — пространство всех выборочных распределений.

В работе [3] приведены также примеры других окрестностей, которые являются, в отличие от окрестности “загрязнения”, окрестностями в соответствующих слабых топологиях, например окрестностями Леви:

$$O_\varepsilon(F_0) = \{F\,|(\forall u)\,F_0\,(u-\varepsilon)-\varepsilon \leqslant F\,(u) \leqslant F_0\,(u+\varepsilon)+\varepsilon\}. \qquad (9)$$

Непараметрическую задачу обнаружения сигнала при наблюдении процесса (1) можно рассматривать как задачу выбора сложной гипотезы H_1 (наличие сигнала) или простой гипотезы H_0 (отсутствие сигнала). Например, этой задачей по критерию Неймана–Пирсона является формирование статистики $T(x)$ в окрестности F_0 в пространстве выборочных распределений, в общем случае — формирование статистики на основе нелинейного функционала для наблюдаемой аддитивной смеси:

$$T(x) = T(\varphi_{\text{н}}(\xi)).$$

По критерию Неймана–Пирсона при заданном уровне значимости α статистикой является выборочное значение вероятности правильного обнаружения.

Аналогичным образом формируются статистики в задаче идентификации. При этом проблемой является определение в решающих правилах необходимых пороговых значений, которые будут равны нулю только при различении противоположных сигналов.

В теории робастных статистик для определения воздействия на статистику (оценку) $T(F)$ распределения F одного дополнительного выделяющегося наблюдения процесса z широкое применение получила эвристическая функция влияния [3], например, вида

$$\mathrm{IC}(z,T,F) = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{T((1-\varepsilon)F+\varepsilon\delta(z))-T(F)}{\varepsilon}, \qquad (10)$$

где функция $\delta(z)$ имеет единичную массу для выделяющегося наблюдения процесса z.

Функцию влияния (10) можно применить для получения критерия робастности алгоритмов обнаружения. В непараметрической задаче обнаружения при наблюдении процесса (1) подлежит обнаружению сигнал $s(t,\vec{\lambda})$, для которого параметры $\vec{\lambda}\in\Lambda$ неизвестны (Λ — ограниченное гильбертово пространство, где $\vec{\lambda}\in\left[\vec{\lambda}_{\min},\vec{\lambda}_{\max}\right]$).

Для известного сигнала его параметры полагают базовыми: $\vec{\lambda}_0^{\text{т}} = (\lambda_{01},\lambda_{02},\ldots,\lambda_{0k},0,\ldots)$. В дискретном аналоге наблюдения процесса $\xi(t)$, т.е. в последовательности $\{\xi_n\}$, может присутствовать одно или несколько выделяющихся наблюдений ξ_i. Подобные выделяющиеся наблюдения являются следствием как аномальных значений шума («хвосты» распределений), так и неизвестных комбинаций изменений базовых параметров сигнала. Тогда функцию влияния для статистики

— выборочной вероятности правильного обнаружения P_D — в точке $F_{\vec{\lambda}}$ можно представить следующим образом:

$$\mathrm{IC}\left(\xi, P_D, F_{\vec{\lambda}}\right) =$$

$$= \lim_{\left|\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}\right| \to 0} \frac{P_D\left(\left(1 - \left|\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}\right|\right) F_{\vec{\lambda}_0} + \left|\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}\right| \sum\limits_j A_j \delta(\xi - \xi_j)\right) - P_D\left(F_{\vec{\lambda}_0}\right)}{\left|\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}\right|}; \tag{11}$$

здесь A_j — вес j-го слагаемого; $\vec{\lambda}_0$ — значения параметров сигнала для исходного распределения $F_{\vec{\lambda}_0}$, т.е. значения параметров базового сигнала $s(t, \vec{\lambda}_0)$; $\sum\limits_j A_j = 1$; $\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}} = (\vec{\lambda} - \vec{\lambda}_0)/\lambda_{\max}$ — нормированное приращение векторного параметра, модуль $|\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}|$ может определять размер окрестности ε (например, в выражениях (8), (9)).

Очевидно, что функция влияния для каждой i-й комбинации параметров может быть представлена в виде

$$\mathrm{IC}_i(\xi_i, P_D, F_{\vec{\lambda}}) =$$

$$= \lim_{\Delta\lambda_{\text{н}i} \to 0} \frac{P_D\left(\left(1 - \left|\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}\right|\right) F_{\vec{\lambda}_0} + \left|\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}\right| \sum\limits_j A_{ij} \delta(\xi - \xi_{ij})\right) - P_D\left(F_{\vec{\lambda}_0}\right)}{\Delta\lambda_{\text{н}i}}$$

(знак функции не имеет принципиального значения) или в векторной форме

$$\vec{\mathrm{IC}}\left(\vec{\xi}, P_D, F_{\vec{\lambda}}\right) =$$

$$= \lim_{\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}} \to 0} \frac{P_D\left(\left(1 - \left|\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}\right|\right) F_{\vec{\lambda}_0} + \left|\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}\right| \sum\limits_j \vec{A}_j \delta(\vec{\xi} - \vec{\xi}_j)\right) - P_D\left(F_{\vec{\lambda}_0}\right)}{\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}}.$$

В формуле (11) можно перейти к мере

$$G = \sum_j A_j \delta\left(\xi - \xi_j\right),$$

которая согласно выражениям (8), (9) находится в окрестности ε и также является мерой слабой топологии. Поэтому в окрестности ε в точке $F_{\vec{\lambda}}$ функцию влияния можно представить в виде производной по Гато:

$$\vec{\mathrm{IC}}_1\left(\vec{\xi}, P_D, F_{\vec{\lambda}}\right) = \lim_{\Delta\vec{\lambda} \to 0} \frac{P_D(F_{\vec{\lambda}}) - P_D(F_{\vec{\lambda}_0})}{\Delta\vec{\lambda}}, \quad \vec{\mathrm{IC}}_1(\,.\,) = \vec{\lambda}'_{\max} \vec{\mathrm{IC}}(\,.\,), \tag{12}$$

где $F_{\vec{\lambda}} = F_{\vec{\lambda}_0}(1 - |\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}|) + |\Delta\vec{\lambda}_{\text{н}}|G$.

В выражении (12) функционалы вероятностей правильного обнаружения можно выразить с помощью соответствующих плотностей распределения вероятностей следующим образом:

$$\vec{\mathrm{IC}}_1\left(\vec{\xi}, P_D, F_{\vec{\lambda}}\right) = \lim_{\Delta\vec{\lambda}\to 0} \frac{\int\limits_{h(\alpha)}^{\infty} p(x,\vec{\lambda})dx - \int\limits_{h(\alpha)}^{\infty} p(x,\vec{\lambda}_0)dx}{\Delta\vec{\lambda}} =$$
$$= \int\limits_{h(\alpha)}^{\infty} \lim_{\Delta\vec{\lambda}\to 0} \frac{p(x,\vec{\lambda})dx - p(x,\vec{\lambda}_0)dx}{\Delta\vec{\lambda}} = \int\limits_{h(\alpha)}^{\infty} \frac{\partial p(x,\vec{\lambda})dx}{\partial\vec{\lambda}}, \tag{13}$$

где $h(\alpha)$ — пороговое значение для случайной величины x при выборе сложной альтернативы $p(x,\vec{\lambda})$ при заданном уровне значимости α для нулевой гипотезы $p(x|s(t,\vec{\lambda}) = 0)$; x — случайная величина, определяемая состоянием нелинейной системы устройства обработки в момент принятия решения в задаче обнаружения.

Очевидно, что при оптимальной робастности, т.е. при идеальных непараметрических свойствах решаемой задачи, для выражения (13) в задачах обнаружения должно выполняться условие (критерия оптимальной робастности непараметрической задачи обнаружения сигналов на фоне БГШ)

$$\int\limits_{h(\alpha)}^{\infty} \frac{\partial p(x,\vec{\lambda})dx}{\partial\vec{\lambda}}\bigg|_{\vec{\lambda}\in\Lambda} = 0. \tag{14}$$

Применение критерия (14) для поиска робастных алгоритмов обнаружения предполагает существование функциональных зависимостей распределений в момент принятия решения в соответствующих алгоритмах обработки.

Однако от условий оптимальной робастности (14) можно перейти к более слабым условиям робастности (слабому критерию робастности)

$$\frac{\partial p(x,\vec{\lambda})}{\partial\vec{\lambda}} = 0, \quad \text{или} \quad p(x,\vec{\lambda}) = \underset{\vec{\lambda}}{\mathrm{const}}. \tag{15}$$

Очевидно, что при выполнении слабых условий (15) критерий оптимальной робастности также будет выполняться. Слабый критерий робастности был получен в работе [4] на основе обобщенного метода максимального правдоподобия.

Существенным недостатком полученного робастного критерия в виде слабых условий при применении его в указанных непараметрических задачах обнаружения сигналов является его асимптотическое выполнение для большинства практических случаев. Однако при этих асимптотических условиях предложенный метод является достаточно эффективным — например, при обнаружении радиоимпульсов с неизвестной частотой на фоне БГШ (см. также работу [4]).

Таким образом, для рассмотренной непараметрической задачи алгоритм обработки наблюдения (1) реализуется в виде нелинейных дифференциальных уравнений так, что их порядок определяется математическими ожиданиями идентифицируемых нестационарных случайных процессов, а нелинейные параметры синтезируются с помощью робастных критериев (14) и (15).

Систему нелинейных дифференциальных уравнений можно представить в обобщенной форме стохастических дифференциальных уравнений [7]:

$$du_i = f_i(\vec{u}, t)dt + \sum_{k=1}^{M} g_{ik}(\vec{u}, t) d_\theta \nu_k(t), \quad i = 1, \ldots, M, \tag{16}$$

где $f(\,.\,)$, $g(\,.\,)$ — детерминированные функции, удовлетворяющие условию Липшица; d_θ — θ-дифференциал, $\theta \in [0,\ 1]$; $\nu_k(t)$ — винеровский процесс со спектральной плотностью $N_k/2$; u_i — переменные состояния системы.

Согласно теореме Дуба [7] стохастическая система (16) описывает многомерный марковский диффузионный процесс $\vec{u}(t)$, общий вид локальных характеристик которого в обозначениях (16) имеет вид

$$a_i(\vec{u}, t) = f_i(\vec{u}, t) + \theta \sum_{k=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \frac{N_k}{2} g_{jk}(\vec{u}, t) \frac{\partial}{\partial u_j} g_{ik}(\vec{u}, t),$$

$$b_{ij}(\vec{u}, t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{M} N_k g_{ik}(\vec{u}, t) g_{jk}(\vec{u}, t).$$

Для наблюдаемого процесса и сигнала $s(t, \vec{\lambda})$ (1) общий вид локальных характеристик можно упростить:

$$\begin{aligned} a_i(\vec{u}, t) &= f_i(\vec{u}, \vec{\lambda}, t) + \theta \frac{N}{2} \sum_{j=1}^{M} g_j(\vec{u}, t) \frac{\partial}{\partial u_j} g_i(\vec{u}, t), \\ b_{ij}(\vec{u}, t) &= \frac{N}{2} g_i(\vec{u}, t) g_j(\vec{u}, t), \end{aligned} \tag{17}$$

а уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова для нестационарной плотности $p(\vec{u}, \vec{\lambda}, t)$ записать в виде

$$\frac{\partial p(\vec{u}, \vec{\lambda}, t)}{\partial t} =$$

$$= -\sum_{i=1}^{M} \frac{\partial}{\partial u_i} \Big(a_i(\vec{u}, \vec{\lambda}, t) \Big) p(\vec{u}, \vec{\lambda}, t) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{M} \frac{\partial^2}{\partial u_i \partial u_j} \Big(b_{ij}(\vec{u}, t) p(\vec{u}, \vec{\lambda}, t) \Big). \tag{18}$$

Параметрический синтез соответствующих функций в системе дифференциальных уравнений (16) для рассматриваемой непараметрической задачи проводится на основе слабых условий робастности (15) следующим образом.

В выражениях (17) отражена, во-первых, зависимость коэффициентов сноса от сигнала и независимость от сигнала коэффициентов диффузии, во-вторых, инвариантность коэффициентов к форме записи стохастических уравнений для параметров сигнала. Последнее связано с тем, что в выражениях (17) от $\vec{\lambda}$ зависят только первые слагаемые коэффициентов сноса.

Потребовав для коэффициентов (17) согласно уравнению (18) одновременного выполнения соответствующих соотношений для любого момента времени, слабые условия робастности (15) представим в виде условий непараметрической нечувствительности:

$$a_i(\vec{u}, \vec{\lambda}, t) = \underset{\vec{\lambda}}{\mathrm{const}}, \quad \frac{\partial a_i(\overleftarrow{u}, \vec{\lambda}, t)}{\partial u_i} = \underset{\vec{\lambda}}{\mathrm{const}}, \quad i \in 1, \ldots, M,$$

или

$$\begin{gathered} \frac{\partial a_i(\vec{u}, \vec{\lambda}, t)}{\partial \vec{\lambda}} = 0, \\ \frac{\partial^2 a_i(\vec{u}, \vec{\lambda}, t)}{\partial \vec{\lambda} \partial u_i} = 0. \end{gathered} \tag{19}$$

Систему уравнений (19) при соответствующей нормировке можно представить в асимптотическом виде в форме дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial^2 a_i(\vec{u}, \vec{\lambda}, t)}{\partial \vec{\lambda} \partial u_i} = K \frac{\partial a_i(\vec{u}, \vec{\lambda}, t)}{\partial \vec{\lambda}}, \tag{20}$$

где K — нормирующий коэффициент.

Уравнения (20) после дифференцирования по $\vec{\lambda}$ становятся обыкновенными однородными линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами для нелинейных параметров. Для принятой диффузионной модели марковских процессов дифференциальные уравнения (20) имеют первый порядок. Поскольку решения для подобных уравнений являются экспоненциальными, то параметрические зависимости для коэффициентов этих уравнений являются нелинейными.

Таким образом, алгоритмы обработки сигналов в рассмотренной непараметрической задаче должны быть реализованы в виде нелинейных дифференциальных уравнений.

Очевидно, что подобные алгоритмы являются наиболее общей рекуррентной формой известных методов стохастической аппроксимации [3], т.е. выбор соответствующих числовых последовательностей для стохастической аппроксимации осуществляется при использовании предлагаемого робастного подхода как соответствующее изменение нелинейных коэффициентов нелинейных стохастических дифференциальных уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теория обнаружения сигналов / П.С. Акимов, П.А. Бакут, В.А. Богданович и др. Под ред. П.А. Бакута. – М.: Радио и связь, 1984.
2. Граничин В. Н., Поляк Ю. Т. Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах. – М., Наука, 2003.
3. Хьюбер П. Робастность в статистике. – М.: Мир, 1984.
4. Неволин В. И. Нелинейная обработка сигналов в непараметрической смеси с шумом // Электросвязь. – 2002. – № 10. – С. 28–41.
5. Ярлыков М. С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. – М.: Сов. Радио, 1980.
6. Неволин В. И. Метод функциональных рядов при анализе нелинейных алгоритмов для непараметрических задач // Вестник ЮУрГУ. – 2003. – Т. 20. – № 4. – С. 58–75.
7. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. – М.: Сов. Радио, 1977.

Статья поступила в редакцию 2.12.2003

Владимир Иванович Неволин родился в 1947 г., окончил в 1976 г. Уральский политехнический институт им. С.М. Кирова. Канд. техн. наук, зав. кафедрой “Радиотехника” Южно-Уральского государственного университета. Автор более 50 научных работ в области стохастических систем.

V.I. Nevolin (b. 1947) graduated from the Urals Polytechnic Institute n.a. S.M. Kirov in 1976. Ph.D. (Eng.), head of “Radio Technology” department of the South-Urals State University. Author of more than 50 publications in the field of stochastic systems.