

Д. В. Чеботарев  
(Новгородский государственный университет  
им. Ярослава Мудрого)

## **АНАЛИЗ АДАПТИВНОГО АЛГОРИТМА ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ КОМПЕНСАЦИИ МЕШАЮЩИХ ОТРАЖЕНИЙ В РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СТАНЦИЯХ СО СЛОЖНЫМ СИГНАЛОМ**

*Исследована эффективность применения алгоритма наименьших средних квадратов для компенсации мешающих отражений в радиолокационных станциях со сложным квазинепрерывным сигналом. Получены оценки эффективности компенсации помех в зависимости от их параметров. Введен обобщенный параметр, характеризующий помехи, и получены приближенные аналитические выражения для оценки эффективности компенсации. Предложена модификация алгоритма, позволяющая учесть априорную информацию о распределении мешающих отражений.*

Развитие цифровых методов формирования и обработки радиолокационных сигналов стимулирует разработку новых, более качественных алгоритмов обработки зондирующих сигналов с большой базой [1–3]. При применении квазинепрерывных фазоманипулированных сигналов [4] с базой от десятков до сотен тысяч одной из основных проблем является недостаточно низкий уровень боковых лепестков функции неопределенности в широком диапазоне задержек и доплеровских сдвигов частоты. Как следствие, мешающие отражения, отличающиеся от полезного сигнала задержкой и частотным сдвигом, маскируют его за счет боковых лепестков функции неопределенности. Традиционный подход к данной проблеме [4] состоит в синтезе структуры сигнала или пары сигнал–фильтр, что позволяет минимизировать объем боковых лепестков функции неопределенности в требуемой области частотно-временных сдвигов. В то же время, современные цифровые устройства обрабатывают отраженные сигналы во всем необходимом диапазоне задержек и частотных сдвигов, позволяя получать в реальном времени оценки всех мешающих отражений с точностью до фазовых соотношений. Это открывает ранее недоступные возможности когерентной компенсации мешающих отражений и качественного повышения помехоустойчивости радиолокационных станций (РЛС) с квазинепрерывными сигналами. В работе [5] рассмотрен способ когерентной компенсации мешающих отражений, базирующийся на алгоритме адаптивной цифровой фильтрации. Для простой модели флюктуирующих отражений проведено сравнение трех наиболее распространенных алгоритмов

адаптивной фильтрации и обоснован выбор алгоритма наименьших средних квадратов по критериям эффективности, устойчивости и простоты реализации.

В настоящей работе проводится более детальное исследование свойств выбранного алгоритма применительно к двум типам флуктуаций мешающих отражений с целью получения общих характеристик компенсатора помех, упрощающих оценку его эффективности для параметров помеховой обстановки, представляющих практический интерес.

**Алгоритм обработки и модели помех.** Учитывая специфику дискретных сигналов и цифровых методов обработки, будем рассматривать их математическое описание в дискретном времени, обозначив через  $i$  порядковый номер текущего временного отсчета.

Пусть  $u$  — троичная дискретная модулирующая последовательность с пик-фактором  $p_f$ , определяющая закон амплитудной и фазовой манипуляции зондирующего сигнала. Каждый символ  $u_i$  этой последовательности может принимать одно из трех значений:  $-1, 0, +1$ . Сигнал  $s$  на входе приемника представляет собой сумму  $M$  мешающих отражений с комплексными амплитудами, определяемыми вектором  $w$  (размерности  $M$ ), и белого гауссовского шума  $\nu$  с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_\nu^2$ . Тогда  $i$ -й отсчет входного сигнала приемника определяется выражением

$$s_i = U_i^H w_i + \nu_i, \quad (1)$$

где  $U_i$  — значение вектора, содержащего  $M$  последних отсчетов модулирующей последовательности (от  $u_{i-M}$  до  $u_{i-1}$  включительно);  $(\cdot)^H$  — символ сопряжения вектора по Эрмиту;  $w_i, \nu_i$  — значения вектора  $w$  и шума  $\nu$  в  $i$ -й момент времени.

Для обеспечения временной развязки приемника и передатчика приемник бланкируется (закрывается) на время излучения, т.е. во время передачи ненулевого символа  $u_i$  модулирующей последовательности. Таким образом, на обработку поступает сигнал  $d$ ,  $i$ -й отсчет которого имеет вид

$$d_i = (1 - |u_i|)s_i = (1 - |u_i|)(U_i^H w_i + \nu_i). \quad (2)$$

Полагая, что адаптивный фильтр предсказывает сигнал  $y$ , который компенсирует входной сигнал  $s$ , запишем выражение ошибки компенсации  $e$  в момент времени  $i$ :

$$e_i = d_i - y_i(1 - |u_i|) = (1 - |u_i|)(s_i - y_i). \quad (3)$$

Отметим, что поскольку на вход устройства обработки поступает сигнал, бланкируемый последовательностью  $1 - |u_i|$ , то компенсационный сигнал  $y$  или ошибка компенсации  $e$  тоже должны быть умножены на эту последовательность.

Функционирование адаптивного фильтра, реализующего алгоритм наименьших средних квадратов с нормализацией, описывается двумя выражениями [1, 2]. Первое из них — это уравнение модификации оценок  $\hat{w}$  весового вектора, а второе — уравнение фильтрации компенсационного сигнала  $y$ . Значения этих процессов в момент времени  $i$  определяются следующим образом:

$$\hat{w}_i = \hat{w}_{i-1} + \frac{U_i}{U_i^H U_i} \mu e_i^*, \quad (4)$$

$$y_i = U_i^H \hat{w}_i, \quad (5)$$

где  $\hat{w}_{i-1}$  — значение вектора оценок в предыдущий ( $i-1$ )-й момент времени;  $\mu$  — шаг адаптации, который выбирается в диапазоне значений (0, 1) из соображений устойчивости; \* — символ комплексного сопряжения.

Для получения практически значимых результатов важен выбор модели флюктуирующих мешающих отражений, которые могут иметь различную физическую природу. Одним из самых сложных видов флюктуирующих источников помех является морская поверхность. В работе [4] приведены сведения о трех наиболее распространенных типах флюктуаций, связанных с отражениями от морской поверхности.

Первый из них связан с собственными флюктуациями отражающих элементов под действием ветра и других возмущений морской поверхности. Корреляционная функция  $\rho_{сб}(\tau)$  флюктуаций этого типа экспоненциально убывает:

$$\rho_{сб}(\tau) = e^{-4\Delta f_{сб}|\tau|}, \quad (6)$$

где  $\Delta f_{сб}$  — эффективная ширина спектра флюктуаций, достигающая сотен герц для X-диапазона.

Второй тип флюктуаций — это флюктуации, вызванные вращением антенны, когда в диаграмму направленности попадает множество мелких отражающих элементов со случайными амплитудами и фазами. Корреляционная функция  $\rho_a(\tau)$  флюктуаций этого вида имеет гауссовский вид:

$$\rho_a(\tau) = e^{-4\pi(\Delta f_a \tau)^2}, \quad (7)$$

где  $\Delta f_a$  — эффективная ширина спектра флюктуаций, определяемая скоростью вращения антенны и шириной диаграммы направленности. Для типовых антенн корабельных локаторов  $\Delta f_a$  составляет десятки герц в X-диапазоне.

Третий тип флюктуаций, вызванный собственным движением судна, также имеет вид корреляционной функции, подобный гауссовской

кривой (7). Ширина спектра флюктуаций определяется скоростью движения носителя и направлением антенны относительно курсового угла. Для корабельных РЛС эффективная ширина спектра флюктуаций этого типа может достигать десятков герц, в то время как для воздушных носителей она достигает нескольких килогерц.

В рассматриваемом случае для имитации собственных флюктуаций (вектора  $w$ ) с экспоненциальной функцией корреляции (6) удобно использовать векторный рекурсивный фильтр первого порядка с коэффициентом авторегрессии  $\alpha$ , на входе которого действует векторный нормальный широкополосный шум  $\xi$  с равномерным спектром, нулевым средним значением и условно единичной дисперсией:

$$\alpha = e^{-\frac{4\Delta f c_0}{f_s}}, \quad (8)$$

$$w_i = \alpha w_{i-1} + c\xi_i, \quad (9)$$

где  $f_s$  — частота дискретизации фильтра и процессов на его входе и выходе;  $c$  — нормирующий множитель, который обеспечивает постоянное среднеквадратичное значение коэффициентов  $w$  при изменении параметров фильтра.

Для аппроксимации фильтра, формирующего второй тип флюктуаций, удобно использовать каскадное включение цифровых фильтров, не требующих операций умножения (СИС-фильтров). Системная функция одного каскада такого фильтра имеет вид

$$H(z) = \frac{1 - z^{-L}}{1 - z^{-1}}, \quad (10)$$

где  $L$  — длина импульсной характеристики фильтра.

Включение трех каскадов таких фильтров обеспечивает достаточно точное приближение корреляционной функции выходного процесса к гауссовской кривой (7) при воздействии на вход этих фильтров такого же векторного широкополосного шума  $\xi$ . Эффективная ширина спектра  $\Delta f_a$  и длина  $L$  импульсной характеристики одного каскада фильтра связаны соотношением

$$L = \frac{1,1f_s}{4\Delta f_a}, \quad (11)$$

где коэффициент 1,1 учитывает изменение эффективной длины импульсной характеристики при включении трех каскадов фильтра.

Оценкой  $\eta$  эффективности алгоритма компенсации будем полагать относительную ошибку компенсации, т.е. отношение средней мощности ошибки компенсации к средней мощности входного сигнала:

$$\eta = \frac{E(s - y)^2}{E(s^2)}, \quad (12)$$

где  $E(\cdot)$  — символ статистического среднего.

Описанная модель реализована в среде визуального моделирования Simulink Matlab 6.5.

**Результаты моделирования.** Для моделирования были приняты следующие основные параметры:

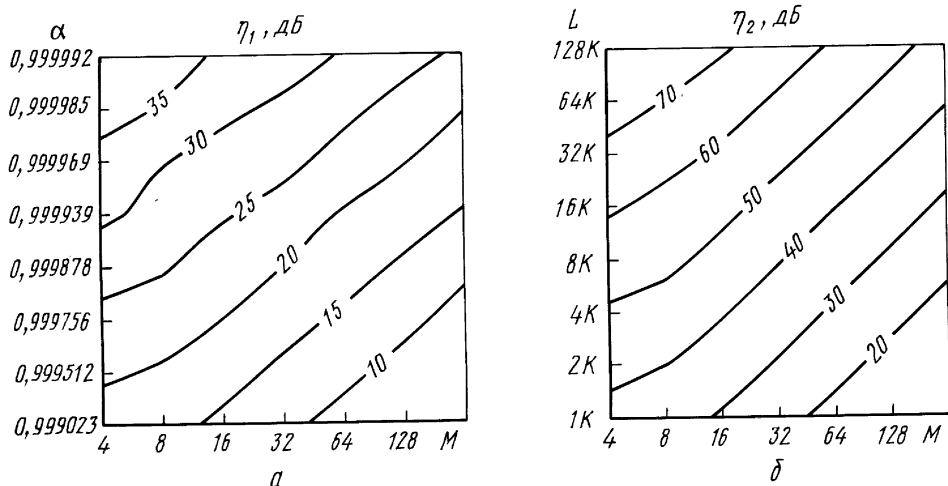
– частота дискретизации 10 МГц;  
– количество каналов по дистанции (размерность фильтра  $M$ ) до 256;

– пик-фактор сигнала от 2 до 20;

– эффективная ширина спектра флюктуаций мешающих отражений от 20 Гц до 20 КГц (этому соответствует эффективная длина  $L$  импульсной характеристики СИС-фильтра от 128 до 128 К,  $1К=1024$ , отсчетов и значение коэффициента  $\alpha$  авторегрессии рекурсивного фильтра в диапазоне от 0,992188 до 0,999992);

– мощность  $\sigma_v^2$  аддитивного шума на уровне  $-80$  дБ (это соответствует подавляющему преобладанию мешающих отражений над шумом и практическим требованиям); в этом случае оптимальное значение шага адаптации составляет  $\mu = 1$  [5].

Рассмотрим зависимость эффективности  $\eta$  компенсации от параметров мешающих отражений. Очевидно, что при расширении диапазона задержек возможного расположения помех и увеличении эффективной ширины спектра флюктуаций эффективность компенсации будет снижаться. На рис. 1 представлены результаты, полученные при пик-факторе сигнала, равном 5, для двух типов флюктуаций. Зависимости представлены в виде контуров одного уровня, выраженного в децибелах, для трехмерной поверхности.



**Рис. 1.** Графики зависимостей  $\eta_1 = \eta_1(\alpha, M)$  (а) и  $\eta_2 = \eta_2(L, M)$  (б)

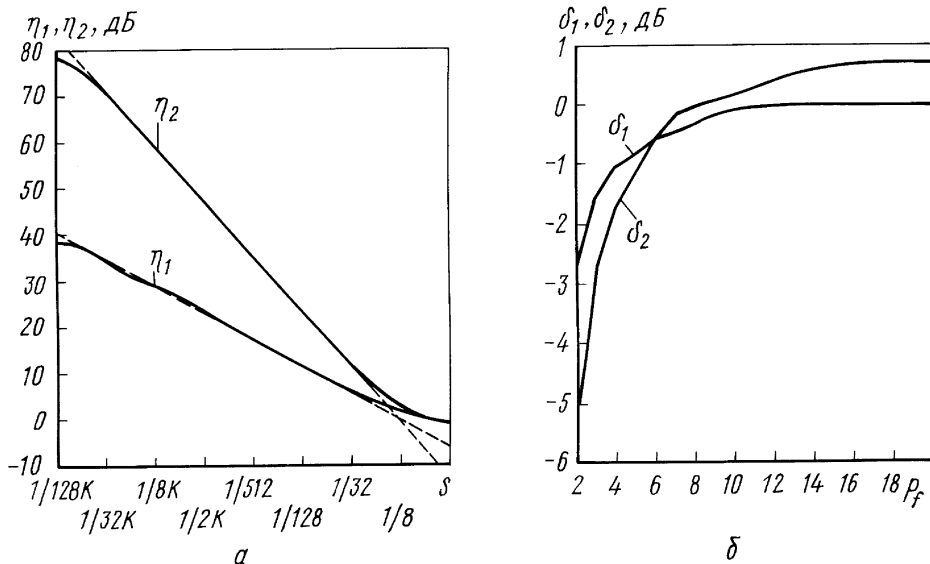
Общий вид зависимостей, близкий к виду прямых с одинаковым углом наклона, для обоих типов флуктуаций, однозначно указывает, что эффективность компенсации в одинаковой степени зависит как от диапазона задержек  $\Delta\tau$ , так и от ширины спектра флуктуаций  $\Delta f$ . Другими словами, эффективность компенсации определяется произведением  $S$  этих величин, т.е. площадью плоскости, соответствующей диапазону задержек и ширине спектра флуктуаций:

$$S = \Delta\tau\Delta f = -\frac{M}{4} \ln(\alpha) = \frac{1,1M}{4L}. \quad (13)$$

Выражение (13), полученное из соотношений (11) и (8), позволяет уменьшить количество параметров, определяющих эффективность компенсации, и отобразить трехмерные поверхности, приведенные на рис. 1, в две обычные кривые, изображенные на рис. 2, *a* сплошными линиями. Зависимость  $\eta_1 = \eta_1(S)$  соответствует поверхности, приведенной на рис. 1, *a*; зависимость  $\eta_2 = \eta_2(S)$  — поверхности на рис. 1, *б*.

В области значений, представляющих практический интерес, зависимости  $\eta_1, \eta_2$ , показанные на рис. 2, *a* сплошными кривыми, достаточно точно аппроксимируются функциями, представленными штриховыми прямыми:

$$\begin{aligned} \eta_1(S) &\approx -3(\log_2 S + 3) + \delta_1, \\ \eta_2(S) &\approx -6(\log_2 S + 3) + \delta_2, \end{aligned} \quad (14)$$



**Рис. 2.** Зависимости, соответствующие поверхностям на рис. 1 (*a*), и зависимости, построенные по результатам моделирования (*б*)

где  $\delta_1$  и  $\delta_2$  — смещения, зависящие от пик-фактора модулирующей последовательности.

Скорость убывания полученных характеристик не зависит от пик-фактора и составляет 3 дБ на октаву для первого типа флюктуаций и 6 дБ на октаву для второго. Кривые на рис. 1 и 2, *а* соответствуют данным, полученным при пик-факторе, равном 5. Для других значений пик-фактора в диапазоне от 2 до 20 величина смещения может быть определена по зависимостям (рис. 2, *б*), построенным по результатам моделирования.

Интересно отметить, что величину площади  $S$  определяют именно диапазон задержек и ширина спектра флюктуаций, не зависящие от базы сигнала. Действительно, попытка увеличить базу сигнала путем расширения спектра (увеличением частоты дискретизации) приводит к пропорциональному увеличению количества  $M$  элементов разрешения по дальности и длины  $L$  импульсной характеристики фильтра, определяющего ширину спектра флюктуаций, при этом значение  $S$  остается неизменным. Отметим также, что истинное распределение мешающих отражений по диапазону задержек также не оказывает влияния на эффективность их компенсации. Другими словами, независимо от того, сосредоточена ли вся эффективная поверхность рассеяния отражающих объектов в одном элементе разрешения по дальности или распределена равномерно по всему диапазону задержек, эффективность компенсации в обоих случаях в установившемся режиме будет одинакова.

Таким образом, на основании простых выражений (8), (11), (13), (14) и графика на рис. 2, *б* можно рассчитать эффективность компенсации мешающих отражений в радиолокационных задачах для всех основных характеристик помех, сигнала и устройства обработки, не прибегая к моделированию.

**Компенсация мешающих отражений с учетом их априорного распределения.** Априорные сведения о параметрах мешающих отражений всегда присутствуют в том или ином виде и могут быть использованы. В рассмотренном случае этими сведениями являются диапазон задержек и ширина спектра флюктуаций помех. В типовой радиолокационной обстановке бывает доступна более полная априорная информация о распределении мощности мешающих отражений по дальности (задержке), которую можно использовать для повышения эффективности компенсации. Например, при воздействии мешающих отражений от подстилающей поверхности средняя мощность отраженных сигналов убывает обратно пропорционально кубу расстояния до отражающей поверхности.

Если рассматривать шаг адаптации  $\mu$  алгоритма наименьших средних квадратов не как скаляр, а как вектор  $\mu_m, m = 1, \dots, M$ , размер-

ности  $M$ , то можно назначить шаг адаптации индивидуально для каждой дискретной задержки  $m$ . Шаг адаптации приобретает смысл разделяемого ресурса, который можно распределять в диапазоне задержек, изменяя эффективность компенсации по имеющимся априорным данным о распределении интенсивности помех по дистанции. При этом чем больше значение парциального шага адаптации, тем выше степень компенсации помехи с этой задержкой. Форма записи уравнения (4), описывающего модификацию оценок  $\hat{w}$  весового вектора, в этом случае приобретает вид

$$\hat{w}_i = \hat{w}_{i-1} + \frac{GU_i}{U_i^H GU_i} e_i^*, \quad (15)$$

где  $G$  — диагональная матрица размерности  $M \times M$ , элементами главной диагонали которой являются компоненты вектора  $\mu_m, m=1, \dots, M$ .

Возвращаясь к примеру компенсации отражений от подстилающей поверхности, выберем элементы вектора  $\mu$  в соответствии с выражением

$$\mu_m = \frac{\sqrt{m^{-3}}}{\sum_{m=1}^M \sqrt{m^{-3}}}, \quad m = 1, \dots, M. \quad (16)$$

Конечно, выражение (16) не учитывает множество конкретных параметров реальной обстановки: величину “мертвой зоны”, форму диаграммы направленности антенны, высоту ее установки и др. Поэтому приводимые далее результаты следует рассматривать как иллюстрацию возможности использования априорного распределения мешающих отражений, а не как оценку его эффективности в реальных условиях.

Моделирование, проведенное при диапазоне задержек  $M = 64 \dots \dots 256$  и различной ширине спектра флуктуаций помех, показало, что учет априорного распределения их интенсивности по дистанции позволяет повысить эффективность компенсации от 7 до 15 дБ для первой модели флуктуаций и от 12 до 24 дБ — для второй. Разумеется, что, в отличие от рассмотренного ранее случая постоянного шага адаптации, отклонение истинного распределения дисперсии мешающих отражений по задержкам от того распределения, с которым был согласован вектор  $\mu_m$ , приводило к снижению эффективности компенсации.

**Выводы.** 1. Выполнен анализ эффективности компенсации мешающих отражений в РЛС со сложным квазинепрерывным сигналом на основе адаптивного алгоритма наименьших средних квадратов цифровой фильтрации. Показана возможность качественного повышения устойчивости к воздействию помех по боковым лепесткам функции неопределенности зондирующего сигнала.



2. Показано, что эффективность компенсации определяется произведением диапазона задержек мешающих отражений на эффективную ширину спектра их флюктуаций.

3. Для двух моделей флюктуаций мешающих отражений получены простые аналитические выражения, позволяющие оценить эффективность компенсации в диапазоне значений, представляющих практический интерес.

4. Предложена модификация адаптивного алгоритма наименьших средних квадратов цифровой фильтрации, позволяющая учитывать априорное распределение интенсивности мешающих отражений по задержке и частоте.

5. Показано, что использование априорной информации о распределении мешающих отражений позволяет повысить эффективность их компенсации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А д а п т и в н ы е фильтры / Под ред. К.Ф.Н. Коуна и П.М. Гранта; Под ред. С.М. Ряковского. – М.: Мир, 1988. – 392 с.
2. N a u k i n S. Adaptive Filter Theory. Forth Edition. – Prentice Hall, 2003. – 920 p.
3. П о м е х о з а щ и щ е н н о с т ь систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью // В.И. Борисов, В.М. Зинчук, А.Е. Лимарев, Н.П. Мухин, Г.С. Нахмансон; Под ред. В.И. Борисова. – М.: Радио и связь, 2003. – 640 с.
4. М о р с к а я радиолокация / Под ред. В.И. Винокурова. – Л.: Судостроение, 1986. – 256 с.
5. Ч е б о т а р е в Д. В. Выбор алгоритма адаптации для компенсации мешающих отражений в РЛС со сложным квазинепрерывным сигналом // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. – 2003. – Т. 81. – Вып. 2. – С. 72–77.

Статья поступила в редакцию 4.12.2003

Дмитрий Владимирович Чеботарев родился в 1952 г., окончил в 1976 г. ЛЭТИ им. В.И. Ульянова (Ленина). Канд. техн. наук, доцент кафедры радиосистем и руководитель научно-исследовательской лаборатории цифровой обработки сигналов Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого. Автор более 20 научных работ в области методов цифровой обработки сигналов, быстрой свертки адаптивных цифровых фильтров, методов обработки сложных сигналов в радиолокации и связи, сигнальных процессоров, методов проектирования и верификации цифровых устройств на ПЛИС.

D.V. Chebotaryov (b. 1952) graduated from the Leningrad Electrotechnical Institute n.a. V.I. Ulyanov (Lenin). Ph. D., associated professor of department for radio systems and chief of research laboratory for digital processing of signals of Novgorod State University n. a. Yaroslav the Wise. Author of over 20 publications in the field of methods of digital signal processing, fast convolution, adaptive digital filters, methods of processing of pseudo-random radar and communication signals, signal processors, methods of design and verification of digital devices based on programmable logic integrated circuits.