

ДВУХЗЕРКАЛЬНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ЗАДАНЫМ ЗНАЧЕНИЕМ СФЕРИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИИ И ТРЕБУЕНЫМ ИЗОПЛАНАТИЗМОМ

Предложен аналитически точный метод расчета двухзеркальных оптических систем, позволяющий достигать заданного значения сферической aberrации и требуемого изопланатизма за счет асферизации поверхностей системы.

Зеркальные оптические системы обладают рядом неоспоримых преимуществ перед линзовыми системами, и поэтому их применение во многих случаях оказывается предпочтительней. К преимуществам зеркальных оптических систем относятся высокая пропускная способность в инфракрасной и ультрафиолетовой областях спектра, возможность достижения высокой компактности и малого веса системы и т.д. Среди недостатков этих систем следует отметить необходимость применения, как правило, асферических поверхностей для достижения высокого качества изображения и компактности, а также наличие центрального экранирования, снижающего эффективную площадь входного зрачка системы.

Наибольшее распространение получили двухзеркальные системы, обладающие компактностью, простотой конструкции и позволяющие достигать высокого качества изображения. Основные и широко применяемые типы двухзеркальных систем были созданы еще в XVIII в. С тех пор и до настоящего времени делались многочисленные попытки создания более совершенных двухзеркальных объективов. Примером могут служить системы, разработанные Шварцшильдом и Кретьеном. Однако не все попытки оказались удачными, а методы расчета этих систем не обладают возможностями для дальнейшего улучшения оптических характеристик и качества изображения светосильных систем [1–4].

Постановка задачи. Рассмотрим возможность аналитически точного расчета координат асферических поверхностей двухзеркальных оптических систем с заданным значением сферической aberrации и требуемым коэффициентом изопланатизма.

Для предмета, расположенного на конечном расстоянии, величина, характеризующая отступление от условия изопланатизма, имеет вид [5, 6]

$$\eta = \frac{\Delta\beta}{\beta_0} - \frac{\Delta S'}{S'_0 - t'_0}, \quad (1)$$

где β_0 — параксиальное линейное увеличение системы; $\Delta\beta = \beta - \beta_0$; $\beta = n_1 \sin \sigma_1 / n' \sin \sigma'$ — линейное увеличение, определяемое для реальных лучей; n_1, σ_1 и n', σ' — показатели преломления и апертурные углы соответственно первой среды и на выходе оптической системы; $\Delta S'$ — продольная сферическая aberrация; S' — задний отрезок; S'_0 — параксиальный задний отрезок; t'_0 — расстояние от последней поверхности до выходного зрачка.

Как известно [2, 5, 6], aberrация кома связана с величиной отступления от условия изопланатизма, поэтому, чтобы получить систему с заданной комой, необходимо задать соответствующую величину η . Тогда связь апертурных углов в пространстве предметов и изображений с учетом выражения (1) имеет вид

$$\sin \sigma_1 = B \sin \sigma', \quad (2)$$

где

$$B = \left(1 + \frac{\Delta S'}{S'_0 - t'_0} + \eta \right) \beta_0 \frac{n'}{n_1}.$$

Для получения заданного значения сферической aberrации необходимо выполнить условие (рис. 1)

$$AM + MN + NA' = S'_0 - S_1 + \Delta S' - d, \quad (3)$$

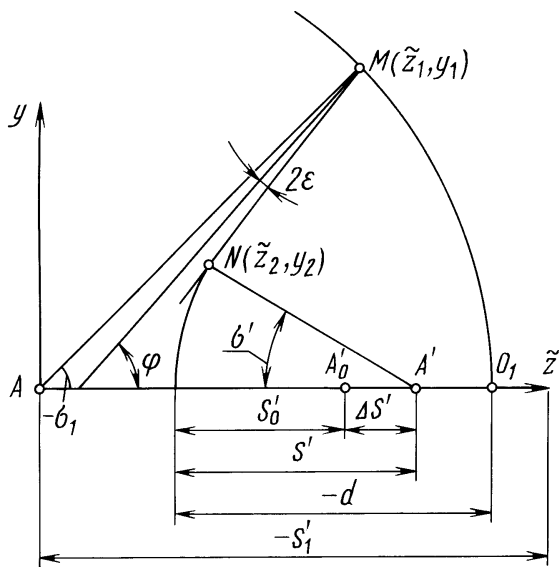


Рис. 1. Модель двухзеркальной системы при конечном расстоянии между предметом и оптической системой

где

$$AM = (\tilde{z}_1^2 + y_1^2)^{1/2},$$

$$MN = ((\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)^{1/2},$$

$$NA' = ((L + \Delta S' - \tilde{z}_2)^2 + y_2^2)^{1/2}.$$

L — расстояние между плоскостями предметов и изображения.

Для предмета, расположенного в бесконечности, отступление от условия изопланатизма обозначается η^∞ и имеет вид [2, 5]

$$\eta^\infty = \frac{\Delta f'}{f'_0} + \frac{\Delta S'}{t'_0 - S'_0}, \quad (5)$$

где $\Delta f'$ — отступление фокусного расстояния, f'_0 — паракиральное фокусное расстояние.

Для системы с заданным η^∞ получаем выражение, описывающее связь высоты падения луча на первую поверхность с синусом выходного угла:

$$y_1 = \gamma \sin \sigma', \quad (6)$$

где

$$\gamma = \left(1 + \frac{\Delta S'}{S'_0 - t'_0} + \eta^\infty\right) f'_0. \quad (7)$$

Для получения требуемого значения сферической аберрации необходимо выполнить условие (рис. 2)

$$MN + NF' = -2d + \tilde{z}_1, \quad (8)$$

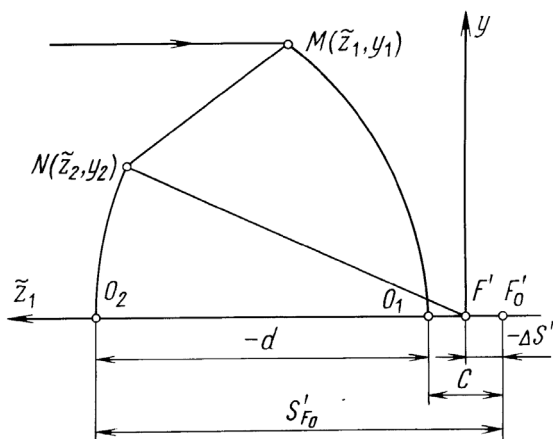


Рис. 2. Модель двухзеркальной системы при бесконечном расстоянии между предметом и оптической системой

где

$$\begin{aligned} MN &= \left((\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \right)^{1/2}, \\ NF' &= (\tilde{z}_2^2 + y_2^2)^{1/2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Решение задачи

Случай расположения предмета на конечном расстоянии от оптической системы. Исходными параметрами при проектировании двухзеркальной системы в этом случае являются линейное увеличение β_0 , расстояние S_1 между предметом и первичным зеркалом, расстояние S'_0 между плоскостью изображения и вторым зеркалом и диаметр D первичного зеркала. Если $h_2 < h_1$ (h_1, h_2 — высоты луча на первую и вторую поверхности), то система содержит вогнутое первичное зеркало и имеет коэффициент линейного экранирования, меньший единицы; в противном случае система содержит выпуклое первичное зеркало и имеет коэффициент линейного экранирования, больший единицы.

Совместим начало системы координат с предметной точкой A , а ось \tilde{z} направим слева направо. Все обозначения, относящиеся к первой поверхности, будем отмечать индексом “1”, а относящиеся ко второй — индексом “2”.

Радиусы кривизны зеркал в параксиальной области (при вершине поверхности) определяются зависимостями

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{2\beta_0 S_1 d}{S'_0 + \beta_0 (S'_0 + d)}, \\ r_2 &= \frac{2S'_0 d}{d - \beta_0 S_1 - S'_0}. \end{aligned} \quad (10)$$

Расстояние L связано с исходными параметрами следующим образом:

$$L = S'_0 - S_1 + d. \quad (11)$$

В общем случае положение входного зрачка системы находится на расстоянии t_0 от первой поверхности. Тогда расстояние t'_0 между выходным зрачком и последней поверхностью системы определяется зависимостью

$$t'_0 = \frac{(t'_1 - d) S' d}{(t'_1 - d) (d - S' - \beta S_1) - S' d}, \quad (12)$$

где

$$t'_1 = \frac{t_0 \beta_0 S_1 d}{t_0 (S' + \beta_0 (S_1 + d)) - \beta_0 S_1 d}.$$

Если входным зрачком системы является оправа первого зеркала, т.е. $t_0 = 0$, имеем

$$t'_0 = \frac{S'd}{d - \beta_0 S_1}.$$

Подставив выражения (4) в условие (3), получим

$$(\tilde{z}_1^2 + y_1^2)^{1/2} + \left((\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2)^{1/2} + (y_1 - y_2)^2 \right)^{1/2} + \left((L + \Delta S' - \tilde{z}_2)^2 + y_2^2 \right)^{1/2} = S'_0 - S_1 + \Delta S' - d. \quad (13)$$

Из рис. 1 видно, что \tilde{z}_1 и y_1 , \tilde{z}_2 и y_2 связаны следующим образом:

$$\begin{aligned} y_1 &= -\tilde{z}_1 \operatorname{tg} \sigma_1, \\ y_2 &= (L - \tilde{z}_2 + \Delta S') \operatorname{tg} \sigma'. \end{aligned} \quad (14)$$

Суммы проекций отрезков AM , MN и NA' на оси \tilde{z} и y соответственно имеют вид

$$MN \sin(2\xi + \sigma_1) = NA' \sin \sigma' + AM \sin \sigma_1, \quad (15)$$

$$MN \cos(2\xi + \sigma_1) = AM \cos \sigma_1 + NA' \cos \sigma' - (S'_0 - S_1 + \Delta S') - d. \quad (16)$$

Умножив выражение (16) на $\sin \sigma'$ и (15) на $\cos \sigma'$ и вычитая формулу (15) из выражения (16), получим

$$\begin{aligned} MN \sin(\sigma' - (2\xi + \sigma_1)) &= \\ &= AM \sin(\sigma' - \sigma_1) - (S'_0 - S_1 + d + \Delta S') \sin \sigma'. \end{aligned} \quad (17)$$

Умножив выражение (16) на $\cos \sigma'$, а (15) на $\sin \sigma'$ и суммировав эти произведения, имеем

$$\begin{aligned} MN \cos(\sigma' - (2\xi + \sigma_1)) &= \\ &= AM \cos(\sigma' - \sigma_1) + NA' - (S'_0 - S_1 + d + \Delta S') \cos \sigma'. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставив NA' из системы (4) в формулу (18) и разделив выражение (17) на формулу (18), получим

$$\begin{aligned} \frac{\sin(\sigma' - (2\xi + \sigma_1))}{1 + \cos(\sigma' - (2\xi + \sigma_1))} &= \\ &= \frac{(\tilde{z}_1 + y_1^2)^{1/2} \sin(\sigma' - \sigma_1) - (S'_0 - S_1 + d + \Delta S') \sin \sigma_1}{(\cos(\sigma' - \sigma_1) - 1) (\tilde{z}_1^2 + y_1^2)^{1/2} - (S'_0 - S_1 + d + \Delta S') (\cos \sigma' - 1)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Подставляя в выражение (19) значение y_1 из формулы (14) и учитывая, что левая часть выражения (19) представляет собой тангенс половинного угла, получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \left(\xi + \frac{\sigma_1 - \sigma'}{2} \right) = \\ = \frac{\tilde{z}_1 \sin(\sigma_1 - \sigma') + (S'_0 - S_1 + d + \Delta S') \sin \sigma' \cos \sigma_1}{\tilde{z}_1 (\cos(\sigma' - \sigma_1) - 1) - (S'_0 - S_1 + d + \Delta S') (\cos \sigma' - 1) \cos \sigma_1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Введем переменные

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= -\operatorname{tg} \frac{\sigma_1}{2} = -\frac{1 - \cos \sigma_1}{\sin \sigma_1}, \\ \gamma_2 &= \operatorname{tg} \frac{\sigma'}{2} = \frac{1 - \cos \sigma'}{\sin \sigma'}. \end{aligned} \quad (21)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\sigma_1 - \sigma'}{2} &= \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2 - 1}; \quad \sin \sigma' = \frac{2\gamma_2}{1 + \gamma_2^2}; \\ \sin \sigma_1 &= -\frac{2\gamma_1}{1 + \gamma_1^2}; \quad \cos \sigma' = \frac{1 - \gamma_2^2}{1 + \gamma_2^2}; \\ \cos \sigma_1 &= \frac{1 - \gamma_1^2}{1 + \gamma_1^2}; \quad \sin(\sigma_1 - \sigma') = -\frac{2(\gamma_1 + \gamma_2)(1 - \gamma_1\gamma_2)}{(1 + \gamma_1^2)(1 + \gamma_2^2)}. \end{aligned} \quad (22)$$

Подставив выражения (22) в формулу (20), получим

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{\tilde{z}_1 (\gamma_2 - \gamma_1) (1 - \gamma_1^2)^2 - ((S'_0 - S_1 + \Delta S') \gamma_2 + d \gamma_1) (1 + \gamma_1^2)}{((S'_0 - S_1 + \Delta S') \gamma_1 \gamma_2 + d) (1 + \gamma_1^2)}. \quad (23)$$

С другой стороны, исходя из рис. 1, имеем

$$\xi = -\varphi - \sigma_1, \quad (24)$$

откуда

$$\operatorname{tg} \xi = \operatorname{tg}(-\varphi - \sigma_1) = -\frac{\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \sigma_1}{1 - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \sigma_1}, \quad (25)$$

где $\operatorname{tg} \varphi = \frac{d\tilde{z}_1}{dy_1}$.

Подставив равенство (25) в выражение (23), получим

$$-\frac{d\tilde{z}_1}{d\sigma_1} = \tilde{z}_1^2 \frac{1 + \gamma_1^2}{1 - \gamma_1^2} \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{(S'_0 - S_1 + \Delta S') \gamma_1 \gamma_2 + d} - \tilde{z}_1 \frac{(S'_0 - S_1 + \Delta S') \gamma_2 + d \gamma_1}{(S'_0 - S_1 + \Delta S') \gamma_1 \gamma_2 + d} \frac{1 + \gamma_1^2}{1 - \gamma_1^2}. \quad (26)$$

После решения линейного неоднородного дифференциального уравнения первого рода выражение для \tilde{z}_1 примет вид [7]

$$\begin{aligned} \tilde{z}_1 = & -d \left(\frac{d + S' - S_1 + \Delta S'}{2(S' - S_1 + \Delta S')} + \frac{d - (S' - S_1 + \Delta S')}{2(S' - S_1 + \Delta S')} \frac{1 + \gamma_1^2}{1 - \gamma_1^2} + \frac{1 + \gamma_1^2}{1 - \gamma_1^2} \times \right. \\ & \times \left(\frac{d}{S_1} + \frac{d}{S' - S_1 + \Delta S'} \right) \left(\frac{1 + B}{4\delta} \right) \left(\frac{\delta + B - 1}{B} \right)^\alpha (1 + \delta - B)^\beta \times \\ & \left. \times \left(\frac{S' - S_1 + \Delta S'}{(1 + B)d} \delta + \frac{S' - S_1 + \Delta S' + d}{d} \right)^\Psi \right)^{-1}, \quad (27) \end{aligned}$$

где

$$\alpha = \frac{S'_0 - S_1 + \Delta S'}{(S'_0 - S_1 + \Delta S') + d}, \quad \beta = \frac{Bd}{(S'_0 - S_1 + \Delta S') + Bd},$$

$$\Psi = \frac{(S'_0 - S_1 + \Delta S')^2 B + d^2 B + 2(S'_0 - S_1 + \Delta S') d}{((S'_0 - S_1 + \Delta S') B + d) (Bd + S'_0 - S_1 + \Delta S')},$$

$$\delta = \frac{1 - \gamma_1^2 + \sqrt{B(1 + \gamma_1^2)^2 - 4\gamma_1^2}}{1 + \gamma_1^2}.$$

Переходя к принятому в вычислительной оптике описанию поверхности относительно системы координат x, y, z с началом в точке вершины поверхности, получим

$$\begin{aligned} z_1 = & S_1 - d \left(\frac{d + S' - S_1 + \Delta S'}{2(S' - S_1 + \Delta S')} + \frac{d - S' - S_1 + \Delta S'}{2(S' - S_1 + \Delta S')} \frac{1 + \gamma_1^2}{1 - \gamma_1^2} + \frac{1 + \gamma_1^2}{1 - \gamma_1^2} \times \right. \\ & \times \left(\frac{d}{S} + \frac{d}{S' - S_1 + \Delta S'} \right) \left(\frac{1 + B}{4\delta} \right) \left(\frac{B + \delta - 1}{B} \right)^\alpha (1 + \delta - B)^\beta \times \\ & \left. \times \left(\frac{S' - S_1 + \Delta S' + d}{(1 + B)d} \delta + \frac{S' - S_1 + \Delta S' + d}{d} \right)^\Psi \right)^{-1}. \quad (28) \end{aligned}$$

Вторая координата профиля первой поверхности будет определяться зависимостью

$$y_1 = (S_1 - z_1) \frac{2\gamma_1}{1 - \gamma_1^2}. \quad (29)$$

Для определения профиля второго зеркала возведем в квадрат и сложим выражения (15) и (16):

$$MN^2 = (NA' \sin \sigma' + AM \sin \sigma_1)^2 + (AM \sin \sigma_1 + NA' \cos \sigma' - (S' - S_1 + \Delta S' + d) \sin \sigma')^2. \quad (30)$$

Из условия (8) имеем

$$MN = S' - S_1 + \Delta S' - d - AM - NA'. \quad (31)$$

Подставив выражение (31) в формулу (30), получим

$$z_2 = L + \Delta S' - \frac{A_1^2 - B_1^2 - y_1^2}{2(A_1 + B_1 C_3 - y_1 C_4)} C_3, \quad (32)$$

где

$$A_1 = L + \Delta S' - (z_1 - S_1) \frac{1 + \gamma_1^2}{1 - \gamma_1^2},$$

$$B_1 = z_1 \frac{1 + \gamma_1^2}{1 - \gamma_1^2} - (S' - S_1 + \Delta S' + d),$$

$$C_3 = \frac{\sqrt{B^2 - 4\gamma_1^2 / (1 + \gamma_1^2)^2}}{B}, \quad C_4 = \frac{2\gamma_1}{B(1 + \gamma_1^2)}.$$

Отсюда получаем выражение для z_2 в системе координат с началом в вершине поверхности:

$$z_2 = S_1 - d + L + \Delta S' - \frac{A_1^2 - B_1^2 - y_1^2}{2(A_1 + B_1 C_3 - y_1 C_4)} C_3. \quad (33)$$

Вторая координата профиля второй поверхности определяется зависимостью

$$y_2 = (L - z_2 + \Delta S) - \frac{C_4}{C_3}. \quad (34)$$

Случай расположения предмета на бесконечном расстоянии от оптической системы. Исходными параметрами при проектировании двухзеркальных оптических систем в этом случае являются фокусное расстояние f' , диаметр D входного зрачка, расстояние d между зеркалами и расстояние S'_F между изображением и вершиной вторичного зеркала.

Для удобства последующих математических выкладок совместим начало прямоугольной системы координат с точкой пересечения луча с оптической осью, а ось \tilde{z} направим справа налево (см. рис. 2). Как и ранее, все обозначения, относящиеся к первой поверхности, будем отмечать индексом “1”, а относящиеся ко второй — индексом “2”.

Радиусы кривизны вершин зеркал определяются выражениями

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{2d}{f' - S'_F} f', \\ r_2 &= \frac{2dS'_F}{d + f' - S'_F}. \end{aligned} \quad (35)$$

При этом плоскость изображения находится на расстоянии C от вершины первого зеркала:

$$C = d + S'_F. \quad (36)$$

Для рассматриваемых систем, как правило, входной зрачок системы совпадает с оправой первого зеркала. Тогда расстояние между выходным зрачком и вершиной второго зеркала определяется выражением

$$t'_0 = \frac{S'_F d}{d + f'}. \quad (37)$$

Подставив выражения (9) в условие (8), получим

$$\left((\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \right)^{1/2} + (\tilde{z}_2^2 + y_2^2)^{1/2} = -2d + \tilde{z}_1. \quad (38)$$

Из геометрических соображений для двухзеркальной системы запишем

$$y_2 = \tilde{z}_2 \operatorname{tg} \sigma'. \quad (39)$$

Введем вспомогательный параметр

$$t = \operatorname{tg} \frac{\sigma'}{2}. \quad (40)$$

Тогда с учетом формулы (40) выражения (6) и (39) примут вид

$$y_1 = \gamma \frac{2t}{1 + t^2}, \quad (41)$$

$$y_2 = \tilde{z}_2 \frac{2t}{1 - t^2}. \quad (42)$$

Таким образом, для определения профиля двухзеркальной системы необходимо решить совместно три уравнения ((7), (41) и (42)) с четырьмя неизвестными ($\tilde{z}_1, y_1, \tilde{z}_2, y_2$).

Введем дополнительное четвертое условие, представляющее собой закон отражения на первой поверхности:

$$\frac{y_1 - y_2}{\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2} = \frac{2q}{1 - q^2}, \quad (43)$$

где

$$q = \frac{dy_1}{d\tilde{z}_1}. \quad (44)$$

Подставив выражения (41) и (42) в формулу (43), получим

$$\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2 = \frac{1 - q^2}{q} \left(\gamma \frac{t}{1 + t^2} - \tilde{z}_2 \frac{t}{1 - t^2} \right), \quad (45)$$

$$\tilde{z}_2 = \frac{\frac{\gamma t}{1 + t^2} - \frac{q}{1 - q^2} \tilde{z}_1}{\frac{t}{1 - t^2} - \frac{q}{1 - q^2}}. \quad (46)$$

С учетом формул (42) и (43) выражение (38) приведем к виду

$$\tilde{z}_2 \frac{1 + t^2}{1 - t^2} + (\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2) \frac{1 + q^2}{1 - q^2} = -2d + \tilde{z}_1. \quad (47)$$

Подставив выражения (45) и (46) в формулу (47), получим

$$A(1 - q^2) + Bq + C(1 + q^2) = 0, \quad (48)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \frac{t}{1 - t^2} (\gamma + 2d - \tilde{z}_1), \\ B &= -2d - \frac{2t^2 \tilde{z}_1}{1 - t^2}, \\ C &= \frac{t}{1 - t^2} \tilde{z}_1 - \frac{\gamma t}{1 + t^2}, \end{aligned} \quad (49)$$

откуда

$$q_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4(C^2 - A^2)}}{2(C - A)}. \quad (50)$$

Подставив в выражение (50) значения A, B, C из системы (49), получим

$$q_{1,2} = \frac{t^2 \tilde{z}_1 + d \pm \left(t^2 \tilde{z}_1 - \frac{2t^2}{1+t^2} \gamma - d(1-t^2) \right)}{2t \tilde{z}_1 - 2t \left(d + \frac{\gamma}{1+t^2} \right)}. \quad (51)$$

С другой стороны, с учетом формул (41) и (44) выражение для q принимает вид

$$q = \frac{dy_1}{dt} \frac{dt}{d\tilde{z}_1} = \frac{2\gamma(1-t^2)}{(1+t^2)^2} \frac{dt}{d\tilde{z}_1}. \quad (52)$$

Приравняв правые части выражений (51) и (52) и сделав перегруппировку членов, получаем неоднородное дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{z}_1}{dt} &= \frac{2\gamma(1-t^2)}{(1+t^2)^2} \times \\ &\times \frac{2t\tilde{z}_1 - 2t \left(d + \frac{\gamma}{1+t^2} \right)}{d(1-t^2) + t^2 \tilde{z}_1 \pm \left(t^2 \tilde{z}_1 - \frac{2\gamma t^2}{1+t^2} - d(1+t^2) \right)}. \end{aligned} \quad (53)$$

В случае выбора знака “+” в знаменателе величина свободного члена обращается в бесконечность, а в случае выбора знака “-” имеем

$$\frac{d\tilde{z}_1}{dt} = \frac{2\gamma(1-t^2)}{1+t^2} \frac{t\tilde{z}_1}{\gamma t^2 + d(1+t^2)} + \frac{2\gamma t(1-t^2)(-d(1+t^2) - \gamma)}{(1+t^2)(\gamma t^2 + d(1+t^2))},$$

или

$$\frac{d\tilde{z}_1}{dt} = \chi \left(\tilde{z}_1 - d - \frac{\gamma}{1+t^2} \right), \quad (54)$$

где

$$\chi = \frac{2\gamma t(1-t^2)}{(1+t^2)(\gamma t^2 + d(1+t^2))}. \quad (55)$$

Введем обозначение

$$\psi = \tilde{z}_1 - d - \frac{\gamma}{(1+t^2)}. \quad (56)$$

Тогда

$$\tilde{z}_1 = \psi + d + \frac{\gamma}{(1+t^2)}, \quad (57)$$

$$\frac{d\tilde{z}_1}{dt} = \frac{d\psi}{dt} + \frac{d\left(\frac{\gamma}{1+t^2}\right)}{dt}. \quad (58)$$

Дифференциальное уравнение (54) в новых переменных имеет вид

$$\frac{d\psi}{dt} = \chi\psi - \frac{d\left(\frac{\gamma}{1+t^2}\right)}{dt}. \quad (59)$$

Решение (59) согласно работе [4] позволяет найти \tilde{z}_1 :

$$\tilde{z}_1 = \left(\frac{U}{U+\gamma}\right)^2 U^{-\frac{\gamma}{\gamma+d}} \left(C + \frac{\gamma(\gamma+d)^2}{d} U^{\frac{d}{\gamma+d}}\right) + d \frac{\gamma + (\gamma+d)}{U+\gamma}, \quad (60)$$

где $U = t^2(\gamma+d) + d$.

Значение постоянной величины C определим исходя из условий

$$t = 0, \quad U = d, \quad \tilde{z}_1 = S'_F + d.$$

Тогда

$$C = S'_F \left(\frac{\gamma+d}{d}\right)^2 d^{\frac{\gamma}{\gamma+d}}. \quad (61)$$

После подстановки выражения (61) в формулу (60) получим

$$\tilde{z}_1 = \left(\frac{\gamma+d}{U+\gamma}\right)^2 \frac{U}{d} \left(S'_F \left(\frac{U}{d}\right)^{\frac{d}{\gamma+d}} - \gamma\right) + d + \frac{\gamma}{1+t^2}. \quad (62)$$

В системе координат, начало отсчета которой совмещено с вершиной поверхности, окончательное выражение для значения координаты z_1 первой асферической поверхности имеет вид

$$z_1 = S'_F - \frac{d + (\gamma+d)t^2}{(1+t^2)d} \left(S'_F \left(\frac{d + (\gamma+d)t^2}{d}\right)^{\frac{d}{\gamma+d}} - \gamma\right) + \Delta S' - \frac{\gamma}{1+t^2}. \quad (63)$$

Соответственно, для второй поверхности получим

$$z_2 = S'_F + \Delta S' + \frac{(S'_F + \Delta S')(1-t^2)d}{S'_F t^2 - d \left(\frac{d + t^2(\gamma+d)}{d}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma+d}}}, \quad (64)$$

$$y_2 = -\frac{2(S'_F + \Delta S') dt}{S'_F t^2 - d \left(\frac{d + t^2(\gamma+d)}{d}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma+d}}}. \quad (65)$$

Параметр t определяется согласно зависимости

$$t = \frac{\gamma - \sqrt{\gamma^2 - y_1^2}}{y_1}. \quad (66)$$

Следует отметить, что аналитические зависимости (63)–(66) справедливы для всех случаев двухзеркальных систем и возможных степеней коррекции аберраций. Зависимости, полученные авторами работ [2–4] для конкретных типов систем, являются частными случаями приводимого здесь решения. Например, чтобы рассчитать двухзеркальную систему с апланатической степенью коррекции аберрации, необходимо положить $\Delta S' = 0$ и $\eta^\infty = 0$ для всего зрачка. Тогда формулы (63)–(66) примут вид

$$\begin{aligned} t &= \frac{1 - \sqrt{1 - y_1^2}}{y_1} f'_0, \\ z_1 &= S'_F - \frac{S'_F \left(f' + \frac{f'_0 + d}{d} t^2 \right)^{\frac{f'_0 + 2d}{f'_0 + d}} - \frac{t^2}{d}}{(1 + t^2)^2}, \\ z_2 &= S'_F + \frac{S'_F + d(1 - t^2)}{S'_F t^2 - d \left(f' + \frac{f'_0 + d}{d} t^2 \right)^{\frac{f'_0}{f'_0 + d}}}, \\ y_2 &= - \frac{2S'_F dt}{S'_F t^2 - d \left(f' + \frac{f'_0 + d}{d} t^2 \right)^{\frac{f'_0}{f'_0 + d}}}. \end{aligned} \quad (67)$$

Заменив в выражениях (67) значения исходных конструктивных параметров на приведенные значения параметров и положив $f' = 1$, получим аналитические выражения для профилей двухзеркальной апланатической оптической системы с фокусным расстоянием $f' = 1$, которые получены в работе [4] для систем Кассегрена, Ньютона и Шварцшильда.

Положив в выражениях (63)–(66) $f' = -1$, получим аналитические выражения для профилей двухзеркальной апланатической системы Грегори, которые хорошо согласуются с результатами, полученными в работе [3].

Рассмотрим частный случай полученного решения. В настоящее время в связи с расширением использования оптических систем в ультрафиолетовой и инфракрасной областях спектра в качестве регистрирующего звена принимаемого потока часто используют приемники

излучения, имеющие вполне определенные (в несколько микрометров) размеры рабочих площадок. Чувствительность приемника из-за несовершенства технологии даже в пределах одной такой рабочей площадки может быть различной, поэтому получаемый поток излучения желательно распределить равномерно по всей площадке. Кроме того, оптическая система должна иметь близкие по размеру или почти одинаковые пятна рассеяния для осевых и внеосевых точек.

Как известно [2, 5, 6], такому исправлению аберраций соответствует изопланатическая степень коррекции, при которой в системе остается неисправленной (до допустимого значения $\Delta S'$) сферическая аберрация, но соблюдается условие отсутствия аберрации кома во внеосевом пучке:

$$\eta^\infty = -\frac{\Delta S'}{S'_0 - t'_0} + \frac{Y_1}{f' \sin \sigma'} - 1. \quad (68)$$

Подставив значения η^∞ из условия (68) в выражения (63)–(66), получим выражения для координат асферических поверхностей двухзеркальной системы с изопланатической степенью коррекции аберраций.

Таким образом, исходными параметрами для расчета двухзеркальной системы с заданным значением сферической аберрации и требуемой величиной отступления от изопланизии являются габаритные параметры, величины сферической аберрации и отступлений от изопланизии как функции координаты во входном зрачке ($\Delta S' = f_1(y_1)$, $\eta^\infty = f_2(y_1)$). Этот метод включает следующие основные этапы.

1. Для текущего значения y_{1i} ($i = 1, \dots, n$, где n — количество разбиений y_1) определяют $\Delta S'_i$ и η^∞ , а затем вычисляют значение вспомогательного параметра t_i .

2. Для нахождения координат точек асферических поверхностей последовательно используют выражения (28)–(34) или (63)–(66) соответственно при конечном или бесконечном расстоянии между предметом и оптической системой.

3. Вычисляют для каждой поверхности векторы-столбцы координат z и y . Полученные значения координат можно аппроксимировать уравнением принятого вида.

Выводы. Получены аналитически точные зависимости, связывающие заданное значение сферической аберрации, требуемый изопланатизм и габаритные параметры с координатами асферических поверхностей двухзеркальных оптических систем. Полученные выражения универсальны, справедливы для всех типов двухзеркальных систем, удобны и просты для вычислений, поскольку в них отсутствуют тригонометрические функции.

Применение аналитически точного метода расчета двухзеркальных систем позволяет создавать оптические схемы с улучшенными характеристиками и качеством изображения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богачев Ю. В., Заварзин В. И., Кирюшин С. И. Исследования по расчету зеркальных и зеркально-линзовых оптических систем // Труды МВТУ им Н.Э. Баумана. – 1984. – Вып. 421. – С. 61–71.
2. Русинов М. М. Несферические поверхности в оптике. – М.: Недра, 1973. – 295 с.
3. Попов Г. М. Асферические поверхности в астрономии. – М.: Наука, 1980. – 159 с.
4. Шапочкин Б. А., Кирюшин С. И., Гребенников Б. В. О расчете двухзеркальной апланатической системы // Изв. вузов СССР. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1968. – Вып.1. – С. 132–136.
5. Заказнов Н. П., Кирюшин С. И., Кузичев В. И. Теория оптических систем. – М.: Машиностроение, 1992. – 448 с.
6. Вычислительная оптика: Справочник / М.М. Русинов, А.П. Грамматин, П.Д. Иванов и др. Под общ. ред. М.М. Русинова. – Л.: Машиностроение, 1984. – 423 с.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 832 с.

Статья поступила в редакцию 27.06.2002

Валерий Иванович Заварзин родился в 1956 г., окончил в 1980 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Оптико-электронные приборы научных исследований”, декан факультета “Оптико-электронное приборостроение” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 научных работ в области оптического приборостроения.

V.I. Zavarzin (b. 1956) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1980. Ph. D. (Eng), ass. professor of “Optical-and-Electronic Devices for Scientific Applications” department, dean of “Optical-and-Electronic Device Engineering” faculty of the Bauman Moscow State Technical University. Author of over 50 publications in the field of optical device engineering.

