

УДК 629.7.054 (082)

М. О. Т о р о п о в

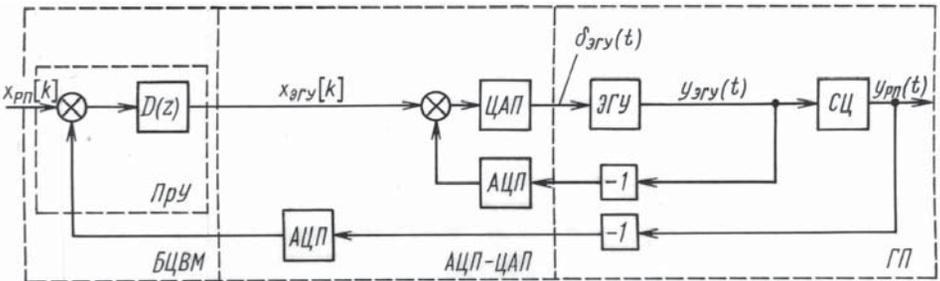
## ВЫБОР ЧАСТОТЫ УПРАВЛЕНИЯ ЦИФРОВЫМ СЕРВОПРИВОДОМ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

*Исследована схема цифрового управления сервоприводом высокоманевренного летательного аппарата. Приведена формула, позволяющая выбрать частоту управления с учетом запаздывания в алгоритме управления сервоприводом.*

Анализ перспектив развития электродистанционных систем управления самолетами показывает, что в ближайшие 10–15 лет в качестве рулевых приводов таких систем будут применяться в основном электрогидравлические следящие приводы. Они превосходят электрические приводы по таким показателям, как мощность на единицу массы; приведенный момент инерции к двигателю при одинаковой массе объекта у гидропривода в 20–50 раз меньше, чем у электропривода [1].

Электрогидравлические приводы — это исполнительные сервоприводы САУ высокоманевренных подвижных объектов, к которым предъявляется ряд требований: отработка управляющего сигнала с погрешностью не выше  $\varepsilon_{\text{зад}}$ ; отсутствие автоколебаний; обеспечение желаемых частотных характеристик, особенно в области малых и сверхмалых перемещений выходного звена привода — при амплитудах порядка 0,1 % максимального хода; отсутствие перерегулирования; полоса пропускания по уровню минус 6 дБ... (10–12) Гц.

Гидропривод можно представить как систему, состоящую из двух позиционных контуров (рис. 1). По расположению относительно друг друга обозначим контур золотника — “внутренним”, или контуром ЭГУ, а контур рулевого привода (РП) — “внешним” контуром.



**Рис. 1. Структура цифровой схемы управления**

Элементы структурной схемы цифрового сервопривода (ЦСП) следующие (см. рис. 1): бортовая цифровая вычислительная машина (БЦВМ); программа управления – ПрУ; плата АЦП-ЦАП (аналогово-цифровой и цифроаналоговый преобразователи); гидропривод (ГП), состоящий из электрогидравлического усилителя (ЭГУ) и силового цилиндра (СЦ).

Наличие двух замкнутых контуров в объекте управления, т.е. в гидроприводе, позволяет строить гибридные схемы управления, в которых только “внешний” контур замкнут через БЦВМ. Основными преимуществами такого построения сервопривода являются: меньшая нагрузка на БЦВМ, меньшая по величине задержка сигнала в цепи обратной связи (ОС) “внутреннего” контура, более простая процедура проектирования и отработки элементов системы управления. К недостаткам можно отнести: меньшую возможность фильтрования сигнала датчика обратной связи (ДОС) ЭГУ, особенно чувствительность к импульсным помехам, фиксированное значение добротности “внутреннего” контура. Как будет показано далее, при цифровом управлении значение добротности контура ЭГУ допускается меньшим, чем при аналоговом управлении, а возможность менять добротность значительно расширяет “арсенал” алгоритмов управления.

В структуре ЦСП оба контура замыкаются через БЦВМ.

Функционально принцип работы ЦСП можно представить следующим образом (рис. 2). Бортовая цифровая вычислительная машина ЦСП вырабатывает в момент времени  $t_k = k\theta$  цифровой сигнал управления  $x_{вх}[k\theta]$  (в дальнейшем при написании решетчатой функции для облегчения записи  $\theta$  будет опускаться), по реализованному алгоритму управления  $D(z)$  происходит формирование управляющего сигнала  $\delta_{ЭГУ}[k]$ . Сигнал решетчатой функции управления  $\delta_{ЭГУ}[k]$  поступает на экстраполятор нулевого порядка  $\mathcal{E}_0$ , сигнал с выхода экстраполятора поступает на непрерывную часть системы  $W(s)$ .

Пусть алгоритм цифровой схемы формирует управляющий сигнал по  $D(z) = k_y$ . На рис. 3 представлена структура математической мо-

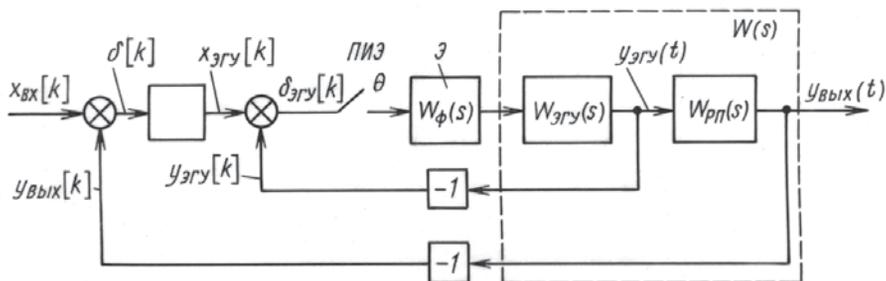


Рис. 2. Функциональная схема ЦСП

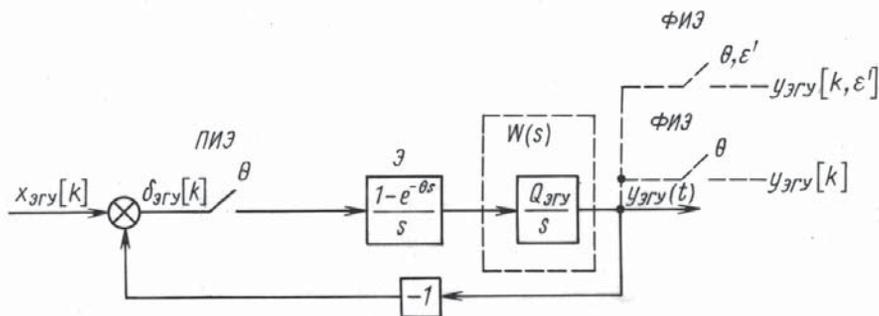


Рис. 3. Математическая модель контура ЭГУ ЦСП

дели контура ЭГУ, в которой в предположении малости массы пренебрегаем инерционностью электромагнитного преобразователя (ЭМП) ЭГУ. Фиктивный импульсный элемент (ФИЭ) введен для математического описания сигнала рассогласования. Он имеет тот же период работы, что и реальный импульсный элемент, но моменты его замыкания смещены на величину  $\epsilon'\theta$  относительно моментов замыкания реального элемента. Данная схема управления может быть описана теорией несинфазных импульсных элементов.

На рис. 3 введены следующие обозначения:  $W_{ЭГУ}(s) = \frac{Q_{ЭГУ}}{s}$  — передаточная функция непрерывной части контура ЭГУ при условии пренебрежения инерционностью ЭМП; ПИЭ — простейший импульсный элемент, генерирующий решетчатую функцию с периодом  $\theta$ ; Э — экстраполятор (нулевого порядка) с передаточной функцией  $W_{\phi}(s) = \frac{1 - e^{-\theta s}}{s}$ ;  $Q_{ЭГУ}$  — добротность “внутреннего” контура;  $x_{ЭГУ}[k]$  — дискретный управляющий сигнал;  $y_{ЭГУ}[k]$  — дискретный сигнал с ЭГУ, полученный с помощью фиктивного ПИЭ;  $y_{ЭГУ}[k, \epsilon']$  — дискретный сигнал с ЭГУ, полученный с помощью фиктивного ПИЭ, смещенного на величину  $\epsilon'\theta$ ;  $\delta_{ЭГУ}[k]$  — дискретный сигнал рассогласования.

Дискретный сигнал  $x_{ЭГУ}[k]$ , сформированный по закону управления  $D(z)$ , поступает на сумматор “внутреннего” контура, реализованный в БЦВМ. На цифровом сумматоре происходит вычисление дискретного сигнала рассогласования  $\delta_{ЭГУ}[k]$ , который, в свою очередь, поступает на формирующее устройство и далее на непрерывную часть контура ЭГУ.

Временная диаграмма работы ЦСП изображена на рис. 4. Из рисунка видно, что при формировании  $k$ -го сигнала управления используется  $(k - 1)$ -й сигнал ДОС ЭГУ, поэтому для  $k$ -го момента времени справедлива формула

$$\delta_{ЭГУ}[k] = x_{ЭГУ}[k] - y_{ЭГУ}[k - 1, \epsilon'].$$



Рис. 4. Временная диаграмма управления ЭГУ

Умножая обе части на  $z^{-k}$  и суммируя по  $k$  в диапазоне от 0 до  $\infty$ , получаем следующее выражение:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \delta_{\text{ЭГУ}}[k] = \sum_{k=0}^{\infty} x_{\text{ЭГУ}}[k] - \sum_{k=0}^{\infty} y_{\text{ЭГУ}}[k-1, \epsilon'].$$

Переходя к  $Z$ -преобразованию, имеем

$$\Delta_{\text{ЭГУ}}(z, 0) = X_{\text{ЭГУ}}(z, 0) - z^{-1}Y_{\text{ЭГУ}}(z, \epsilon').$$

Замкнутая передаточная функция контура ЭГУ имеет вид

$$\Phi_{\text{ЭГУ}}(z, 0) = \frac{W_{\text{ЭГУ}}(z, 0)}{1 + z^{-1}W_{\text{ЭГУ}}(z, \epsilon')}. \quad (1)$$

Наличие в знаменателе множителя  $z^{-1}$  при  $W(z, \epsilon')$  обусловлено использованием в цифровом сумматоре предшествующего значения сигнала ДОС РП, к тому же смещенного на  $\epsilon'\theta$ , что ведет к появлению в знаменателе смещенной передаточной функции  $W(z, \epsilon')$ .

На динамику привода влияет также временная задержка  $\eta = (1 - \epsilon')\theta = \epsilon\theta$  между снятием сигнала с ДОС и выдачей управляющего сигнала на ЭГУ. Появление  $\eta$  связано с программной задержкой в обработке сигнала, которая в ЦСП может быть уменьшена, но не сведена к нулю. Очевидно, что величина  $\eta$  зависит от частоты работы системы опроса АЦП-ЦАП, быстродействия БЦВМ и оптимизации алгоритма управления.

Несмещенная разомкнутая передаточная функция  $W_{\text{ЭГУ}}(z, 0)$  имеет вид

$$W_{\text{ЭГУ}}(z, 0) = \frac{Q_{\text{ЭГУ}}\theta}{z-1}; \quad (2)$$

смещенную передаточную функцию разомкнутой системы  $W_{\text{ЭГУ}}(z, \epsilon')$  можно представить как

$$W_{\text{ЭГУ}}(z, \epsilon') = \frac{Q_{\text{ЭГУ}}\theta\epsilon'z + (Q_{\text{ЭГУ}}\theta - Q_{\text{ЭГУ}}\theta\epsilon')}{z-1}. \quad (3)$$

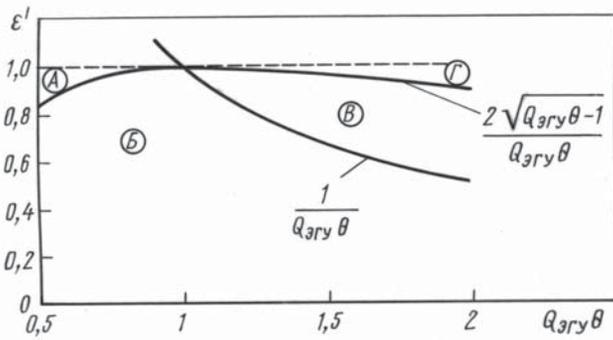


Рис. 5. Плоскость  $\{Q_{ЭГy}\theta, \varepsilon'\}$

Тогда из уравнения (1) с учетом функций (2) и (3) получим

$$\Phi_{ЭГy}(z, 0) = \frac{Q_{ЭГy}\theta z}{z^2 - (1 - Q_{ЭГy}\theta\varepsilon')z + (Q_{ЭГy}\theta - Q_{ЭГy}\theta\varepsilon')}. \quad (4)$$

Пусть в качестве координат выбрано произведение  $Q_{ЭГy}\theta$  и  $\varepsilon'$ . Плоскость  $\{Q_{ЭГy}\theta, \varepsilon'\}$  можно разбить на 4 подобласти, которые определяют графики функций  $\frac{2\sqrt{Q_{ЭГy}\theta-1}}{Q_{ЭГy}\theta}$  и  $\frac{1}{Q_{ЭГy}\theta}$ , причем от того, в какой из них расположен параметр  $\varepsilon'$ , зависит последующий анализ.

На рис. 5 изображены следующие подобласти:

- подобласть А ограничена сверху условием  $\varepsilon' \leq 1$  и функцией  $\frac{1}{Q_{ЭГy}\theta}$ , снизу –  $\frac{2\sqrt{Q_{ЭГy}\theta-1}}{Q_{ЭГy}\theta}$ ;
- подобласть Б ограничена слева функцией  $\frac{2\sqrt{Q_{ЭГy}\theta-1}}{Q_{ЭГy}\theta}$ , справа –  $\frac{1}{Q_{ЭГy}\theta}$ ;
- подобласть В слева ограничена функцией  $\frac{1}{Q_{ЭГy}\theta}$ , сверху –  $\frac{2\sqrt{Q_{ЭГy}\theta-1}}{Q_{ЭГy}\theta}$ ;
- подобласть Г сверху ограничена условием  $\varepsilon' \leq 1$ , снизу – функцией  $\frac{2\sqrt{Q_{ЭГy}\theta-1}}{Q_{ЭГy}\theta}$ .

В результате анализа подобласти Б выявили, что правая часть формулы (4) может быть представлена в виде

$$\Phi_{ЭГy}(z, 0) = \frac{K_{\Omega}ze^{-\gamma\theta} \sin(\Omega\theta)}{z^2 - 2ze^{-\gamma\theta} \cos(\Omega\theta) + e^{-2\gamma\theta}};$$

переходная функция системы как

$$Y_{ЭГy}(t) = 1 - e^{-\gamma t}(\cos \Omega t - \lambda \sin \Omega t), \quad (5)$$

где

$$\lambda = \frac{2Q_{ЭГ\Upsilon}\theta - (1 + Q_{ЭГ\Upsilon}\theta\varepsilon')}{\sqrt{4Q_{ЭГ\Upsilon}\theta - (1 + Q_{ЭГ\Upsilon}\theta\varepsilon')^2}},$$
$$\gamma = -\frac{\ln[Q_{ЭГ\Upsilon}\theta(1 - \varepsilon')]}{2\theta}$$

характеризует степень затухания колебаний в контуре ЭГУ;

$$\Omega = \frac{\arccos\left(\frac{1 - Q_{ЭГ\Upsilon}\theta\varepsilon'}{2\sqrt{Q_{ЭГ\Upsilon}\theta(1 - \varepsilon')}}\right)}{\theta}$$

определяет частоту затухающих колебаний;

$$K_{\Omega} = \frac{2D_{ЭГ\Upsilon}\theta}{\sqrt{4D_{ЭГ\Upsilon}\theta - (1 + D_{ЭГ\Upsilon}\theta\varepsilon')^2}} - \text{коэффициент усиления.}$$

Для подобласти А замкнутая передаточная функция контура ЭГУ может быть представлена как

$$\Phi_{ЭГ\Upsilon}(z, 0) = K'_{\Omega} \left( \frac{z}{z - d_1} - \frac{z}{z - d_2} \right).$$

Аналогично реакцию во временной области на ступенчатую единичную функцию можно представить как

$$Y_{ЭГ\Upsilon}(t) = K'_{\Omega} \left( \frac{d_1 - d_2}{(1 - d_1)(1 - d_2)} - \frac{d_1}{1 - d_1} e^{-\alpha_1 t} + \frac{d_2}{1 - d_2} e^{-\alpha_2 t} \right), \quad (6)$$

где  $K'_{\Omega} = \frac{Q_{ЭГ\Upsilon}\theta}{\sqrt{(1 + Q_{ЭГ\Upsilon}\theta\varepsilon')^2 - 4Q_{ЭГ\Upsilon}\theta}}$  – коэффициент усиления,

$$d_{1,2} = \frac{1 - Q_{ЭГ\Upsilon}\theta\varepsilon' \pm \sqrt{(1 + Q_{ЭГ\Upsilon}\theta\varepsilon')^2 - 4Q_{ЭГ\Upsilon}\theta}}{2}, \quad \alpha_{1,2} = -\frac{\ln(d_{1,2})}{\theta}$$

характеризуют постоянные времени переходного процесса.

В подобластях В и Г реакцию системы на входное воздействие можно определить только численными методами.

Для сравнения можно найти передаточную функцию непрерывного аналогового контура:

$$\Phi^*(s) = \frac{Q_{ЭГ\Upsilon}}{s + Q_{ЭГ\Upsilon}}.$$

Во временной области реакция на ступенчатую единичную функцию имеет вид

$$Y_{ЭГ\Upsilon}(t) = 1 - e^{-Q_{ЭГ\Upsilon}t}. \quad (7)$$

Анализ формул (5), (6) и (7) показывает, что реакция системы на единичную входную функцию для подобласти В будет иметь вид затухающих по экспоненте колебаний, при этом будет иметь место перерегулирование выходной величины; для подобласти А — реакция системы носит аperiodический характер (комбинация двух аperiodических звеньев с постоянными времени  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ ); для подобластей В и Г — своя переходная функция для каждой конкретной реализации системы, однако можно утверждать, что в данном случае система будет иметь колебательность и перерегулирование; для аналоговой системы реакция является переходным процессом аperiodического звена с постоянной времени  $Q_{ЭГУ}$ .

Для иллюстрации можно построить переходные процессы для четырех систем со следующими параметрами (рис. 6):

- I) ЦСП,  $Q_{ЭГУ} = 340 \text{ с}^{-1}$ ,  $\theta = (1/300) \text{ с}$ ,  $\eta = 1 \text{ мс}$ ;
- II) ЦСП,  $Q_{ЭГУ} = 140 \text{ с}^{-1}$ ,  $\theta = (1/400) \text{ с}$ ,  $\eta = 1 \text{ мс}$ ;
- III) ЦСП,  $Q_{ЭГУ} = 340 \text{ с}^{-1}$ ,  $\theta = (1/300) \text{ с}$ ,  $\eta = 0,3 \text{ мс}$ ;
- IV) аналоговая система управления с  $Q_{ЭГУ} = 340 \text{ с}^{-1}$ .

Для системы I можно получить, что  $\varepsilon' = 1 - \frac{\eta}{\theta} = 0,7$  соответствует подобласти Б, следовательно, реакцию системы на единичную функцию можно представить по формуле (5) с параметрами  $\Omega = 417,792 \text{ рад/с}$ ,  $\gamma = 161,821 \text{ с}$ ,  $\lambda = 0,412$ .

Для системы II —  $\varepsilon' = 1 - \frac{\eta}{\theta} = 0,6$  находится в подобласти А, следовательно, реакцию системы на единичную функцию можно представить по формуле (6) с параметрами  $\alpha_1 = 260,35 \text{ с}^{-1}$ ,  $\alpha_2 = 526,096 \text{ с}^{-1}$ ,  $K'_\Omega = 1,382$ .

Для системы III —  $\varepsilon' = 1 - \frac{\eta}{\theta} = 0,91$  соответствует подобласти В, следовательно, реакцию системы можно найти только методом чи-

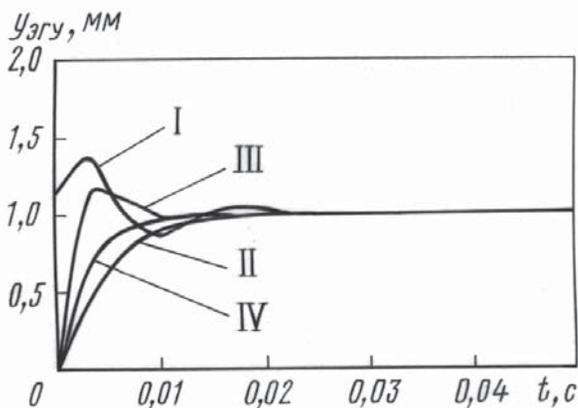


Рис. 6. Переходные процессы при единичной ступенчатой функции

сленного моделирования:

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{ЭГУ}}(z, 0) &= \frac{1,133z}{z^2 + 0,0313z + 0,102} \Rightarrow Y_{\text{ЭГУ}}(z) = \\ &= \frac{z}{z-1} - \frac{z^2 - 0,102z}{z^2 + 0,0313z + 0,102} \Rightarrow Y_{\text{ЭГУ}}(t) = \\ &= 1 - z^{-1} \left\{ \frac{z^2 - 0,102z}{z^2 + 0,0313z + 0,102} \right\}.\end{aligned}$$

Для аналоговой системы IV переходной процесс будет описываться формулой (7).

При цифровом управлении следует соблюдать следующее условие в целях локализации забросов управляемого параметра и минимизации переходных процессов во временной области:

$$\frac{2\sqrt{Q_{\text{ЭГУ}}\theta} - 1}{Q_{\text{ЭГУ}}\theta} < \varepsilon' < \frac{1}{Q_{\text{ЭГУ}}\theta}. \quad (8)$$

Следует также подчеркнуть, что условие (8) является оценочным, потому что не учитывает нелинейности ЭГУ и пренебрегает инерционностью электромагнитного преобразователя ЭГУ.

Современное развитие СП идет по пути улучшения динамики гидропривода, в том числе по пути повышения добротности “внутреннего” контура  $Q_{\text{ЭГУ}}$ . Это приводит (см. рис. 5) к смещению системы в подобласти Б и В, к характерным появлениям забросов выходного сигнала, что ухудшает динамику ЦСП в целом.

Быстродействие БЦВМ, которое будет использоваться на борту, МВС-8 порядка 1,5 млн. опер./с, и при оптимизации кода программы в первом приближении можно считать, что задержка между приемом сигнала с ДОС РП и выдачей управляющего сигнала на ЭГУ не превысит 0,001 с, или при частоте управления 300 Гц  $\varepsilon \leq 0,3$ .

На практике при использовании оптимизированного алгоритма управления на базе БЦВМ “МВС-4” задержка составляет  $\eta \approx 1$  мс. Такая задержка ограничивает частоту управления 500 Гц и, чтобы выходной сигнал ЭГУ не имел колебательности, нужно уменьшать добротность “внутреннего” контура. Кажущееся противоречие с вышеупомянутой тенденцией имеет место, потому что рост добротности необходим только для улучшения динамики аналоговых схем, а для ЦСП рост  $Q_{\text{ЭГУ}}$  скорее вреден, чем полезен, к тому же, имеющаяся к данному моменту система АЦП-ЦАП имеет ограниченную частоту опроса и не позволяет поднимать частоту управления выше 1 кГц.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. И з е р м а н Р. Цифровые системы управления / Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
2. Р е д ь к о П. Г. Повышение безотказности и улучшение характеристик электрогидравлических следящих приводов. – М.: Янус-К; ИЦ МГТУ “Станкин”, 2002. – 232 с.
3. С л е д я щ и е приводы: В 3т. 2-е изд., доп. и перераб. / Под ред. Б.К. Чемоданова. Т. 1: Теория и проектирование следящих приводов / Е.С. Блейз, А.В. Зимин, Е.С. Иванов и др. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 904 с.

Статья поступила в редакцию 21.09.2004

Максим Олегович Торопов родился в 1977г., окончил в 2001г. МГТУ им. Н.Э.Баумана. Аспирант кафедры “Системы и приборы ориентации, стабилизации и навигации” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор ряда научных работ по системам ориентации, стабилизации и навигации.

M.O. Toropov (b. 1977) graduated from the Bauman Moscow State Technical University. Post-graduate of “Systems and Devices of Orientation, Stabilization and Navigation” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of a number of publications in the field of systems of orientation, stabilization and navigation.

### **ЖУРНАЛ “ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА имени Н.Э. БАУМАНА”**

В журнале публикуются наиболее значимые результаты фундаментальных и прикладных исследований и совместных разработок, выполненных в МГТУ им. Н.Э. Баумана и других научных и промышленных организациях.

Журнал “Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана” в соответствии с постановлением Высшей аттестационной комиссии Министерства образования Российской Федерации включен в перечень периодических и научно-технических изданий, в которых рекомендуется публикация основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук.

Журнал издается в трех сериях: “Приборостроение”, “Машиностроение”, “Естественные науки”, – с периодичностью 12 номеров в год.

### **Подписка по каталогу “Газеты, журналы” агентства “Роспечать”**

Индекс	Наименование серии	Объем выпуска	Подписная цена (руб.)	
		Полугодие	3 мес.	6 мес.
72781	“Машиностроение”	2	250	500
72783	“Приборостроение”	2	250	500
79982	“Естественные науки”	2	250	500

### **Подписывайтесь и публикуйтесь!**

Адрес редакции журнала “Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана”: 105005 Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5.

Тел.: (095) 263-62-60; 263-60-45.

Факс: (095) 265-42-98; 263-67-07.

E-mail: markir@bmstu.ru, press@bmstu.ru