

В. Ю. А л и в е р

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ДЕМОДУЛЯЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

На примере алгоритма расширенного фильтра Калмана показано, что методы статистической теории передачи информации можно применять для приема хаотических сигналов, и, кроме того, использование этих методов является необходимым условием эффективного приема сообщений при хаотической модуляции. Представлена новая обобщенная математическая модель коммуникационных систем, использующих хаотические колебания.

Хаотические колебания относятся к широкополосным сигналам, которые, как известно, потенциально очень эффективны для передачи информации. Широкополосные сигналы могут обладать высокой помехоустойчивостью, скрытностью, большой информационной емкостью. При этом коммуникационные системы, в которых используется хаотическая модуляция, являются конфиденциальными, поскольку основными свойствами хаотических колебаний являются внешнее сходство с посторонними шумовыми процессами и экспоненциальное разбегание фазовых траекторий при наличии малейшей разницы как в начальных условиях, так и в параметрах источников хаоса.

Существует достаточно много работ по системам передачи информации на основе хаотических колебаний [1–7]. Тем не менее, имеется ряд нерешенных проблем, являющихся следствием свойств динамического хаоса и заключающихся, в основном, в следующем:

- 1) передача информации осуществима только при очень большом отношении сигнал/шум (ОСШ), как правило, не достижимом в реальных ситуациях;
- 2) даже при достаточно большом ОСШ периодически наблюдается явление временной десинхронизации передающей и приемной систем;
- 3) накладываются значительные ограничения на допуск разброса параметров передатчика и приемника, погрешность значений параметров обычно не должна превышать 1–2 %;
- 4) начальные состояния передатчика и приемника должны совпадать.

Перечисленные проблемы могут быть решены с применением достижений в области статистического синтеза оптимальных приемных устройств. Цель настоящей работы — устранить, насколько это воз-

можно, перечисленные недостатки и ограничения за счет использования методов теории оптимальной фильтрации сигналов.

Математический аппарат нелинейной оптимальной фильтрации давно известен и достаточно хорошо развит. Хаотические колебания наблюдаются во многих типичных нелинейных динамических системах. Таким образом, можно применить известные методы нелинейной оптимальной фильтрации к приему хаотических сигналов, выяснить, остаются ли они адекватными в данном случае, и при необходимости развить их и адаптировать, если такое окажется возможным. Интересен тот факт, что теория оптимальной фильтрации сформировалась раньше, чем современная теория динамического хаоса, и развитие методов оптимального приема происходило, по-видимому, без принятия во внимание хаотических явлений.

В качестве приемного устройства используем один из приближенных вариантов оптимального приемника, а именно приемник, алгоритм работы которого основан, по существу, на сведении исходной нелинейной задачи к линейной. Он известен в литературе под названием “расширенный фильтр Калмана” (РФК). В качестве генератора хаоса, на котором основана коммуникационная система, в соответствии с рекомендациями, изложенными в работе [8], выбрана модель Лоренца.

Настоящая работа была подготовлена с использованием публикаций [6, 8–12] по нелинейной динамике и хаосу, а также с использованием работ [1–3, 5, 13, 14] по статистической теории связи. Результаты работ [1–3, 13, 14] являются основой для исследований, проведенных в настоящей работе.

Синхронизация хаотических колебаний

Общий случай. Под синхронизацией в данном случае будем понимать установление в двух самостоятельных нелинейных системах с одинаковыми параметрами одинакового состояния при разных начальных состояниях. При этом одна из систем является ведущей, а другая ведомой. Требуется достичь того, чтобы ведомая система воспроизводила такой же режим, что и ведущая. При этом значения параметров систем одинаковые, а начальные условия для компонент хаотических колебаний разные. Обозначим вектор компонент хаотических колебаний в ведущей системе $\mathbf{X} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$, где n — порядок системы. Тогда $\hat{\mathbf{X}} = (\hat{x}_1 \ \hat{x}_2 \ \dots \ \hat{x}_n)^T$ — вектор компонент хаотических колебаний в ведомой системе; $\hat{\mathbf{X}}$ является оценкой состояния ведущей системы — вектора \mathbf{X} , которая выполняется согласно алгоритму РФК. Рассматриваемые генераторы хаотических колебаний описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями второго и третьего порядков вида

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{g}(t, \mathbf{X}), \quad (1)$$

где $\mathbf{g}(t, \mathbf{X})$ — некоторая векторная нелинейная функция. Сначала положим, что передаются все n хаотических сигналов по параллельным и не влияющим друг на друга каналам связи.

В каналах присутствует аддитивный гауссовский белый шум (ГБШ) $\mathbf{n}(t)$ с нулевым математическим ожиданием и матрицей спектральных плотностей $\mathbf{N}_0(t)$, и наблюдение имеет вид

$$\boldsymbol{\xi}(t) = \mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda}) + \mathbf{n}(t); \quad (2)$$

здесь $\boldsymbol{\xi}(t)$ — вектор наблюдений размерности m ; $\mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda})$ — сигнал, описываемый векторной функцией-столбцом размерности m ; $\mathbf{n}(t)$ — вектор-столбец ГБШ размерности m ; $\boldsymbol{\lambda}$ — вектор сообщений размерности l . В данном случае рассматривается только вопрос синхронизации хаотических колебаний, поэтому $\mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda}) = \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{X}$. С учетом этого выражение (2) приобретает вид

$$\boldsymbol{\xi}(t) = \mathbf{X}(t) + \mathbf{n}(t). \quad (3)$$

Поскольку передаются все компоненты хаотических колебаний, имеем $m = n$.

Для получения оценки $\hat{\mathbf{X}}$ на приемной стороне используется РФК. Вывод алгоритма РФК приводится в работах [13, 14]. Алгоритм многомерного РФК имеет вид

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\lambda}}}{dt} = \mathbf{g}(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}}) + \mathbf{R}(t) \left[\frac{\partial \mathbf{s}(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}})}{\partial \boldsymbol{\lambda}^T} \right]^T \mathbf{N}_0^{-1}(t) \left[\boldsymbol{\xi}(t) - \mathbf{s}(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}}) \right], \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{R}}{dt} = & \mathbf{N}_\lambda(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}}) + \left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}})}{\partial \boldsymbol{\lambda}^T} \right] \mathbf{R} + \mathbf{R} \left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}})}{\partial \boldsymbol{\lambda}^T} \right]^T - \\ & - \mathbf{R} \left[\frac{\partial \mathbf{s}(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}})}{\partial \boldsymbol{\lambda}^T} \right]^T \mathbf{N}_0^{-1}(t) \left[\frac{\partial \mathbf{s}(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}})}{\partial \boldsymbol{\lambda}^T} \right] \mathbf{R}, \quad (5) \end{aligned}$$

где матричная запись вида $[\partial \mathbf{s}(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}}) / \partial \boldsymbol{\lambda}^T]$ означает прямоугольную матрицу размерности $m \times n$ с элементами $\left[\frac{\partial \mathbf{s}(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}})}{\partial \boldsymbol{\lambda}^T} \right]_{ij} = \partial s_i(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}}) / \partial \lambda_j$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$; m и n в данном случае — целые числа.

Из выражения (1) следует $\mathbf{N}_\lambda(t, \hat{\lambda}) = \mathbf{N}_x(t, \hat{\mathbf{X}}) = 0$. Полагаем, что шум в каналах стационарный: $\mathbf{N}_0(t) = \mathbf{N}_0 = \text{const}$. Тогда с учетом равенств (1), (3) выражения (4), (5) приобретают вид

$$\frac{d\hat{\mathbf{X}}(t)}{dt} = \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}}(t)) + \mathbf{R}(t) \left[\frac{\partial \hat{\mathbf{X}}(t)}{\partial x^\top} \right]^\top \mathbf{N}_0^{-1} [\boldsymbol{\xi}(t) - \hat{\mathbf{X}}(t)], \quad (6)$$

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^\top} \right] \mathbf{R} + \mathbf{R} \left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^\top} \right]^\top - \mathbf{R} \left[\frac{\partial \hat{\mathbf{X}}}{\partial x^\top} \right]^\top \mathbf{N}_0^{-1} \left[\frac{\partial \hat{\mathbf{X}}}{\partial x^\top} \right] \mathbf{R}; \quad (7)$$

здесь $[\cdot]$ — матричная запись вида

$$\left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^\top} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_1(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_2(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_2(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial g_n(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)}{\partial x_1} & \frac{\partial g_n(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_n(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)}{\partial x_n} \end{bmatrix}.$$

На основании того, что компоненты вектора \mathbf{X} передаются по отдельным, не влияющим друг на друга каналам, получаем

$$\left[\frac{\partial \hat{\mathbf{X}}}{\partial x^\top} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{x}_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \hat{x}_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \hat{x}_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial \hat{x}_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \hat{x}_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \hat{x}_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \hat{x}_n}{\partial x_1} & \frac{\partial \hat{x}_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \hat{x}_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Тогда окончательная запись выражений (6) и (7) имеет вид

$$\frac{d\hat{\mathbf{X}}(t)}{dt} = \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}}(t)) + \mathbf{R}(t) \mathbf{N}_0^{-1} [\boldsymbol{\xi}(t) - \hat{\mathbf{X}}(t)], \quad (9)$$

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^\top} \right] \mathbf{R} + \mathbf{R} \left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^\top} \right]^\top - \mathbf{R} \mathbf{N}_0^{-1} \mathbf{R}, \quad (10)$$

где

$$\hat{\mathbf{X}}(t) = (\hat{x}_1 \ \hat{x}_2 \ \dots \ \hat{x}_n)^\top, \quad \boldsymbol{\xi}(t) = (\xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_n)^\top,$$

$$\mathbf{R}(t) = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & R_{n2} & \dots & R_{nn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N}_0 = \begin{bmatrix} \frac{N_1}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{N_2}{2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{N_n}{2} \end{bmatrix}.$$

Таким образом, выражения (9) и (10) полностью описывают устройство для синхронизации хаотических колебаний путем получения оценки компонент хаотических колебаний в соответствии с известным алгоритмом РФК. Для того чтобы получить какую-либо конкретную модель устройства, следует подставить соответствующую функцию $g(t, \mathbf{X})$, описывающую нелинейную систему, которая используется в качестве генератора хаоса.

Алгоритм был получен для случая, когда передаются все компоненты хаотических колебаний и для их передачи используется несколько независимых каналов, что является большим недостатком таких систем передачи информации, поскольку в реальных случаях наблюдается дефицит каналов и в наличии имеется только один канал. Рассмотрим случай, когда требуется по-прежнему получить оценку всех компонент хаотических колебаний, но передается лишь одна из них по одному каналу.

Пусть передается только одна первая компонента вектора \mathbf{X} . Тогда в уравнениях оценки (6), (7) произойдут два изменения. Во-первых, векторы наблюдения $\xi(t)$ и сообщения $\mathbf{X}(t)$ станут одномерными:

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \xi_1(t) = \xi(t), \\ \mathbf{X}(t) &= x_1(t), \quad \mathbf{n}(t) = n_1(t), \\ \xi(t) &= x_1(t) + n_1(t). \end{aligned}$$

Во-вторых, матрица $[\partial \hat{\mathbf{X}}(t) / \partial x^T]$ преобразуется в вектор-строку:

$$\left[\frac{\partial \hat{\mathbf{X}}(t)}{\partial x^T} \right] = \left[\frac{\partial \hat{x}_1}{\partial x_1} \quad \frac{\partial \hat{x}_1}{\partial x_2} \quad \frac{\partial \hat{x}_1}{\partial x_n} \right] = [1 \ 0 \ \dots \ 0]. \quad (11)$$

Получим

$$\mathbf{R} \left[\frac{\partial \hat{\mathbf{X}}(t)}{\partial x^T} \right]^T = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & R_{n2} & \dots & R_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} \\ R_{21} \\ \dots \\ R_{n1} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\left[\frac{\partial \hat{\mathbf{X}}(t)}{\partial x^T} \right] \mathbf{R} =$$

$$= [1 \ 0 \ \dots \ 0] \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & R_{n2} & \dots & R_{nn} \end{bmatrix} = [R_{11} \ R_{12} \ \dots \ R_{1n}]. \quad (13)$$

Окончательный общий вид алгоритма работы синхронизатора хаотических колебаний, полученного на основе РФК, для случая, когда передается только одна компонента хаотических колебаний, получим при подстановке выражений (11)–(13) в уравнения (6), (7) с учетом симметрии матрицы \mathbf{R} , $R_{ij} = R_{ji}$:

$$\frac{d\hat{\mathbf{X}}(t)}{dt} = \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}}(t)) + \frac{2}{N_0} [R_{11} \ R_{12} \ \dots \ R_{1n}]^T (\xi(t) - \hat{x}_1(t)), \quad (14)$$

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^T} \right] \mathbf{R} + \mathbf{R} \left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^T} \right]^T -$$

$$- \frac{2}{N_0} [R_{11} \ R_{12} \ \dots \ R_{1n}]^T [R_{11} \ R_{12} \ \dots \ R_{1n}]. \quad (15)$$

Выражения (14) и (15) обобщаются для случая, когда из n хаотических сигналов передается i -й сигнал. В этом случае в этих выражениях следует произвести подстановку: вместо $\xi(t) - x_i(t)$ подставим $\xi(t) - x_1(t)$, вместо $[R_{i1} \ R_{i2} \ \dots \ R_{in}]$ подставим $[R_{11} \ R_{12} \ \dots \ R_{1n}]$.

Далее рассмотрим систему связи для случая, когда в качестве генератора хаотических колебаний используется модель Лоренца.

Система Лоренца. Система дифференциальных уравнений имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = p(y - x),$$

$$\frac{dy}{dt} = rx - y - xz, \quad (16)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz,$$

где x, y, z — переменные состояния; r, p, b — параметры. Динамическая система (16) описывает конвективное движение жидкости, помещенной между двумя нагретыми пластинами. Уравнения (16) были выведены Э.Н. Лоренцем [15]. Поскольку эти уравнения имеют достаточно простой вид, а нелинейность заключается в операциях перемножения

двух переменных величин, имеется возможность простого схемотехнического исполнения системы Лоренца. Описания практических схем на основе модели Лоренца можно найти, например, в работе [7].

Все параметры в выражении (16) считаем постоянными, фиксированными и известными. Требуется для наблюдения (3) получить оценку вектора \mathbf{X} компонент хаотических колебаний, который для выражения (16) имеет вид

$$\mathbf{X} = (x \ y \ z)^T. \quad (17)$$

Вектор $\mathbf{g}(t, \mathbf{X})$ для системы Лоренца примет вид

$$\mathbf{g}(t, x, y, z) = \begin{bmatrix} g_1(t, x, y, z) \\ g_2(t, x, y, z) \\ g_3(t, x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(y - x) \\ rx - y - xz \\ xy - bz \end{bmatrix}. \quad (18)$$

На основе выражения (18) получаем

$$\left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z})}{\partial \mathbf{x}^T} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x} & \frac{\partial g_1}{\partial y} & \frac{\partial g_1}{\partial z} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x} & \frac{\partial g_2}{\partial y} & \frac{\partial g_2}{\partial z} \\ \frac{\partial g_3}{\partial x} & \frac{\partial g_3}{\partial y} & \frac{\partial g_3}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p & p & 0 \\ r - \hat{z} & -1 & -\hat{x} \\ \hat{y} & \hat{x} & -b \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Подставляя выражения (17)–(19) в равенства (9), (10), получаем структуру приемного устройства. При этом учитываем, что спектральная плотность шума во всех каналах одинакова: $N_1 = N_2 = N_3 = N_0$. В матричной форме уравнения для оценки компонент хаотических колебаний имеют вид

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{x}}{dt} \\ \frac{d\hat{y}}{dt} \\ \frac{d\hat{z}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(\hat{y} - \hat{x}) \\ r\hat{x} - \hat{y} - \hat{x}\hat{z} \\ \hat{x}\hat{y} - b\hat{z} \end{bmatrix} + \frac{2}{N_0} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \right], \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{dR_{11}}{dt} & \frac{dR_{12}}{dt} & \frac{dR_{13}}{dt} \\ \frac{dR_{21}}{dt} & \frac{dR_{22}}{dt} & \frac{dR_{23}}{dt} \\ \frac{dR_{31}}{dt} & \frac{dR_{32}}{dt} & \frac{dR_{33}}{dt} \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} -p & p & 0 \\ r - \hat{z} & -1 & -\hat{x} \\ \hat{y} & \hat{x} & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -p & r - \hat{z} & \hat{y} \\ p & -1 & \hat{x} \\ 0 & -\hat{x} & -b \end{bmatrix} - \\
& - \frac{2}{N_0} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}^2. \quad (21)
\end{aligned}$$

Таким образом, получена модель синхронизатора хаотических колебаний для системы Лоренца, полностью описываемая выражениями (20), (21), для случая, когда передаются все компоненты хаотических колебаний по отдельным каналам. Получим модель, которая описывает случай передачи только одной компоненты.

Пусть по каналу передается компонента $x(t)$. Тогда, подставляя в равенства (14), (15) выражение (18), получаем

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{x}}{dt} \\ \frac{d\hat{y}}{dt} \\ \frac{d\hat{z}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(\hat{y} - \hat{x}) \\ r\hat{x} - \hat{y} - \hat{x}\hat{z} \\ \hat{x}\hat{y} - b\hat{z} \end{bmatrix} + \frac{2}{N_0} \begin{bmatrix} R_{11} \\ R_{12} \\ R_{13} \end{bmatrix} (\xi - \hat{x}), \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{dR_{11}}{dt} & \frac{dR_{12}}{dt} & \frac{dR_{13}}{dt} \\ \frac{dR_{21}}{dt} & \frac{dR_{22}}{dt} & \frac{dR_{23}}{dt} \\ \frac{dR_{31}}{dt} & \frac{dR_{32}}{dt} & \frac{dR_{33}}{dt} \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} -p & p & 0 \\ r - \hat{z} & -1 & -\hat{x} \\ \hat{y} & \hat{x} & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} +
\end{aligned}$$

$$+ \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -p & r - \hat{z} & \hat{y} \\ p & -1 & \hat{x} \\ 0 & -\hat{x} & -b \end{bmatrix} - \frac{2}{N_0} \begin{bmatrix} R_{11} \\ R_{12} \\ R_{13} \end{bmatrix} [R_{11} \ R_{12} \ R_{13}]. \quad (23)$$

Если передается только компонента $y(t)$ или только компонента $z(t)$, то общий вид выражений (22), (23) не изменится, следует лишь выполнить соответствующую подстановку, например вместо $\xi - \hat{y}$ подставить $\xi - \hat{x}$, вместо $[R_{21} \ R_{22} \ R_{23}]$ подставить $[R_{11} \ R_{12} \ R_{13}]$.

На рис. 1 приведены результаты работы модели квазиоптимального синхронизатора хаотических колебаний. Параметры системы Лоренца: $r = 28$, $p = 10$, $b = 8/3$. Начальные условия для передатчика: $\mathbf{X}(t)|_{t=0} = [-5 \ 1 \ 0]^T$. Начальные условия для приемника: $\hat{\mathbf{X}}(t)|_{t=0} = [15 \ 20 \ 60]^T$. Начальные значения коэффициентов корреляционной матрицы: $\mathbf{R}(t)|_{t=0} = 10^{-5}\mathbf{E}$, где \mathbf{E} — единичная матрица. ОСШ в канале связи составляет 17 дБ. Численное интегрирование выполнялось на модели в пакете MathLab. Шаг дискретизации составлял $h = 0,005$, применялся метод Эйлера. По каналу связи передается хаотический сигнал $x(t)$. Видно, что даже при такой большой разнице в начальных условиях синхронизация передатчика с приемником наступает очень быстро, и при этом в дальнейшем срывов синхронизации не наблюдается.

Демодуляция сообщений, переданных на хаотической несущей. Выше рассматривалась только синхронизация генераторов хаотических колебаний, т.е. необходимо было получить оценку только компонент хаотических колебаний. В данном случае задача усложняется тем, что в передатчике в хаотические колебания некоторым способом вводятся информационные сообщения, и на приемном конце требуется помимо оценки хаотических сигналов получить оценку полезных сообщений. В простейшем случае полезное сообщение только одно, а в общем случае их может быть несколько. Каждый информационный сигнал модулирует один из многочисленных параметров передатчика. Сообщения должны вводиться таким образом, чтобы полученная приемо-передающая система прежде всего удовлетворяла условию скрытности передаваемой информации: без точного знания структуры модулятора, всех значений его параметров и конкретного способа ввода информации в модулятор прием сообщения должен быть невозможен.

Способы наложения информационного сообщения на хаотический сигнал. Существует много вариантов наложения полезного сообщения на хаотическое колебание. Подробное описание известных вариантов

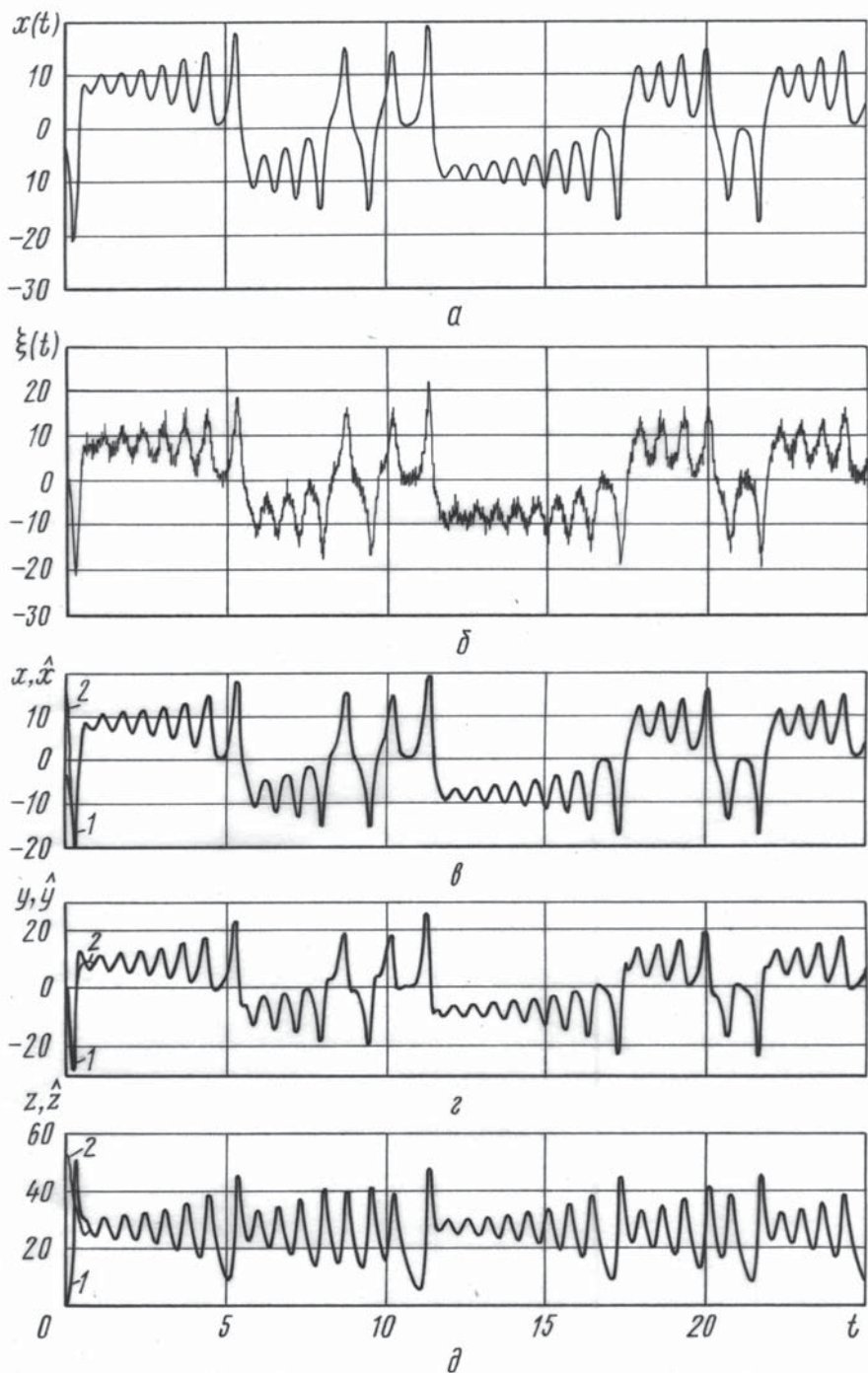


Рис. 1. Синхронизация хаотических колебаний в системе Лоренца:
a — сигнал на выходе передатчика; *б* — реализация на входе приемника; *в-д* — переменные состояния передатчика (*1*) и их оценки в приемнике (*2*)

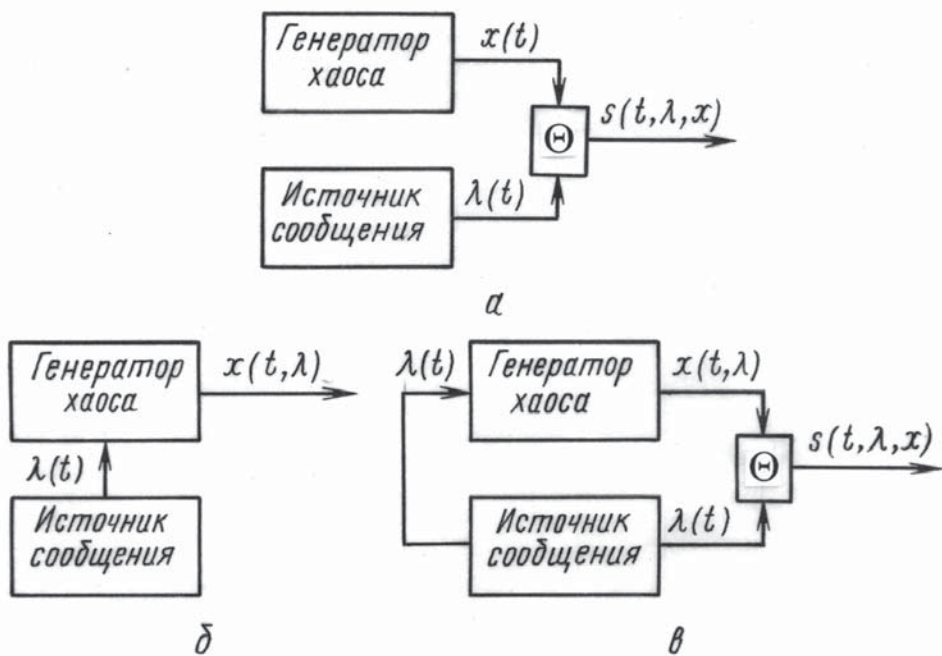


Рис. 2. Способы наложения информационного сигнала на хаотический:

a — объединение сигналов на выходе генератора хаотических колебаний; *б* — непосредственный ввод сообщения в генератор хаотических колебаний; *в* — ввод сообщения в генератор хаотических колебаний совместно с объединением на выходе генератора

можно найти в работе [4]. Все эти варианты соответствуют трем способам наложения информационного сигнала на хаотический (рис. 2).

Способ, представленный на рис. 2, *a*, соответствует системам, в которых имеется генератор хаотического колебания $x(t)$ с постоянными параметрами. Объединение информационного сигнала $\lambda(t)$ с хаотическим происходит на выходе генератора. Под объединением в данном случае можно понимать взвешенное аддитивное суммирование или перемножение. Наиболее известный пример такого объединения — сложение информационного сигнала с хаотическим, получившее название хаотической маскировки.

Способ, представленный на рис. 2, *б*, соответствует системам, в которых информационный сигнал вводится в генератор хаотического колебания и изменяет вид выходного сигнала. Наиболее известным примером применения такого способа является модуляция параметра генератора хаотических колебаний информационным сообщением.

Способ, представленный на рис. 2, *в*, объединяет предыдущие два способа: информационный сигнал вводится в генератор хаотического колебания и, кроме того, взаимодействует с выходным колебанием. Наиболее известный пример такого наложения — нелинейное подме-

шивание, когда производится сложение информационного сигнала с хаотическим в цепи обратной связи генератора хаотических колебаний и эта же сумма передается по каналу связи.

Особенность методов оптимальной фильтрации и, в частности, алгоритма РФК заключается в том, что для разных способов наложения информационных сообщений на хаотические колебания имеется одна и та же формульная запись и алгоритм получения информационных сообщений на приемном конце для разных способов остается одним и тем же: во всех случаях демодулятор должен получать оценки полезных сообщений совместно с оценками компонент хаотических колебаний. Можно не делать различий между конкретными способами и рассматривать их в целом. Какой именно способ наложения лучше, при каких условиях и почему — это отдельная тема, лишь частично затронутая далее.

Обобщенная схема передатчика представлена на рис. 3. По сути, все способы наложения информационного сигнала на хаотический сводятся к варианту, представленному на рис. 2, б, и все эти способы могут называться хаотической модуляцией.

При этом в случае, если в передатчике применяется хаотическая маскировка, выходной сигнал имеет вид $s(t, \lambda, x) = x(t) + \lambda(t)$, в случае модуляции параметра генератора — $s(t, \lambda, x) = x(t, \lambda)$, в случае нелинейного подмешивания — $s(t, \lambda, x) = x(t, \lambda) + \lambda(t)$. Можно считать, что источник сообщения и генератор хаотических колебаний рассматриваются как единая система.

Математическая модель приемных устройств для общего случая. Используем алгоритм РФК. Как и в случае синхронизации, требуется достичь в двух самостоятельных нелинейных системах одинакового состояния при разных начальных состояниях, но, в отличие от случая синхронизации, параметры ведущей системы изменяются во времени. Требуется достичь того, чтобы ведомая система воспроизводила такой же режим, что и ведущая, т.е. требуется получить совместную оценку полезных сообщений и компонент хаотических колебаний. Пусть вектор состояния передатчика имеет вид

$$\mathbf{X} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{n_x} \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{n_\lambda})^T, \quad (24)$$

где n_x — порядок системы дифференциальных уравнений, описывающих генератор хаотических колебаний; n_λ — количество информа-



Рис. 3. Обобщенная схема хаотического модулятора

где

$$\left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^T} \right] =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x_{n_x}} & \frac{\partial g_1(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial g_1(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial \lambda_{n_\lambda}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial g_{n_x}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_{n_x}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x_{n_x}} & \frac{\partial g_{n_x}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial g_{n_x}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial \lambda_{n_\lambda}} \\ \frac{\partial g_{n_x+1}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_{n_x+1}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x_{n_x}} & \frac{\partial g_{n_x+1}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial g_{n_x+1}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial \lambda_{n_\lambda}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial g_{n_x+n_\lambda}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_{n_x+n_\lambda}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x_{n_x}} & \frac{\partial g_{n_x+n_\lambda}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial g_{n_x+n_\lambda}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial \lambda_{n_\lambda}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}(t) = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{1m} & R_{2m} & \dots & R_{mm} \end{bmatrix}, \quad m = n_x + n_\lambda,$$

$$\mathbf{N}_\lambda = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & N_{\lambda_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & N_{\lambda_{n_\lambda}} \end{bmatrix},$$

N_{λ_i} — односторонняя спектральная плотность шумов сообщения.

Если передается i -я компонента из n_x хаотических сигналов, то в выражениях (27), (28) следует произвести подстановку, например вместо $\xi(t) - x_i(t)$ подставить $\xi(t) - x_1(t)$, вместо $[R_{i1} \ R_{i2} \ \dots \ R_{im}]$ подставить $[R_{11} \ R_{12} \ \dots \ R_{1m}]$.

В качестве информационного сигнала рассмотрим узкополосный случайный процесс $\lambda(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t))$. Такие сигналы часто используются на практике. Это сигналы амплитудной, частотной и фазовой модуляции с небольшой ее глубиной. Как показано в работе [13], узкополосный случайный процесс $\lambda(t)$ можно представить в виде двухкомпонентного марковского случайного процесса

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}(t) &= -\alpha \lambda(t) - \omega_0 \mu(t) + n_1(t) \cos \omega_0 t + n_2(t) \sin \omega_0 t, \\ \dot{\mu}(t) &= -\alpha \mu(t) + \omega_0 \lambda(t) + n_1(t) \sin \omega_0 t - n_2(t) \cos \omega_0 t, \end{aligned} \quad (29)$$

где $\alpha = \text{const}$, $\omega_0 = \text{const}$, n_1 и n_2 — взаимно независимые ГБШ с одинаковыми спектральными плотностями $N_\lambda/2$. Таким образом, используя алгоритм РФК, требуется получить оценку полезного сигнала $\lambda(t)$, описываемого выражением (29), совместно с хаотическими несущими сигналами.

Выражения (27) и (28) полностью описывают демодулятор, выполняющий оценку компонент хаотических колебаний и информационных сообщений в соответствии с алгоритмом РФК. Для того чтобы получить конкретную модель устройства, следует подставить функцию $\mathbf{g}(t, \mathbf{X})$, описывающую соответствующий модулятор, и матрицы $\left[\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}}) / \partial x^T \right]$ и $\left[\partial \hat{\mathbf{X}}(t) / \partial x^T \right]$ в выражения (27), (28). Как и в случае синхронизации, в качестве исходного генератора хаотических колебаний используем систему Лоренца. При этом рассматриваем два способа наложения информационного сигнала на хаотический: модуляцию параметра и нелинейное подмешивание.

Математическая модель приемного устройства для случая системы Лоренца и модуляции параметра. Система уравнений, описывающая исходный генератор хаотических колебаний, имеет вид (16). Введем в систему (16) информационный сигнал $\lambda(t)$, аддитивно добавив его к переменной $x(t)$ в правой части всех трех уравнений. Тогда с учетом дифференциальных уравнений (29) получим математическую модель хаотического модулятора:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= py - p(x + \lambda), \\ \frac{dy}{dt} &= r(x + \lambda) - y - (x + \lambda)z, \\ \frac{dz}{dt} &= (x + \lambda)y - bz, \\ \frac{d\lambda}{dt} &= -\alpha\lambda - \omega_0\mu + n_1 \cos \omega_0 t + n_2 \sin \omega_0 t, \\ \frac{d\mu}{dt} &= -\alpha\mu + \omega_0\lambda + n_1 \sin \omega_0 t - n_2 \cos \omega_0 t. \end{aligned} \tag{30}$$

Полагаем, что по каналу передается только модулированная хаотическая несущая $x(t)$. Сообщение $\lambda(t)$ в данном случае можно рассматривать как переменный параметр генератора хаотических колебаний, оценку которого требуется получить по передаваемой компоненте $x(t)$. Наблюдение примет вид (3). По принятой реализации $\xi(t)$ требуется получить оценку вектора состояния передатчика $\mathbf{X} = (x \ y \ z \ \lambda \ \mu)^T$.

Алгоритм работы демодулятора описывается выражениями (27), (28), при этом следует учесть, что вектор $\mathbf{g}(t, \mathbf{X})$ для системы (30)

примет вид

$$\mathbf{g}(t, \mathbf{X}) = \begin{bmatrix} g_1(t, \mathbf{X}) \\ g_2(t, \mathbf{X}) \\ g_3(t, \mathbf{X}) \\ g_4(t, \mathbf{X}) \\ g_5(t, \mathbf{X}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} py - p(x + \lambda) \\ r(x + \lambda) - y - (x + \lambda)z \\ (x + \lambda)y - bz \\ -\alpha\lambda - \omega_0\mu \\ -\alpha\mu + \omega_0\lambda \end{bmatrix}. \quad (31)$$

С учетом равенства (31) получаем

$$\left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^T} \right] = \begin{bmatrix} -p & p & 0 & -p & 0 \\ r - \hat{z} & -1 & -\hat{x} - \hat{\lambda} & r - \hat{z} & 0 \\ \hat{y} & \hat{x} + \hat{\lambda} & -b & \hat{y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha & -\omega_0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_0 & -\alpha \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Матрица спектральной плотности шумов сообщения имеет вид

$$\mathbf{N}_\lambda = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_\lambda \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Подставляя равенства (32), (33) в выражения (27), (28), получаем структуру приемного устройства. В матричной форме уравнение для совместной оценки компонент хаотических колебаний и полезного сигнала имеет вид

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{x}}{dt} \\ \frac{d\hat{y}}{dt} \\ \frac{d\hat{z}}{dt} \\ \frac{d\hat{\lambda}}{dt} \\ \frac{d\hat{\mu}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p\hat{y} - p(\hat{x} + \hat{\lambda}) \\ r(\hat{x} + \hat{\lambda}) - \hat{y} - (\hat{x} + \hat{\lambda})\hat{z} \\ (\hat{x} + \hat{\lambda})\hat{y} - b\hat{z} \\ -\alpha\hat{\lambda} - \omega_0\hat{\mu} \\ -\alpha\hat{\mu} + \omega_0\hat{\lambda} \end{bmatrix} + \frac{2}{N_0} \begin{bmatrix} R_{11} \\ R_{21} \\ R_{31} \\ R_{41} \\ R_{51} \end{bmatrix} (\xi - \hat{x}), \quad (34)$$

а уравнение для корреляционной матрицы ошибок \mathbf{R} имеет вид (28) с учетом выражений (31)–(33). Таким образом, модель устройства приема хаотических колебаний для системы Лоренца описывается выражениями (28), (34).

На рис. 4 приведены результаты работы модели приемного устройства, описываемого выражениями (28), (34). Все условия численного интегрирования те же, что и для случая синхронизации. Параметры полезного сообщения: $\omega_0 = 1$, $\alpha = 0,05$. Начальные условия для передатчика — $\mathbf{X}(t)|_{t=0} = [-5 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, для приемника — $\hat{\mathbf{X}}(t)|_{t=0} = [15 \ 20 \ 60 \ 0,001 \ -0,001]^T$. ОСШ составляет 17 дБ, отношение несущая/сообщение — 30 дБ.

Математическая модель приемного устройства для случая системы Лоренца и нелинейного подмешивания. В систему (16), как и в предыдущем случае, введем информационный сигнал $\lambda(t)$, аддитивно добавив его к переменной $x(t)$ в правой части всех трех уравнений, в результате чего получим математическую модель хаотического модулятора (30). Однако, в отличие от предыдущего случая, по каналу передается сигнал вида

$$s(t) = x(t) + k\lambda(t), \quad (35)$$

где $k = \text{const}$. Коэффициент k задает отношение уровня полезного сообщения к уровню хаотической несущей в канале связи. При $k = 0$ информационный сигнал отсутствует, и получаем случай модуляции параметра: $s(t) = x(t)$. При $k = 1$ получаем $s(t) = x(t) + \lambda(t)$, что с учетом модели (30) соответствует случаю ввода сообщения в генератор хаотических колебаний, называемому нелинейным подмешиванием [4]. Вариант, когда $k \gg 1$, не представляет интереса, так как при этом $s(t) \approx \lambda(t)$, и по каналу передается исходное сообщение в явном виде.

Наблюдение примет вид

$$\xi(t) = s(t) + n(t), \quad (36)$$

где $n(t)$ — ГБШ с двусторонней спектральной плотностью $N_0/2$; $s(t)$ определяется согласно выражению (35). Как и в предыдущем случае, по принятой реализации $\xi(t)$ требуется получить оценку вектора состояния передатчика $\mathbf{X} = (x \ y \ z \ \lambda \ \mu)^T$.

Алгоритм работы демодулятора описывается выражениями (4), (5). Вектор $\mathbf{g}(t, \mathbf{X})$ для системы (30) примет вид (31). Матрица $[\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})/\partial x^T]$ соответствует выражению (32). По каналу передается сигнал $s(t)$, определяемый выражением (35), и матрица-вектор $[\partial \hat{s}/\partial x^T]$ принимает вид

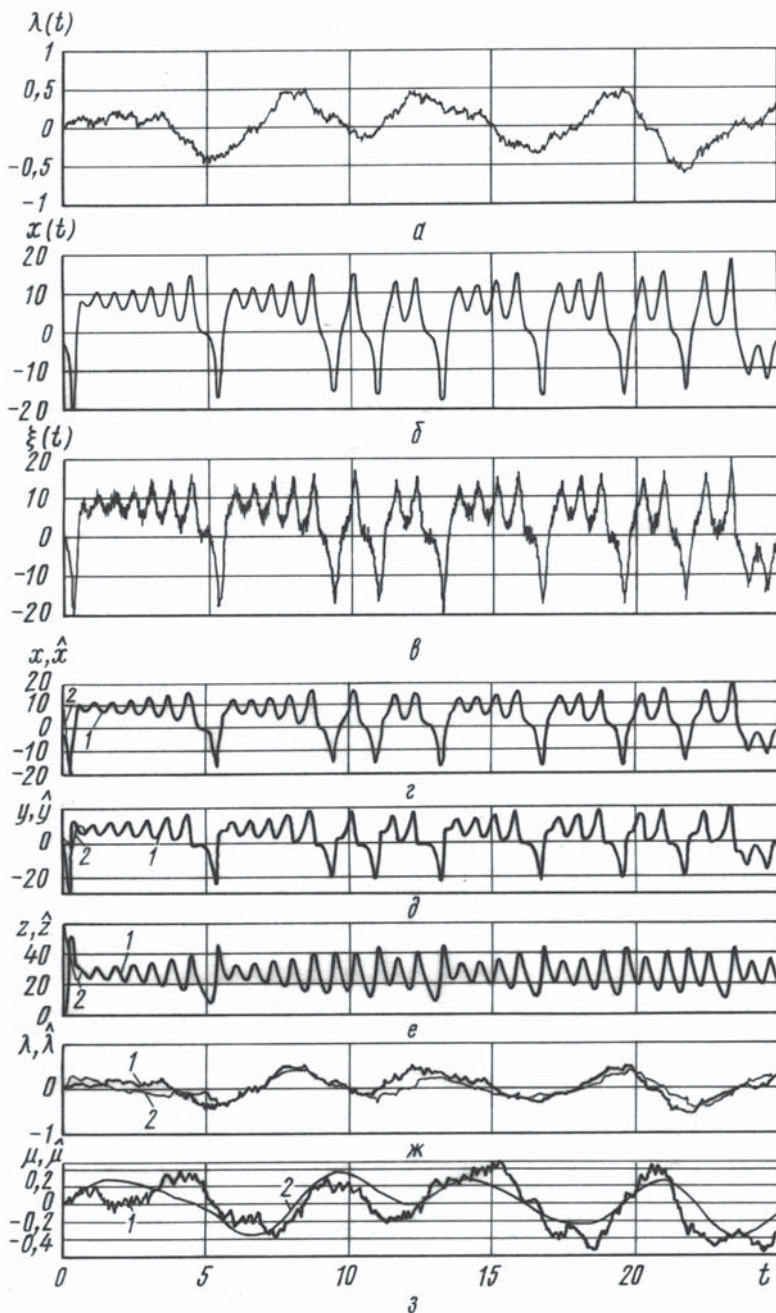


Рис. 4. Демодуляция информационного сообщения, переданного на хаотической несущей в случае модуляции параметра:

a — передаваемое сообщение; *б* — хаотический сигнал на выходе передатчика; *в* — наблюдение на входе приемника; *г-з* — переменные состояния передатчика (1) и их оценки в приемнике (2)

$$\left[\frac{\partial \hat{\mathbf{s}}}{\partial x^T} \right]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{s}}{\partial x} \\ \frac{\partial \hat{s}}{\partial y} \\ \frac{\partial \hat{s}}{\partial z} \\ \frac{\partial \hat{s}}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial \hat{s}}{\partial \mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\hat{x} + k\hat{\lambda})}{\partial x} \\ \frac{\partial(\hat{x} + k\hat{\lambda})}{\partial y} \\ \frac{\partial(\hat{x} + k\hat{\lambda})}{\partial z} \\ \frac{\partial(\hat{x} + k\hat{\lambda})}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial(\hat{x} + k\hat{\lambda})}{\partial \mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Матрица формирующих шумов \mathbf{N}_λ определяется по выражению (33). Выполним предварительные вычисления:

$$\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} + kR_{14} \\ R_{21} + kR_{24} \\ R_{31} + kR_{34} \\ R_{41} + kR_{44} \\ R_{51} + kR_{54} \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$\begin{aligned} & [1 \ 0 \ 0 \ k \ 0] \mathbf{R} = \\ & = [R_{11} + kR_{14} \quad R_{12} + kR_{12} \quad R_{13} + kR_{13} \quad R_{14} + kR_{44} \quad R_{15} + kR_{45}]. \end{aligned} \quad (39)$$

Подставляя равенства (31)–(33), (37)–(39) в выражения (4), (5), получаем модель приемного устройства. В матричной форме уравнения для совместной оценки компонент хаотических колебаний и полезного сигнала имеют вид

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{x}}{dt} \\ \frac{d\hat{y}}{dt} \\ \frac{d\hat{z}}{dt} \\ \frac{d\hat{\lambda}}{dt} \\ \frac{d\hat{\mu}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p\hat{y} - p(\hat{x} + \hat{\lambda}) \\ r(\hat{x} + \hat{\lambda}) - \hat{y} - (\hat{x} + \hat{\lambda})\hat{z} \\ (\hat{x} + \hat{\lambda})\hat{y} - b\hat{z} \\ -\alpha\hat{\lambda} - \omega_0\hat{\mu} \\ -\alpha\hat{\mu} + \omega_0\hat{\lambda} \end{bmatrix} + \frac{2}{N_0} \begin{bmatrix} R_{11} + kR_{14} \\ R_{21} + kR_{24} \\ R_{31} + kR_{34} \\ R_{41} + kR_{44} \\ R_{51} + kR_{54} \end{bmatrix} (\xi - (\hat{x} + k\hat{\lambda})), \quad (40)$$

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{N}_\lambda + \left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^T} \right] \mathbf{R} + \mathbf{R} \left[\frac{\partial \mathbf{g}(t, \hat{\mathbf{X}})}{\partial x^T} \right]^T - \frac{2}{N_0} \begin{bmatrix} R_{11} + kR_{14} \\ R_{21} + kR_{24} \\ R_{31} + kR_{34} \\ R_{41} + kR_{44} \\ R_{51} + kR_{54} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} + kR_{14} \\ R_{21} + kR_{24} \\ R_{31} + kR_{34} \\ R_{41} + kR_{44} \\ R_{51} + kR_{54} \end{bmatrix}^T. \quad (41)$$

Таким образом, получена модель устройства приема хаотических колебаний для системы Лоренца и случая нелинейного подмешивания, которая полностью описывается выражениями (40), (41).

На рис. 5 приведены результаты работы модели приемного устройства, описываемого выражениями (40), (41). Все условия численного интегрирования те же, что и для случая модуляции параметра, причем $k = 1$.

Заключение. Показана работоспособность модели системы передачи информации с хаотической модуляцией сигнала для случая, когда в качестве приемного устройства использовался РФК. Такая система обладает рядом преимуществ по сравнению с системами, представленными в работе [4], в которых не используются методы оптимальной фильтрации. Приведем основные выводы.

1. С одной стороны, методы оптимальной фильтрации и, в частности, РФК остаются применимыми при демодуляции хаотических колебаний. С другой стороны, эти методы необходимы для эффективного приема сообщения, переданного на хаотической несущей.

2. Показано, что две нелинейные динамические системы с хаотическими колебаниями, взаимодействующие по принципу ведущая–ведомая, можно синхронизировать, если ведомая система входит в состав РФК и играет роль формирующего фильтра, а по каналу связи отдельно и независимо друг от друга передаются все компоненты хаотических колебаний. Приемное устройство (РФК) восстанавливает эти компоненты, и в результате ведомая система находится в том же состоянии, что и ведущая. В тех случаях, когда по каналу передается лишь часть компонент хаотических колебаний, или одна компонента, или аддитивная взвешенная сумма хаотических сигналов, синхронизация наблюдалась в подавляющем большинстве случаев. Для любого из рассмотренных автором (но не упомянутых в настоящей работе) генераторов хаотических колебаний существовала хотя бы одна переменная состояния, передача которой (и лишь ее одной) по каналу приводила к синхронизации.

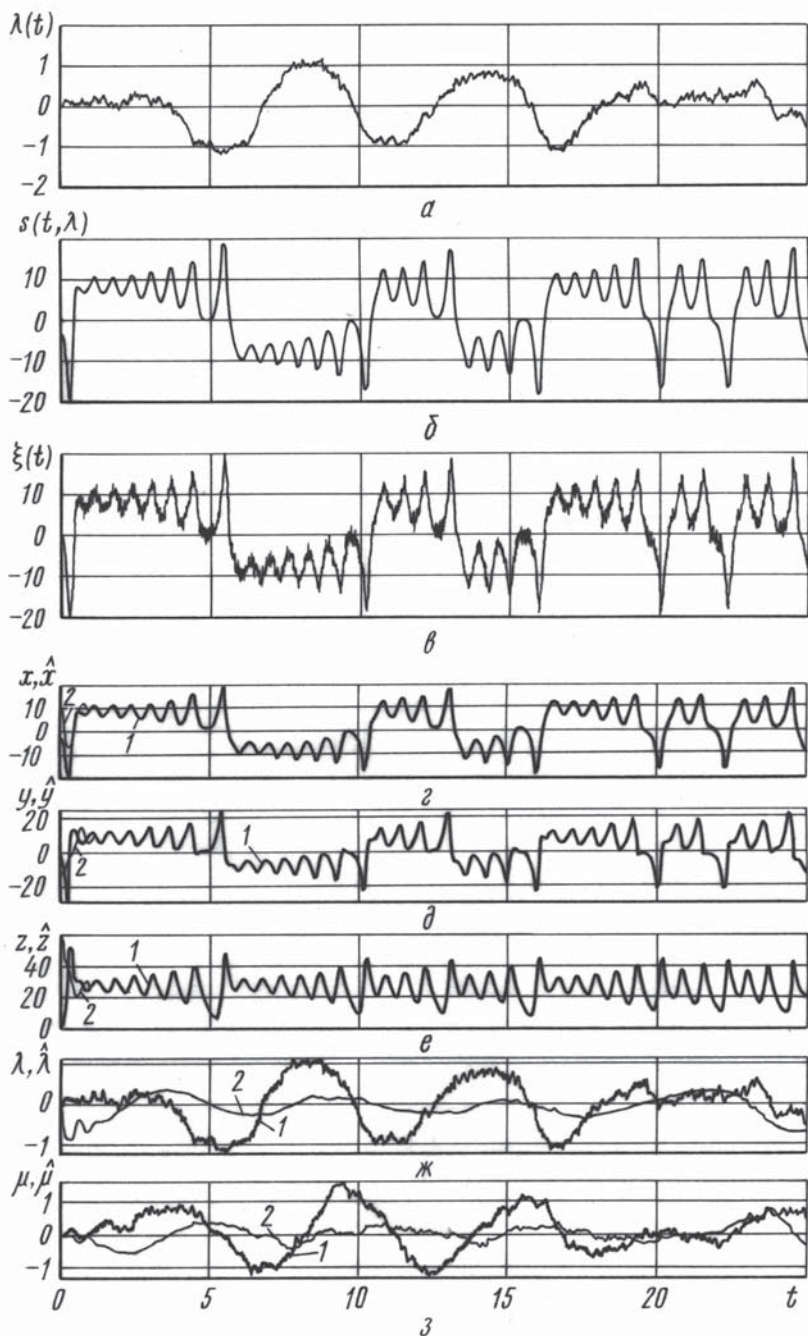


Рис. 5. Демодуляция информационного сообщения, переданного на хаотической несущей в случае нелинейного подмешивания:

a — передаваемое сообщение; *б* — хаотический сигнал на выходе передатчика; *в* — наблюдение на входе приемника; *г-ж* — переменные состояния передатчика (1) и их оценки в приемнике (2)

3. Начальные состояния передатчика и приемника могут значительно различаться, по крайней мере, в том случае, если параметры обеих систем идентичны. При моделировании задавались самые разные начальные условия, и оцениваемые компоненты всегда восстанавливались в приемнике, если они при прочих равных условиях восстанавливались при одинаковых или близких начальных состояниях. Следует отметить, что это происходит несмотря на то, что в алгоритме РФК используется допущение о малой величине ошибки оценки.

4. Для оценки одного параметра передатчика, а в некоторых случаях — нескольких параметров вовсе не обязательно, чтобы начальные состояния передатчика и приемника совпадали.

5. Наличие синхронизации двух систем указывает на принципиальную возможность передачи информации с использованием этих систем. Для реализации такой возможности при моделировании был применен следующий подход: система дифференциальных уравнений, описывающих генератор хаотических колебаний, модифицировалась с учетом наличия одного или нескольких информационных сообщений. Модификация заключалась в том, что, во-первых, исходная система дифференциальных уравнений дополнялась уравнениями сообщений, во-вторых, компоненты хаотических колебаний в уравнениях исходной системы становились зависимыми от вводимых сообщений некоторым, в общем случае произвольным, образом. В результате сделанного обобщения разница в описании различных способов наложения информационного сообщения на хаотическое колебание (модуляции параметра, нелинейного подмешивания, хаотической маскировки) исчезает. По сути, все способы сводятся к оценке параметров модифицированной системы совместно с оценкой компонент хаотических колебаний.

6. При использовании РФК два способа наложения информационного сигнала на хаотический — модуляция параметра и нелинейное подмешивание — дают примерно одинаковое качество связи (ошибку фильтрации).

7. Минимальное ОСШ, при котором возможна передача информации, составляет около 10 дБ.

8. Если информационный сигнал изменяется во времени медленнее, чем компоненты хаотических колебаний, а ОСШ достаточно велико, то срывов синхронизации передатчика и приемника не наблюдается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Т р а т а с Ю. Г. Применение методов статистической теории связи к задачам приема хаотических колебаний // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. – 1998. – № 11. – С. 57–80.

2. Т р а т а с Ю. Г. Хаотическая синхронизация генераторов при наличии шума // Радиотехника и электроника. – 1997. – Т. 42. – № 4. – С. 457–463.
3. Т р а т а с Ю. Г. Оптимальный прием аналоговых сигналов, передаваемых с использованием динамического хаоса // Радиотехника и электроника. – 1997. – Т. 42. – № 5. – С. 617–623.
4. Д м и т р и е в А. С., П а н а с А. И. Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи. – М.: Физматлит, 2002.
5. S o b i s k i D. J., T h o r p J. S. PDMA-1: Chaotic Communication via the Extended Kalman Filter // IEEE Transactions On Circuits And Systems – I. Fundamental Theory and Applications. – 1998. – V. 45. – № 2. – P. 194–197.
6. Р у к а в и ц а К. А. Хаотическая динамика систем синхронизации: Дис... канд. техн. наук / МГТУ им. Н.Э. Баумана. – М., 2002.
7. С у о м о Т. L., О п п е н х е и м А. Circuit Implementation of Synchronized Chaos with Application to Communications // Rhys. Rev. Letters. – 1993. – V. 71. – № 1. – P. 65–68.
8. Ш а х т а р и н Б. И., С и д о р к и н а Ю. А., А л и в е р В. Ю., К о б ы л к и н а П. И. Исследование режимов генераторов хаоса // Радиотехника и электроника. – 2003. – Т. 48. – № 12. – С. 1471–1483.
9. М у н Ф. Хаотические колебания. – М.: Мир, 1990.
10. Д а н и л о в Ю. А. Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение. – М.: Постмаркет, 2001.
11. А н и щ е н к о В. С. Знакомство с нелинейной динамикой. Лекции соровского профессора. – М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
12. Н е й м а р к Ю. И., Л а н д а П. С. Стохастические и хаотические колебания. – М.: Наука, 1987.
13. Т и х о н о в В. И. Фильтрация сообщений. – М.: Радио и связь, 1998.
14. Т и х о н о в В. И., Х а р и с о в В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. – М.: Радио и связь, 2004.
15. L o g e n z E. N. Deterministic Nonperiodic Flow // J. of Atmospheric Sciences. – 1963. – V. 20. – P. 130–141.

Статья поступила в редакцию 27.10.2004



Вячеслав Юрьевич Аливер родился в 1978 г., окончил в 2002 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант кафедры “Автономные информационные и управляющие системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 20 научных работ в области приема и обработки сигналов в системах связи, в области динамического хаоса.

V.Yu. Aliver (b. 1978) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2002. Post-graduate of “Autonomous Information and Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 20 publications in the field of signal receiving and processing in communication systems, in the field of dynamical chaos.