

С. М. Асатуров, В. В. Зеленцов

АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Исследован алгоритм рестриктивной фильтрации ошибок навигационного счисления при стохастических и неопределенных моделях возмущений инерциальной навигационной системы летательного аппарата. В моделях возмущений учитывались уходы осей гироскопов, ошибки акселерометров, ветровые возмущения и гравитационные аномалии. Моделированием на ЭВМ проведено исследование точностных характеристик рестриктивного фильтра.

Модель ошибок счисления навигационных параметров. Счисление навигационных параметров в инерциальной навигационной системе (ИНС) летательного аппарата (ЛА) сопровождается нарастанием со временем ошибок счисления, так как метод двойного интегрирования ускорений, лежащий в основе функционирования ИНС, приводит к их значительному росту. Кроме того, ошибки навигационного счисления возникают из-за неточности начальной выставки навигационных параметров, из-за собственных ошибок акселерометров, рассогласования осей гиросtabilизированной платформы ИНС и географического трехгранника, из-за наличия неоднородностей гравитационного и геомагнитного полей Земли и из-за влияния ряда других факторов. Анализ ошибок счисления в ИНС содержится во многих работах, в том числе в работах [1–3]. В основу его положено допущение о малости ошибок и возмущений, что позволяет провести линеаризацию и упрощение уравнений, описывающих рассогласование счисляемых и истинных значений навигационных параметров. Уравнения, описывающие ошибки работы ИНС, имеют следующий вид [3]:

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{l}_X &= \Delta V_X + U_X, \\
 \Delta \dot{l}_Y &= \Delta V_Y + U_Y, \\
 \Delta \dot{V}_X &= -G P_Y + \Delta G_X + A_Y P_Z + w_X, \\
 \Delta \dot{V}_Y &= G P_X + \Delta G_Y - A_X P_Z + w_Y, \\
 \dot{P}_X &= -\frac{1}{r} \Delta V_Y - \omega_Y P_Z + \omega_{др X}, \\
 \dot{P}_Y &= \frac{1}{r} \Delta V_X + \omega_X P_Z + \omega_{др Y}, \\
 \dot{P}_Z &= \omega_Y P_X - \omega_X P_Y + \omega_{др Z}, \\
 \dot{\omega}_{др X} &= 0, \quad \dot{\omega}_{др Y} = 0, \quad \dot{\omega}_{др Z} = 0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\Delta l_X, \Delta l_Y$ — ошибки счисления горизонтальных координат ЛА; $\Delta V_X, \Delta V_Y$ — ошибки счисления горизонтальных составляющих вектора скорости ЛА; G — ускорение свободного падения; $\Delta G_X, \Delta G_Y$ — составляющие вектора неоднородностей гравитационного ускорения; U_X, U_Y — горизонтальные составляющие вектора неоднородностей скорости ветра; $\omega_X = -V_Y/r, \omega_Y = -V_X/r$ — угловые скорости вращения местной вертикали; V_X, V_Y и A_X, A_Y — горизонтальные составляющие скорости и ускорения ЛА соответственно; $\omega_{дрX}, \omega_{дрY}, \omega_{дрZ}$ — скорости ухода (дрейфа) осей гироблока ИНС; P_X, P_Y, P_Z — углы рассогласования осей трехгранника, моделируемого платформой ИНС, относительно географического трехгранника: P_X и P_Y — ошибки горизонтирования платформы ИНС, P_Z — азимутальная ошибка; w_X, w_Y — флуктуационные составляющие ошибок горизонтальных акселерометров; r — радиус-вектор местоположения ЛА.

Аномалии гравитационного ускорения G обычно изменяются медленно, причем характеристики этих изменений зависят от координат места ЛА и от направления и скорости его движения. Скорости собственных уходов осей ИНС также медленно изменяются и при этом содержат постоянные составляющие.

Рестриктивная модель возмущений и ошибок ИНС. Обычно быстро изменяющиеся шумовые составляющие собственных ошибок навигационных измерений считаются независимыми белыми гауссовскими шумами с нулевыми средними и известными спектральными плотностями мощности [4]. Такая исключительно стохастическая модель объясняется флуктуациями собственных ошибок измерений.

При описании нерегулярных медленно изменяющихся составляющих ошибок акселерометров ИНС и навигационных корректоров наибольшее распространение получила марковская диффузионная модель [4], выражаемая стохастическими дифференциальными уравнениями.

Изменяющиеся при движении ЛА составляющие вектора ΔG неоднородностей гравитационного поля в стохастической модели описываются независимыми марковскими случайными процессами, соответствующими стохастическим дифференциальным уравнениям

$$\begin{aligned} \Delta \dot{G}_X &= -\frac{V}{R_G} \Delta G_X + W_{GX}, \\ \Delta \dot{G}_Y &= -\frac{V}{R_G} \Delta G_Y + W_{GY}, \end{aligned} \quad (2)$$

где V — скорость ЛА; R_G — радиус пространственной корреляции неоднородностей гравитационного поля (поле статистически однородно); W_{GX}, W_{GY} — независимые белые гауссовские процессы, порождающие неоднородности и имеющие равные нулю средние.

Подобная стохастическая модель традиционно используется при описании возмущений навигационных комплексов, но является не вполне адекватной физической реальности для некоторых из этих возмущений. Стохастическая природа собственных быстро изменяющихся флуктуационных ошибок навигационных измерений не вызывает сомнений. Однако медленно изменяющиеся процессы, вызывающие уход осей гиростабилизированной ИНС, и возмущения, вызванные гравитационными аномалиями, рассматривать как исключительно стохастические и гауссовские достаточно проблематично. Возмущения в гауссовских стохастических моделях ИНС теоретически могут иметь любую величину. Однако на практике в режиме нормальной работы ИНС низкочастотные составляющие ошибок не выходят за некоторые пределы, являясь ограниченными величинами с неизвестными распределениями. Например, неоднородности гравитационного поля Земли плавно изменяются, ограничены по своей природе и имеют неизвестное распределение. Аналогично этому, исключительно стохастическое описание геомагнитного поля и неоднородностей атмосферы представляется спорным.

Более естественным представляется описание медленно изменяющихся процессов исходя из предположения об их ограниченности некоторыми пределами при отсутствии известных законов их распределения. Эти пределы известны из навигационной практики и результатов специальных исследований. Такое описание соответствует рестриктивным моделям, рассмотренным в работе [5].

В моделях вида (2) вместо соответствующих гауссовских белых процессов используются ограниченные по модулю неопределенные функции времени U , такие что

$$|U| \leq C, \quad (3)$$

где C — постоянные, ограничивающие возмущения и скорости их изменения.

В общем случае вследствие линейности (в первом приближении) дифференциальных уравнений (1), описывающих динамику ошибок и возмущений ИНС, их можно объединить в одно линейное векторное дифференциальное уравнение

$$\dot{X} = DX + w; \quad (4)$$

здесь D — матрица динамики ошибок навигационного комплекса, w — вектор значений неограниченных возмущений.

Измерения ошибок продольной и поперечной составляющих координат места ЛА можно объединить в единый вектор измерений Z . Они в первом приближении линейно связаны с вектором состояния X и могут быть выражены линейной зависимостью вида

$$Z = HX + v, \quad (5)$$

где H — матрица измерений, v — вектор собственных ошибок измерений.

Дискретную форму векторных уравнений эволюции ошибок ИНС (4) и измерений (5) получаем путем эйлеровой дискретизации их с малым шагом $\tau_k = t_{k+1} - t_k$, пренебрегая членами порядка $O(\tau)$:

$$X_{k+1} = F_{k+1/k}X_k + w_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (6)$$

$$Z_{k+1} = H_{k+1}X_{k+1} + v_{k+1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (7)$$

$$F_{k+1/k} = I + D\tau_k;$$

матрица H_{k+1} формируется в зависимости от набора параметров измерений. Случайные ошибки измерений v_k и случайные возмущения w_k — взаимно независимые белые гауссовские последовательности с нулевыми средними и ковариационными матрицами V_v, V_w .

Обработка навигационной информации при рестриктивных моделях ошибок и возмущений ИНС. Ошибки ИНС имеют случайную природу и подчиняются гауссовскому или полигауссовскому закону распределения [6, 7]. Однако если все параметры стохастической модели не известны заранее, решение задачи обработки навигационной информации значительно усложняется. Тогда при определении поправок к инерциальному навигационному счислению необходимо адаптировать алгоритм фильтрации к неизвестным параметрам модели. Решение таких задач описано во многих трудах по адаптивной фильтрации. Например, в работах [8, 9] рассматриваются такие алгоритмы, как банки фильтров, пульсирующий фильтр и др.

Несмотря на широкое распространение стохастических моделей возмущений ИНС, вызывает сомнение их применимость к описанию медленно изменяющихся возмущений. В связи с этим принимается дополнительная модель ограниченных по модулю (рестриктивных) возмущений ИНС (3), статистические характеристики которых неизвестны. В этом случае одна часть возмущений (например, гравитационные аномалии) может описываться рестриктивными моделями, а другая часть — стохастическими. Дискретная форма уравнений ошибок ИНС примет вид

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= F_{k+1/k} X_k + B_k U_k + w_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \\ |U_k| &\leq C_k, \end{aligned} \quad (8)$$

где B_k — матрица ограниченных возмущений U_k ; C_k — вектор геометрических ограничений возмущений U_k . Критерий минимума среднеквадратической ошибки оценивания в этом случае достаточно условен из-за неопределенности ограниченных возмущений и отсутствия известного закона их распределения. Стандартные отклонения этих возмущений также не определены, но при любом законе распределения они не превышают C_k .

В общем случае, если все параметры стохастической модели (6), (7) определены, оптимальный по минимуму среднеквадратической ошибки алгоритм нахождения поправок $X_{k/k}^*$ счисления ИНС — это фильтр Калмана [10, 11]:

$$\begin{aligned} X_{k+1/k}^* &= F X_k^* + w_k, \\ P_{k+1/k} &= F P_{k/k} F^T + V_w, \\ K_{k+1} &= P_{k+1/k} H^T (H P_{k+1/k} H^T + V_v)^{-1}, \\ X_{k+1}^* &= X_{k+1/k}^* + K_k (Z_{k+1} - H X_{k+1/k}^*), \\ P_{k+1/k+1} &= (I - K_{k+1} H) P_{k+1/k}, \\ X_{0/0}^* &= X^*(0), \quad P_{0/0} = P(0); \end{aligned} \quad (9)$$

здесь $P(0)$ — диагональная матрица вида

$$P(0) = \text{diag}(\sigma_{\Delta l_X} \quad \sigma_{\Delta l_Y} \quad \sigma_{\Delta V_X} \quad \sigma_{\Delta V_Y} \quad \sigma_{P_X} \quad \sigma_{P_Y} \quad \sigma_{P_Z} \quad \sigma_{\omega_{\text{др} X}} \quad \sigma_{\omega_{\text{др} Y}} \quad \sigma_{\omega_{\text{др} Z}} \quad \sigma_{\Delta G_X} \quad \sigma_{\Delta G_Y}).$$

Однако этот алгоритм не допускает оценивания компонент вектора U .

Рестриктивный фильтр, рассмотренный в работе [5], позволяет получить необходимые оценки ошибок и возмущений ИНС (8), учитывая существующие ограничения:

$$\begin{aligned} X_{k+1/k+1}^* &= (F X_{k/k}^* + B U_{k/k+1}^*) + ((F P_{k/k} F^T + Q_k)^{-1} + \\ &+ H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} (Z_{k+1} - H(F X_{k/k}^* + B U_{k/k+1}^*)), \\ P_{k+1/k+1} &= \left((F P_{k/k} F^T + Q + B S B^T)^{-1} + H^T R^{-1} H \right)^{-1}, \\ U_{k/k+1}^* &= \begin{cases} U_{k/k+1}^0 & \text{при } |U_{k/k+1}^0| \leq C, \\ C \text{sign} U_{k/k+1}^0 & \text{при } |U_{k/k+1}^0| > C, \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

$$U_{k/k+1}^0 = SB^T H^T (H (FPF^T + BSB^T + Q) H^T + R^{-1})^{-1} \times \\ \times (Z_{k+1} - H (FX_{k/k}^* + BU_{k/k+1}^*)),$$

$$X_{0/0}^* = X^*(0), \quad P_{0/0} = P(0), \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где R — ковариационная матрица собственных ошибок измерений Z ; S — диагональная матрица максимальных параметров разброса значений вектора ограниченных возмущений U ; Q — ковариационная матрица возмущений w .

Несмотря на то, что коэффициент усиления на шаге $k + 1$ определяется калмановским выражением — матричным уравнением Риккати, система уравнений (10) не является фильтром Калмана. Оценки предсказания $FX_{k/k}^* + BU_{k/k+1}^*$ зависят от решения $X_{k+1/k+1}^*$, опорной траектории Z_{k+1} и имеют рестриктивный вид. Поэтому рестриктивным является решение $X_{k+1/k+1}^*$, отличное от калмановского.

Пример рестриктивной фильтрации. Рассмотрим навигационный комплекс, содержащий ИНС полуаналитического типа и корректируемый по данным датчиков движения. Моделировалась точность оценивания ошибок работы ИНС: ошибок продольной Δl_Y [м] и боковой Δl_X [м] дальностей полета ЛА; ошибок северной ΔV_X [м/с] и восточной ΔV_Y [м/с] составляющих его скорости; ошибок углов горизонтирования гироплатформы ИНС P_X, P_Y [угл. мин]; азимутальной ошибки P_Z [угл. мин]; ошибок угловых скоростей дрейфа гироскопов $\omega_{др X}, \omega_{др Y}, \omega_{др Z}$ [град/ч]; ошибок горизонтальных составляющих вектора гравитационных аномалий $\Delta G_X, \Delta G_Y$ [м/с²]. При оценке горизонтальных составляющих вектора ограниченных ветровых возмущений U_X, U_Y [м/с] предполагалось, что они являются неопределенными нестохастическими ограниченными процессами. Остальные возмущения генерировались как стохастические с нормальным законом распределения.

Результаты моделирования на ЭВМ получены при следующих значениях исходных данных: $\sigma_{\Delta l_X} = \sigma_{\Delta l_Y} = 100$ м; $\sigma_{\Delta V_X} = \sigma_{\Delta V_Y} = 5$ м/с; $\sigma_{P_X} = \sigma_{P_Y} = 3$ угл. мин; $\sigma_{P_Z} = 30$ угл. мин; $\sigma_{\omega_{др X}} = \sigma_{\omega_{др Y}} = 0,1$ град/ч; $\sigma_{\omega_{др Z}} = 0,3$ град/ч; $\sigma_{\Delta G_X} = \sigma_{\Delta G_Y} = 9,8 \cdot 10^{-5}$ м/с²; $\sigma_{w_X} = \sigma_{w_Y} = 0,005$ м/с²; $\sigma_{Z_1} = \sigma_{Z_2} = 100$ м; $S_X = S_Y = 1,5$ м/с; $|C_X| = |C_Y| = 0,5$ м/с. Истинное значение ветровых возмущений принято равным $E_X = E_Y = -0,5$ м/с.

Начальные значения компонент вектора X состояния ошибок ИНС были заданы следующими: $\Delta l_X = \Delta l_Y = 100$ м; $\Delta V_X = \Delta V_Y = 5$ м/с; $P_X = P_Y = 3$ угл. мин; $P_Z = 30$ угл. мин; $\omega_{др X} = \omega_{др Y} = 0,1$ град/ч; $\omega_{др Z} = 0,3$ град/ч; $\Delta G_X = \Delta G_Y = 9,8 \cdot 10^{-5}$ м/с². Скорость ЛА состав-

ляла $V = 300$ м/с, радиус пространственной корреляции гравитационного поля $R_G = 10$ км.

На рис. 1–5 приведена точность оценивания $\delta X = X - X^*$ некоторых компонент вектора состояния ошибок ИНС для случая равномерного прямолинейного движения ЛА. Интегрирование уравнений (10)

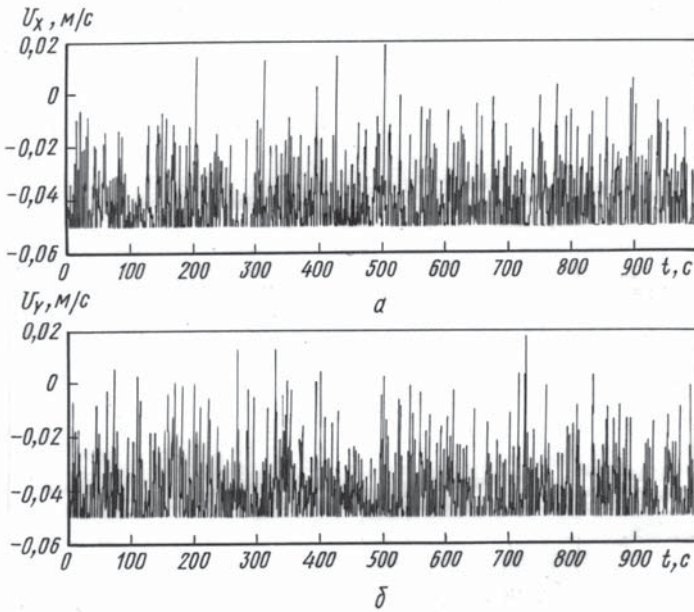


Рис. 1. Оценки ошибок горизонтальных составляющих U_X (а), U_Y (б) неопределенных ограниченных ветровых возмущений

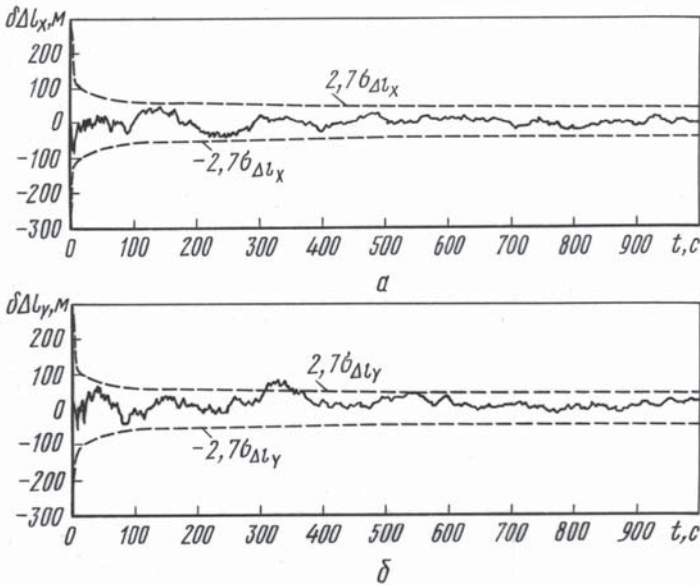


Рис. 2. Точность оценивания ошибок горизонтальных координат ЛА Δl_X (а), Δl_Y (б)

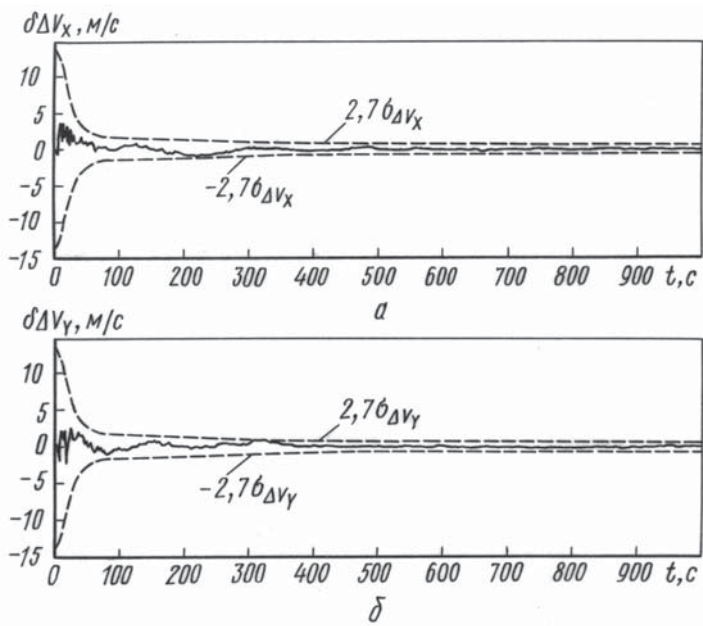


Рис. 3. Точность оценивания ошибок горизонтальных составляющих скорости ЛА ΔV_X (а), ΔV_Y (б)

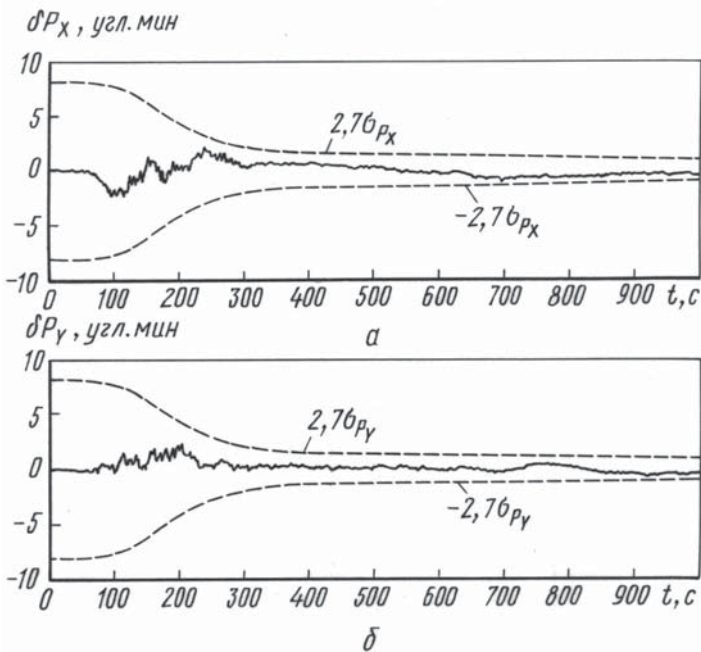


Рис. 4. Точность оценивания ошибок углов горизонтирования гиросплатформы ИНС P_X (а), P_Y (б)

проводилось методом Рунге–Кутты четвертого порядка с постоянным шагом интегрирования 1 с. Время моделирования составляло 1000 с реального полета ЛА.

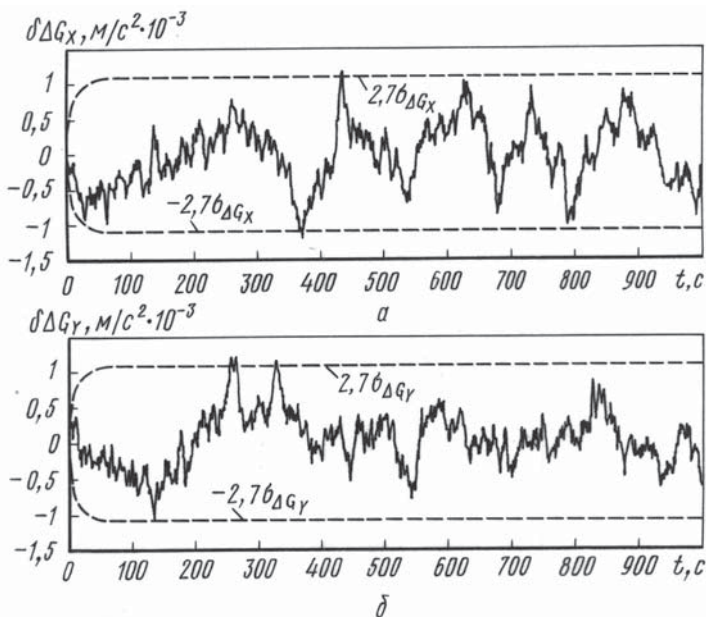


Рис. 5. Точность оценивания ошибок горизонтальных составляющих гравитационных аномалий ΔG_x (а), ΔG_y (б)

Результаты расчетов показали, что с использованием рестриктивно-го фильтра достаточно точно оцениваются компоненты вектора нестохастических возмущений U (см. рис. 1). Оценки сосредоточены вблизи истинных значений и в 60–70 % случаев совпадают с ними.

Анализ большого числа экспериментальных данных показал, что практически во всех случаях после переходного процесса ошибки оценивания располагаются в интервале ± 50 м по горизонтальным координатам (см. рис. 2), $\pm 1 \dots 2$ м/с по горизонтальным составляющим скорости (см. рис. 3), $\pm 1 \dots 2$ угл. мин по углам горизонтирования гироскопов (см. рис. 4) и $\pm 10^{-3}$ м/с² по величине горизонтальных составляющих гравитационных аномалий (см. рис. 5).

Большое внимание при моделировании уделялось исследованию устойчивости алгоритма и точности оценивания фазовых координат при грубой начальной выставке ИНС. С помощью моделирования было установлено, что рассматриваемый алгоритм допускает большие ошибки начальной выставки ИНС без нарушения устойчивости, изменения длительности переходного процесса и установившейся точности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А н д р е е в В. Д. Теория инерциальной навигации. Автономные системы. – М.: Наука, 1966. – 580 с.
2. А н д р е е в В. Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. – М.: Наука, 1967. – 648 с.

3. Белоглазов И. Н., Джанджгава Г. И., Чигин Г. П. Основы навигации по геофизическим полям. – М.: Наука, 1985. – 328 с.
4. Ривкин С. С., Ивановский Р. И., Костров А. В. Статистическая оптимизация навигационных систем. – Л.: Судостроение, 1976. – 280 с.
5. Поддубный В. В. Методы инвариантного погружения и аппроксимации в рестриктивных задачах управления и фильтрации. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1993. – 276 с.
6. Fagin S. Z. A unified approach to the error analysis of augmented dynamically exact inertial navigation systems // IEEE Trans. – 1964. – V. ANE-11. – № 4. – P. 234–248.
7. Ferraro A., Zucifredi A. Due esempi di applicazione del filtro di Kalman ad equiggiamenti integrati di navigazione // Tecnica Italiana. – 1971. – V. 36. – № 5. – P. 163–168.
8. Magill D. T. Optimal adaptive estimation of sampled stochastic processes // IEEE Trans. – 1965. – V. AC-10. – № 4. – P. 434–439.
9. Язвинский А. Г. Метод адаптивного оценивания // Управление в пространстве. Т. 2. – М.: Наука, 1975. – С. 38–42.
10. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. – М.: Наука, 1977. – 392 с.
11. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. – М.: Энергия, 1973. – 440 с.

Статья поступила в редакцию 27.09.2004

Сергей Михайлович Асатуров родился в 1976 г., окончил в 2001 г. МГТУ им. Н.Э.Баумана. Аспирант кафедры “Аэрокосмические системы” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор 5 научных работ в области автоматических систем управления летательными аппаратами.

S.M. Asaturov (b. 1976) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2001. Post-graduate of “Aerospace Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 5 publications in the field of rocket and space engineering, automatic systems to control flying vehicles.

Владимир Викторович Зеленцов родился в 1933 г., окончил в 1957 г. МВТУ им. Н.Э.Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Аэрокосмические системы” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор более 50 научных работ в области проектирования ракетно-космической техники, автоматических систем управления летательными аппаратами.

V.V. Zelentsov (b. 1933) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1957. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Aerospace Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 50 publications in the field of rocket and space engineering, automatic systems to control flying vehicles.