

Игорь Дмитриевич Родионов родился в 1951 г. Д-р физ.-мат. наук. Заведующий лабораторией Института химической физики им. Н.Н. Семенова РАН, генеральный директор Научно-технического центра "Реагент". Автор 140 научных работ в области научного приборостроения, детекторов частиц и излучений, атомной физики.

I.D. Rodionov (b. 1951) – D. Sc. (Phys.-Math.), head of laboratory of Institute for Chemical Physics n. a. N.N. Sechenov of the Russian Academy of Sciences, general director of the research center "Reagent". Author of 140 publications in the field of scientific instrument engineering, detectors of particles and radiations, atom physics.

УДК 535.31

Д. В. Дерезовский, В. И. Алехнович,
И. Н. Пиотровская

УСТРАНЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ФУНКЦИИ РАССЕЯНИЯ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕФРАКТОМЕТРА

Показана возможность повышения точности рефрактометрических измерений (если априорно известны факторы, искажающие результат измерения) на основе анализа преобразования сигнала в автоматическом рефрактометре с учетом информации о функции рассеяния, из решения интегрального уравнения Фредгольма 1-рода. Точность измерения повышена на 40–60 %.

Автоматический рефрактометр применяется для контроля состава и свойств растворов в различных отраслях промышленности [1, 2]. Прибор позволяет определить показатель преломления с точностью 0,0001... 0,00001, т.е. до 0,01 % и даже до 0,001 % измеряемой величины. В основе методов отражательной рефрактометрии лежат измерения интенсивности световых потоков, отраженных поверхностью, разделяющей среды, одна из которых является контролируемой.

Измерения концентрации раствора автоматическим рефрактометром [3] сводятся к определению сдвига кривой углового распределения коэффициента отражения контролируемого раствора относительно такой же кривой эталонного раствора (рис. 1). Необходимую точность [4] корреляционной методики определения критического угла φ_k можно получить, учитывая форму кривой эталонного раствора. Однако в реальных условиях корреляция происходит на искаженных сигналах как эталонного, так и контролируемого раствора.

Сигнал при прохождении оптической системы формирования изображения искажается и на фотоприемном устройстве (ФПУ) вместо четкой границы между светом и тенью получается расплывчатая область распределения интенсивности. Вносимые искажения имеют

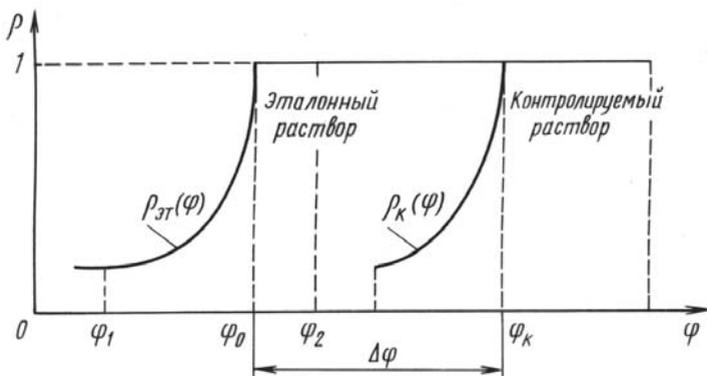


Рис. 1. Схема определения критического угла φ_k контролируемого раствора

как постоянные составляющие по полю изображения (дифракционное уширение, конечную разрешающую способность дискретного приемника), так и переменные составляющие, вносимые оптической системой из-за различных полевых аберраций.

В реальных условиях распределение освещенности на ФПУ от эталона и контролируемого раствора искажается. Если бы эти искажения не изменялись по полю изображения (изопланатическая оптическая система), то корреляционная методика давала бы незначительную погрешность, что подтверждается численными экспериментами (табл. 1).

Таблица 1
Зависимость смещения минимума корреляционной функции от коэффициента преломления для идеальных и равномерно искаженных сигналов

n	1,3357	1,3411	1,3465	1,3519	1,3576
$\Delta\varphi_{ид}$	19,38	57,85	96,93	136,72	179,34
$\Delta\varphi_{иск}$	19,38	57,85	96,94	136,73	179,36

Изменения вида корреляционной функции и положения минимума объясняются тем, что при прохождении сигнала через оптическую систему, формирующую изображение, вид исходного сигнала распределения $S_{вх}(h)$ изменяется [6]:

$$S_{вых}(x) = \int_{x_1}^{x_2} \Phi(x, h) S_{вх}(h) dh, \quad (1)$$

где $S_{вых}(x)$ — сигнал на выходе рефрактометра; $S_{вх}(h)$ — сигнал на входе; $\Phi(x, h)$ — функция рассеяния (рис. 2):

$$\Phi(x, h) = \frac{1}{a(x)\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x-h)^2}{a^2(x)}}, \quad (2)$$

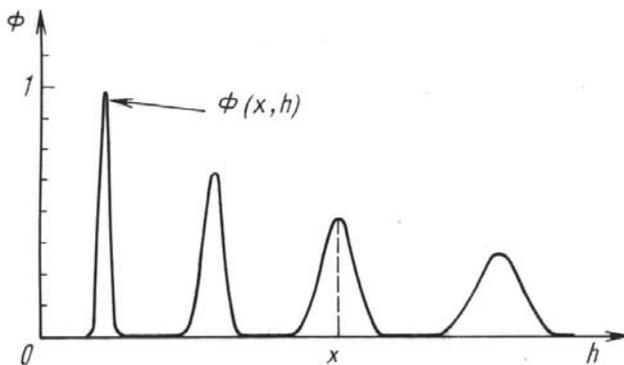


Рис. 2. Некогерентная функция рассеяния $\Phi(x, h)$

здесь $a(x)$ — функция концентрации энергии, которая в зависимости от x аппроксимируется функцией, монотонно увеличивающейся от центра оптической системы к краю, например линейной $a(x) = b + kx$, где b — радиус пятна рассеяния на оптической оси.

Из табл. 2 видно, что при больших показателях преломления ошибка в определении сдвига кривой контролируемого раствора достаточно велика. Поэтому необходимо восстановить исходное распределение отраженного света для эталонного и контролируемого растворов, получаемых с ФПУ по известной функции рассеяния, решив обратную задачу.

Таблица 2
Зависимость смещения минимума корреляционной функции от коэффициента преломления для идеальных и неравномерно искаженных сигналов

n	1,3357	1,3411	1,3465	1,3519	1,3576
$\Delta\varphi_{\text{ид}}$	19,38	57,85	96,93	136,72	179,34
$\Delta\varphi_{\text{иск}}$	19,39	57,89	97,02	136,82	179,46

Постановка обратной задачи восстановления неискаженного детерминированного сигнала (редукция к идеальному прибору). Необходимо решить задачу получения действительного изображения из изображения, получаемого на приемнике при известной функции рассеяния системы с учетом априорной информации об аппаратной функции прибора.

Входные данные для этой задачи следующие: интенсивность света на приемнике излучения для эталона и образца $S_{\text{вых}}(x) = I(x)$ и функция рассеяния оптической системы (2).

Интенсивность света на приемнике излучения определяется соот-

ношением

$$\int_0^b \Phi_x(h) I_{\text{ид}}(h) dh = I(x), \quad (3)$$

которое и определяет интегральное уравнение восстановления неискаженного распределения на входе $S_{\text{вх}}(x) = I_{\text{ид}}(x)$, где $I_{\text{ид}}(x)$ — интенсивность света в зависимости от координаты x в плоскости ФПУ.

Здесь функция $\Phi_x(h)$ определяет аберрации оптической системы в точке x , различные по полю зрения, и является ядром интегрального уравнения.

Уравнение (3) является уравнением Фредгольма 1-го рода, описывающим некорректно поставленную задачу редукции к идеальному прибору.

Решение обратной задачи восстановления неискаженного детерминированного сигнала. Малые возмущения функции $I(x)$, неизбежные, например, при экспериментальном определении, могут приводить к существенным изменениям функции $I_{\text{ид}}(x)$ или к тому, что решения вообще не существует. В работе [5] показано, что в этом случае следует использовать методы регуляризации. В работе [6] в качестве приближенного решения рекомендуется использовать функцию $I_{\text{ид}}^\alpha(x)$, реализующую минимальное значение сглаживающего функционала:

$$M^\alpha[I_{\text{ид}}, I] = \int_0^b \left[\int_0^b \Phi(x, h) I_{\text{ид}}(h) dh - I(x) \right]^2 dx + \alpha \int_0^b [p(h) I_{\text{ид}}^2(h) + q(h) \tilde{I}^2(h)] dh, \quad (4)$$

где α — параметр регуляризации ($\alpha > 0$); $p(x)$, $q(x)$ — весовые коэффициенты, в общем случае зависящие от координаты x в плоскости ФПУ и определяющие относительные степени влияния интенсивностей восстановленного распределения $I_{\text{ид}}(x)$ и его производной

$$\tilde{I}(x) = \frac{d}{dx} I_{\text{ид}}(x).$$

Очевидно, что данный функционал имеет минимум. Однако необходимо правильно выбрать параметры регуляризации α , $p(x)$, $q(x)$: если выбрать их слишком малыми, то решение окажется слишком “разболтанным”, если же их выбрать слишком большими, то решение окажется слишком “заглаженным”.

Эта задача решена приближенно с использованием конечно-разностной аппроксимации. Схема имеет порядок аппроксимации $O(s)^2$,

где s — шаг сетки по координате x . Полученная система линейных уравнений может быть решена с помощью метода Гаусса.

Описание метода решения. Рассмотрим решение (4) для случая $p = \text{const}$, $q = \text{const}$. Введем разностную сетку. Шаг сетки равен $s = b/m$, где m — число точек сетки. Тогда получим

$$\int_0^b \Phi(x, h) I_{\text{ид}}(h) dh = \sum_{i=0}^m \Phi_{ij} I_{\text{ид}i} s;$$

$$\tilde{I}_{\text{ид}i}(h) = \frac{I_{\text{ид}i+1} - I_{\text{ид}i}}{s}.$$

Уравнение (4) примет вид

$$M^\alpha = \sum_{i=0}^m s \left[\sum_{j=0}^m \Phi_{ij} I_{\text{ид}j} s - I_i \right]^2 + \alpha \sum_{j=0}^m p I_{\text{ид}i}^2 + q \left(\frac{I_{\text{ид}(i+1)} - I_{\text{ид}i}}{s} \right)^2. \quad (5)$$

Минимальное значение M достигается при таких значениях $I_{\text{ид}k}$, при которых выполняется условие

$$\frac{\partial M}{\partial I_{\text{ид}k}} = 0 \quad (k = 0 \dots m):$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial I_{\text{ид}k}} = & \sum_{i=0}^m s \left[2 \left\{ \sum_{j=0}^m \Phi_{ij} I_{\text{ид}j} s - I_j \right\} \Phi_{ik} s \right] + \\ & + \alpha \left[2s \left\{ p I_{\text{ид}k} + q \left(\frac{-I_{\text{ид}(i+1)} + I_{\text{ид}i}}{s^2} + \frac{I_{\text{ид}(i+1)} - I_{\text{ид}i}}{s^2} \right) \right\} \right] = 0. \end{aligned}$$

После преобразования получим

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^m \Phi_{ik} s \left(\sum_{j=0}^m \Phi_{ij} I_{\text{ид}j} s \right) - \sum_{i=0}^m s \Phi_{ik} I_i + \\ + \frac{\alpha}{s^2} (I_{\text{ид}k} (ps^2 + 2q) - I_{\text{ид}(k+1)} q - I_{\text{ид}(k-1)} q) = 0. \end{aligned}$$

Приняв $\bar{\Phi}_{kj} = \sum_{i=0}^m \Phi_{ik} \Phi_{ij} s^2$ и $g_k = \sum_{i=0}^m s \Phi_{ik} I_i$, получим систему линейных уравнений:

$$\sum_{j=0}^m \bar{\Phi}_{jk} I_{\text{ид}k} - g_k + \frac{\alpha}{s^2} (I_{\text{ид}k} (ps^2 + 2q) - I_{\text{ид}(k+1)} q - I_{\text{ид}(k-1)} q) = 0,$$

решая которые определим сеточную функцию $I_{\text{ид}k}$.

Численное моделирование. В настоящей работе решается интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода, в ядре которого $\Phi(x, h)$ (2) функция выбрана линейно возрастающей: $a(x) = b + kx$.

Равномерные искажения не вносят значительных погрешностей в результат, поэтому случай $k = 0$ мы рассматривать не будем. Так как $a(x)$ — возрастающая функция, то $k > 0$.

Рассмотрим, как влияет на результат изменение k при фиксированном b . На рис. 3 показана зависимость погрешности определения минимума корреляционной функции Δm [4] от k .

В реальных условиях k лежит в пределах $0,02 \dots 0,03$. Необходимая точность определения сдвига Δm составляет $0,1$ пикселя.

Восстановим исходное распределение, считая, что ядро (2) известно точно. Из рис. 4 видно, что восстановленный сигнал значительно отличается от неискаженного.

Большие всплески восстановленной функции на границе света и тени можно объяснить разрывностью производной в этой точке.

Система, формирующая изображение, вносит одинаковые изменения в сигналы как эталонного, так и контролируемого растворов, поэтому искаженные сигналы эталона и контролируемого раствора восстанавливаются не идеально: сигналы одинаково искажены. Корреляционная функция этих сигналов приведена на рис. 5, где изображена зависимость погрешности Δm определения минимума корреляционной функции для восстановленных сигналов от коэффициента k .

Из графика видно, что ошибка определения минимума для восстановленных сигналов примерно в 2 раза меньше, а это значит, что при максимальной первоначальной ошибке $0,16$ пикселя мы уменьшили ее до $0,08$ пикселя, что укладывается в необходимую точность.

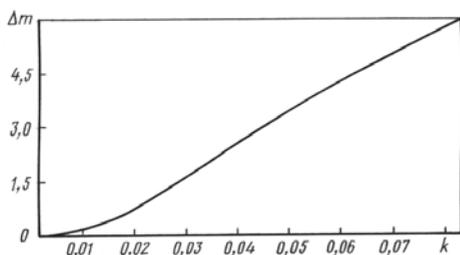


Рис. 3. Зависимость погрешности Δm определения минимума корреляционной функции от коэффициента k в функции $a(x) = b + kx$

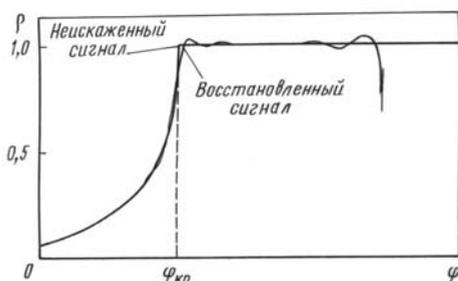


Рис. 4. Исходный и восстановленный сигнал

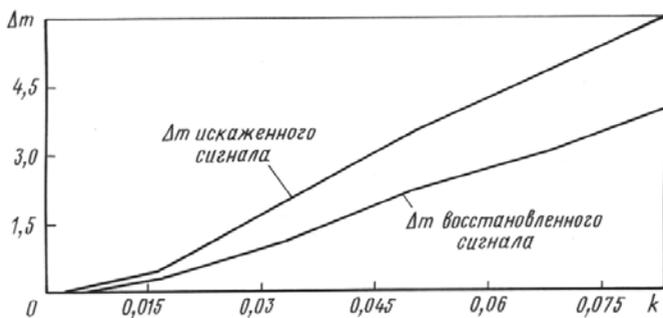


Рис. 5. Зависимость погрешности Δt определения минимума корреляционной функции для восстановленных сигналов от коэффициента k

Восстановление сигнала при функции рассеяния, заданной неточно. Ранее получены результаты при условии, что точно известны и сигнал, получаемый на ФПУ, и функция рассеяния (ФР). Однако на практике это не так. Функции рассеяния, которые известны из расчета оптической системы, изменяются при неточной юстировке. Промоделируем данную ситуацию и оценим влияние ошибки задания ФР на восстановление сигнала.

Искадим сигнал с коэффициентом $k = 0,025$ и будем восстанавливать его с коэффициентом $k = 0,017 \dots 0,029$ (рис. 6).

Из рисунка видно, что если коэффициент ядра восстановления меньше коэффициента ядра искажения, то при восстановлении ошибка уменьшается.

Выводы. 1. Показано, что функция рассеяния оптической системы автоматического рефрактометра вносит ошибки в результат измерений, превышающие допустимые значения, указанные в техническом задании. Эти ошибки увеличиваются при неточной юстировке прибора.

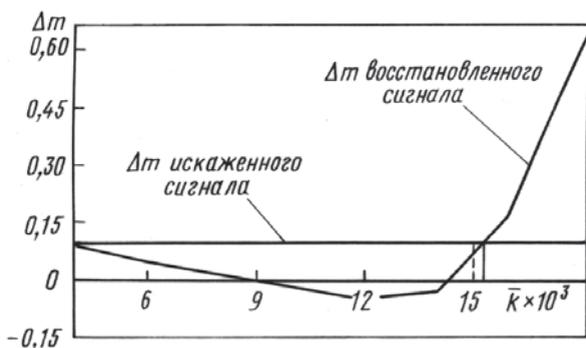


Рис. 6. Зависимость ошибки нахождения минимума для искаженного и восстановленного сигналов при постоянном ядре ФР и изменяющемся ядре восстановления

2. Разработана методика компенсации этих искажений, реализующая алгоритм регуляризации Тихонова.

3. Задачу решали с использованием конечно-разностной сетки, а полученную систему линейных уравнений — с использованием метода Гаусса. Результаты этого решения были наилучшими при средних значениях параметров регуляризации: $p = 0,001$, $q = 0,001$. По данной методике удалось уменьшить погрешность на 40...60 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лейкин М. В., Молочников Б. И., Морозов В. Н., Шакирян Э. С.. Отражательная рефрактометрия. – Л.: Машиностроение, 1983. – 240 с.
2. Иоффе Б. В. Рефрактометрические методы химии. – Л: Химия, 1974. – 400 с.
3. Алехнович В. И., Дерезовский Д. В., Тюменцев С. Ю. Автоматический рефрактометр для измерения состава и свойств пищевых сред // IV Всерос. науч.-техн. конф. Состояние и проблемы технических измерений. – 1997. – С. 351–352.
4. Алехнович В. И., Дерезовский Д. В. Корреляционный метод определения критического угла для автоматического рефрактометра // Изв. вузов. Приборостроение. – 2001. – № 3.
5. Араманич И. Г., Левин В. И. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1964. – 240 с.
6. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 288 с.

Статья поступила в редакцию 28.06.2005

Дмитрий Валерьевич Дерезовский родился в 1974 г., окончил МГТУ им. Н.Э.Баумана в 2001 г. Канд. техн. наук. Специализируется в области информационных технологий.

D.V. Derezovsky (b. 1974) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2001. Ph. D. (Eng.). Specializes in the field of information technologies.

Валентин Иванович Алехнович родился в 1952 г., окончил МВТУ им. Н.Э.Баумана в 1975 г. и МГУ им. М.В.Ломоносова в 1979 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор 40 научных работ в области математического моделирования оптико-электронных и лазерных систем.

V.I. Alekhovich (b. 1952) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1975 and the Moscow State University n. a. M.V. Lomonosov in 1979. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Laser Optical-and-Electronic Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 40 publications in the field of mathematical simulation of opto-electronic and laser systems.

Пиотровская Ирина Николаевна родилась в 1974 г., окончила МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1998 г. Ассистент кафедры “Оптико-элетронные приборы научных исследований”. Специализируется в области оптических приборов для научных исследований.

I.N. Piotrovskaya (b. 1974) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 1998. Junior member of teaching of “Optical and Electronic Research Instruments” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of optical research instruments.