Александр Юрьевич Быков родился в 1969 г., окончил в 1990 г. ВИКИ им. А.Ф. Можайского. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Информационная безопасность” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 20 научных работ в области информационной безопасности, имитационного моделирования.

A.Yu. Bykov (b. 1969) graduated from the Military Academy n.a. A.F. Mozhaisky in 1990. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Data Safety” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 20 publications in the field of data safety, imitation modeling.

Георгий Александрович Гришин родился в 1979 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2003 г. Доцент кафедры “Информационная безопасность” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 4 научных работ в области информационной безопасности.

A.G. Grishin (b. 1979) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2003. PhD (Eng) of “Data Safety” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 4 publications in the field of the information safety.

УДК 681.326

Г. А. Гришин

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИИ ХЕВИСАЙДА ПРИ АНАЛИЗЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Разработана математическая модель динамики управляемого коммутатора Gigabit Ethernet — одного из основных узлов современных телекоммуникационных систем. При синтезе модели был применен оригинальный подход, отличный от широко распространенного подхода на основе теории систем массового обслуживания. Созданная модель учитывает переменный размер кадра и вариацию межкадрового интервала, а также уровень загрузки коммутационного устройства.

Рассмотрим систему $M|M|1$, т.е. однолинейную систему массового обслуживания (СМО) с ожиданием (буфером неограниченной емкости), в которую поступает простейший поток запросов интенсивностью λ, а время обслуживания запросов имеет показательное распределение с параметром μ.

Анализируя поведение этой системы, легко установить, что процесс i_t (число запросов в системе в момент времени t) является процессом гибели и размножения с параметрами:

$$\begin{aligned} &\gamma_0 = \lambda; \\ &\gamma_i = \lambda + \mu, \quad i \geqslant 1. \end{aligned} \tag{1}$$

Параметр ρ, характеризующий соотношение интенсивности входящего потока и интенсивности обслуживания и называемый коэффициентом загрузки системы, играет важную роль в теории очередей.

Проверяя условие существования стационарного распределения процесса i $(t > 0)$, получим, что стационарное распределение числа запросов в рассматриваемой системе существует, если выполняется условие

$$\rho < 1. \tag{2}$$

Будем далее считать это условие выполненным.

Отметим, что для большинства однолинейных СМО условие существования стационарного распределения числа запросов в системе имеет вид (2), что хорошо согласуется с интуитивными соображениями: для того чтобы в системе не накапливалась бесконечная очередь, необходимо, чтобы запросы в системе в среднем обслуживались быстрее, чем они туда поступают [1–4].

Итак, мы можем сформулировать следующее утверждение.

Стационарное распределение π_i $(i > 0)$ числа запросов в системе $M|M|1$ определяется следующим образом:

$$\pi_i = \rho_i(1 - \rho), \quad i \geqslant 0. \tag{3}$$

Отсюда следует, что вероятность π_0 того, что в произвольный момент времени система простаивает, равна $1 - \rho$, а среднее число L запросов в системе определяется формулой

$$L = \sum_{i=0}^{\infty} i\pi_i = \frac{\rho}{1-\rho}. \tag{4}$$

Средняя длина $L_{\text{о}}$ очереди определяется формулой

$$L_{\text{о}} = \sum_{i=1}^{\infty} (i-1)\pi_i = L - \rho = \frac{\rho^2}{1-\rho}. \tag{5}$$

В ситуациях, когда распределение интервалов во входящем потоке и распределение времени обслуживания неизвестны, а известны только их средние значения, формулы (4) и (5) иногда используют для (грубой) оценки среднего числа запросов в системе и средней длины очереди в произвольный момент времени.

Как отмечалось, интересной характеристикой СМО является также распределение времени ожидания ω_t (т.е. времени с момента поступления в систему до момента начала обслуживания) запроса, поступившего в момент t.

Обозначим $W(x)$ стационарное распределение процесса ω_t:

$$W(x) = \lim_{t\to\infty} P\{\omega_t < x\}, \quad x \geq 0. \tag{6}$$

Предположим, что запросы обслуживаются в порядке их поступления в систему. Иногда такая дисциплина выбора из очереди для краткости кодируется как FIFO (First In – First Out — первым пришел – первым обслужен) или, что означает то же самое, FCFS (First Came – First Served).

Рассмотрим теперь СМО $M|M|1|n$, т.е. однолинейную систему с буфером ограниченной емкости. Запрос из входящего потока, заставший прибор занятым, ожидает начала обслуживания в буфере, если в нем имеется свободное место. Если же все n мест для ожидания заняты, запрос покидает систему необслуженным (теряется).

Обозначим i_t, $(t > 0)$ число запросов в системе в момент t. Этот процесс может принимать значения во множестве $\{0, 1, \ldots, n\}$. Нетрудно убедиться, что процесс является процессом гибели и размножения и ненулевые параметры λ_i, μ_i определяются следующим образом: $\lambda_i = \lambda$, $0 \leq i \leq n$, $\mu_i = \mu$, $0 \leq i \leq n$. Тогда, из формулы для стационарных вероятностей процесса гибели и размножения следует, что стационарные вероятности числа запросов в рассматриваемой системе имеют вид

$$\pi_i = \rho^i \frac{1-\rho}{1+\rho^{n+1}}, \quad 0 \leq i \leq n. \tag{7}$$

Одной из важнейших характеристик систем, в которых возможна потеря запросов, является вероятность P_{loss} того, что произвольный запрос будет потерян. Для рассматриваемой СМО можно показать, что вероятность потери произвольного запроса совпадает с вероятностью того, что в произвольный момент времени все места для ожидания заняты, т.е. справедлива формула

$$P_{loss} = \rho^n \frac{1-\rho}{1+\rho^{n+1}}. \tag{8}$$

Формулу (8) можно использовать для планирования необходимого размера буфера в зависимости от загрузки системы и значения допустимой вероятности потери запроса в системе.

Отметим, что, в отличие от системы $M|M|1$, стационарное распределение числа запросов в данной системе существует при любых конечных значениях коэффициента загрузки ρ. При $\rho = 1$ вычисления по формулам (7) и (8) можно выполнить, используя правило Лопиталя.

Возникает закономерный вопрос, как будет вести себя управляемый коммутатор, если уровень загрузки канала будет оставаться постоянным, но размер кадра и длительность межкадровой паузы будут изменяться. Дать ответ на этот вопрос, оставаясь в рамках классических моделей на основе СМО, не представляется возможным, поэтому

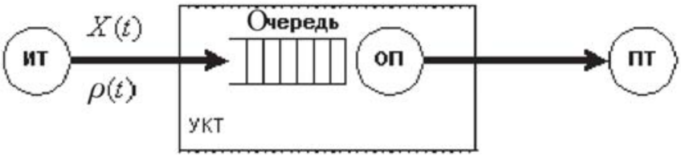

Рис. 1. Функциональная схема управляемого коммутатора в терминах СМО

требуется разработка и изучение модели, учитывающей эти особенности.

Рассмотрим в качестве СМО управляемый коммутатор.

Базовую функциональную модель управляемого коммутатора можно создать на основе положений теории массового обслуживания. При этом управляемый коммутатор в первом приближении представляется одноканальной СМО с конечным входным буфером и дисциплиной обслуживания заявок FIFO. Функциональная модель системы приведена на рис. 1.

В терминах теории массового обслуживания коммутационная матрица и процессор представляются как обслуживающий прибор (ОП), входной буфер — как очередь, кадры — как заявки, которые генерирует источник трафика (ИТ). Нагрузкой коммутатора является потребитель трафика (ПТ). Уровень загрузки входного канала выражается через интенсивность потока заявок $\rho(t)$. Вектор состояния канала обозначим через $\mathrm{X}(t)$. Если принять допущение об однородности трафика, тогда каждое состояние канала k (номер сгенеренного кадра) будет состоять из двух фаз: межкадровой паузы $p-$ и передачи кадра $p+$. Длительность межкадрового интервала обозначим $\tau_p[k]$, а длительность передачи кадра $\tau_f[k]$. Процесс передачи кадров показан на рис. 2.

Длительность фазы $p+$ связана с размером кадра $l_f[k]$ соотношением

$$\tau_f[k] = \frac{l_f[k]}{\nu_{bc}}, \tag{9}$$

где ν_{bc} — битовая скорость канала, постоянный аппаратный параметр.

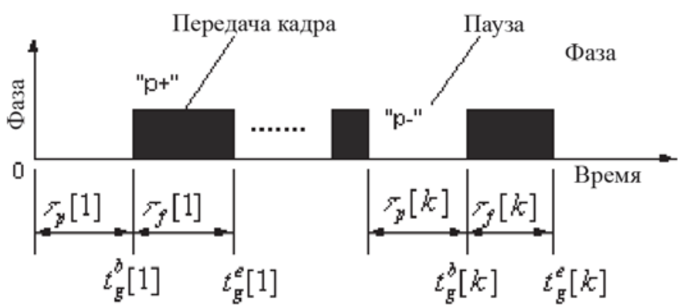

Рис. 2. Диаграмма процесса передачи кадров в канале

Начало передачи кадра k характеризуется временной отметкой $t_g^b[k]$, а окончание отметкой $t_g^e[k]$.

Современные локальные сети строятся на основе коммутаторов Ethernet [3]. В последнее время появились коммутаторы, которые помимо стандартной задачи коммутации выполняют задачи фильтрации кадров Ethernet. Такие устройства называются управляемыми коммутаторами, они работают на канальном уровне, осуществляя фильтрацию кадров Ethernet на основе MAC-адресов. Иначе говоря, управляемые коммутаторы — это межсетевые экраны, работающие на канальном уровне.

Подобные межсетевые экраны применяются в сетях, где необходимо обеспечить безопасность, физически разделяя трафик между сегментами сети.

Для эффективного воздействия на системы такого рода необходимо разработать адекватную математическую модель.

Функциональная модель межсетевого экрана базируется на теории массового обслуживания. При этом межсетевой экран представляется как одноканальная СМО с отказами и дисциплиной обслуживания FIFO.

На вход СМО поступает поток заявок, который описывается двумя случайными величинами: $\tau_p[k]$ — длительностью межкадрового интервала и $l_f[k]$ — размером кадра. Битовая скорость коммутации ν_c принимается постоянной, так как является аппаратным параметром.

Входной буфер коммутатора имеет ненулевую и конечную емкость, поэтому СМО относится к классу систем с ожиданием и потерями. Для систем СМО этого класса справедлив закон баланса, выражающийся в равенстве количества поступивших в систему заявок сумме количеств обслуженных, потерянных и находящихся в буфере. Потерянные заявки возникают в силу конечной емкости буфера при его переполнении. В качестве математической модели закона баланса используем выражение

$$S_q(t) = Q_g(t) - Q_{sw}(t) - Q_l(t), \tag{10}$$

которое определяет текущую длину очереди $S_q(t)$ в битах через функции $Q_g(t)$ (количество поступивших битов), $Q_{sw}(t)$ (количество прошедших битов), $Q_l(t)$ (количество потерянных битов).

Функции $Q_g(t)$, $Q_{sw}(t)$ и $Q_l(t)$ определяют количество битов к моменту времени t, определим их как интегралы от функций состояния $F_g(\bullet)$, $F_{sw}(\bullet)$ и $F_l(\bullet)$ в промежутке $[0, T]$:

$$S_q(t) = \int_0^T [\nu_{bc} F_g(\bullet) - \nu_{bc} F_l(\bullet) - \nu_c F_{sw}(\bullet)] dt. \tag{11}$$

Дальнейший синтез модели подразумевает определение функций $F_g(\bullet)$, $F_{sw}(\bullet)$ и $F_l(\bullet)$ как по аргументам, так и по внутренней структуре.

Учитывая дискретность процесса генерации кадров, моменты времени наступления $t_g^b[k]$ и окончания $t_g^e[k]$ фазы $p+$ выразятся следующим образом:

$$t_g^b[k] = t_g^b[k-1] + \tau_p[k], \quad t_g^b[0] = 0; \tag{12}$$

$$t_g^e[k] = t_g^b[k] + \frac{l_f[k]}{\nu_{bc}}, \tag{13}$$

где k — номер обрабатывающегося кадра, $k = 1, 2, 3, \ldots$.

Из выражений (12) и (13) следует, что функция $F_g(\bullet)$ имеет единичное значение внутри промежутка $t_g^b[k] \le t \le t_g^e[k]$, вне его она равна нулю. В этом случае функция состояния источника трафика в терминах непрерывного времени t выразится следующим образом:

$$F_g(t_g^b, t_g^e, t) = \sum_{k \in K} [1 - U(t_g^b[k] - t)][1 - U(t - t_g^e[k])], \tag{14}$$

где $U(\bullet)$ — функция Хевисайда.

При использовании подобного математического аппарата, а также алгоритмов функционирования устройств подобного класса раскрываются все функции $F(\bullet)$ и рассчитывается текущая длина очереди $S_q(t)$ (11). Это позволит определять не среднюю длину очереди, а конкретное значение в момент времени t.

Вывод. Созданная математическая модель учитывает переменный размер кадра и вариацию межкадрового интервала, а также уровень загрузки коммутационного устройства. Используя подобный подход, можно моделировать работу сетеобразующих устройств, таких как коммутатор, маршрутизатор и межсетевой экран.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1987. – 336 с.
2. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Приоритетные системы обслуживания. – М.: Изд-во МГУ, 1973. – 237 с.
3. Клейнрок Л. Коммуникационные сети / Пер. с англ. – М.: Наука, 1975. – 256 с.
4. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями / Пер. с англ. – М.: Наука, 1979. – 600 с.

Статья поступила в редакцию 19.05.2005