

К. С. К а л а ш н и к о в, Б. И. Ш а х т а р и н

**СИНХРОНИЗАЦИЯ OFDM-СИГНАЛОВ  
ВО ВРЕМЕННОЙ И ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТЯХ**

*Рассмотрены алгоритмы синхронизации OFDM-систем во временной и частотной областях, получены оценки их рабочих характеристик. Проведен сравнительный анализ алгоритмов с точки зрения их точности и эффективности аппаратной реализации.*

**E-mail: deadak-47@mail.ru**

**Ключевые слова:** ортогональное частотное разделение каналов, синхронизация, временная область, частотная область, OFDM.

Мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов (OFDM) широко распространено при построении современных телекоммуникационных систем. При приеме OFDM-сигналов особенно важна точная синхронизация приемника и передатчика во времени и по частоте. Успешное решение этой задачи позволяет в значительной степени повысить помехоустойчивость приемника. Вопросам синхронизации OFDM-систем посвящено множество исследований. Также ведется синтез новых и оптимизация известных алгоритмов в плане повышения рабочих характеристик и возможности аппаратной реализации. Существующие в настоящее время алгоритмы можно разделить на две основные группы. Первая предполагает анализ сигнала во временной [1–3], а вторая — в частотной областях [4, 5].

В настоящей работе проведен сравнительный анализ наиболее распространенных алгоритмов синхронизации как во временной, так и в частотной областях с точки зрения точности и затрат на аппаратную реализацию. Показано, что алгоритмы синхронизации во временной области требуют больших аппаратных затрат и позволяют добиться менее высокой точности оценок, из-за чего они применяются лишь на этапе грубой оценки временного и частотного рассогласования, а для точной оценки следует использовать алгоритмы, функционирующие в частотной области.

**Модель принимаемого OFDM-сигнала.** Рассматриваемый алгоритм синхронизации во временной области использует избыточность, предоставляемую защитным интервалом (циклическим префиксом) OFDM-символа. Структура OFDM-символа во временной области изображена на рис. 1.

Передаваемый OFDM-символ может быть представлен в виде

$$s(t) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} X_i e^{j\omega_i t}, \quad t \in [0; T_u], \quad (1)$$

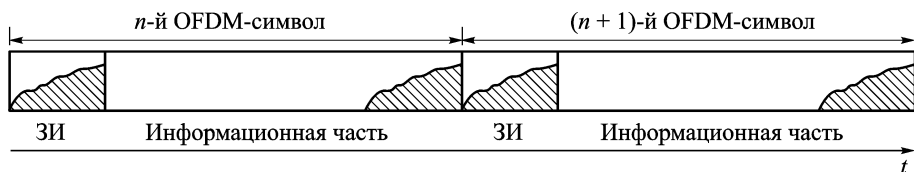


Рис. 1. OFDM-сигнал во временной области

где  $X_i$  — комплексная амплитуда  $i$ -й гармоники;  $\omega_i$  — частота;  $T_n$  — длительность информационной части символа;  $N$  — число поднесущих.

После введения защитного интервала выражение (1) принимает вид

$$s(t) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} X(i) e^{j\omega_i(t-T_g)}, \quad t \in [0; T_n + T_g],$$

где  $T_g$  — длительность защитного интервала.

Сигнал на входе приемника в условиях канала с АГБШ можно представить как

$$r(t) = s(t - \tau) e^{j(\Delta\omega t + \varphi_0)} + n(t) = s(t - \tau) e^{j[(n_\omega + \delta_\omega)\omega_c t + \varphi_0]} + n(t).$$

Здесь  $\tau$  — задержка между передачей и приемом сигнала;  $\Delta\omega$  — рассогласование приемника и передатчика по частоте;  $n_\omega$  — целая, а  $\delta_\omega$  — дробная части относительного частотного сдвига в единицах расстояния между поднесущими  $\omega_c$ ;  $\varphi_0$  — начальная фаза опорного генератора;  $n(t)$  — шумовая составляющая входного сигнала.

При многолучевом распространении сигнала в канале принимаемый сигнал описывается выражением

$$r(t) = \sum_i \alpha_i s(t - \tau_i) e^{j(\Delta\omega_i t + \varphi_i)} + n(t), \quad (2)$$

где  $\alpha_i$  — затухание,  $\tau_i$  — задержка,  $\varphi_i$  — фаза сигнала, распространяющегося вдоль  $i$ -го луча;  $\Delta\omega_i$  — частотное рассогласование, в общем случае также различное для разных лучей.

Для выделения поднесущих используется БПФ; сигнал в частотной области можно описать выражением

$$X_r(l, k) = \beta(\delta_\omega) H(k) X_t(l, k) \exp\left(j\left(-2\pi\delta_t(l) \frac{k}{N_{FFT}} + \varphi(l)\right)\right) + N(l, k);$$

$$\beta(\delta_\omega) = \frac{\sin(\pi\delta_\omega)}{\pi\delta_\omega}; \quad N(l, k) = N_\tau(l, k) + N_\omega(l, k) + N_n(l, k);$$

$$k \in \left[-\frac{N-1}{2}; \frac{N-1}{2}\right], \quad (3)$$

где  $l$  — номер символа;  $k$  — номер поднесущей в символе;  $X_t(l, k)$  — комплексная амплитуда  $k$ -й поднесущей в  $l$ -м передаваемом символе;

$H(k)$  — отсчеты комплексной частотной характеристики канала;  $\delta_t(l)$  — временное рассогласование окна БПФ и информационной части  $l$ -го символа, отнесенное к периоду дискретизации;  $N_{FFT}$  — размерность БПФ;  $\varphi(l)$  — набег фазы, обусловленный рассогласованием приемника и передатчика по частоте;  $N_n(l, k)$  — отсчеты белого гауссова шума. Ошибки временной синхронизации и многолучевое распространение в канале приводят к появлению межсимвольной интерференции, описываемой слагаемым  $N_\tau(l, k)$ , ошибки частотной синхронизации — к появлению интерференции между поднесущими OFDM-сигнала, выражающейся в ослаблении полезной составляющей сигнала на  $\beta(\delta_\omega)$  и появлении аддитивной помехи  $N_\omega(l, k)$ . В выражении (3) также пренебрегают зависимостью частотной характеристики канала от времени, так как она изменяется медленно по сравнению с символьной скоростью.

**Оценка временного и частотного рассогласования с использованием сигнала во временной области.** Дискретизированный сигнал во временной области  $r(k) = r(kT)$  можно считать гауссовым случайным процессом, причем

$$E(r(k) \cdot r^*(l)) = \begin{cases} \sigma_s^2 + \sigma_n^2 & \text{при } k = l; \\ \sigma_s^2 e^{-2\pi\delta_\omega} & \text{при } k - l = N_{FFT}; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (4)$$

Обозначим корреляционную функцию как

$$R(\theta) = \sum_{k=\theta-N_g}^{\theta-1} r(k) \cdot r^*(k - N_{FFT}).$$

Тогда, исходя из выражений (2) и (4), можно заключить, что  $|R(\theta)|$  будет иметь максимум при значении аргумента, соответствующем началу очередного символа, и

$$E(R(\hat{\theta})) = N_g \sigma_s^2 e^{-2\pi\delta_\omega},$$

где  $N_g$  — длина защитного интервала в единицах дискретных отсчетов. Таким образом, момент начала символа можно найти, определив значение аргумента функции  $R(\theta)$ , при котором ее модуль максимален, а оценка частотного рассогласования вычисляется как

$$\hat{\delta}_\omega = \frac{1}{2\pi} \arg R(\hat{\theta}). \quad (5)$$

Оптимальный алгоритм оценки частотного сдвига и временного рассогласования, предложенный в работе [2], предполагает поиск экстремума функции правдоподобия:

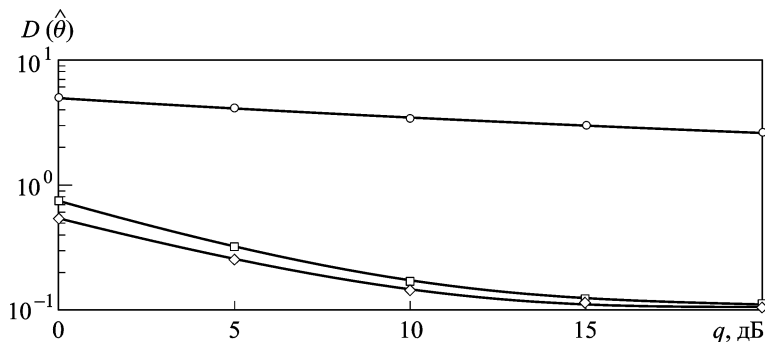
$$\lambda(\theta) = 2 \left| \sum_{k=\theta-N_g}^{\theta-1} r(k) \cdot r^*(k - N_{FFT}) \right| - \rho \sum_{k=\theta-N_g}^{\theta-1} (|r(k)|^2 + |r(k - N_{FFT})|^2), \quad \rho = \frac{q}{q+1},$$

где  $q$  — отношение сигнал/шум (ОСШ).

Экспериментальные исследования показывают, что поиск экстремума корреляционной функции дает менее высокую точность синхронизации по сравнению с оптимальным алгоритмом. Вместе с тем он не требует дополнительной оценки ОСШ, и, таким образом, является более простым в реализации. При моделировании алгоритмов были рассмотрены случаи использования как обычного, так и знакового корреляторов. В последнем случае для оценки частотного рассогласования использовалось значение корреляционной функции, вычисленное непосредственно согласно выражению (5) без знакового преобразования, так как последнее приводит к смещению полученной оценки.

На рис. 2 приведены экспериментальные зависимости дисперсии оценки временного рассогласования от ОСШ при применении обычного и знакового корреляторов, а также оптимального алгоритма [2]. При моделировании здесь и далее рассматривалась система, функционирующая в стандарте европейского наземного телевизионного вещания DVB-t [6]. Параметры модельного сигнала: режим передачи  $8k$ , относительная длительность защитного интервала  $1/4$ , модуляция поднесущих — QPSK.

Результаты моделирования показывают, что применение знакового коррелятора позволяет добиться точности синхронизации, сравнимой с точностью оптимального алгоритма, и, таким образом, его применение является предпочтительным для оценки начала OFDM-символа во временной области.



**Рис. 2.** Экспериментальные зависимости дисперсии оценки временного рассогласования от ОСШ при применении обычного (о) и знакового (□) корреляторов, а также оптимального алгоритма (◇) [2]

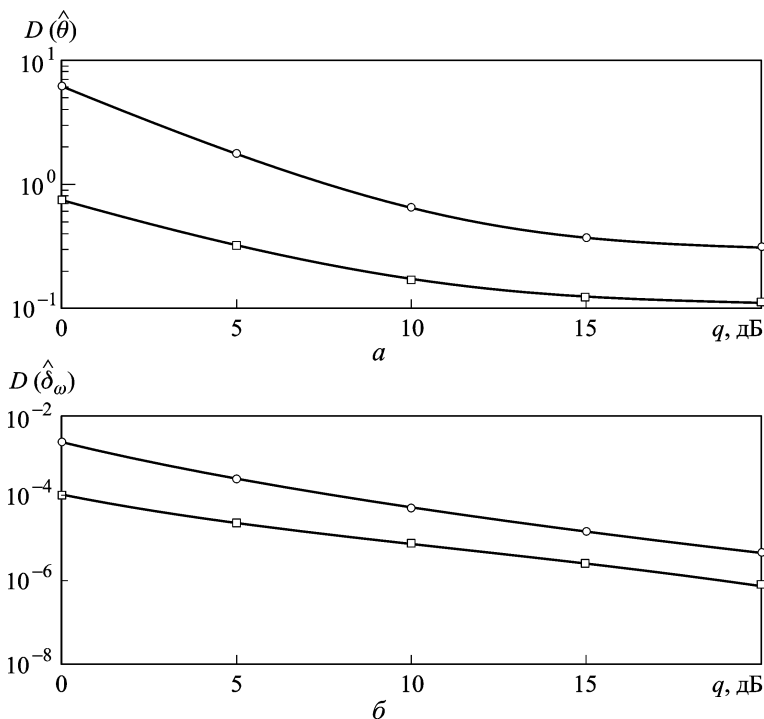


Рис. 3. Экспериментальные зависимости дисперсии оценки временного (а) и относительного частотного (б) рассогласований от ОСШ при применении знакового коррелятора в условиях гауссового (□) и рэлеевского (○) каналов

Рассмотренный алгоритм применим и в условиях многолучевого распространения сигнала в канале. Однако при этом наблюдается ухудшение рабочих характеристик. На рис. 3 приведены экспериментальные зависимости дисперсии оценки временного и частотного рассогласований от ОСШ для канала с АГБШ и рэлеевского многолучевого канала, описанного моделью, представленной в стандарте DVB-t.

Основные аппаратные затраты при реализации рассмотренного алгоритма связаны с вычислением корреляционной функции  $R(\theta)$ . В частности, задержка сигнала на  $N_{FFT}$  отсчетов и суммирование в пределах длины защитного интервала требуют большой используемой памяти. Применение знакового коррелятора позволяет сократить объем памяти, необходимый для обеспечения суммирования, за счет снижения разрядности хранимых данных.

**Оценка временного рассогласования с использованием сигнала в частотной области.** Ошибки временной синхронизации приводят к искажению фазового спектра сигнала на множитель

$$\exp\left(-j2\pi\delta_t(l)\frac{k}{N_{FFT}}\right).$$

При этом рассогласование по частоте дискретизации может привести к дрейфу начала символа и, как следствие, к существенному

изменению величины  $\delta_t$  от символа к символу. Это значительно затрудняет оценку параметров канала и демодуляцию сигнала. Таким образом, необходима компенсация влияния остаточного временного рассогласования в частотной области. Оценку  $\delta_t$  возможно проводить путем вычисления разности фаз между пилот-сигналами в пределах OFDM-символа согласно выражению

$$\hat{\varphi}_t(l) = \arg \left( \sum_{i=1}^{N_{sp}-1} X_r^*(l, I(k-1)) X_r(l, I(k)) P(I(k-1)) P(I(k)) \right), \quad (6)$$

где  $I$  — множество индексов пилотов;  $N_{sp}$  — их число;  $P(I(k))$  — значения модулирующей псевдослучайной последовательности.

Следует отметить, что поднесущие, сильно подавленные в результате многолучевого распространения, вносят малый вклад в сумму в выражении (6) и слабо влияют на ошибку синхронизации.

Подставляя соотношения (3) в выражение (6), получаем

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_t(l) &= -\frac{2\pi\Delta I}{N_{FFT}} \delta_t(l) + \Delta\varphi_t + n_\varphi(l); \\ \hat{\delta}_t(l) &= \frac{N_{FFT}}{2\pi\Delta I} (-\hat{\varphi}_t(l) + \Delta\varphi_t + n_\varphi(l)); \\ \Delta\varphi_t &= \arg \left( \sum_{i=1}^{N_{sp}} H_r^*(I(k-1)) H_r(I(k)) \right), \end{aligned}$$

где  $n_\varphi(l)$  — ошибки, вызванные наличием шумовых компонент сигнала,  $\hat{\delta}_t(l)$  — оценка временного рассогласования  $\delta_t(l)$ .

Компенсация влияния ошибок временной синхронизации приведет сигнал к виду

$$\begin{aligned} X'_r(l, k) &= \beta(\delta_\omega) H(k) X_t(l, k) \times \\ &\times \exp \left( j \left( -(\Delta\hat{\varphi}_t(l) + n_\varphi(l)) \frac{k}{N_{FFT}} + \varphi(l) \right) \right) + N(l, k); \\ k &\in \left[ -\frac{N-1}{2}; \frac{N-1}{2} \right]. \end{aligned}$$

Смещение оценки временного рассогласования определяется только видом частотной характеристики  $H(k)$ , а случайные ошибки, как показали экспериментальные исследования, при применении низкочастотной фильтрации малы и имеют медленно меняющийся характер. Таким образом, при дальнейшей обработке возможна их коррекция блоком компенсации влияния канала. В связи с этим данные ошибки для простоты дальнейшей записи будем включать в  $H(k)$ . Тогда можно записать

$$X'_r(l, k) = \beta(\delta_\omega) H(k) X_t(l, k) \exp(j\varphi(l)) + N(l, k),$$

$$k \in \left[ -\frac{N-1}{2}; \frac{N-1}{2} \right].$$

На рис. 4, а приведены экспериментальные зависимости дисперсии оценок временного рассогласования от ОСШ при использовании алгоритмов, функционирующих во временной и частотной областях.

Видно, что алгоритм синхронизации в частотной области имеет более высокую точность и, соответственно, его применение позволит повысить помехоустойчивость приемника. При этом он не требует больших аппаратных затрат, так как основными операциями согласно выражению (6) являются задержка на один отсчет, умножение и суммирование с накоплением, а также вычисление аргумента комплексного числа.

Оценку  $\delta_t(l)$  можно также использовать для коррекции положения окна БПФ во временной области. Однако это не позволяет избежать использования алгоритмов, функционирующих во временной области, так как для получения отсчетов сигнала в частотной области необходимы предварительные грубые временная и частотная синхронизации.

**Оценка частотного рассогласования с использованием сигнала в частотной области.** Набег фазы между двумя последовательными

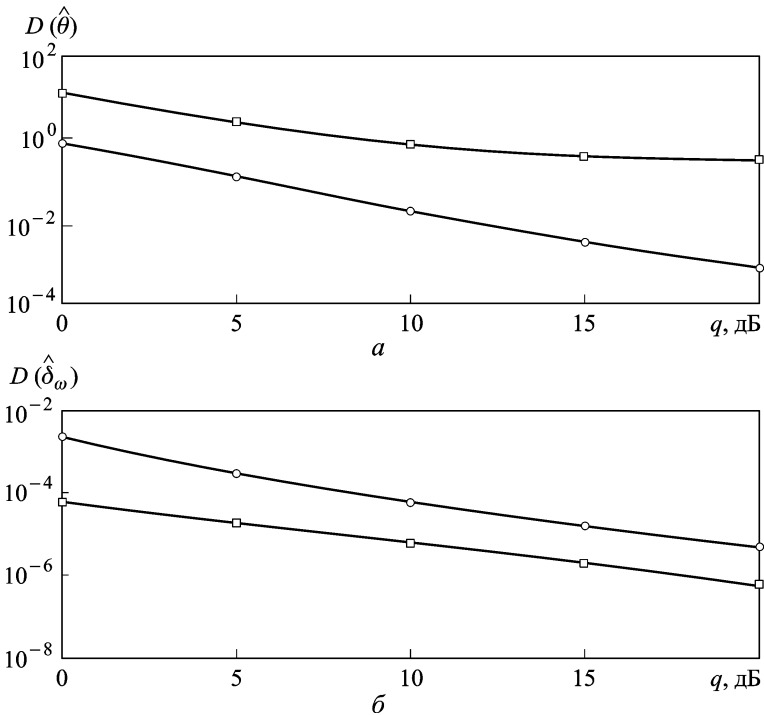


Рис. 4. Экспериментальные зависимости дисперсии оценки временного (а) и частотного (б) рассогласований от ОСШ в условиях рэлеевского канала при применении алгоритмов, функционирующих во временной (□) и частотной (○) областях

символами пропорционален частотному рассогласованию:

$$\Delta\varphi(l) = \varphi(l) - \varphi(l-1) = 2\pi \frac{\Delta\omega(l-1)}{\omega_c} (1 + \Delta_g),$$

где  $\Delta\omega(l-1)$  – рассогласование по частоте в течение  $(l-1)$ -го символа,  $\omega_c$  – расстояние между поднесущими по частоте;  $\Delta_g$  – относительная длина защитного интервала.

В частотной области для оценки частотного рассогласования можно вычислять разность фаз между соответствующими пилот-сигналами двух последовательных символов:

$$\hat{\varphi}_\omega(l) = \arg\left(\sum_{k \in I} X_r'^*(l-1, k) X_r'(l, k)\right). \quad (7)$$

Аналогично выражению (6) сильно подавленные поднесущие вносят малый вклад в сумму в выражении (7), что позволяет эффективно применять эту оценку в условиях рэлеевских замираний.

После компенсации фазы  $\varphi(l)$  получаем

$$X_r''(l, k) = \beta(\delta_\omega) H(k) X_t(l, k) \exp(j\varphi_n(l)) + n(l, k),$$

$$k \in \left[-\frac{N-1}{2}; \frac{N-1}{2}\right],$$

где фаза  $\varphi_n(l)$  обусловлена начальной фазой, остаточным частотным рассогласованием и фазовым шумом.

На рис. 4, б приведены экспериментальные зависимости дисперсии оценок относительного частотного рассогласования от ОСШ при использовании алгоритмов, функционирующих во временной и частотной областях.

Из приведенного рисунка следует, что рассмотренный алгоритм оценки частотного рассогласования также превосходит по точности алгоритм, функционирующий во временной области. При этом он также требует меньших аппаратных затрат. Согласно выражению (7) требуется хранение всех пилотных поднесущих символа, используемых для оценки, число которых, например в случае сигналов в стандарте DVB-t, может достигать 177. Таким образом, аппаратные затраты в случае рассмотренного алгоритма являются незначительными по сравнению с объемом памяти, необходимым для реализации задержки на  $N_{FFT} = 8192$  отсчетов при реализации алгоритма синхронизации во временной области.



Оценка набега фазы может быть пересчитана для получения оценки относительного частотного рассогласования

$$\hat{\delta}_\omega(l) = \frac{\Delta \hat{\varphi}(l)}{2\pi(1 + \Delta_G)}$$

и использована для перестройки опорного генератора, что позволит снизить искажения, связанные с интерференцией между поднесущими, за счет более высокой точности синхронизации. Как было сказано, получение отсчетов сигнала в частотной области требует предварительной грубой оценки временного и частотного рассогласований, полностью избежать использования алгоритмов синхронизации во временной области нельзя. Вместе с тем после завершения этапа грубой синхронизации целесообразно отключать соответствующие блоки приемника для снижения энергопотребления.

**Заключение.** Проведен сравнительный анализ алгоритмов временной и частотной синхронизации при приеме OFDM-сигналов, функционирующих во временной и частотной областях. Алгоритмы синхронизации в частотной области позволяют добиться точности, превосходящей точность алгоритмов, функционирующих во временной области, на порядок и более при существенно меньших аппаратных затратах. Поскольку получение отсчетов сигнала в частотной области требует предварительной грубой оценки временного и частотного рассогласований, синхронизацию приемника и передатчика следует проводить в два этапа: грубая синхронизация во временной области и точная — в частотной. При этом применение знакового коррелятора в рассмотренном алгоритме синхронизации во временной области позволяет существенно снизить аппаратные затраты при сохранении точности, близкой к точности оптимального алгоритма.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

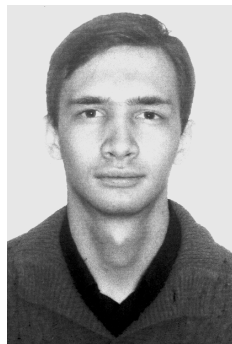
1. F u s c o T. Synchronization techniques for OFDM-systems // Dottorato di Ricerca in Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni (XVIII ciclo) 2004–2005.
2. S a n d e l l M., V a n d e B e e k J. J., B o r j e s s o n P. O. ML Estimation of timing and frequency offset in multicarrier systems. Research Report TULEA 1996:09. Division of Signal Processing, Lulea University of Technology, 1996.
3. Синхронизация в радиосвязи и радионавигации: Учеб. пособие / Б.И. Шахтарин, А.А. Иванов, П.И. Кобылкина и др. – М.: Гелиос АРВ, 2007. – 256 с.
4. M c N a i r B., C i m i n i L. J. J r, S o l l e n b e r g e r N. A robust timing and frequency offset estimation scheme for orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems. // Proceedings of the Vehicular Technology Conference (VTC'99-Spring), pp. 690–694, Houston, Texas, USA, 1999.

5. Müller-Weinfurter S. Frequency-domain frame synchronization for optimum frequency-differential demodulation of OFDM // IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM '99), Rio de Janeiro, Brazil, pp. 857–862, December 1999.
6. E T S I, “Digital video broadcasting (DVB); framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television”, EN 300 744 V1.1.2, Aug. 1997.

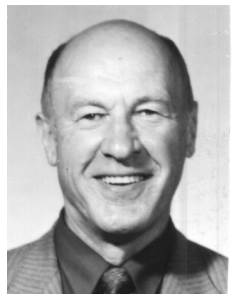
Статья поступила в редакцию 7.04.2010

Константин Сергеевич Калашников — студент кафедры “Автономные информационные и управляющие системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

K.S. Kalashnikov — student of “Autonomous Information and Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University.



Борис Ильич Шахтарин родился в 1933 г., окончил в 1958 г. Ленинградскую Военно-воздушную инженерную академию им. А.Ф. Можайского и в 1968 г. ЛГУ. Д-р техн. наук, профессор МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат Государственной премии СССР, заслуженный деятель науки и техники РФ. Автор более 200 научных работ, в том числе 4 книг, в области анализа и синтеза систем обработки сигналов.



B.I. Shakhhtarin (b. 1933) graduated from the Leningrad Air Force Engineering Academy n.a. A. F. Mozhaysky in 1958 and from Leningrad State University in 1968. D. Sc. (Eng.), professor of the Bauman Moscow State Technical University. USSR State Prize winner, RF Honoured Worker of Science and Technology. Author of more than 200 publications, among them 4 books, in the field of analysis and synthesis of signal processing systems.

---

---

---

---

---

---

---

---