

Е. М. Воронов, Ю. В. Мелехина,
О.А. Веселовская, Е. Р. Мусин

РАВНОВЕСНО-АРБИТРАЖНАЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ БАЛАНСИРОВКА КАНАЛОВ В МНОГОСВЯЗАННОМ РЕГУЛИРОВАНИИ И УПРАВЛЕНИИ

Рассмотрено применение методов теории оптимизации в многообъектных многокритериальных системах в условиях исходной структурной несогласованности на примере параметрического синтеза двухканальной системы стабилизации в продольной и боковой плоскостях с учетом перекрестных связей каналов статически устойчивого летательного аппарата нормальной аэродинамической схемы.

С ростом информационной и структурно-целевой сложности функционирования и проектирования систем автоматического управления, проявляющейся в их многообъектности и многокритериальности, существенным становится учет факторов несогласованности (конфликтности) и неопределенности различного характера, который может быть осуществлен с использованием комбинированных подходов теории игр и классической теории управления. Данное комбинирование составляет основу теории оптимизации управления многообъектными многокритериальными системами (ММС) [1]. Методы этой теории применяются для векторной оптимизации структурно-сложных систем, в которых, кроме получения векторно-оптимального управления, требуется обеспечить межобъектную устойчивость или балансировку подсистем в структуре по эффективности или потерям. Методы данной теории имеют особую значимость для трех классов задач управления структурно-сложными системами в условиях:

- исходной структурной несогласованности;
- конфликтной ситуации;
- неопределенности (среды, активного партнера, цели).

Рассматриваемая задача относится к первому классу задач управления.

Описание двухканальной системы стабилизации (ССт) статически устойчивого летательного аппарата (ЛА) нормальной аэродинамической схемы [2]. Исследуемым объектом является указанная ССт в продольной и горизонтальной плоскостях. Режим полета ЛА — горизонтальный на высоте 10000 м в двух подрежимах: с максимальной ($v_{\max} = 1400$ м/с) и минимальной ($v_{\min} = 500$ м/с) скоростями. Структурная схема двухканальной ССт с описанием в каждом канале в виде соединения передаточных функций (ПФ) ЛА, рулевого привода, колебательного звена и измерителей — дифференцирующего гироскопа (ДГ) и датчика линейных ускорений (ДЛУ) — приведена на рис. 1 [2, 3].

На схеме обозначено: a_{ij} , b_{ij} — динамические коэффициенты ЛА в продольном движении и движении рыскания; ϑ_0 , γ_0 — значения углов тангажа и крена на опорной траектории, относительно которой производилась линеаризация уравнений движения ЛА; $\dot{\vartheta}$, $\dot{\psi}$ — угловые скорости тангажа и рыскания в отклонениях от опорной траектории; j_{ny} , j_{nz} — нормальные ускорения; δ_B , δ_H — отклонения органов управления (рулей высоты и направления); $M_{\text{возм}\vartheta}$, $M_{\text{возм}\psi}$ — возмущающие моменты, действующие на ЛА,

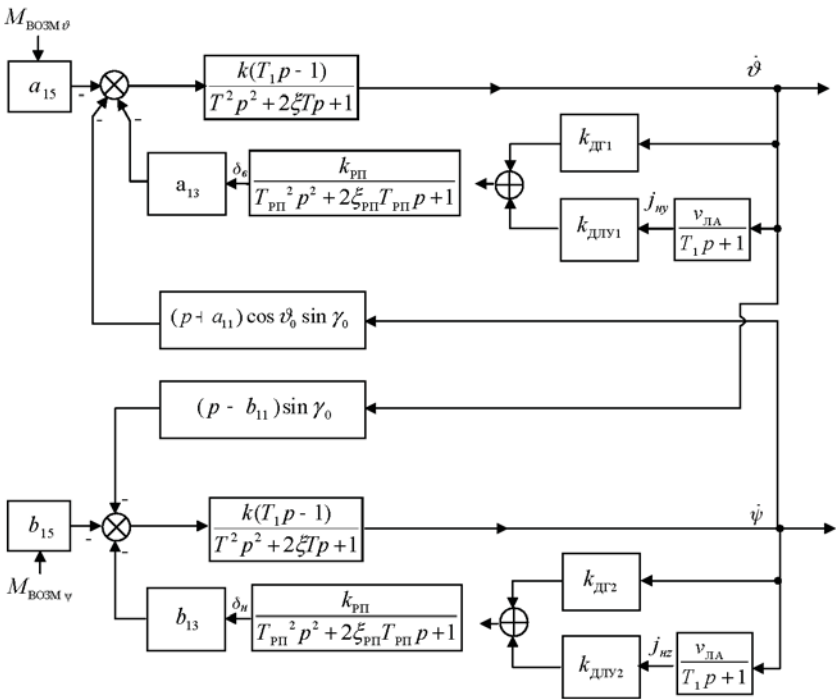


Рис. 1. Структурная схема двухканальной ССТ

относительно осей Z, Y связанной системы координат соответственно [3]; $v_{\text{ЛА}}$ — скорость ЛА; $k_{\text{ДУ1,2}}, k_{\text{ДУ1,2}}$ — коэффициенты усиления дифференцирующего гироскопа и датчика линейных ускорений соответственно.

Измерители и рулевой привод приняты безынерционными звеньями, так как значения их собственных частот гораздо больше значений собственных частот объекта — ЛА.

Описание модели системы в пространстве состояний.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{A_{13}A_{21} + B_{23}B_{11}}{A_{11}A_{21} + B_{21}B_{11}}x_1 - \frac{A_{12}A_{21} + B_{22}B_{11}}{A_{11}A_{21} + B_{21}B_{11}}x_2 + \\ \quad + \frac{B_{13}A_{21} - A_{23}B_{11}}{A_{11}A_{21} + B_{21}B_{11}}x_3 + \frac{B_{12}A_{21} - A_{22}B_{11}}{A_{11}A_{21} + B_{21}B_{11}}x_4 + \\ \quad + \frac{ka_{15}A_{21}M_{Z\text{возм}} + kb_{15}B_{11}M_{Y\text{возм}}}{A_{11}A_{21} + B_{21}B_{11}}, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = \frac{A_{13}B_{21} - B_{23}A_{11}}{B_{11}B_{21} + A_{11}A_{21}}x_1 + \frac{A_{12}B_{21} - B_{22}A_{11}}{B_{11}B_{21} + A_{11}A_{21}}x_2 - \\ \quad - \frac{B_{13}B_{21} + A_{23}A_{11}}{B_{11}B_{21} + A_{11}A_{21}}x_3 - \frac{B_{12}B_{21} + A_{22}A_{11}}{B_{11}B_{21} + A_{11}A_{21}}x_4 - \\ \quad - \frac{ka_{15}B_{21}M_{Z\text{возм}} + kb_{15}A_{11}M_{Y\text{возм}}}{B_{11}B_{21} + A_{11}A_{21}}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $x_1 = \dot{\vartheta}$, $x_2 = \ddot{\vartheta}$, $x_3 = \dot{\psi}$, $x_4 = \ddot{\psi}$;

$$A_{11} = T^2; \quad A_{21} = T^2;$$

$$A_{12} = 2\xi T + ka_{13}k_{\text{РП}}k_{\text{ДГ1}}T_1; \quad A_{22} = 2\xi T + kb_{13}k_{\text{РП}}k_{\text{ДГ2}}T_1;$$

$$A_{13} = 1 + ka_{13}k_{\text{РП}}(k_{\text{ДГ1}} + v_{\text{ЛА}}k_{\text{ДЛУ1}}); \quad A_{23} = 1 + kb_{13}k_{\text{РП}}(k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}}k_{\text{ДЛУ2}});$$

$$B_{11} = k \cos \vartheta_0 \sin \gamma_0 T_1; \quad B_{21} = k \sin \gamma_0 T_1;$$

$$B_{12} = k \cos \vartheta_0 \sin \gamma_0 (T_1 a_{11} + 1); \quad B_{22} = k \sin \gamma_0 (T_1 b_{11} + 1);$$

$$B_{13} = k \cos \vartheta_0 \sin \gamma_0 a_{11}; \quad B_{23} = k \sin \gamma_0 b_{11}.$$

(2)

Требуется рассчитать параметры $k_{\text{ДГ1,2}}$, $k_{\text{ДЛУ1,2}}$ для обеспечения основных требований к ССт.

Основные требования к ССт [3] — устойчивость, демпфирование колебаний, заданные статическая точность и время переходного процесса.

Проектирование систем стабилизации отличается большой сложностью, обусловленной особыми условиями работы этих систем: сложными связями между отклонениями объекта управления и параметрами движения ЛА; сильной зависимостью динамических свойств ЛА от быстро изменяющихся в полете скорости, высоты, массы и моментов инерции аппарата; сложным взаимодействием между каналами системы стабилизации; нелинейностью аэродинамических характеристик ЛА; большим числом возмущающих воздействий разного рода; разнообразием условий пуска и полета.

Типичный метод проектирования пространственной (многоканальной) ССт реализуется в виде следующей последовательности действий:

— выбор параметров одноканальной ССт, удовлетворяющих основным требованиям ССт [3];

— использование имитационного моделирования для настройки параметров пространственной ССт на основе полученных параметров в каждом канале.

В настоящей работе для выполнения основных требований в пространственной (двухканальной) ССт предлагается заменить имитационное моделирование трехэтапным оптимизационным методом, который на основе результатов расчета параметров в одноканальной ССт позволяет получить векторно-оптимальные значения параметров на основе балансировки каналов по эффективности и парето-оптимизации [1].

Далее формируются критерии оптимизации пространственной ССт для обеспечения основных требований к ССт.

Критерий статической точности. Модель системы была составлена для случая работы ССт в режиме стабилизации (см. рис. 1). Входом является возмущающий момент, а выходом — угловые скорости тангажа и рыскания. Основная задача ССт в режиме стабилизации — парирование внешних возмущений, т. е. стабилизация углового положения ЛА (обеспечение заданного углового положения или угловой скорости) при воздействии возмущений. Поэтому в качестве одного из критериев выбирается точность, которая характеризуется статической ошибкой.

Статическую ошибку будем определять по реакции на типовое ступенчатое воздействие. При ступенчатом воздействии $M_{\text{возм}} = 120 \text{ Нм}$, $\dot{\vartheta}_{\text{уст}} = \dot{\psi}_{\text{уст}} = 0,000118 \text{ рад/с}$ и $\varepsilon_{\text{стар}\vartheta} = \varepsilon_{\text{стар}\psi} = 0,000118 \text{ рад/с}$.

Сформируем показатели в виде квадратичных невязок имеющихся и заданных установившихся значений угловых скоростей тангажа и рыскания:

$$J_{1\vartheta} = (\varepsilon_{\text{ст}\vartheta} - \varepsilon_{\text{ст.треб}\vartheta})^2;$$

$$J_{1\psi} = (\varepsilon_{\text{ст}\psi} - \varepsilon_{\text{ст.треб}\psi})^2;$$

где $\varepsilon_{\text{ст. треб } \dot{\vartheta}} = \varepsilon_{\text{ст. треб } \dot{\psi}} = 0,000118$ рад/с; так как $x_1 = \dot{\vartheta}$, $x_3 = \dot{\psi}$ (см. (1) и (2)), то эти показатели имеют вид

$$\begin{aligned} J_{1\dot{\vartheta}} &= (x_1 - \varepsilon_{\text{ст. треб } \dot{\vartheta}})^2 \rightarrow \min; \\ J_{1\dot{\psi}} &= (x_3 - \varepsilon_{\text{ст. треб } \dot{\psi}})^2 \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (3)$$

Критерий перерегулирования. Демпфирующие свойства автоматической системы оцениваются значением перерегулирования σ , которое представляет собой динамическое отклонение регулируемой величины:

$$\sigma = \frac{x_{\max} - x_{\text{уст}}}{x_{\text{уст}}}.$$

Для рассматриваемой системы имеем

$$\sigma_{\dot{\vartheta}} = \frac{\dot{\vartheta}_{\max} - \dot{\vartheta}_{\text{уст}}}{\dot{\vartheta}_{\text{уст}}}, \quad \sigma_{\dot{\psi}} = \frac{\dot{\psi}_{\max} - \dot{\psi}_{\text{уст}}}{\dot{\psi}_{\text{уст}}}$$

или

$$\sigma_{\dot{\vartheta}} = \frac{x_{1 \max} - x_{1 \text{уст}}}{x_{1 \text{уст}}}, \quad \sigma_{\dot{\psi}} = \frac{x_{3 \max} - x_{3 \text{уст}}}{x_{3 \text{уст}}}.$$

Показатели формируем в виде квадратичных невязок перерегулирования относительно требуемой величины:

$$\begin{aligned} J_{2\dot{\vartheta}} &= (\sigma_{\dot{\vartheta}} - \sigma_{\text{треб } \dot{\vartheta}})^2 \rightarrow \min; \\ J_{2\dot{\psi}} &= (\sigma_{\dot{\psi}} - \sigma_{\text{треб } \dot{\psi}})^2 \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\sigma_{\text{треб } \dot{\vartheta}} = \sigma_{\text{треб } \dot{\psi}} = 0,2$ (20 %).

Критерий времени переходного процесса. Для определения быстродействия в отдельном канале используем корневые оценки качества. Корневые оценки основываются на расположении корней характеристического уравнения замкнутой системы, т.е. полюсов ПФ замкнутой системы, а также ее нулей [4].

Одна из корневых оценок — степень устойчивости η — это расстояние от мнимой оси до ближайшего корня на плоскости λ корней характеристического уравнения замкнутой системы. Если ближайшим окажется вещественный корень, то ему соответствует аperiodическая составляющая решения для переходного процесса $C_1 e^{-\eta t}$. Время ее затухания

$$t_{\text{п}} = \frac{1}{\eta} \ln \frac{1}{\Delta} \approx \frac{3}{\eta} \quad (\text{при } \Delta = 5\%) \quad (5)$$

характеризует общую длительность переходного процесса, так как все члены решения, соответствующие остальным корням, затухают быстрее. Если ближайшей к мнимой оси оказалась пара комплексных корней, то доминирующая составляющая решения для переходного процесса $C_1 e^{-\eta t} \sin(\beta t + C_2)$ будет колебательной, но оценка длительности переходного процесса (5) останется прежней.

Значения η можно найти, не решая характеристическое уравнение. Введем новую переменную $z = \lambda + \eta$. Тогда на плоскости z мнимая ось β' пройдет через ближайшие корни, т.е. составленное относительно z характеристическое уравнение должно удовлетворять условию нахождения на границе устойчивости. Таким образом, если задано характеристическое уравнение

$$D(\lambda) = a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0, \quad (6)$$

то, подставив в него $\lambda = z - \eta$, получим смещенное уравнение

$$a_0(z - \eta)^n + a_1(z - \eta)^{n-1} + \dots + a_{n-1}(z - \eta) + a_n = 0,$$

которое можно привести к виду

$$a_0 z^n + A_1 z^{n-1} + \dots + A_{n-1} z + A_n = 0, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} A_n &= D(-\eta); \\ A_{n-1} &= \frac{D'(-\eta)}{1!}; \\ &\dots\dots \\ A_1 &= \frac{D^{(n-1)}(-\eta)}{(n-1)!}. \end{aligned} \quad (8)$$

Выражения (8) можно получить, разложив функцию $D(\lambda)$ (6) в ряд Тейлора при $\lambda = z - \eta$. Затем к уравнению (7) применим условие нахождения системы на границе устойчивости, например по Гурвицу [4]:

$$A_n(\eta) = 0 \text{ и } \Delta_{n-1}(\eta) = 0. \quad (9)$$

Найдем в соответствии с рис. 1 передаточную функцию в канале стабилизации:

$$\begin{aligned} \Phi(p) &= \frac{k(T_1 p + 1)}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} = \\ &= \frac{k(T_1 p + 1)}{1 + a_{13} k_{\text{РП}} \frac{k(T_1 p + 1)}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} \left(k_{\text{ДГ}} + \frac{v_{\text{ЛА}}}{T_1 p + 1} k_{\text{ДЛУ}} \right)} = \\ &= \frac{k(T_1 p + 1)}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 + k a_{13} k_{\text{РП}} ((T_1 p + 1) k_{\text{ДГ}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ}})}. \end{aligned}$$

Тогда характеристическое уравнение будет иметь вид

$$D(p) = T^2 p^2 + (2\xi T + k a_{13} k_{\text{РП}} T_1 k_{\text{ДГ}}) p + 1 + k a_{13} k_{\text{РП}} (k_{\text{ДГ}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ}}).$$

По уравнениям (8) и (9) составляем уравнение для определения величины η :

$$T^2 \eta^2 - (2\xi T + k a_{13} k_{\text{РП}} T_1 k_{\text{ДГ}}) \eta + 1 + k a_{13} k_{\text{РП}} (k_{\text{ДГ}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ}}) = 0,$$

откуда

$$\eta = \frac{2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ}} \pm \sqrt{(2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ}})^2 - 4T^2(1 + k^*(k_{\text{ДГ}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ}}))}}{2T^2},$$

$$k^* = k a_{13} k_{\text{РП}}.$$

(10)

Оценка времени переходного процесса обратно пропорциональна η и на $t_{\text{п}}$ накладываются жесткие требования, поэтому для дальнейших выкладок берем больший из корней уравнения (10).

В соответствии с выражением (5) имеем неравенство

$$t_{\text{п}} \leq \frac{6T^2}{2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ}} + \sqrt{(2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ}})^2 - 4T^2(1 + k^*(k_{\text{ДГ}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ}}))}},$$

подставляя в которое числовые значения, получаем

$$t_{\Pi} \leq \frac{0,039}{0,0081+0,103k_{\text{ДГ}} + \sqrt{(0,0081+0,103k_{\text{ДГ}})^2 - 0,026(1+0,058(k_{\text{ДГ}}+1400k_{\text{ДЛУ}}))}} =$$

$$= \frac{1}{0,21 + 2,64k_{\text{ДГ}} + \sqrt{(0,21 + 2,64k_{\text{ДГ}})^2 - 0,67(1 + 0,058(k_{\text{ДГ}} + 1400k_{\text{ДЛУ}}))}}.$$

Тогда оценка t_{Π} в канале тангажа

$$t_{\Pi\dot{\vartheta}} = \frac{1}{0,21+2,64k_{\text{ДГ1}} + \sqrt{(0,21+2,64k_{\text{ДГ1}})^2 - 0,67(1+0,058(k_{\text{ДГ1}}+1400k_{\text{ДЛУ1}}))}},$$

в канале рыскания

$$t_{\Pi\dot{\psi}} = \frac{1}{0,21+2,64k_{\text{ДГ2}} + \sqrt{(0,21+2,64k_{\text{ДГ2}})^2 - 0,67(1+0,058(k_{\text{ДГ2}}+1400k_{\text{ДЛУ2}}))}}.$$

Показатели формируем в виде квадратичных невязок. При этом в качестве требуемого времени переходного процесса возьмем $t_{\text{п.треб } \dot{\vartheta}} = t_{\text{п.треб } \dot{\psi}} = 0,5$ с, тогда

$$J_{3\vartheta} = (t_{\Pi\dot{\vartheta}} - t_{\text{п.треб } \dot{\vartheta}})^2 \rightarrow \min,$$

$$J_{3\psi} = (t_{\Pi\dot{\psi}} - t_{\text{п.треб } \dot{\psi}})^2 \rightarrow \min. \quad (11)$$

Критерий устойчивости. Условие устойчивости является обязательным для системы стабилизации.

Для исследования влияния изменения параметров системы ($k_{\text{ДГ1}}, k_{\text{ДЛУ1}}, k_{\text{ДГ2}}, k_{\text{ДЛУ2}}$) на ее устойчивость построим границу области устойчивости (D -разбиение) в пространстве параметров [5].

Представим структурную схему системы (рис. 1) в виде, изображенном на рис. 2, где

$$\Phi_1(p) = \frac{k(T_1p + 1)}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1 + ka_{13}k_{\text{РП}}((T_1p + 1)k_{\text{ДГ1}} + v_{\text{ЛА}}k_{\text{ДЛУ1}})},$$

$$\Phi_2(p) = \frac{k(T_1p + 1)}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1 + kb_{13}k_{\text{РП}}((T_1p + 1)k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}}k_{\text{ДЛУ2}})}$$

— ПФ каждого канала системы в отдельности.

Запишем ПФ разомкнутой системы:

$$W_{\text{раз}}(p) = \Phi_1(p)(p + b_{11}) \sin \gamma \Phi_2(p)(p + a_{11}) \sin \gamma \cos \vartheta.$$

Тогда характеристическое уравнение замкнутой системы будет иметь вид

$$D(p) = 1 + W_{\text{раз}}(p) = 1 + \Phi_1(p)(p + b_{11}) \sin \gamma \Phi_2(p)(p + a_{11}) \sin \gamma \cos \vartheta_0;$$

$$D(p) = [T^2p^2 + 2\xi Tp + 1 + ka_{13}k_{\text{РП}}((T_1p + 1)k_{\text{ДГ1}} + v_{\text{ЛА}}k_{\text{ДЛУ1}})] \times$$

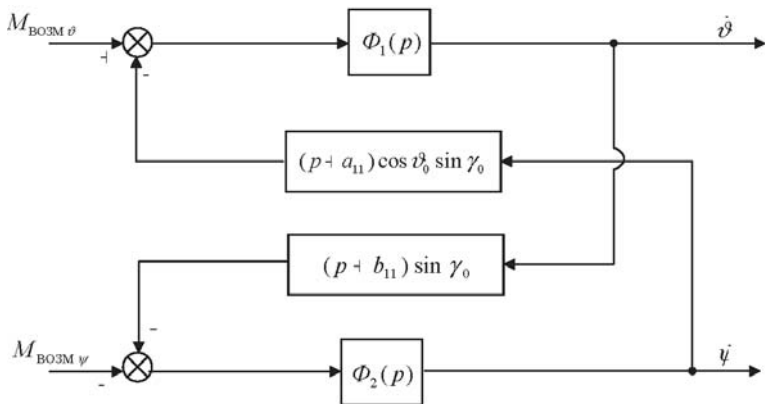


Рис. 2. Структурная схема ССТ

$$\times [T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 + k a_{13} k_{\text{РП}} ((T_1 p + 1) k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ2}})] + \\ + k^2 (T_1 p + 1)^2 (p + b_{11}) (p + a_{11}) \sin^2 \gamma_0 \cos \vartheta_0.$$

Введем обозначение: $k^* = k a_{13} k_{\text{РП}}$. Раскрывая скобки и приводя подобные слагаемые, получаем следующее выражение:

$$D(p) = T^4 p^4 + T^2 \{2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ1}} + 2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ2}}\} p^3 + \\ + \{T^2 (1 + k^* (k_{\text{ДГ1}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ1}})) + (2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ1}}) \times \\ \times (2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ2}}) + T^2 (1 + k^* (k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ2}}))\} p^2 + \\ + \{(1 + k^* (k_{\text{ДГ1}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ1}})) (2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ2}}) + \\ + (2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ1}}) (1 + k^* (k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ2}}))\} p + \\ + (1 + k^* (k_{\text{ДГ1}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ1}})) (1 + k^* (k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ2}})) + \\ + k^2 \sin^2 \gamma_0 \cos \vartheta_0 [T_1^2 p^4 + \{2T_1 + T_1^2 (a_{11} + b_{11})\} p^3 + \\ + \{1 + 2T_1 (a_{11} + b_{11}) + T_1^2 a_{11} b_{11}\} p^2 + \\ + \{a_{11} + b_{11} + 2T_1 a_{11} b_{11}\} p + a_{11} b_{11}]. \quad (12)$$

Каждому набору значений параметров системы $k_{\text{ДГ1}}$, $k_{\text{ДГ2}}$, $k_{\text{ДЛУ1}}$, $k_{\text{ДЛУ2}}$ соответствуют конкретные значения коэффициентов характеристического уравнения (12) и положение корней замкнутой системы на комплексной плоскости корней. При изменении параметров корни, в силу их непрерывной зависимости от коэффициентов характеристического уравнения, будут описывать корневые годографы и при некоторых $k_{\text{ДГ1}}$, $k_{\text{ДГ2}}$, $k_{\text{ДЛУ1}}$ и $k_{\text{ДЛУ2}}$ попадут на мнимую ось, что соответствует нахождению системы на границе устойчивости и выполнению условия

$$D(j\omega) = 0. \quad (13)$$

Уравнению (13) в пространстве параметров соответствует некоторая поверхность, при пересечении которой корни системы переходят из левой полуплоскости в правую, и которая делит все это пространство на области с одинаковым числом правых и левых корней. Такое разбиение называется D -разбиением. Граница D -разбиения является отображением мнимой оси плоскости корней в пространство параметров и определяется решением уравнения (13) при изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$.

Поскольку в рассматриваемом случае граница D -разбиения представляет собой гиперповерхность в четырехмерном пространстве, что затрудняет анализ и ненаглядно, зафиксируем один из параметров, а именно $k_{ДЛУ2} = 0,085 \text{ В} \cdot \text{с}^2/\text{м}$, и будем строить сечения трехмерной поверхности границы D -разбиения, задаваясь значением $k_{ДГ2}$ и решая уравнение (13) относительно $k_{ДЛУ1}$ и $k_{ДГ1}$.

Выделим в уравнении (13) действительную и мнимую части ($D(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$):

$$\begin{aligned}
 U(\omega, k_{ДГ1}, k_{ДГ2}, k_{ДЛУ1}, k_{ДЛУ2}) &= \\
 &= T^4 \omega^4 - \{2T^2 + T^2 k^*(k_{ДГ1} + v_{ЛА} k_{ДЛУ1} + k_{ДГ2} + v_{ЛА} k_{ДЛУ2}) + \\
 &\quad + (2\xi T + k^* T_1 k_{ДГ1})(2\xi T + k^* T_1 k_{ДГ2})\} \omega^2 + \\
 &\quad + (1 + k^*(k_{ДГ1} + v_{ЛА} k_{ДЛУ1}))(1 + k^*(k_{ДГ2} + v_{ЛА} k_{ДЛУ2})) + \\
 + k^2 \sin^2 \gamma_0 \cos \vartheta_0 \cdot [T_1^2 \omega^4 - \{1 + 2T_1(a_{11} + b_{11}) + T_1^2 a_{11} b_{11}\} \omega^2 + a_{11} b_{11}] &= 0; \\
 V(\omega, k_{ДГ1}, k_{ДГ2}, k_{ДЛУ1}, k_{ДЛУ2}) &= \\
 &= -T^2 \{4\xi T + k^* T_1 k_{ДГ1} + k^* T_1 k_{ДГ2}\} \omega^3 + \\
 &\quad + \{(1 + k^*(k_{ДГ1} + v_{ЛА} k_{ДЛУ1}))(2\xi T + k^* T_1 k_{ДГ2}) + \\
 &\quad + (2\xi T + k^* T_1 k_{ДГ1})(1 + k^*(k_{ДГ2} + v_{ЛА} k_{ДЛУ2}))\} \omega + \\
 &\quad + k^2 \sin^2 \gamma_0 \cos \vartheta_0 \cdot [-\{2T_1 + T_1^2(a_{11} + b_{11})\} \omega^3 + \\
 &\quad + \{a_{11} + b_{11} + 2T_1 a_{11} b_{11}\} \omega] = 0. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Уравнения (14) при указанных предположениях представляют собой систему двух уравнений с двумя неизвестными. Сгруппируем слагаемые при параметрах $k_{ДГ1}$ и $k_{ДЛУ1}$:

$$\begin{aligned}
 k_{ДГ1} \{ -\omega^2 T^2 k^* - \omega^2 T_1 k^* (2\xi T + k^* T_1 k_{ДГ2}) + k^* (1 + k^* (k_{ДГ2} + v_{ЛА} k_{ДЛУ2})) \} + \\
 + k_{ДЛУ1} \{ -\omega^2 T^2 k^* v_{ЛА} + k^* v_{ЛА} (1 + k^* (k_{ДГ2} + v_{ЛА} k_{ДЛУ2})) \} + \\
 + \omega^4 T^4 - \omega^2 \{ 2T^2 + T^2 k^* (k_{ДГ2} + v_{ЛА} k_{ДЛУ2}) + \\
 + 2\xi T (2\xi T + k^* T_1 k_{ДГ2}) \} + 1 + k^* (k_{ДГ2} + v_{ЛА} k_{ДЛУ2}) + \\
 + k^2 \sin^2 \gamma_0 \cos \vartheta_0 \cdot [\omega^4 T_1^2 - \omega^2 \{ 1 + 2T_1(a_{11} + b_{11}) + T_1^2 a_{11} b_{11} \} + a_{11} b_{11}] = 0; \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{ДГ1} \{ -\omega^3 T^2 k^* T_1 + \omega k^* (2\xi T + k^* T_1 k_{ДГ2}) + \omega k^* T_1 (1 + k^* (k_{ДГ2} + v_{ЛА} k_{ДЛУ2})) \} + \\
 + k_{ДЛУ1} \{ \omega k^* v_{ЛА} (2\xi T + k^* T_1 k_{ДГ2}) \} - \\
 - \omega^3 T^2 \{ 4\xi T + k^* T_1 k_{ДГ2} \} + \omega \{ 2\xi T + k^* T_1 k_{ДГ2} + 2\xi T (1 + k^* (k_{ДГ2} + v_{ЛА} k_{ДЛУ2})) \} + \\
 + k^2 \sin^2 \gamma_0 \cos \vartheta_0 \cdot [-\omega^3 \{ 2T_1 + T_1^2(a_{11} + b_{11}) \} + \{ a_{11} + b_{11} + 2T_1 a_{11} b_{11} \} \omega] = 0.
 \end{aligned}$$

Для удобства и краткости дальнейших выкладок введем обозначения:

$$\begin{aligned}
 d_{11} &= -\omega^2 T^2 k^* - \omega^2 T_1 k^* (2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ2}}) + k^* (1 + k^* (k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ2}})), \\
 d_{12} &= -\omega^2 T^2 k^* v_{\text{ЛА}} + k^* v_{\text{ЛА}} (1 + k^* (k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ2}})), \\
 d_{13} &= \omega^4 T^4 - \omega^2 \{2T^2 + T^2 k^* (k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ2}}) + \\
 &\quad + 2\xi T (2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ2}})\} + 1 + k^* (k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ2}}) + \\
 &\quad + k^2 \sin^2 \gamma_0 \cos \vartheta_0 [\omega^4 T_1^2 - \omega^2 \{1 + 2T_1 (a_{11} + b_{11}) + T_1^2 a_{11} b_{11}\} + a_{11} b_{11}], \\
 d_{21} &= -\omega^3 T^2 k^* T_1 + \omega k^* (2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ2}}) + \omega k^* T_1 (1 + k^* (k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ2}})), \\
 d_{22} &= \omega k^* v_{\text{ЛА}} (2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ2}}),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{23} &= -\omega^3 T^2 \{4\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ2}}\} + \\
 &\quad + \omega \{2\xi T + k^* T_1 k_{\text{ДГ2}} + 2\xi T (1 + k^* (k_{\text{ДГ2}} + v_{\text{ЛА}} k_{\text{ДЛУ2}}))\} + \\
 &\quad + k^2 \sin^2 \gamma_0 \cos \vartheta_0 [-\omega^3 \{2T_1 + T_1^2 (a_{11} + b_{11})\} + \{a_{11} + b_{11} + 2T_1 a_{11} b_{11}\} \omega].
 \end{aligned}$$

С учетом принятых обозначений система (15) и ее решение будут иметь вид

$$\begin{cases} d_{11} k_{\text{ДГ1}} + d_{12} k_{\text{ДЛУ1}} + d_{13} = 0; \\ d_{21} k_{\text{ДГ1}} + d_{22} k_{\text{ДЛУ1}} + d_{23} = 0; \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{vmatrix};$$

$$k_{\text{ДГ1}} = \frac{\begin{vmatrix} -d_{13} & d_{12} \\ -d_{23} & d_{22} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-d_{13} d_{22} + d_{23} d_{12}}{d_{11} d_{22} - d_{21} d_{12}}; \quad (16)$$

$$k_{\text{ДЛУ1}} = \frac{\begin{vmatrix} d_{11} & -d_{13} \\ d_{21} & -d_{23} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-d_{11} d_{23} + d_{21} d_{13}}{d_{11} d_{22} - d_{21} d_{12}},$$

где $d_{ij}(\omega, k_{\text{ДЛУ2}}, k_{\text{ДГ2}})$.

Зададимся ограничениями на параметры системы. На практике обычно выполняется: $0 < k_{\text{ДЛУ}i} < 2 \text{ В} \cdot \text{с}^2/\text{м}$, $0 < k_{\text{ДГ}2i} < 10 \text{ В} \cdot \text{с}$, $i = \overline{1, 2}$. Тогда, принимая $k_{\text{ДЛУ2}} = 0,085 \text{ В} \cdot \text{с}^2/\text{м}$ и изменяя $k_{\text{ДГ2}}$ от 0,5 до 10 В·с с шагом 0,5 В·с, определяя оставшиеся параметры в соответствии с уравнениями (16), получим область D -разбиения, ограниченную трехгранным конусом (рис. 3).

На рис. 4 приведено сечение границы D -разбиения при $k_{\text{ДГ2}} = 2,5 \text{ В} \cdot \text{с}$. Определим область устойчивости, для чего нанесем штриховку в соответствии с правилом: при возрастании ω от $-\infty$ до $+\infty$ граница штрихуется слева по ходу движения, если $\Delta > 0$, и справа, если $\Delta < 0$.

Построим также особые прямые в пространстве параметров. Особая прямая соответствует случаю, когда при некотором значении частоты определитель Δ и определители Δ_1 и Δ_2 равны нулю одновременно, а именно: $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = 0$, и система (16) имеет бесконечно много решений. В большинстве практических задач особые прямые получаются при $\omega = 0$ или $\omega = \infty$. При этом равны нулю либо свободный, либо старший коэффициенты характеристического уравнения: при $\omega = 0$ $a_0 = 0$; при $\omega = \infty$ $a_n = 0$.

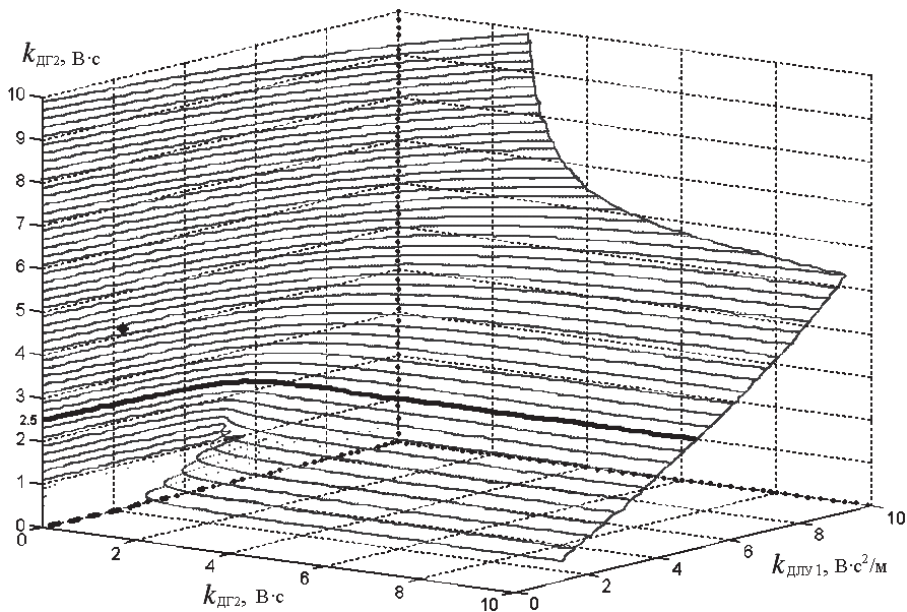


Рис. 3. D -разбиение пространства параметров

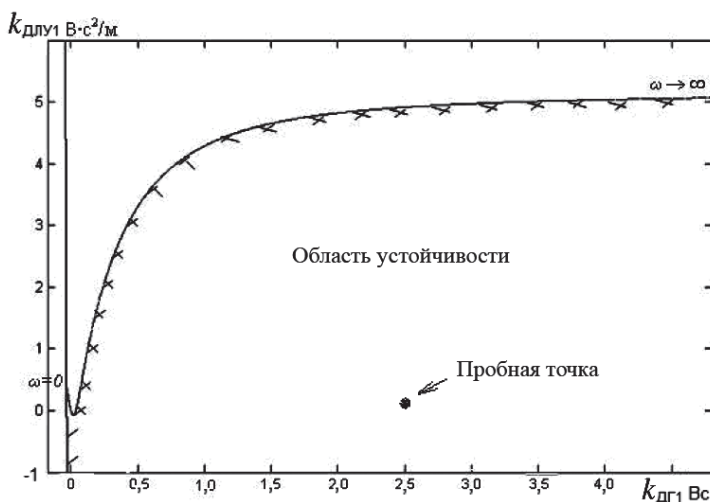


Рис. 4. Сечение границы D -разбиения при $K_{ДГ2} = 2,5 \text{ В}\cdot\text{с}$

В рассматриваемом случае имеем $a_4 = T^4 \neq 0$;

$a_0 = (1 + k^*(k_{ДГ1} + v_{ЛА}k_{ДЛУ1}))(1 + k^*(k_{ДГ2} + v_{ЛА}k_{ДЛУ2})) + k^2 \sin^2 \gamma \cos \vartheta \cdot a_{11}b_{11} = 0$,
т.е. получаем особую прямую при $\omega = 0$

$$k_{ДЛУ1} = \left(\left(-\frac{k^2 \sin^2 \gamma \cos \vartheta \cdot a_{11}b_{11}}{1 + k^*(k_{ДГ2} + v_{ЛА}k_{ДЛУ2})} - 1 \right) \frac{1}{k^*} - k_{ДГ1} \right) \frac{1}{v_{ЛА}}$$

Штриховка одинарная и нанесена таким образом, что заштрихованные и незаштрихованные стороны особой прямой и границы устойчивости направлены друг к другу [5].

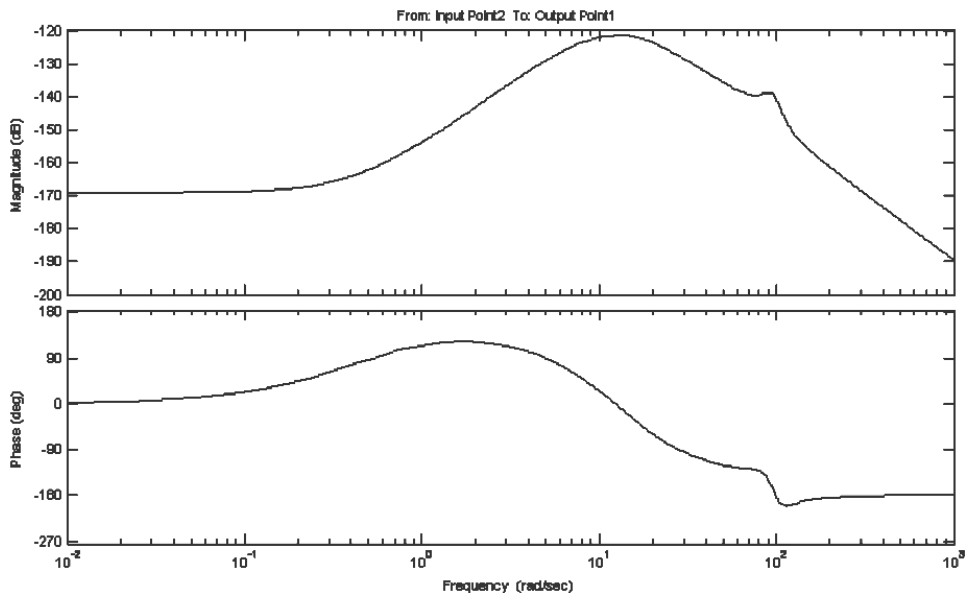


Рис. 5. ЛАФЧХ разомкнутого контура системы со связями между каналами

Область с наибольшим количеством штриховок является претендентом на область устойчивости. Возьмем (см. рис. 4) пробную точку $k_{дг1} = 2,5 \text{ В}\cdot\text{с}$ и $k_{длу1} = 0,05 \text{ В}\cdot\text{с}$. Логарифмическая амплитудно-фазовая частотная характеристика (ЛАФЧХ) разомкнутой системы приведена на рис. 5 — система устойчива.

Сравнивая запасы устойчивости в разных сечениях (табл. 1) и соответствующие переходные процессы, найдем центр области устойчивости (значения $k_{дг1,2}$, $k_{длу1}$, соответствующие наибольшим запасам устойчивости и приемлемым показателям качества переходного процесса):

$$k_{дг1} = 1,5 \text{ В}\cdot\text{с}; k_{длу1} = 0,01 \text{ В}\cdot\text{с}^2/\text{м}; k_{дг2} = 4,5 \text{ В}\cdot\text{с}; k_{длу2} = 0,085 \text{ В}\cdot\text{с}^2/\text{м}.$$

Таблица 1

Оценка центра области устойчивости

$k_{дг1}$	$k_{длу1}$	$k_{дг2}$	$k_{длу2}$	ΔA , дБ	$\Delta\phi^\circ$
5	0,01	1,5	0,085	170	179
1,5	0,01	2		123	10
2,5	0,05	2,5		141	83
1	0,01	3		168	154
1,5	0,01	3,5		169	149
2	0,01	4		171	161
1,5	0,01	4,5		172	163
2	2,5	5		171	164
1,5	0,01	5,5		171	165
1,5	0,01	6		171	168
1,5	0,05	6,5		172	166
1,5	0,01	7		172	172
1,5	0,01	7,5		172	168
1,5	0,01	8		172	167
2	0,1	8,5		173	163

Показатели оптимизации, предъявляющие требования к устойчивости системы, сформируем в виде квадратичных невязок значений параметров относительно выбранной центральной точки:

$$J_{\vartheta 4a} = (k_{дГ1} - k_{дГ1\text{треб}})^2 \rightarrow \min; \quad J_{\vartheta 4b} = (k_{дЛУ1} - k_{дЛУ1\text{треб}})^2 \rightarrow \min;$$

$$J_{\psi 4a} = (k_{дГ2} - k_{дГ2\text{треб}})^2 \rightarrow \min; \quad J_{\psi 4b} = (k_{дЛУ2} - k_{дЛУ2\text{треб}})^2 \rightarrow \min, \quad (17)$$

где $k_{дГ1\text{треб}} = 1,5 \text{ В}\cdot\text{с}$, $k_{дЛУ1\text{треб}} = 0,01 \text{ В}\cdot\text{с}^2/\text{м}$, $k_{дГ2\text{треб}} = 4,5 \text{ В}\cdot\text{с}$, $k_{дЛУ2\text{треб}} = 0,085 \text{ В}\cdot\text{с}^2/\text{м}$.

Таким образом, критерий оптимизации рассматриваемой системы является векторным и предъявляет требования к точности, демпфирующим свойствам, времени переходного процесса, устойчивости системы, т.е. многокритериальность задачи связана с предъявляемым к системе набором требований, отражающим цель проектирования с учетом полноты отражения цели, независимости каждой скалярной компоненты векторного критерия и его ограниченной размерности. В дальнейшем в качестве критерия оптимизации будем использовать свертку показателей качества для каждого канала, определяемых выражениями (3), (4), (11) и (17), с одинаковыми весами:

$$J = \begin{bmatrix} J_{\vartheta} \\ J_{\psi} \end{bmatrix};$$

$$J_{\vartheta} = J_{1\vartheta} + J_{2\vartheta} + J_{3\vartheta} + J_{\vartheta 4a} + J_{\vartheta 4b}; \quad (18)$$

$$J_{\psi} = J_{1\psi} + J_{2\psi} + J_{3\psi} + J_{\psi 4a} + J_{\psi 4b}.$$

Структура трехэтапного метода равновесно-арбитражной балансировки.

Этап 1. Получение оптимальных параметров в каждом канале стабилизации (начальные приближения для арбитражно-равновесной балансировки каналов).

Этап 2. Нахождение балансирующего параметрического решения на основе равновесия по Нэш.

Этап 3. Парето-оптимизация параметрического решения на основе арбитражной схемы Нэша.

Получение начальных приближений для арбитражно-равновесной балансировки каналов. Для этого была использована методика расчета ССт в одном канале, включающая в себя [6]:

метод стандартных коэффициентов (МСК), который позволяет получить переходной процесс заданного вида (с требуемым перерегулированием) и значения неизвестных параметров системы [6];

оптимизацию внутреннего контура демпфирования системы с дифференцирующим гироскопом (выбор коэффициента усиления датчика угловой скорости) по критерию минимизации резонансного пика ЛАЧХ замкнутого контура демпфирования, что позволяет снизить колебательность системы [6];

параметрический синтез (выбор коэффициента усиления датчика линейных ускорений) с использованием ЛАЧХ для достижения требуемых запасов устойчивости и точности [6].

В результате применения рассмотренных методик расчета в каждом канале ССт были получены следующие значения параметров: $k_{дГ1,2} = 2,5 \text{ В}\cdot\text{с}$; $k_{дЛУ1,2} = 0,085 \text{ В}\cdot\text{с}^2/\text{м}$.

Нахождение равновесного решения. Система стабилизации ЛА, математическая модель которой описывается уравнениями (1) и (2) с требова-

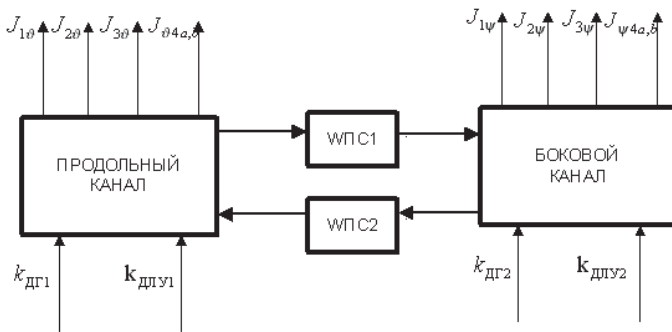


Рис. 6. Двухкоалиционная структура ССТ

ниями по точности, перерегулированию, времени переходного процесса и устойчивости, предъявляемыми в виде векторного критерия (18), (3), (4), (11) и (17), представляет собой типичную многообъектную (двухобъектную, двухкоалиционную, двухсвязанную) многокритериальную систему в условиях исходной структурной несогласованности (рис. 6), в которой отдельным объектом является канал стабилизации и имеют место перекрестные связи между каналами.

Рассмотрим особенности проектирования ММС. В многоуровневой структуре сложной системы можно выделить три вида систем: система-объект, ММС и полная иерархическая система — т.е. ММС — горизонтальный ряд в общем случае равнозначных объектов (рис. 7). В рамках ММС формируется класс задач оптимизации, в котором известные подходы оптимизации для обеспечения эффективности объекта (вариационные методы, принцип максимума, методы динамического и нелинейного программирования) существенно дополняются игровыми подходами с собственными принципами оптимизации для обеспечения уравновешенного (стабильного) взаимодействия, способствующего достижению эффективности ММС в условиях естественной несогласованности. Методы решения в рамках данных принципов базируются на многообъектности структуры, многокритериальности задач и свойствах конфликтного взаимодействия объектов. Таким образом, в задачах многообъектной многокритериальной оптимизации заложены фундаментальные понятия: стабильность, эффективность и стабильно-эффективный компромисс [1].

Стабильность ММС — это обеспечение межобъектно устойчивых (уравновешенных по целям) процессов функционирования и проектирования мно-

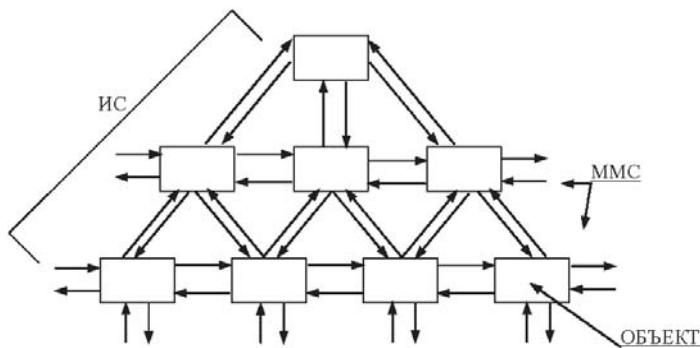


Рис. 7. Структура многоуровневой системы

гообъектных структур в условиях конфликтности (несогласованности) и/или неопределенности.

Эффективность ММС — это достижение максимального целевого качества объектов ММС и ММС в целом на основе устойчивого рационального коалиционирования.

Стабильно-эффективный компромисс (СТЭК) — это объединение свойств стабильности и эффективности в рамках множества решений — от полного совпадения данных свойств в одной точке пространства показателей до обеспечения возможной степени их сближения в условиях информационно-тактических расширений соглашений.

Далее для нахождения параметров рассматриваемой системы с учетом предъявляемых к ней требований используются методы оптимизации ММС. Для этого определяется равновесное решение по Нэшу, являющееся стабильным в том смысле, что при отклонении любого параметра от равновесного значения происходит ухудшение показателей качества (увеличение потерь), в первую очередь, у “отклонившегося” объекта. Набор параметров $q^r = (q^{r1}, \dots, q^{rm})$ является равновесным по Нэшу относительно скалярного показателя $\Phi_i^c = \sum_{j \in K_i} \lambda_j^i J_j^i$, который является функцией потерь коалиции K_i ,

если для любого $q^i \in Q_i, i \in M_k = (1 \dots m)$,

$$\Phi_i^c(q^r \| q^i) \geq \Phi_i^c(q^r),$$

где $q^r \| q^i = q^{r1}, \dots, q^{ri-1}, q^i, q^{ri+1}, \dots, q^{rm}$. Подобный алгоритм нахождения равновесного нэш-решения реализован в программной среде (ПС) “МОМДИС” (многокритериальная оптимизация многообъектных динамических систем) [1], которая и использовалась для расчетов.

ПС “МОМДИС” предназначена для многокритериальной оптимизации многообъектных систем и позволяет проводить анализ в пространстве показателей системы методами парето-оптимизации (нахождение сетевой области оптимальности по Парето, Парето–Слейтеру и др.), омега-оптимизации (нахождение точных решений в подобласти оптимальности по Парето), нэш-оптимизации (нахождение точек равновесия по Нэшу сетевым и точным методами), УКУ-оптимизации (нахождение точек, устойчивых по критерию угроз и контругроз), а также получать решение на основе различных СТЭК.

Программная среда состоит из двух больших подсистем: математической подсистемы, реализованной в среде MATLAB 6.5 и включающей алгоритмы сетевых и точных методов оптимизации и пользовательского интерфейса, с помощью которого можно описать и ввести математическую модель исследуемой системы, выбрать метод решения, вывести результаты в удобной для пользователя форме и обработать их. Структура ПС “МОМДИС” приведена на рис. 8.

Уравнения системы в форме Коши имеют вид (1) и (2), критерии оптимизации — (18), (3), (4), (11) и (17). Кроме того, рассмотрим динамические условия, когда вычисляются показатели качества по статической точности и перерегулированию по окончании переходного процесса, время наблюдения которого с запасом было взято 1 с. Предварительно был проведен сетевой анализ области показателей для нормировки их таким образом, что все показатели были приведены к одному диапазону:

$$J_{\vartheta i}^{\text{норм}} = \frac{J_{\vartheta i} - J_{\vartheta i \text{ min}}}{J_{\vartheta i \text{ max}} - J_{\vartheta i \text{ min}}} \in [0; 1],$$

$$J_{\psi i}^{\text{норм}} = \frac{J_{\psi i} - J_{\psi i \text{ min}}}{J_{\psi i \text{ max}} - J_{\psi i \text{ min}}} \in [0; 1], \quad i = \overline{1; 4}.$$

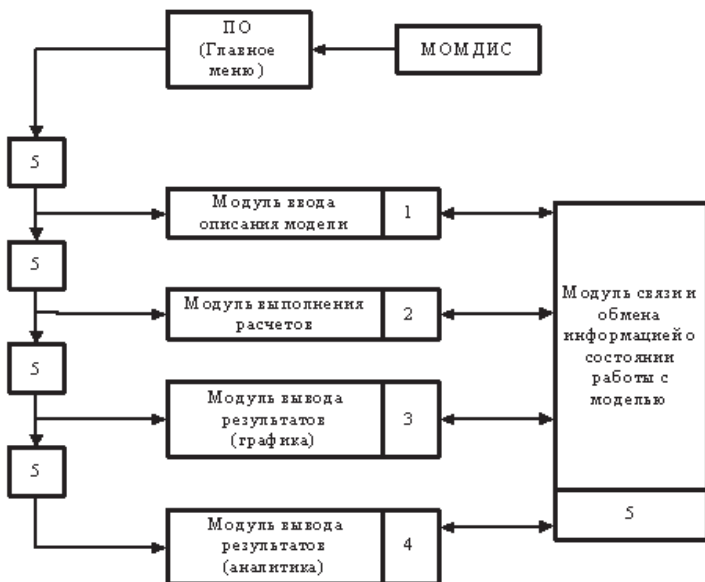


Рис. 8. Структурная схема ПС “МОМДИС”

При этом интервалы изменения параметров $k_{ДГ1,2}$ и $k_{ДЛУ1,2}$ выбраны таким образом, чтобы гарантировать устойчивость системы ($\approx \pm 40\%$ относительно центра D -разбиения): $k_{ДГ1} \in [0,9; 2]$; $k_{ДЛУ1} \in [0,005; 0,04]$; $k_{ДГ2} \in [2,5; 5]$; $k_{ДЛУ2} \in [0,01; 0,1]$.

В результате расчета получены следующие значения параметров системы и показателей качества в точке оптимальной балансировки каналов (равновесия по Нэшу): $k_{ДГ1}^r = 1,4500 \text{ В}\cdot\text{с}$; $k_{ДЛУ1}^r = 0,0138 \text{ В}\cdot\text{с}^2/\text{м}$; $k_{ДГ2}^r = 4,3750 \text{ В}\cdot\text{с}$; $k_{ДЛУ2}^r = 0,0775 \text{ В}\cdot\text{с}^2/\text{м}$;

$$J_1 = 0,9748; \quad J_2 = 0,8865.$$

Нахождение СТЭК в форме равновесно-арбитражного решения. Задачи управления ММС имеют ряд свойств, которые свидетельствуют о необходимости формирования компромиссов и создают для этого определенную основу.

Значительную часть подходов оптимизации в рамках обязательных соглашений составляют арбитражные схемы [1]. В настоящей работе рассмотрено применение арбитражной схемы Нэша (АСН). Она имеет ряд полезных функциональных свойств, которые достаточно хорошо изучены. Поэтому данную арбитражную схему используют наряду с другими компромиссными решениями.

Исходной точкой модифицированной АСН является равновесное решение (см. [1], гл. 6), а результат дает одну из точек области оптимальности по Парето–Слейтеру [7]. Таким образом, удастся достичь объединения свойств стабильности (обеспечиваемой равновесным решением по Нэшу) и качества (обеспечиваемого оптимальностью решения по Парето) и получить стабильно-эффективный компромисс.

По определению арбитражной схемы арбитражное решение удовлетворяет условию

$$\max_u \prod_{i \in M_k} (J_i(\mathbf{u}) - J_i^*) \rightarrow \mathbf{u}^a, \quad (19)$$

где J_i^* — компоненты вектора показателей J^* в начальной точке, u^a — парето-решение. В качестве J_i^* выбирается равновесное решение по Нэшу.

Существует единственное арбитражное решение, удовлетворяющее следующему свойству [1], — решение оптимально по Парето и находится в точке, максимально близкой к балансирующей точке равновесия по Нэшу.

В результате расчета получены следующие значения параметров системы и показателей качества: $k_{ДГ1} = 1,5111 \text{ В}\cdot\text{с}$; $k_{ДЛУ1} = 0,0167 \text{ В}\cdot\text{с}^2/\text{м}$; $k_{ДГ2} = 4,1667 \text{ В}\cdot\text{с}$; $k_{ДЛУ2} = 0,0900 \text{ В}\cdot\text{с}^2/\text{м}$;

$$J_1 = 0,9458; \quad J_2 = 0,8707.$$

Таким образом, по сравнению с равновесным нэш-решением (табл. 2) удалось добиться улучшения показателей в точке стабильно-эффективного компромисса в форме равновесно-арбитражного решения. Графическое представление результатов приведено на рис. 9.

Особенностью оптимальных решений для рассматриваемой системы является близкое расположение точки нэш-равновесия к области оптимальности по Парето–Слейтеру [7], т.е. равновесное решение обладает и достаточной степенью эффективности. Это связано с большим количеством предъявляемых к системе требований: в критерии качества заложены требования и по точности, и по колебательности, и по времени переходного процесса, и по устойчивости в каждом канале системы стабилизации.

Результаты трехэтапного метода равновесно-арбитражной балансировки каналов ССт приведены в табл. 2.

Для оценки качества системы с рассчитанными параметрами было проведено моделирование ССт в режиме стабилизации при входном воздействии — возмущающем моменте $M_{\text{возм}} = 120 \text{ Н}\cdot\text{м}$ (рис. 10). Полученные показатели качества переходных процессов приведены в табл. 3; (для

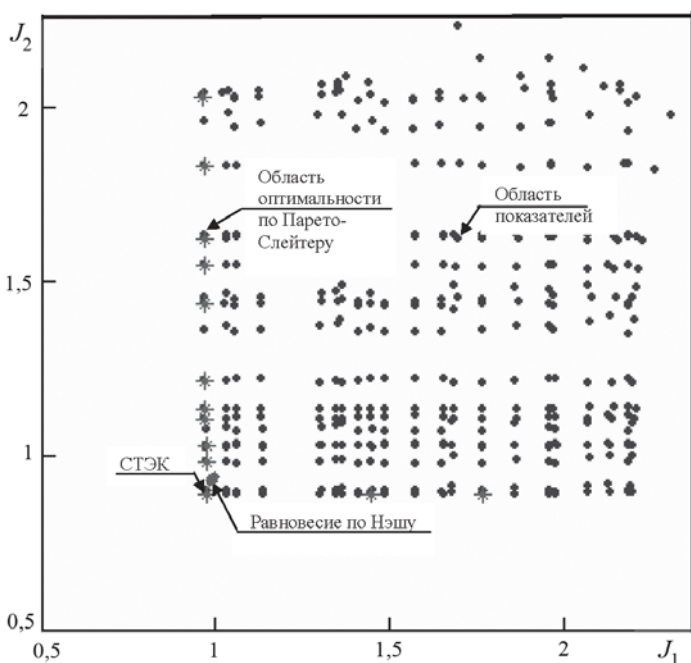


Рис. 9. Результаты расчета равновесно-арбитражного решения

Таблица 2

Результаты применения трехэтапного метода равновесно-арбитражной балансировки каналов ССт

Применение метода	$k_{дГ1}$, В·с	$k_{дЛУ1}$, В·с ² /м	$k_{дГ2}$, В·с	$k_{дЛУ2}$, В·с ² /м	J_1	J_2
Расчет одноканальной ССт	2,5	0,085	2,5	0,085	—	—
Равновесная балансировка двухканальной ССт	1,4500	0,0138	4,3750	0,0775	0,9748	0,8865
Равновесно-арбитражная балансировка двухканальной ССт	1,5111	0,0167	4,1667	0,0900	0,9458	0,8707

Таблица 3

Показатели качества переходных процессов

Параметр	Режим I ($v_{ЛА} = 1400$ м/с)			Режим II ($v_{ЛА} = 500$ м/с)		
	①	②	③	①	②	③
$t_{ППjну}$; $t_{ППjнз}$, с	0,16; —	Система неустой- чива	0,10; 0,21	0,44; —	0,70; 0,78	0,49; 0,33
$\varepsilon_{стjну}$; $\varepsilon_{стjнз}$, м/с ²	0,17; —		0,48; 0,17	0,33; —	0,33; 0,33	0,97; 0,33
$\sigma_{jну}$; $\sigma_{jнз}$, %	17,6; —		5; 14	7; —	12; 27	0; 1
$t_{ПП}\dot{\vartheta}$; $t_{ПП}\dot{\psi}$, с	0,21; —		0,48; 0,50	0,54; —	1,87; 1,97	0,79; 0,65
$\varepsilon_{ст}\dot{\vartheta}$; $\varepsilon_{ст}\dot{\psi}$, рад/с	0,000118; —		$3,4 \cdot 10^{-4}$; $1,2 \cdot 10^{-4}$	0,000661; —	$6,5 \cdot 10^{-4}$; $6,5 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$; $6,5 \cdot 10^{-4}$
$\dot{\vartheta}_{max}$; $\dot{\psi}_{max}$, рад/с	0,006; —		$8,73 \times 10^{-3}$; $3,64 \cdot 10^{-3}$	0,008; —	0,012; 0,011	0,017; 0,006

Примечание: $t_{ПП}$ — время переходного процесса; $\varepsilon_{ст}$ — статическая точность; σ — перерегулирование; ① — одноканальная ССт; ② — двухканальная ССт без балансировки; ③ — двухканальная ССт с равновесно-арбитражной балансировкой.

Режим I

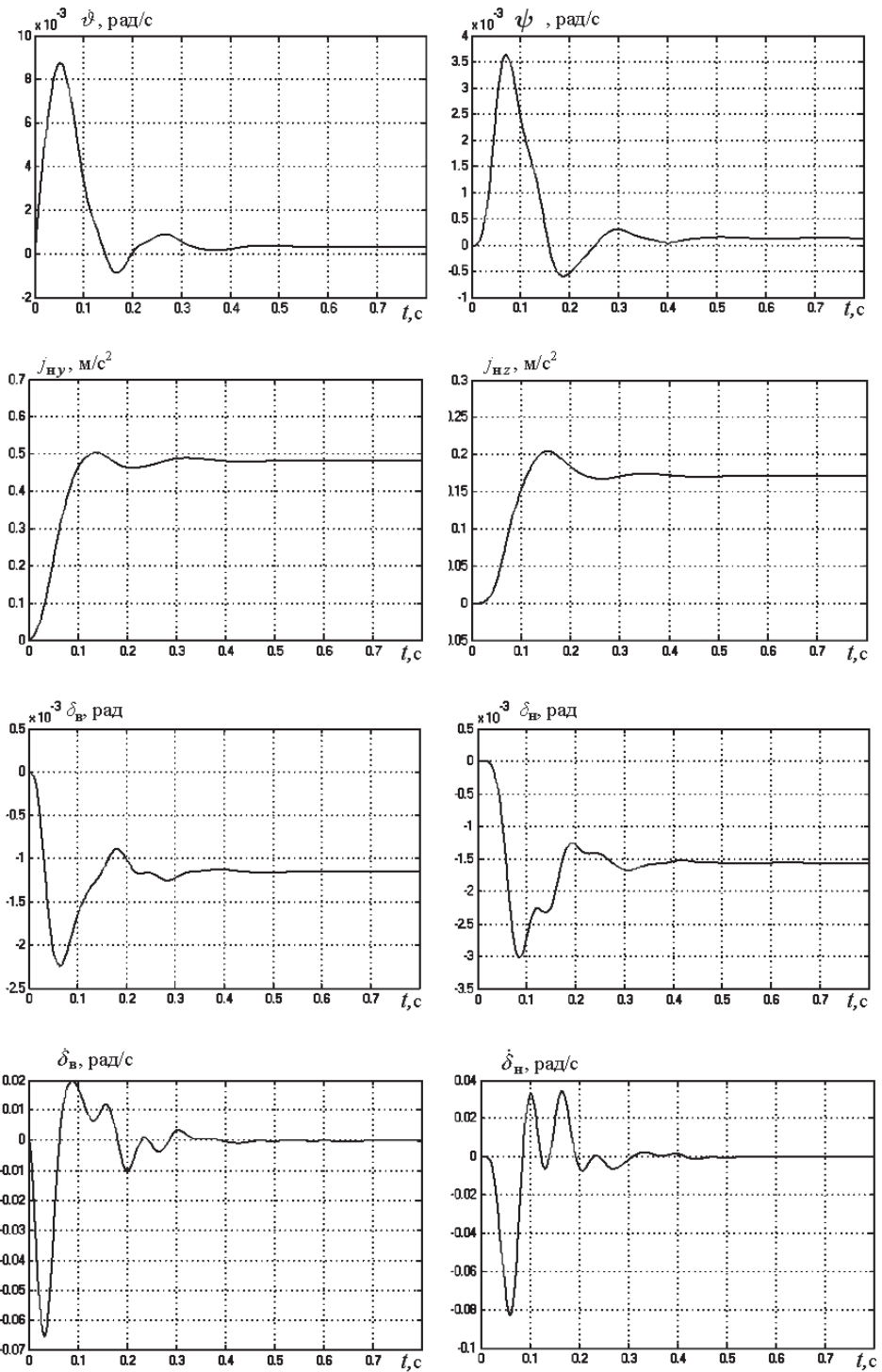


Рис. 10 (Начало). Переходные процессы в оптимизированной системе. Режим стабилизации

Режим II

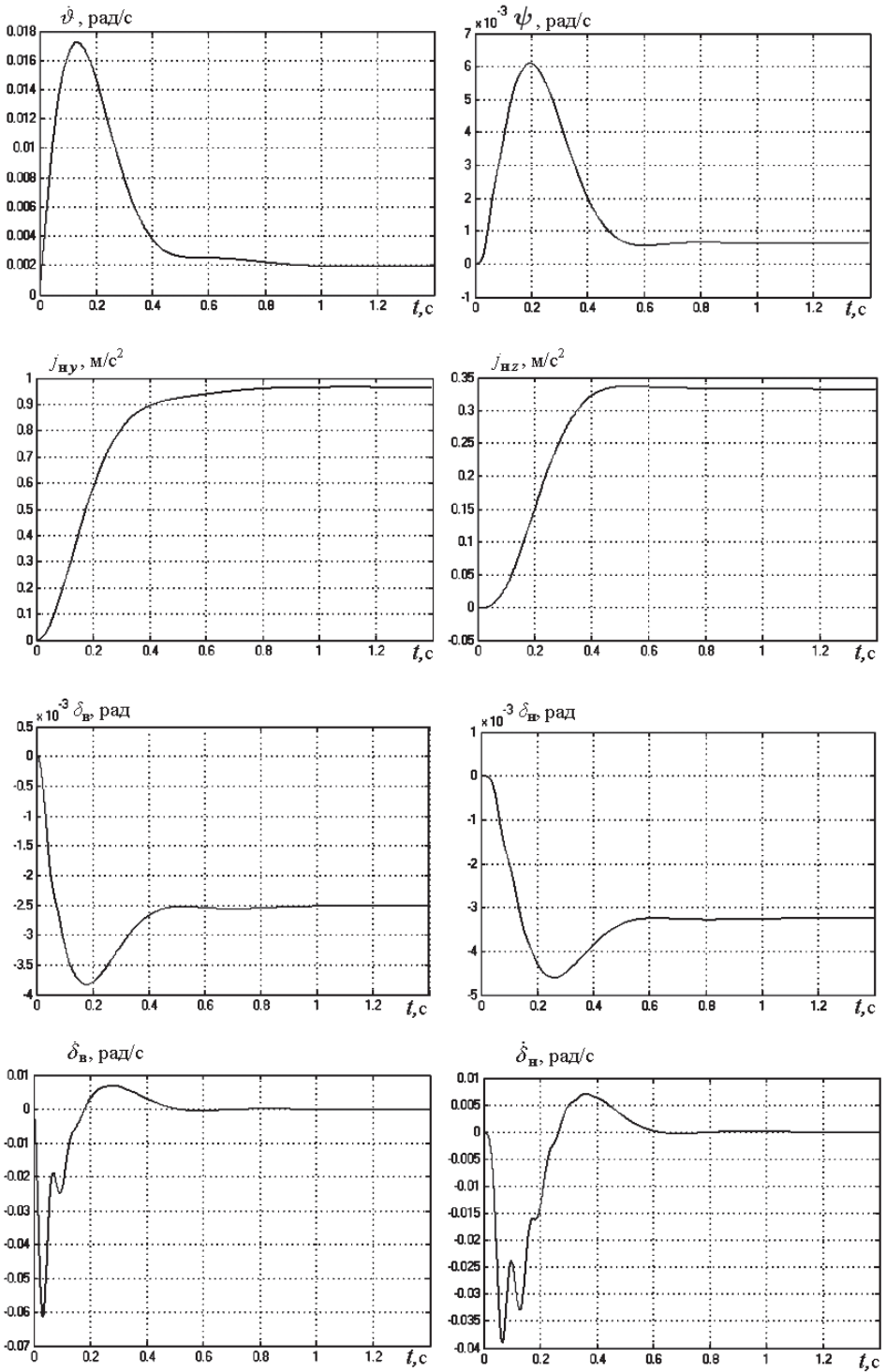


Рис. 10. (Окончание)

сравнения указаны также аналогичные параметры для одного канала и при использовании настроек, полученных при расчете одного канала, — для двухканальной системы с перекрестными связями).

В частности, на режиме I отсутствие балансировки делает двухканальную ССт неустойчивой, хотя в каждом канале имеет место полученный расчетом уровень устойчивости и качества.

Таким образом, значения параметров, рассчитанные с использованием элементов теории ММС, обеспечивают не только устойчивость двухканальной системы стабилизации с перекрестными связями, но и высокое качество работы на рассматриваемых режимах по статической точности, перерегулированию и времени переходного процесса.

Постановка задачи равновесно-арбитражной многокритериальной балансировки в многосвязанном управлении. Задачу арбитражной и равновесной балансировки можно применить и для решения задачи определения оптимального управления ЛА. Для этого кратко рассмотрим концептуальную постановку.

Уравнения движения центра масс ЛА имеют вид [3]:

$$\begin{cases} \dot{v} = g(n_x - \sin \Theta), & \dot{\Theta} = \frac{g}{v}(n_y - \cos \Theta), & \dot{\Psi} = -\frac{gn_z}{v \cos \Theta}; \\ \dot{X}_g = v \cos \Theta \cos \Psi, & \dot{Y}_g = v \sin \Theta, & \dot{Z}_g = -v \cos \Theta \sin \Psi, \end{cases}$$

где v — скорость ЛА; Θ , Ψ — угол наклона и поворота траектории соответственно; n — вектор нормальной перегрузки; X_g , Y_g , Z_g — координаты центра масс ЛА в земной системе координат.

Вектор управления в форме перегрузок имеет вид $[n_1, n_2]$.

Определим вид двухканального оптимального пространственного управления по векторному показателю: терминальной точности по положению центра масс ЛА и его вектору скорости, а также по быстродействию. Быстродействие T_{\min} оценивается при решении задачи в одном из двух каналов, а терминальная точность (X_3, Y_3, Z_3) в каждом канале задается критерием в виде квадратичных невязок по положению:

$$J_{1\kappa} = [X(T_{\min}) - X_3(T_{\min})]^2 + [Y(T_{\min}) - Y_3(T_{\min})]^2 + [\Theta(T_{\min}) - \Theta_3(T_{\min})]^2 \rightarrow \min; \quad n_1$$

$$J_{2\kappa} = [X(T_{\min}) - X_3(T_{\min})]^2 + [Z(T_{\min}) - Z_3(T_{\min})]^2 + [\Psi(T_{\min}) - \Psi_3(T_{\min})]^2 \rightarrow \min. \quad n_2$$

Далее находим равновесное арбитражное решение задачи управления с начальными приближениями, рассчитанными для каждого канала отдельно, без учета перекрестных связей.

Как показывают результаты расчетов и моделирования, приведенную методику расчета (параметрического синтеза ССт) можно использовать как замену имитационному моделированию для перенастройки параметров системы стабилизации ЛА с учетом перекрестных связей каналов.

Результаты настоящей работы докладывались на международном симпозиуме [8] по проблемам управления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 07-08-00509-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В о р о н о в Е. М. Методы оптимизации управления многообъектными многокритериальными системами на основе стабильно-эффективных компромиссов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 576 с.
2. К у з о в к о в Н. Т. Системы стабилизации летательных аппаратов (баллистических и зенитных ракет): Учеб. пособ. для вузов. – М.: Высш. шк., 1976. – 304 с.
3. Л е б е д е в А. А., К а р а б а н о в В. А. Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1956.
4. Б е с е к е р с к и й В. А., П о п о в Е. П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975.
5. К о н ь к о в В. Г. Устойчивость управляемых технических систем: Учеб. пособ. / Под ред. В.И. Сивцова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1990. – 78 с.
6. В е с е л о в А. П., Е в с т и ф е е в В. В., К а р а б а н о в В. А. Расчет и проектирование систем стабилизации летательных аппаратов: Учеб. пособ. по курсовому проектированию. – М.: МВТУ, 1979. – Вып. 5. – 22 с.
7. П о д и н о в с к и й В. В., Н о г и н В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 254 с.
8. В о р о н о в Е. М., М е л е х и н а Ю. В., В е с е л о в с к а я О. А., М у с и н Е. Р. Равновесно-арбитражная многокритериальная балансировка каналов в многосвязанном регулировании и управлении // Тр. VII Междунар. симпоз. “Интеллектуальные системы” / Под ред. К.А. Пупкова. – М.: РУСАКИ, 2006.

Статья поступила в редакцию 29.08.2007

Юлия Викторовна Мелехина родилась в 1983 г., окончила в 2006 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант ОАО МНИИРЭ “АЛЬТАИР”.

Yu.V. Melyokhina (b. 1983) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2006. Post-graduate of open stock company “ОАО МНИИРЕ “Altair”.

Ольга Александровна Веселовская родилась в 1982 г., окончила в 2004 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант ОАО МНИИРЭ “АЛЬТАИР”.

O.A. Veselovskaya (b. 1982) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2004. Post-graduate of open stock company “ОАО МНИИРЕ “Altair”.

Евгений Рашитович Мусин родился в 1983 г., окончил в 2007 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Ye.R. Musin (b. 1983) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2006. Post-graduate of the Bauman Moscow State Technical University.