

УДК 621.865:004.896

## ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВУРУКОГО МАНИПУЛЯЦИОННОГО РОБОТА

И.А. Калеватых, А.Г. Лесков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва  
e-mail: kalevatykh@gmail.com; agleskov@rambler.ru

*Рассмотрены вопросы устойчивости системы управления двурукого манипуляционного робота. Предложен метод исследования устойчивости двурукого манипуляционного робота как многомерной динамической системы на основе частотного критерия Найквиста. Приведены результаты аналитических исследований и расчетов динамики таких роботов при выполнении операций в свободном пространстве и при манипулировании объектами.*

**Ключевые слова:** двурукие манипуляционные роботы, контактные операции, податливое движение, исследование устойчивости.

## STABILITY ANALYSIS OF CONTROL SYSTEM OF TWO-MANIPULATOR COOPERATIVE SYSTEM

I.A. Kalevatykh, A.G. Leskov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow  
e-mail: kalevatykh@gmail.com; agleskov@rambler.ru

*Problems of stability of control system of a two-manipulator cooperative system are considered. A method is proposed for analysis of stability of the two-manipulator cooperative system as a multidimensional dynamical system based on the Nyquist frequency criterion. The results of analytical studies and calculations of dynamics of these systems while they perform operations in the free space and manipulate objects are given.*

**Keywords:** two-manipulator cooperative system, interaction tasks, compliant motion, stability analysis.

Двурукие манипуляционные роботы (МР) необходимы для решения широкого круга задач, таких как перенос крупногабаритных грузов или механическая сборка. При выполнении характерных для двуруких МР операций исполнительные механизмы рук МР часто образуют замкнутую кинематическую цепь. Свойства такой замкнутой системы резко отличаются от свойств одноруких МР при движении в свободном пространстве. В частности, система управления двурукого МР, устойчивая при отсутствии механической связи между руками, может оказаться неустойчивой при захвате объекта. В связи с этим актуальной является задача разработки методов анализа и обеспечения устойчивости системы управления двурукого МР на всех режимах работы, включая двурукое манипулирование объектами.

Вопросы динамики двуруких МР изучалась во многих работах [1–3]. Однако в них либо недостаточно полно учитывается динамика

приводов, либо задача сводится к одномерному случаю, что является довольно грубым приближением. В действительности МР — многомерная динамическая система. В работах [4–7] показано, что свойства МР как многомерной динамической системы существенно отличаются от свойств МР как системы отдельно взятых приводов (без учета динамического взаимовлияния [4]). При этом различие проявляется в таких важных аспектах, как устойчивость и качество динамических процессов. В работе [6] главное внимание уделено одноруким МР при выполнении операций в свободном пространстве.

В настоящей статье положения работ [5, 6] развиты в направлении исследования двуруких МР. Проведены исследования многомерной динамики двурукого МР при замыкании рук, применены частотные методы и предложена формулировка критерия Найквиста для определения устойчивости МР. Отдельно исследован случай применения коррекции сил и моментов реакции связи между замкнутыми руками. Приведены примеры исследований, выполненных этими методами, подтвержденные компьютерным моделированием.

**Модель динамики МР.** Систему уравнений движения однорукого МР можно записать в векторно-матричной форме [5]:

$$\begin{aligned} A(q)\ddot{q} + b(q, \dot{q}) + c(q) &= \mu_d - \mu_v; \\ N(p)\mu_d &= M_m(p)(q^* - q) - M_c(p)pq, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $q$  — вектор обобщенных координат шарниров;  $q^*$  — вектор входных сигналов приводов;  $\mu_d$  — вектор моментов, развиваемых приводами;  $\mu_v$  — вектор внешних сил и моментов, приведенных к шарнирам;  $A(q)$  — матрица инерционных коэффициентов;  $b(q, \dot{q})$  — вектор приведенных к шарнирам моментов от действия центробежных и кориолисовых сил;  $c(q)$  — вектор приведенных к шарнирам моментов от действия гравитационных сил (равен нулю в условиях невесомости);  $N(p)$ ,  $M_m(p)$ ,  $M_c(p)$  — матричные передаточные функции (ПФ), описывающие динамику приводов (элементы этих матриц — полиномы от  $p$ ).

В дальнейшем будем рассматривать операции МР, при выполнении которых скорости движения малы и вектором центробежных и кориолисовых сил можно пренебречь, а коэффициенты уравнений (1) можно считать постоянными. Такими операциями являются распространенные на практике монтажные, сборочные работы и т.п. При выполнении именно таких операций МР часто находится в контакте со средой.

С учетом этого исполнительную систему МР, описываемую уравнениями (1) можно представить в виде структурной схемы (рис. 1). На рисунке обозначено:  $W_m(p) = N^{-1}(p)M_m(p)$ ,  $W_c(p) = N^{-1}(p)M_c(p)$  — матричные ПФ.

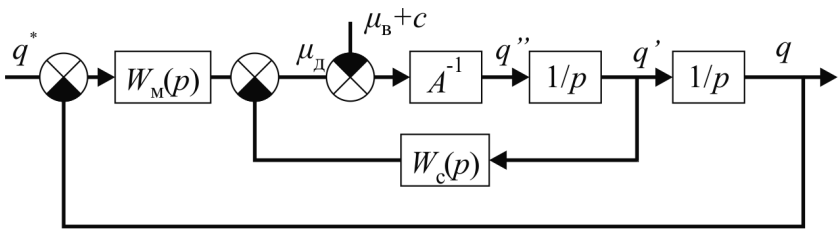


Рис. 1. Структурная схема исполнительного системы МР

Уравнения (1) можно представить в форме “вход-выход”:

$$q(t) = W(p)q^*(t) - W_B(p)\mu_B,$$

где

$$W(p) = (Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p))^{-1} W_m(p) \quad (2)$$

— матричная ПФ исполнительного системы управления (ИСУ) МР по отношению к вектору входных управляющих воздействий;

$$W_B(p) = (Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p))^{-1} \quad (3)$$

— матричная ПФ ИСУ МР по отношению к вектору возмущающих воздействий.

**Устойчивость ИСУ МР при взаимодействии с неподвижным объектом.** Исследуем устойчивость многомерной ИСУ однорукого МР при его взаимодействии с неподвижным объектом. Этот случай соответствует операциям, при выполнении которых один из манипуляторов двурукого МР неподвижен. Мы будем исследовать устойчивость при условии, что контакт уже установлен, не рассматривая процессы на границе свободной зоны. Структурная схема, соответствующая этому случаю, в линейном приближении представлена на рис. 2.

На схеме обозначено:  $x, x_c$  — декартовы координаты рабочего органа МР и неподвижного объекта соответственно;  $f$  — вектор сил и моментов реакции в точке контакта;  $J$  — матрица Якоби для соотношения  $x = F(q)$ ;  $G_c(p)$  — матричная ПФ, определяющая свойства контакта между МР и объектом (модель среды).

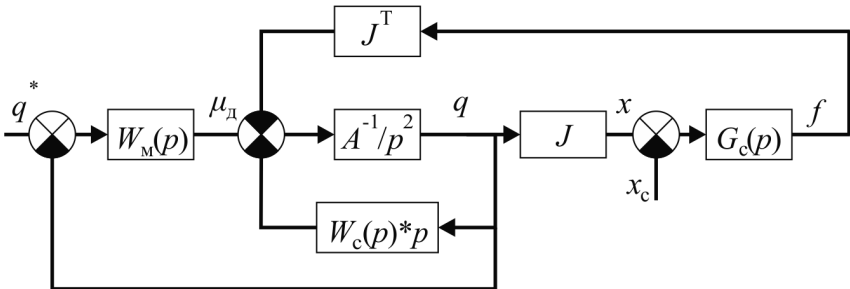


Рис. 2. Структурная схема многомерной ИСУ МР при взаимодействии с неподвижным объектом

Точную модель среды обычно трудно получить в аналитической форме. Однако в большинстве практических случаев достаточно упрощенной линеаризованной модели окружения, принимающей во внимание только динамические эффекты [3]:

$$G_c(p) = M_c p^2 + D_c p + K_c, \quad (4)$$

где  $M_c$ ,  $D_c$ ,  $K_c$  – матрицы инерции, демпфирования и жесткости среды соответственно.

В работе [8] показано, что исследовать устойчивость многомерной замкнутой системы управления можно на основе рассмотрения функции Найквиста:

$$Q(p) = \det H(p) / \det H_0(p) - 1,$$

где  $H_0(p)$ ,  $H(p)$  – характеристические определители разомкнутой и замкнутой систем соответственно.

В нашем случае замыкание системы соответствует возникновению механического контакта.

Уравнения ИСУ МР до момента возникновения контакта имеют вид

$$Ap^2 q = \mu_d - \mu_b;$$

$$N(p)\mu_d = M_m(p)(q^* - q) - M_c(p)pq,$$

а ее характеристический определитель равен

$$\Delta(p) = \det \{N(p)\} \cdot \det \{Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p)\}.$$

При возникновении механического контакта эти уравнения видоизменяются:

$$(Ap^2 + J^T G_c J) q = \mu_d - \mu_b;$$

$$N(p)\mu_d = M_m(p)(q^* - q) - M_c(p)pq,$$

и характеристический определитель вновь образованной системы приобретает вид

$$\Delta_k(p) = \det \{N(p)\} \det \{Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p) + J^T G_c(p)J\}.$$

Последнее соотношение можно преобразовать так:

$$\Delta_k(p) = \det \{N(p)\} \det \{Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p)\} \times \\ \times \det \left\{ E + (Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p))^{-1} J^T G_c(p)J \right\}$$

или

$$\Delta_k(p) = \Delta(p) \cdot \det \left\{ E + (Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p))^{-1} J^T G_c(p)J \right\}.$$

Выражение для функции Найквиста в рассматриваемом случае принимает вид

$$Q_{\kappa}(p) = \Delta_{\kappa}(p)/\Delta(p) - 1 = \\ = \det \left\{ E + (Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p))^{-1} J^T G_c(p) J \right\} - 1$$

или, что то же самое,

$$Q_{\kappa}(p) = \det \left\{ J^{-1} G_c^{-1}(p) G_c(p) J + \right. \\ \left. + J^{-1} G_c^{-1}(p) G_c(p) J (Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p))^{-1} J^T G_c(p) J \right\} - 1;$$

$$Q_{\kappa}(p) = \det \left\{ E + G_c(p) J (Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p))^{-1} J^T \right\} \times \\ \times \det \left\{ J^{-1} G_c^{-1}(p) \right\} \cdot \det \left\{ G_c(p) J \right\} - 1.$$

С учетом обозначения (3) можно записать

$$Q_{\kappa}(p) = \det \left\{ E + G_c(p) J (Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p))^{-1} J^T \right\} - 1 = \\ = \det \left\{ E + G_c(p) J \cdot W_b(p) J^T \right\} - 1. \quad (5)$$

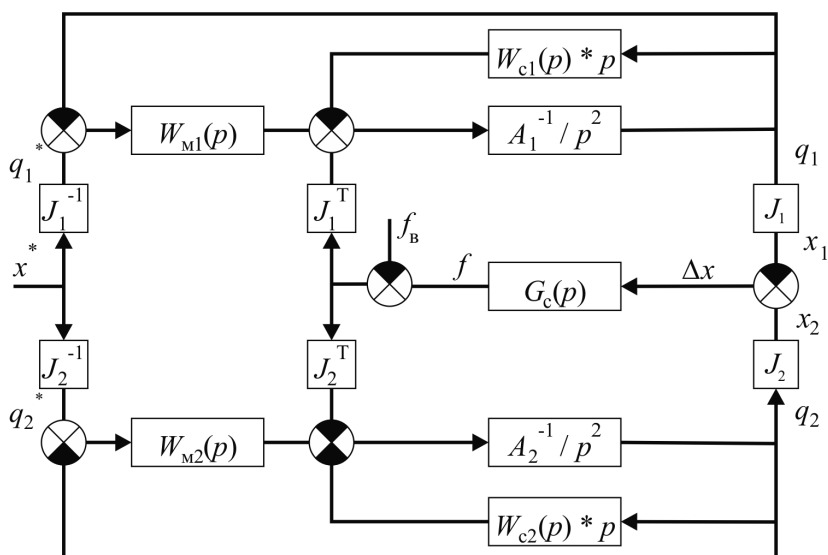
Анализ устойчивости системы проводится после перехода в частотную область и состоит в рассмотрении расположения годографа функции  $Q_{\kappa}(j\omega)$  при изменении частоты  $\omega$  в пределах от  $-\infty$  до  $\infty$  относительно точки  $(-1, j0)$  [8].

Если многомерная ИСУ МР асимптотически устойчива при движении в свободном пространстве, для ее устойчивости при контакте с неподвижным объектом необходимо и достаточно, чтобы годограф функции  $Q_{\kappa}(j\omega)$  при изменении  $\omega$  от  $-\infty$  до  $\infty$  не охватывал точку  $(-1, j0)$ .

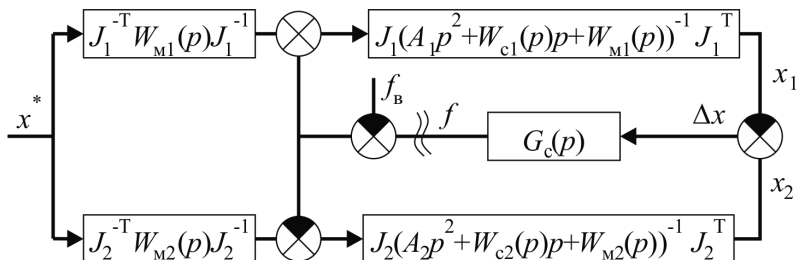
В таком виде критерий устойчивости МР при взаимодействии с неподвижным объектом рассматривался в работе [6].

**Устойчивость ИСУ двурукого МР при связанном движении.** Рассмотрим теперь устойчивость ИСУ двурукого МР в случае, когда его руки связаны, т.е. образуют замкнутую кинематическую цепь. Этот случай соответствует операциям сборки, переноса объектов двумя руками и др.

В линейном приближении структуру многомерной ИСУ двурукого МР при связанном движении можно представить в виде схемы, приведенной на рис. 3, а. На рисунке все обозначения ПФ и величин, относящихся к разным манипуляторам, имеют различные индексы. Другие обозначения:  $x^*$  – плановые координаты системы координат (СК), связанной с объектом (СК объекта), в декартовом пространстве.



*a*



*б*

**Рис. 3. Структура ИСУ двурукого МР при связанном движении**

Предполагается, что СК, которые определяют положение рук (СК рук) так позиционированы относительно их схватов, что при выполнении операции совпадают в пространстве с СК объекта;  $\Delta x$  — разница между положениями СК рук МР в декартовом пространстве;  $G_c(p)$  — матричная ПФ, определяющая свойства контакта между МР и объектом в виде (4) (ее параметры определены в СК объекта);  $f_B$  — вектор возмущающих сил и моментов, действующих на захваченный объект.

В работе [6] предложено выражение для функции Найквиста, позволяющей исследовать устойчивость многомерной замкнутой системы управления, в виде

$$Q(p) = \det \{E + W_p(p)\} - 1, \quad (6)$$

где  $W_p(p)$  — матричная ПФ разомкнутой системы.

Найдем ПФ разомкнутой системы управления двурукого МР при связанном движении. Для этого преобразуем схему (рис. 3, *a*) к виду, приведенному на рис. 3, *б*. Можем записать ПФ разомкнутой системы

(место размыкания указано на рис. 3, б) по отношению к возмущающему воздействию:

$$W_p(p) = f(t)/f_b(t) = G_c(p) \left\{ J_1 (A_1 p^2 + W_{c1}(p)p + W_{m1}(p))^{-1} J_1^T + J_2 (A_2 p^2 + W_{c2}(p)p + W_{m2}(p))^{-1} J_2^T \right\}.$$

Тогда выражение для функции Найквиста, позволяющей судить об устойчивости двурукого МР при связанном движении, примет вид

$$Q_{2к}(p) = \det \left\{ E + G_c(p) \left( J_1 (A_1 p^2 + W_{c1}(p)p + W_{m1}(p))^{-1} J_1^T + J_2 (A_2 p^2 + W_{c2}(p)p + W_{m2}(p))^{-1} J_2^T \right) \right\} - 1.$$

Или с учетом обозначения (3)

$$Q_{2к}(p) = \det \{ E + G_c (J_1 \cdot W_{b1}(p) J_1^T + J_2 \cdot W_{b2}(p) J_2^T) \} - 1. \quad (7)$$

Сравнивая выражения (5) и (7) можно заметить, что функция Найквиста системы управления двурукого МР при связанном движении содержит сумму матричных ПФ разомкнутых систем управления отдельных рук, взаимодействующих с неподвижным объектом.

Сформулируем критерий устойчивости для связанного движения двурукого МР.

Если многомерные ИСУ рук двурукого МР асимптотически устойчивы при движении в свободном пространстве, для устойчивости его многомерной ИСУ при замыкании рук необходимо и достаточно, чтобы годограф функции  $Q_{2к}(j\omega)$  при изменении  $\omega$  от  $-\infty$  до  $\infty$  не охватывал точку  $(-1, j0)$ .

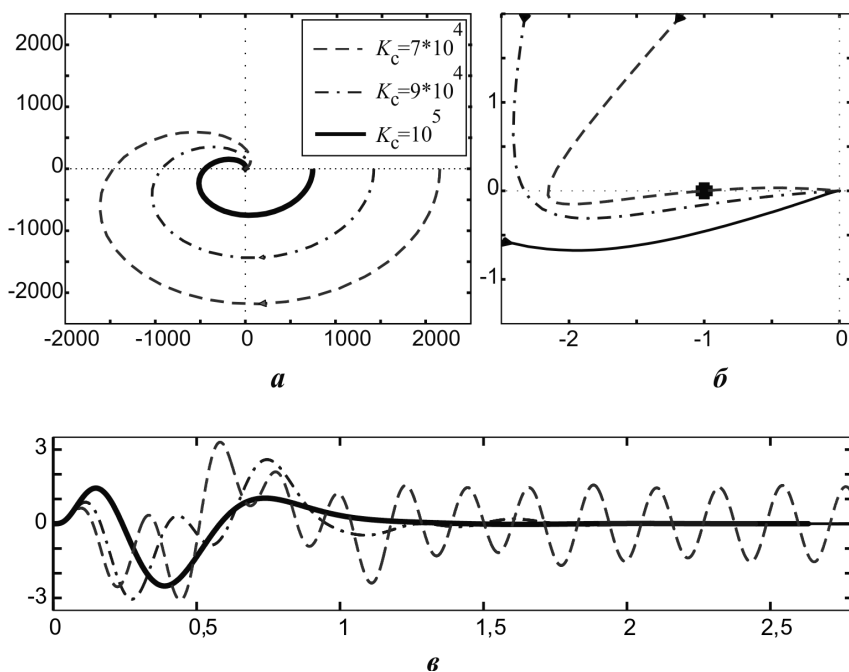
В таком виде функция Найквиста и критерий устойчивости многомерной ИСУ двурукого МР получены впервые. Методика определения устойчивости многомерных ИСУ рук при движении в свободном пространстве приведена в [6].

Выражение (7) можно расширить и на случай нескольких взаимодействующих МР ( $N \geq 1$ ):

$$Q_{Nк}(p) = \det \left\{ E + G_c(p) \sum_{i=1}^N J_i (A_i p^2 + W_{ci}(p)p + W_{mi}(p))^{-1} J_i^T \right\} - 1;$$

$$Q_{Nк}(p) = \det \left\{ E + G_c(p) \sum_{i=1}^N J_i W_{bi}(p) J_i^T \right\} - 1.$$

На рис. 4 приведены результаты исследования многомерной ИСУ двурукого МР при связанном движении в частотной и временной областях при трех различных значениях жесткости захваченного объекта.



**Рис. 4.** Годографы функции Найквиста ИСУ двурукого МР и соответствующие им переходные процессы  $\Delta x$  в системе по одной из координат при варьировании жесткости захваченного объекта

На графике (а) представлены годографы функции Найквиста системы в виде (7), на графике (б) — увеличенное изображение окрестности точки  $(-1, j0)$ , на графике (в) — переходные процессы разности положений рук по одной из декартовых координат. Исследование полностью подтвердило правильность полученных выше результатов.

**Устойчивость ИСУ двурукого МР при связанном движении с коррекцией сил и моментов реакции.** На практике очень редко встречаются случаи, когда при операциях, выполняемых двумя руками МР, не нужно контролировать возникающие силы и моменты реакции связи. Погрешности, возникающие при движении каждой руки, могут привести к падению удерживаемого объекта (если он зажат между руками) или к значительным нагрузкам на руки и переносимый объект. Как правило, для коррекции сил и моментов реакции связи используют либо схемы пассивной податливости, когда на запястье МР крепится специальное компенсирующее устройство, например устройство с вынесенным центром податливости, либо схемы активной податливости, когда силы и моменты, действующие на запястье МР, измеряются силомоментным датчиком (СМД) для организации обратной силовой связи.

Рассмотрим устойчивость ИСУ двурукого МР в случае, когда его руки связаны и применяются методы для коррекции сил и моментов реакции. Для примера применим активный метод коррекции меха-



нической проводимости МР [3]. Под механической проводимостью понимаем зависимость между действующими на МР силами и моментами и его отклонением от желаемой траектории. Достоинство метода в том, что он может применяться к МР, оснащенным позиционной или скоростной системой управления. Блок коррекции механической проводимости работает во внешнем контуре силовой обратной связи, принимая на вход силы и моменты реакции связи и выдавая в канал позиционной системы управления рук МР корректировку плановой траектории. Его ПФ имеет вид

$$G_{\text{п}}(p) = (M_{\text{п}}p^2 + D_{\text{п}}p + K_{\text{п}})^{-1}, \quad (8)$$

где матрицы  $M_{\text{п}}$ ,  $D_{\text{п}}$ ,  $K_{\text{п}}$  определяют целевую механическую проводимость МР.

Как правило, внешний контур силовой обратной связи работает на более низких частотах, чем внутренний контур позиционного управления. Это связано со временем опроса СМД, необходимостью выполнения расчетов и так далее. Многие исследователи [3] указывают на то, что запаздывание в контуре управления оказывает существенное влияние на качество процессов управления и может привести к неустойчивости системы. Для учета задержек при анализе можно модифицировать ПФ корректирующего устройства (8) следующим образом:

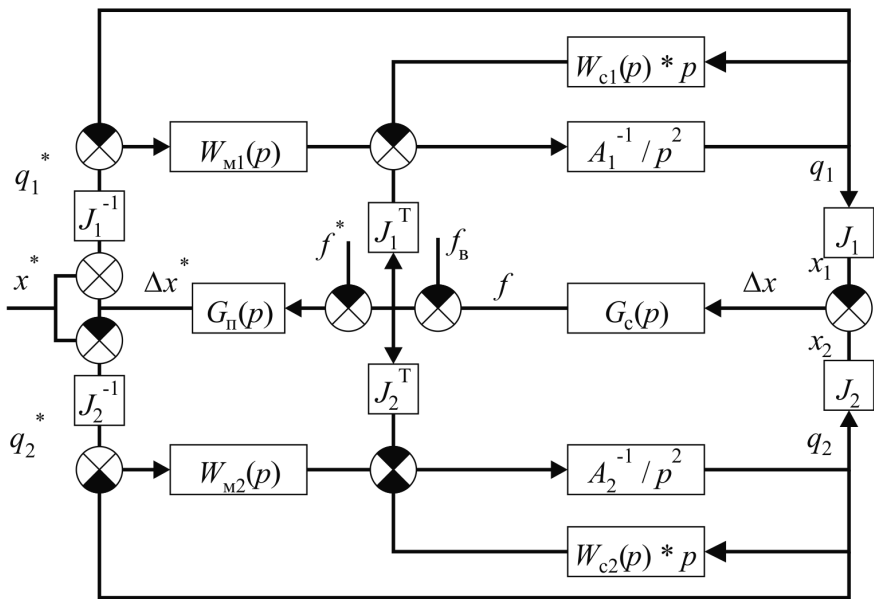
$$G'_{\text{п}}(p) = G_{\text{п}}(p) \frac{1 - 0,5Tp}{1 + 0,5Tp}, \quad (9)$$

где  $T$  — постоянная времени запаздывания.

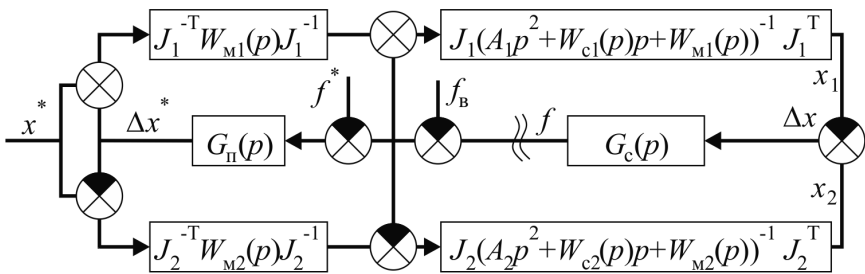
Структуру ИСУ двурукого МР для такого случая в линейном приближении можно представить в виде схемы, приведенной на рис. 5, а. Здесь предполагается, что на вход блока коррекции механической проводимости поступает достаточно точная оценка вектора сил и моментов реакции связи, которую обычно получают на основе данных СМД с помощью алгоритмической компенсации сил тяжести и инерции удерживаемого объекта.

На рис. 5, а обозначено:  $f^*$  — плановый вектор сил и моментов с которыми МР должен воздействовать на объект. Он отличен от нуля, например, если объект зажат между руками и необходимо обеспечить заданную прижимную силу;  $\Delta x^*$  — корректирующее отклонение от плановой траектории.

Выражение для функции Найквиста системы в этом случае, как и выше, будем искать в виде (6). Для этого преобразуем структурную схему (рис. 5, а) к виду, изображенному на рис. 5, б. Можем записать ПФ разомкнутой системы (место размыкания указано на рис. 5, б) по отношению к возмущающему воздействию:



**a**



**б**

**Рис. 5. Структура ИСУ двурукого МР при связанном движении с коррекцией сил и моментов реакции**

$$W_p(p) = f(t)/f_B(t) = G_c(p) \sum_{i=1}^2 J_i (A_i p^2 + W_{ci}(p)p + W_{mi}(p))^{-1} J_i^T (E + J_i^T W_{mi}(p) J_i^{-1}),$$

или с учетом обозначений (2) и (3)

$$W_p(p) = G_c(p) \sum_{i=1}^2 (J_i W_{vi}(p) J_i^T + J_i W_i(p) J_i^{-1} G_{\pi}(p)).$$

Тогда выражение для функции Найквиста, позволяющей судить об устойчивости ИСУ двурукого МР при податливом связанном движении (с блоком коррекции сил и моментов реакции связи) в зависимости от устойчивости ИСУ рук МР в свободном пространстве, примет вид

$$Q_{2к}(p) = \det \left\{ E + G_c(p) \sum_{i=1}^2 (J_i W_{vi}(p) J_i^T + J_i W_i(p) J_i^{-1} G_{п}(p)) \right\} - 1. \quad (10)$$

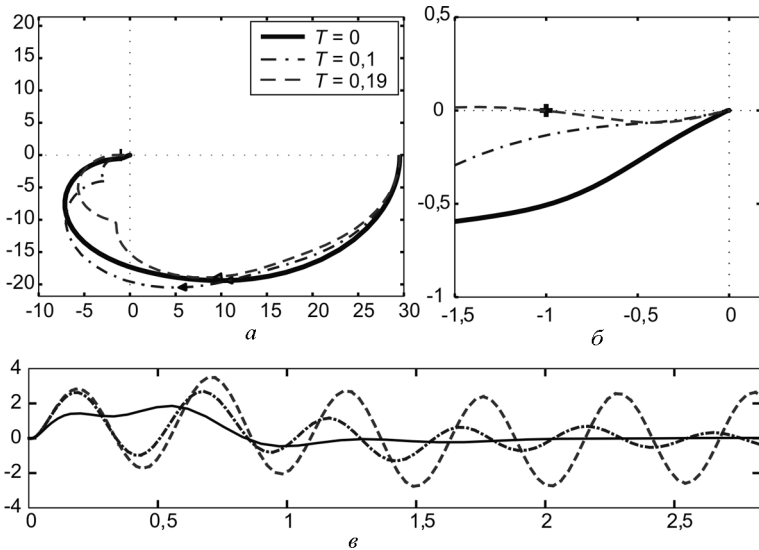
Из выражения (10) следует, что применение механизма коррекции сил и моментов реакции связи может привести к неустойчивости ИСУ двурукого МР. Причем запасы устойчивости снижаются при повышении жесткости удерживаемого объекта. Это полностью соответствует экспериментальным результатам, представленным в предыдущей работе авторов [9].

Исследование годографа функции Найквиста (10) в частотной области позволяет обоснованно выбрать коэффициенты корректирующего устройства (8), обеспечивающие заданные запасы устойчивости системы.

Выражение (10) также можно расширить и на случай нескольких взаимодействующих МР ( $N \geq 1$ ):

$$Q_{Nк}(p) = \det \left\{ E + G_c(p) \sum_{i=1}^N (J_i W_{vi}(p) J_i^T + J_i W_i(p) J_i^{-1} G_{п}(p)) \right\} - 1.$$

На рис. 6 приведены результаты исследования многомерной ИСУ двурукого МР при податливом связанном движении в частотной и временной областях при трех различных значениях постоянной времени запаздывания  $T$  корректирующего устройства (9). На графике (а)



**Рис. 6. Годографы функции Найквиста ИСУ двурукого МР и соответствующие им переходные процессы  $\Delta x$  в системе по одной из координат при варьировании постоянной времени запаздывания корректирующего устройства**

представлены годографы функции Найквиста системы в виде (10), на графике (б) — увеличенное изображение окрестности точки  $(-1, j0)$ , на графике (в) — переходные процессы разности положений рук по одной из декартовых координат. Исследование полностью подтвердило правильность полученных выше результатов.

**Заключение.** Предложенный в работе метод исследования устойчивости ИСУ двурукого МР как многомерной динамической системы позволил получить для таких систем выражения функций Найквиста при различных режимах работы и сформулировать частотные критерии устойчивости. Рассмотрены случаи работы МР при замыкании рук, в том числе при применении методов активной коррекции сил и моментов реакции. Полученные результаты подтверждены с помощью компьютерного моделирования и серии проведенных ранее экспериментов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wen J. T., Kreuz-Delgado K. Motion and force control of multiple robotic manipulators, *Automatica* 28 (4). – 1992. – P. 729–743.
2. Caccavale F., Chiacchio P., Chiaverini S. Stability analysis of a joint space control law for a two manipulator system // *IEEE Trans. Autom. Contr.* 44. – 1999. – P. 85–88.
3. Vukobratovic M., Surdilovic D., Ekalov Yu. Dynamics and Robust Control of Robot-Environment Interaction, 2009. – 638 с.
4. Медведев В. С., Лесков А. Г., Ющенко А. С. Системы управления манипуляционных роботов. – М.: Наука, 1978. – 416 с.
5. Лесков А. Г., Ющенко А. С. Моделирование и анализ робототехнических систем. – М.: Машиностроение, 1992. – 78 с.
6. Казмирченко В. Ф., Лесков А. Г., Введенский В. А. Системы следящих приводов. – М.: Энергоатомиздат, 1993. – 304 с.
7. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 480 с.
8. Ройтенберг Я. Н. Автоматическое управление. – М.: Наука, 1976. – 396 с.
9. Лесков А. Г., Калеватых И. А. Экспериментальные исследования алгоритмов управления связанным движением двурукого манипуляционного робота // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение.* – 2012. – № 4. – С. 33–43.

Статья поступила в редакцию 22.11.2012

Игорь Алексеевич Калеватых — аспирант кафедры “Специальная робототехника и мехатроника” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области исследования алгоритмов управления манипуляционными роботами при выполнении контактных операций.

I.A. Kalevatykh — post-graduate of “Special Robotics and Mechatronics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of study of algorithms to control manipulator systems for accomplishing the interactive tasks.

Алексей Григорьевич Лесков — д-р техн. наук, профессор кафедры “Специальная робототехника и мехатроника” МГТУ им. Н.Э. Баумана, директор Дмитровского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 70 научных работ в области робототехники.

A.G. Leskov — D. Sc. (Eng.), professor of “Special Robotics and Mechatronics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 70 publications in the field of robotics.