

УДК 551.501

М. Л. Белов, В. А. Городничев,
В. И. Козинцев, Б. В. Стрелков

МОЩНОСТЬ, РЕГИСТРИРУЕМАЯ ПРИЕМНИКОМ ПРИ ОБЛУЧЕНИИ ЛАЗЕРНЫМ ПУЧКОМ НЕРОВНОЙ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В УСЛОВИЯХ ЗАТЕНЕНИЙ

Рассмотрено рассеяние узкого лазерного пучка на случайно-неровной земной поверхности в условиях затенений. Получены аналитические выражения для средней принимаемой мощности в условиях слабых и сильных затенений при нормальном распределении высот и наклонов поверхности. Они позволяют конкретизировать вид зависимостей средней принимаемой мощности от геометрии подсвета и приема излучения, параметров источника и приемника. Полученные аналитические выражения согласуются с результатами численных расчетов.

Задача рассеяния лазерного пучка на неровной земной поверхности в условиях отсутствия затенений рассматривалась в работе [1]. Условие отсутствия затенений одних элементов поверхности другими справедливо для углов подсвета и приема, не очень сильно отличающихся от вертикальных. Если эти углы сильно отличаются от вертикальных, возможна ситуация, показанная на рис. 1. Здесь И — источник излучения, П — приемник, $\Omega_{\text{И}}$, $\Omega_{\text{П}}$ — телесные углы, характеризующие расходимость излучения источника и угловое поле приемника, S —

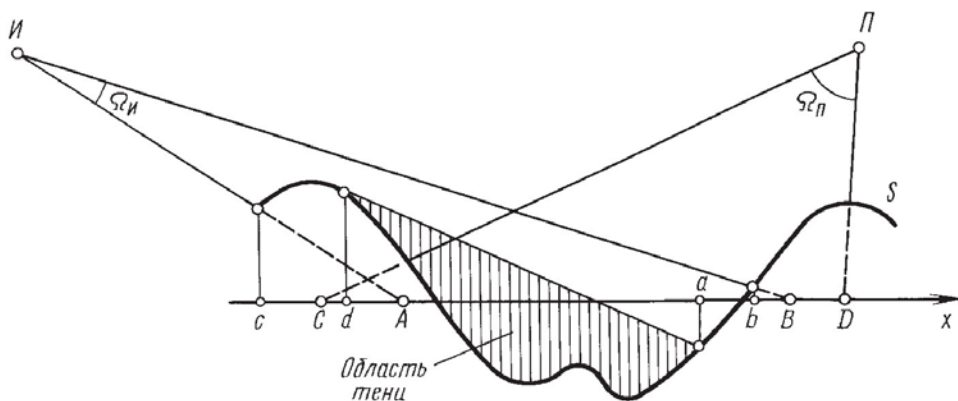


Рис. 1. Пример затенений одних элементов поверхности другими

неровная поверхность. Из рисунка видно, что при облучении плоской поверхности в угловое поле приемника попадает все освещенное лазерное пятно (отрезки AB и CD соответствуют проекциям освещенного лазерного пятна и поля зрения приемника на ось x для плоской поверхности). При облучении неровной поверхности S в условиях затенений возможна ситуация, когда лазерное пятно разбивается на несколько частей (отрезки cd и ab соответствуют проекциям освещенного лазерного пятна на ось x для неровной поверхности). В этом случае не все освещенное лазерное пятно попадает в угловое поле приемника, что приводит к уменьшению принимаемой мощности.

Задача рассеяния лазерного пучка на случайно-неровной поверхности в условиях затенений рассматривалась в ряде работ (см., например, [2–4]). Однако в большинстве работ исследовалось отражение лазерного пучка от случайно-неровной поверхности с локально-зеркальным характером отражения элементарных участков (характерным, например, для морской поверхности) и лишь в условиях очень сильных затенений.

Далее для бистатической схемы (когда источник и приемник в общем случае разнесены в пространстве) в условиях слабых и сильных затенений исследуется средняя мощность, регистрируемая приемником при облучении неровной земной поверхности, характер отражения элементарных участков которой близок к диффузному, и проводится сравнение полученных результатов с численными расчетами.

Пусть неровная земная поверхность S облучается узким лазерным пучком. В качестве модели рельефа неровной земной поверхности будем использовать модель трехмерной случайно-неровной в среднем плоской поверхности, высоты и наклоны которой распределены по нормальному закону [1]. Такая модель вполне приемлема в задачах рассеяния лазерных пучков на неровной земной поверхности, для которых в пределах небольших участков местности поле рельефа можно считать однородным и в среднем плоским. Индикатрису отражения элементарных участков поверхности (размер которых много больше длины волны излучения, но много меньше характерных масштабов поверхности и размеров освещенного лазерного пятна) считаем ламбертовской [1].

Для описания распространения лазерных пучков в земной атмосфере и рассеяния на неровной поверхности используют статистический и феноменологический подходы. В первом случае исходят из волнового уравнения или эквивалентных ему интегральных представлений и исследуют изменения статистических характеристик волнового поля при распространении в атмосфере и рассеянии на поверхности. При феноменологическом подходе теория строится на представлениях

лучевой оптики (на основе фотометрических величин) и ее математическим аппаратом является уравнение переноса излучения.

Будем, как и в работе [1], использовать первый подход. Расчет энергетических характеристик лазерного пучка, отраженного от неровной поверхности, в этом случае основывается на использовании соотношения взаимности для функции Грина, являющейся фундаментальным решением волнового уравнения, и на введении понятия “фиктивного” источника с параметрами приемника (размер апертуры такого источника равен размеру приемного объектива, а угол расходимости излучения – угловому полю зрения приемной оптической системы) [1, 5, 6].

Рассмотрим небольшой локально-плоский участок dS крупномасштабной поверхности S . Пусть $u_{\text{отр}}(\vec{r})$ – отраженное поле на этом участке. Дополним плоский участок до плоскости и положим, что $u_{\text{отр}}(\vec{r}) = 0$ вне рассматриваемого участка. Тогда, считая, что точка наблюдения (приемник) \vec{r}_n находится в волновой зоне поверхности, для отраженного поля в точке наблюдения имеем [7–9] (рис. 2):

$$u_{\text{отр}}(\vec{r}_n) = \frac{1}{2\pi i} u_{\text{отр}}(\vec{r}) v(\vec{r}, \vec{r}_n) Y(\vec{r}, \vec{r}_n) (\vec{n}(\vec{r}) \vec{q}_n(\vec{r})) dS, \quad (1)$$

где $\vec{q}_n(\vec{r}) = -k\nabla(|\vec{r} - \vec{r}_n|)$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; $\vec{n}(\vec{r})$ – единичный вектор нормали к поверхности S в точке \vec{r} ; $v(\vec{r}, \vec{r}_n)$ – поле точечного источника (функция Грина волнового уравнения); $Y(\vec{r}, \vec{r}_n)$ – множитель, учитывающий затенения со стороны точки наблюдения (приемника).

Функция $Y(\vec{r}, \vec{r}_n)$ как и функция $Y(\vec{r}_n, \vec{r})$, учитывающая затенения со стороны источника излучения, имеет в общем случае сложный вид

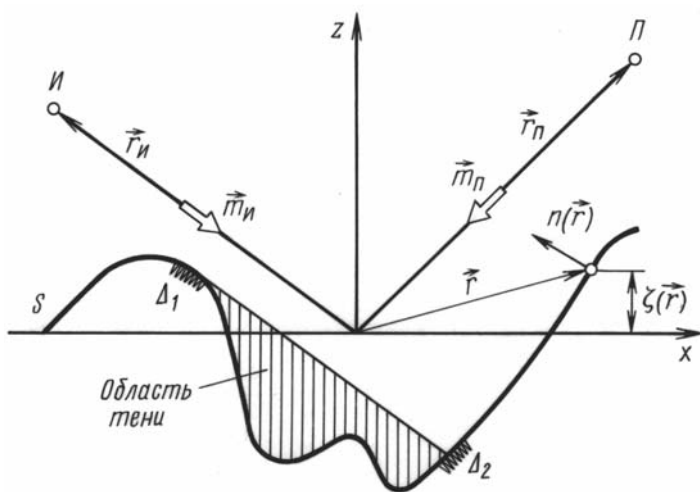


Рис. 2. Геометрия освещения поверхности и приема излучения

(векторы $\vec{r}, \vec{r}_п, \vec{r}_и$ показаны на рис. 2). Однако эти функции можно заменить на ступенчатые функции $\eta(\vec{m}_{и,п}, \vec{r})$, определяемые следующим образом [7]: $\eta(\vec{m}_{и,п}, \vec{r}) = 1$, если точка поверхности $z = \zeta(\vec{r})$ освещена падающим с направления $\vec{m}_и$ (от источника) излучением (наблюдается с направления $\vec{m}_п$ (со стороны приемника)); $\eta(\vec{m}_{и,п}, \vec{r}) = 0$ — в противном случае ($\vec{m}_{и,п}$ — единичные векторы, характеризующие соответственно направления облучения и приема). Неточность, которая допускается при замене функций $Y(\vec{r}, \vec{r}_п), Y(\vec{r}_и, \vec{r})$ на ступенчатые функции $\eta(\vec{m}_{и,п}, \vec{r})$, заключается в замене областей полутени на резкую границу свет-тьнь (см. рис. 2, где Δ_1, Δ_2 — области полутени для освещения поверхности с направления $\vec{m}_и$). Оценки, проведенные в работе [7], показывают, что при достаточно коротких волнах (что и имеет место в оптическом и ИК-диапазонах спектра) полутенями можно пренебречь.

Используя далее подход, описанный в работе [6] — определяя поля $u(\vec{R}_ф)$ в плоскости фотодетектора (за приемной линзой), умножая $u(\vec{R}_ф)$ на $u^*(\vec{R}_ф)$, интегрируя по площади фотодетектора и интегрируя по всей поверхности S , получим интегральное выражение для мощности P , регистрируемой приемником при освещении узким лазерным пучком неровной поверхности S :

$$P = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_S \Gamma_{отр}(\vec{r}, \vec{r}') \Gamma_{п}(\vec{r}, \vec{r}') \eta(\vec{m}_п, \vec{r}) \eta(\vec{m}_п, \vec{r}') \times \\ \times (\vec{n}(\vec{r}) \vec{q}_п(\vec{r})) (\vec{n}(\vec{r}') \vec{q}_п(\vec{r}')) d\vec{r} d\vec{r}'. \quad (2)$$

где $\Gamma_{отр}(\vec{r}, \vec{r}') = \langle u_{отр}(\vec{r}) u_{отр}^*(\vec{r}') \rangle$ — функция когерентности отраженного излучения на поверхности S (излучения, прошедшего в трассу “источник–поверхность” и отраженного от поверхности) [1]. Угловые скобки в выражении для $\Gamma_{отр}(\vec{r}, \vec{r}')$ означают усреднение по ансамблю флуктуаций источника излучения и атмосферы; $u_{отр}(\vec{r})$ — отраженное поле на поверхности S ; $\Gamma_{п}(\vec{r}, \vec{r}')$ — функция когерентности излучения “фиктивного” источника (с параметрами приемника) [1, 5]. Величина $\Gamma_{п}(\vec{r}, \vec{r}')$ — безразмерная. Если эту величину умножить на $1 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$, то полученная величина будет иметь смысл функции когерентности излучения, падающего на поверхность S (без учета затенений) от “фиктивного” источника с параметрами приемника. При этом считают, что размер апертуры “фиктивного” источника равен размеру приемного объектива, угол расходимости излучения — угловому полю зрения приемной оптической системы, а мощность “фиктивного” источника полагают равной 1 Вт [1, 5].

Формула (2) справедлива, когда эффекты рассеяния на неровной поверхности и в атмосфере можно рассматривать независимо. Это

приближение можно использовать при условии малости флуктуаций угла прихода волн (в турбулентной атмосфере) от реального и “фиктивного” источников по сравнению с углами освещения, приема и угловой шириной индикатрисы отражения поверхности.

Используя выражения $\Gamma_n(\vec{r}, \vec{r}')$ и $\Gamma_{отр}(\vec{r}, \vec{r}')$ для локально-ламбертовской поверхности [1], выполняя в выражении (2) замену переменных $\vec{R} = \frac{1}{2}(\vec{r} + \vec{r}')$, $\vec{\rho} = \vec{r} - \vec{r}'$ и проводя интегрирование по $d\vec{\rho}$, переходя, аналогично данным работы [10], от интегрирования по неровной поверхности S к интегрированию по поверхности S_0 (проекция S на плоскость $z = 0$), используя очевидное соотношение $\eta(\vec{n}, \vec{R})^2 = \eta(\vec{n}, \vec{R})$ (так как функция $\eta(\vec{n}, \vec{R})$ принимает всего лишь два значения — ноль и единицу), после ряда преобразований получим (считаем, что угловое поле приемника мало ($\alpha_n \ll 1$), а оптические оси лазерного пучка и приемной оптической системы лежат в одной плоскости XOZ):

$$P \cong \frac{A}{\pi} \int_{S_0} \frac{d\vec{R}_0}{n_z} E_n(\vec{R}'_{0\zeta}) E_n(\vec{R}''_{0\zeta}) \eta(\vec{n}_n, \vec{R}_0) \eta(\vec{n}_n, \vec{R}_0), \quad (3)$$

где $\vec{R}'_{0\zeta} = \{[R_{0x} \text{ctg } \theta_n - \zeta(\vec{R}_0)] \sin \theta_n, R_{0y}\}$; $\vec{R}''_{0\zeta} = \{[R_{0x} \text{ctg } \theta_n - \zeta(\vec{R}_0)] \times \sin \theta_n, R_{0y}\}$; $E_n(\vec{R}) = \Gamma_n(\vec{R}, \vec{\rho} = 0)$; $\vec{R}_0 = \{R_{0x}, R_{0y}\}$ — вектор в плоскости $z = 0$; $E_n(\vec{R})$ — освещенность, создаваемая лазерным пучком, падающим на поверхность S от источника (без учета затенений); A — коэффициент отражения (альбедо) элементарной отражающей площадки; θ_n, θ_n — углы между нормалью к плоскости $z = 0$ и оптическими осями источника и приемника; $\vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ — вектор нормали к неровной поверхности S ;

$$n_z = \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma_x^2 + \gamma_y^2}};$$

$\vec{\gamma} = \{\gamma_x, \gamma_y\}$ — вектор случайных наклонов неровной поверхности S ; $\zeta(\vec{R}_0)$ — высота неровной поверхности S в точке \vec{R}_0 .

Величина $E_n(\vec{R})$ — безразмерная. Если $E_n(\vec{R})$ умножить на $1 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$, то полученная величина будет иметь смысл освещенности, создаваемой на элементе поверхности S излучением, падающим от “фиктивного” (с параметрами приемника) источника с мощностью 1 Вт .

При отсутствии затенений формула (3) совпадает с выражением для мощности P , полученным в работе [1] для случайно-неровной локально-ламбертовской поверхности.

Наиболее часто используемой моделью трехмерной неровной земной поверхности является поверхность с гауссовым распределением высот ζ и наклонов $\vec{\gamma}$ [1].

Усредним выражение (3) по ансамблю неровных поверхностей аналогично работе [7]. Проведем усреднение по всем реализациям поверхности, которые в точке \vec{R}_0 имеют заданную высоту ζ и наклон $\vec{\gamma}$. Усредняя далее по всем возможным значениям ζ и $\vec{\gamma}$ в точке \vec{R}_0 , получим следующее выражение для мощности \bar{P} (черта сверху обозначает усреднение по ансамблю неровных поверхностей):

$$\bar{P} \cong \frac{A}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(\zeta) d\zeta \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_y \int_{-\text{ctg} \theta_n}^{\text{ctg} \theta_n} W(\vec{\gamma}) d\gamma_x \times \\ \times \int_{S_0} \frac{d\vec{R}_0}{n_z} E_n(\vec{R}'_{0\zeta}) E_n(\vec{R}''_{0\zeta}) P_2(\zeta, \gamma_x | \theta_n, \theta_n), \quad (4)$$

где $W(\zeta)$, $W(\gamma_x, \gamma_y)$ — функции распределения высот ζ и наклонов $\vec{\gamma}$ поверхности; $P_2(\zeta, \gamma_x | \theta_n, \theta_n)$ — вероятность того, что точка поверхности, имеющая высоту ζ и тангенс угла наклона γ_x , не затеняется другими точками этой поверхности как со стороны направления облучения θ_n , так и со стороны направления наблюдения θ_n [7].

Интегрирование по $d\gamma_x$ в конечных пределах — от $\text{ctg} \theta_n$ до $\text{ctg} \theta_n$ в формуле (4) обеспечивает учет только тех участков поверхности, которые сами себя не затеняют.

Попытки получить из выражения (4) аналитическую формулу для средней мощности \bar{P} в общей схеме бистатической локации земной поверхности при произвольных затенениях одних элементов поверхности другими приводят к чрезвычайно громоздким математическим выражениям. Поэтому далее аналитические выражения для мощности \bar{P} приводятся для двух важных случаев: слабых затенений и сильных затенений.

Слабые затенения. В этом случае (определяемом условием из работы [7]: $\text{ctg} \theta_{n,p} \gg (\bar{\gamma}_x^2)^{1/2}$, где $\bar{\gamma}_x^2$ — дисперсия случайных наклонов поверхности вдоль оси x), характерном для авиационных систем, величину $P_2(\zeta, \gamma_x | \theta_n, \theta_n)$ можно представить в следующем виде [7]:

$$P_2(\zeta, \gamma_x | \theta_n, \theta_n) = P_1(\zeta, \gamma_x | \theta_n) P_1(\zeta, \gamma_x | \theta_n) \quad (5)$$

— источник и приемник по разные стороны от оси z ;

$$P_2(\zeta, \gamma_x | \theta_n, \theta_n) = P_1(\zeta, \gamma_x | \max\{\theta_n, \theta_n\}) \quad (6)$$

— источник и приемник по одну сторону от оси z , где $P_1(\zeta, \gamma_x | \theta_{n,p})$ — вероятность выброса случайного поля высот, закрывающего видимость точки поверхности (ζ, γ_x) со стороны источника (приемника).

Физический смысл последнего выражения очевиден — если нижний луч не затенен, то верхний луч и подавно не пересекается с поверхностью.

Для величины $P_1(\zeta, \gamma_x | \theta)$ имеет место следующее приближенное выражение [7]:

$$P_1(\zeta, \gamma_x | \theta) \approx 1 - \Lambda(a), \quad (7)$$

где

$$a = \frac{\text{ctg } \theta}{(\bar{\gamma}_x^2)^{1/2}}; \quad \Lambda\left(\frac{\text{ctg } \theta}{(\bar{\gamma}_x^2)^{1/2}}\right) = \text{tg } \theta \int_{\text{ctg } \theta}^{\infty} (\gamma'_x - \text{ctg } \theta) W(\gamma'_x) d\gamma'_x; \quad (8)$$

Λ — параметр, характеризующий степень затенений; для слабых затенений ($\Lambda \ll 1$): $\Lambda(a) \approx \frac{1}{(2\pi)^{1/2} a^3} \exp(-0,5a^2)$.

При наклонной локации земной поверхности в приближении слабых затенений одних элементов земной поверхности другими, когда $\text{ctg } \theta_{и,п}$ много больше среднеквадратического значения наклонов поверхности, из уравнения (4), учитывая формулы (5)–(8), имеем

$$\bar{P} \cong \frac{K_{\text{зат}} A}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(\zeta) d\zeta \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_y \int_{-\infty}^{\infty} W(\bar{\gamma}) d\gamma_x \int_{S_0} \frac{d\vec{R}_0}{n_z} E_{и}(\vec{R}'_{0\zeta}) E_{п}(\vec{R}''_{0\zeta}), \quad (9)$$

где $K_{\text{зат}}$ — коэффициент, учитывающий затенения одних элементов поверхности другими в приближении слабых затенений.

Если источник и приемник расположены по разные стороны от нормали к поверхности S_0 , то

$$K_{\text{зат}} = \left[1 - \Lambda\left(\frac{\text{ctg } \theta_{и}}{(\bar{\gamma}_x^2)^{1/2}}\right) \right] \left[1 - \Lambda\left(\frac{\text{ctg } \theta_{п}}{(\bar{\gamma}_x^2)^{1/2}}\right) \right].$$

Если источник и приемник расположены по одну сторону от нормали к поверхности S_0 , то

$$K_{\text{зат}} = \left[1 - \Lambda\left(\frac{\text{ctg } \theta}{(\bar{\gamma}_x^2)^{1/2}}\right) \right], \quad \theta = \max(\theta_{и}, \theta_{п}).$$

Подставляя выражения для $E_{и}(\vec{R})$ и $E_{п}(\vec{R})$ [5] в формулу (9), проводя интегрирование (считая поверхность S плавно-неровной; полагая, что высоты и наклоны поверхности распределены по нормальному закону, а распределение наклонов поверхности является изотропным: $\bar{\gamma}_x^2 = \bar{\gamma}_y^2 = \gamma_0^2$), получим следующую аналитическую формулу для средней мощности \bar{P} , регистрируемой приемником при облучении узким лазерным пучком случайно-неровной локально-ламбертовской поверхности в условиях слабых затенений:

$$\bar{P} \cong \frac{a_{и} a_{п} K_{\text{зат}} A}{z_{и}^2 z_{п}^2} F(\gamma_0) [C_{и} + C_{п}]^{-1/2} p^{-1/2} \Omega, \quad (10)$$

где

$$\Omega = [1 + 2\sigma_0^2 p^{-1} C_n C_n \sin^2(\theta_n - \theta_n)]^{-1/2}; \quad p = C_n \cos^2 \theta_n + C_n \cos^2 \theta_n;$$

$$F(\gamma_0) = \exp\left(\frac{1}{4\gamma_0^2}\right) \left[\cos \theta_n \cos \theta_n (2\gamma_0^2)^{-1/4} W_{-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}}\left(\frac{1}{2\gamma_0^2}\right) + \frac{1}{2} \sin \theta_n \sin \theta_n (2\gamma_0^2)^{1/4} W_{-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}}\left(\frac{1}{2\gamma_0^2}\right) \right]$$

при $\gamma_0 \ll 1$ величина $F(\gamma_0) \approx \cos \theta_n \cos \theta_n [1 - \gamma_0^2 (1 - \operatorname{tg} \theta_n \operatorname{tg} \theta_n)]$; σ_0^2, γ_0^2 – дисперсии высот и наклонов неровной поверхности S .

В прозрачной атмосфере $C_{n,p} = (\alpha_{n,p} z_{n,p})^{-2}$; $a_n = \pi r_n^2$; $a_n = \frac{P_0}{\pi \alpha_n^2}$; P_0 – мощность, излучаемая источником; z_n, z_n – наклонные расстояния (вдоль оптических осей лазерного пучка и приемной оптической системы) от источника и приемника до поверхности; $\alpha_{n,p}$ – плоские углы расходимости излучения источника и поля зрения приемника; r_n – эффективный радиус приемной апертуры; $W_{n,m}(x)$ – функция Уиттекера.

В случае отсутствия затенений формула (10) совпадает с результатами из работы [1]. При $\sigma_0, \gamma_0 \rightarrow 0$ формула (10) переходит в выражение для принимаемой мощности, регистрируемой от плоской ламбертовской поверхности [5].

На рис. 3, *a* показана зависимость принимаемой мощности \bar{P} от угла освещения поверхности θ_n в условиях слабых затенений. Расчеты проводились при следующих значениях параметров: $\theta_n = 5^\circ$; $\gamma_0 = 0,5$; $\sigma_0 = 1$ м; $z_n = z_n = 1$ км; $\alpha_n = 1$ мрад; $\alpha_n = 20$ мрад.

На рис. 3, *a* линия 1 – результаты расчетов для плоской ламбертовской поверхности по формулам из работы [5]; 2 – результаты расчетов для случайно-неровной локально-ламбертовской поверхности без учета затенений по аналитической формуле [1] (они совпадают с результатами расчетов по формуле (10) без множителя $K_{\text{зат}}$); 3 – результаты численных расчетов по интегральной формуле (9); 4 – результаты расчетов по аналитической формуле (10) с учетом затенений.

Из рис. 3, *a* видно, что при выбранных для расчета параметрах затенения начинают влиять на принимаемую мощность (линии 2, 4 расходятся) при углах $\theta_n \approx 45^\circ$, а при углах $\theta_n \approx 60^\circ \dots 65^\circ$ формула (10) показывает уже заметное уменьшение принимаемой мощности из-за затенений. В этом диапазоне углов (при $\theta_n \ll 60^\circ \dots 65^\circ$) результаты расчетов по формуле (10) согласуются с результатами численных расчетов по интегральной формуле (9). Принимаемая мощность для модели плоской ламбертовской поверхности всегда больше принимаемой мощности от неровной локально-ламбертовской поверхности.

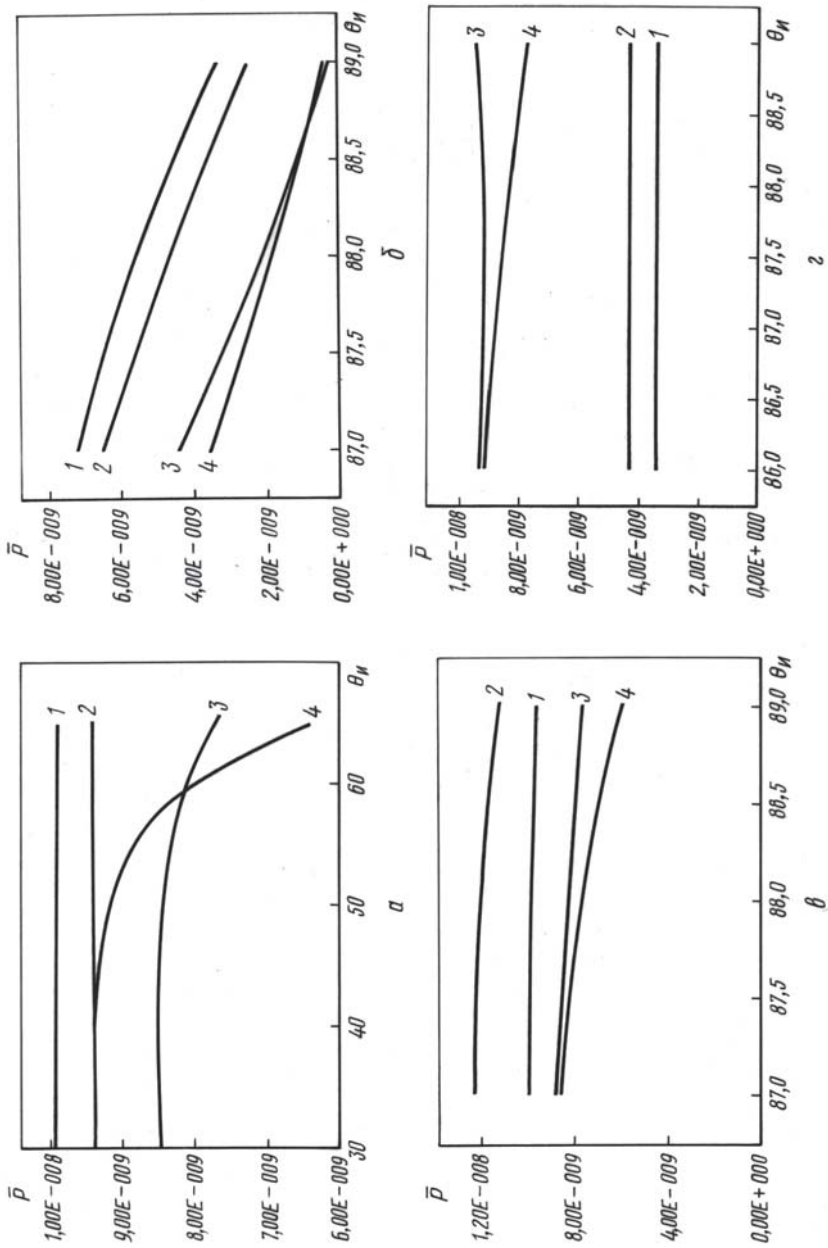


Рис. 3. Зависимость принимаемой мощности от угла освещения поверхности слабых (а) и сильных (б, в, з) затенений; узкое поле зрения приемника (б); широкое поле зрения приемника (в и з); углы освещения и приема сильно отличаются (в); источник и приемник расположены близко друг от друга (з)

Сильные затенения. В этом случае (определяемом условием из работы [7]: $\text{ctg } \theta_{и,п} \ll (\bar{\gamma}_x^2)^{1/2}$), характерном для настильных (приземных) трасс локации, величина $P_2(\zeta, \gamma_x | \theta_{и}, \theta_{п})$ так же, как и для слабых затенений, описывается формулами (5), (6) из работы [6], однако в этом случае величина $P_1(\zeta, \gamma_x | \theta)$ описывается другим выражением:

$$P_1(\zeta, \gamma_x | \theta) \approx \Theta(\text{ctg } \theta - \gamma_x) \exp \left\{ -\Lambda(a) \int_{\zeta}^{\infty} W(\zeta') d\zeta' \right\}, \quad (11)$$

где $\Theta(x)$ – ступенчатая функция; $\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x < 0; \end{cases}$. $\Lambda(a)$ – описывается формулами (8). Для сильных затенений ($\Lambda \gg 1$) $\Lambda \approx \frac{1}{(2\pi)^{1/2} a}$.

При наклонной локации земной поверхности в приближении сильных затенений одних элементов земной поверхности другими (когда $\text{ctg } \theta_{и,п}$ много меньше среднеквадратического значения наклонов поверхности) из уравнения (4) имеем

$$\bar{P} \cong \frac{A}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(\zeta) d\zeta \int_{-\infty}^{\infty} W(\zeta, \vec{\gamma}; \theta_{и}, \theta_{п}) d\vec{\gamma} \int_{S_0} \frac{d\vec{R}_0}{n_z} E_{и}(\vec{R}'_{0\zeta}) E_{п}(\vec{R}''_{0\zeta}). \quad (12)$$

Здесь, если источник и приемник расположены по одну сторону от нормали к поверхности S_0 , то

$$W(\zeta, \vec{\gamma}; \theta_{и}, \theta_{п}) = \Theta(\text{ctg } \theta - \gamma_x) W(\vec{\gamma}) \exp \left\{ -\Lambda \int_{\zeta}^{\infty} W(\zeta') d\zeta' \right\};$$

$$\Lambda = \text{tg } \theta \int_{\text{ctg } \theta}^{\infty} (\gamma'_x - \text{ctg } \theta) W(\gamma'_x) d\gamma'_x; \quad \theta = \max(\theta_{и}, \theta_{п});$$

если источник и приемник расположены по разные стороны от нормали к поверхности S_0 , то

$$W(\zeta, \vec{\gamma}; \theta_{и}, \theta_{п}) = \Theta(\text{ctg } \theta_{п} - \gamma_x) \Theta(\gamma_x - \text{ctg } \theta_{и}) W(\vec{\gamma}) \times \\ \times \exp \left\{ -[\Lambda(a(\theta = \theta_{и})) + \Lambda(a(\theta = \theta_{п}))] \int_{\zeta}^{\infty} W(\zeta') d\zeta' \right\}.$$

Подставляя в формулу (12) выражения для $E_{и}(\vec{R})$ и $E_{п}(\vec{R})$ для прозрачной атмосферы [5] (приблизительно вычисляя интегралы; полагая, что высоты и наклоны земной поверхности распределены по нормальному закону, а распределение наклонов поверхности является изотропным: $\bar{\gamma}_x^2 = \bar{\gamma}_y^2 = \gamma_0^2$), получим следующую аналитическую формулу

для средней мощности \bar{P} , регистрируемой приемником при облучении узким лазерным пучком случайно-неровной локально-ламбертовской поверхности в условиях сильных затенений (источник и приемник по одну сторону от нормали к поверхности S_0):

$$\bar{P} \cong \frac{A a_{\text{и}} a_{\text{п}}}{\tilde{z}_{\text{и}}^2 \tilde{z}_{\text{п}}^2} (\tilde{C}_{\text{и}} + \tilde{C}_{\text{п}})^{-1/2} (\tilde{C}_{\text{и}} \cos^2 \theta_{\text{и}} + \tilde{C}_{\text{п}} \cos^2 \theta_{\text{п}})^{-1/2} \times \\ \times \frac{\exp\{-0,5\Lambda(a)\}}{\Lambda(a)} [\exp(b) - \exp(-b)] \omega, \quad (13)$$

где

$$b = 0,5\Lambda(a) \operatorname{erf}(X); \quad \operatorname{erf}(X) = \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_0^X \exp(-t^2) dt; \quad \tilde{z}_{\text{и,п}} = z_{\text{и,п}} - \mu \sin \theta_{\text{и,п}};$$

$$a = \frac{\operatorname{ctg} \theta}{(\bar{\gamma}_x^2)^{1/2}}; \quad \tilde{C}_{\text{и,п}} = C_{\text{и,п}}(z_{\text{и,п}} \rightarrow \tilde{z}_{\text{и,п}});$$

$$X = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_0} \left[\frac{C_{\text{и}} C_{\text{п}} \sin^2(\theta_{\text{и}} - \theta_{\text{п}})}{C_{\text{и}} \cos^2 \theta_{\text{и}} + C_{\text{п}} \cos^2 \theta_{\text{п}}} \right]^{-1/2};$$

$$\mu = s_m \frac{C_{\text{и}} \sin \theta_{\text{и}} \cos \theta_{\text{и}} + C_{\text{п}} \sin \theta_{\text{п}} \cos \theta_{\text{п}}}{C_{\text{и}} \cos^2 \theta_{\text{и}} + C_{\text{п}} \cos^2 \theta_{\text{п}}}; \quad s_m = \frac{\Lambda(a) \sigma_0 F(\alpha)}{\sqrt{2\pi}(1 + X^{-2})};$$

$$\alpha = \frac{\Lambda^2(a)}{4\pi(1 + X^{-2})^2}; \quad F(\alpha) \approx \left\{ \frac{1}{2\alpha} \left[\ln \alpha - \ln \ln 2\alpha - \ln \left(1 - \frac{\ln \ln \alpha}{\ln \alpha} \right) \right] \right\}^{1/2}.$$

Для изотропной поверхности приближенная формула для величины ω имеет вид

$$\omega \cong \exp\left(\frac{1}{4\gamma_0^2}\right) \left[0,5 \cos \theta_{\text{и}} \cos \theta_{\text{п}} \left(\frac{1}{2\gamma_0^2}\right)^{1/4} W_{-1/4, -1/4}\left(\frac{1}{2\gamma_0^2}\right) + \right. \\ \left. + (\sin \theta_{\text{и}} \cos \theta_{\text{и}} + \sin \theta_{\text{п}} \cos \theta_{\text{п}}) \frac{1}{2\sqrt{\pi}} W_{-1/2, -1/2}\left(\frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta}{2\gamma_0^2}\right) + \right. \\ \left. + \sin \theta_{\text{и}} \sin \theta_{\text{п}} \gamma_0^{1/2} 2^{-7/4} W_{-3/4, -3/4}\left(\frac{1}{2\gamma_0^2}\right) \right]; \\ \theta = \max(\theta_{\text{и}}, \theta_{\text{п}}).$$

На рис. 3, б показана зависимость принимаемой мощности \bar{P} от угла освещения поверхности $\theta_{\text{и}}$ в условиях сильных затенений. Расчеты проводились при следующих значениях параметров: $\theta_{\text{п}} = 5^\circ$; $\gamma_0 = 0,5$; $\sigma_0 = 1$ м; $z_{\text{и}} = z_{\text{п}} = 1$ км; $\alpha_{\text{и}} = 1$ мрад; $\alpha_{\text{п}} = 20$ мрад.

На приведенном рисунке (как и на рис. 3, в и г) линия 1 — результаты расчетов для плоской ламбертовской поверхности по формулам из работы [5]; 2 — результаты расчетов для случайно-неровной локально-ламбертовской поверхности без учета затенений по аналити-

ческой формуле [1]; 3 — результаты численных расчетов по интегральной формуле (12); 4 — результаты расчетов по аналитической формуле (13) с учетом затенений.

Из рис. 3, б видно, что условие сильных затенений реализуется при углах, близких к горизонтальным ($\theta_{\text{и}} > 87^\circ$). Затенения очень сильно уменьшают принимаемую мощность (кривые 3, 4 располагаются существенно ниже кривых 1 и 2). Результаты расчетов по аналитической формуле (13) согласуются с результатами численных расчетов по интегральной формуле (12).

Уменьшение принимаемой мощности из-за затенений одних элементов поверхности другими связано с тем, что лазерный пучок подсвета рассеивается на неровностях поверхности в основном в области, расположенной (при сильных затенениях) вне пересечения диаграмм источника и приемника. Увеличение поля зрения приемника позволяет устранить эту причину уменьшения принимаемой мощности. Это хорошо видно из рис. 3, в, на котором показана зависимость принимаемой мощности \bar{P} от угла освещения поверхности $\theta_{\text{и}}$ в условиях сильных затенений при большом угловом поле приемника: $\alpha_{\text{п}} = 0,2$ рад (остальные параметры и обозначения на рис. 3, в те же, что и на рис. 3, б).

Необходимо отметить, что затенения одних элементов поверхности другими не обязательно приводят только к уменьшению принимаемой мощности. Характер влияния затенений на принимаемую мощность в сильной степени зависит от геометрии подсвета и приема излучения (углов $\theta_{\text{и}}$ и $\theta_{\text{п}}$, наклонных расстояний $z_{\text{и}}$ и $z_{\text{п}}$), и углов расходимости источника $\alpha_{\text{и}}$, и поля зрения приемника $\alpha_{\text{п}}$. Это хорошо видно из рис. 3, г, на котором приведена зависимость принимаемой мощности \bar{P} от угла освещения поверхности $\theta_{\text{и}}$ в условиях сильных затенений, полученная при следующих значениях параметров (обозначения на рис. 3, г те же, что на предыдущих рисунках): $\theta_{\text{п}} = 70^\circ$; $\gamma_0 = 0,5$; $\sigma_0 = 1$ м; $z_{\text{и}} = z_{\text{п}} = 1$ км; $\alpha_{\text{и}} = 1$ рад; $\alpha_{\text{п}} = 0,2$ рад.

Из рис. 6 видно, что принимаемая мощность в условиях сильных затенений существенно больше мощности, рассчитанной без учета затенений. Физически это объясняется тем, что при выбранных для расчета параметрах источник и приемник близки в пространстве, а из-за сильных затенений резко возрастает количество участков поверхности, затеняющих лазерный пучок на небольших (от источника и приемника) расстояниях, что приводит к увеличению доли излучения, рассеянного этими участками поверхности в сторону приемника.

Таким образом, получены аналитические выражения для средней мощности, регистрируемой приемником при рассеянии лазерного пучка на земной (случайно-неровной локально-ламбертовской) поверхно-

сти в условиях слабых и сильных затенений. Они позволяют конкретизировать вид зависимостей средней принимаемой мощности от геометрии подсвета и приема излучения, параметров источника и приемника. Полученные формулы для принимаемой мощности согласуются с результатами численных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белов М. Л., Городничев В. А., Козинцев В. А. Рассеяние лазерного пучка на неровной земной поверхности // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. "Естественные науки". – 2004. – № 3. – С. 79–90.
2. Белов М. Л., Орлов В. М. Рассеяние волнового пучка на случайно-неровной поверхности в атмосфере // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. – 1984. – Т. 27, № 3. – С. 294–298.
3. Белов М. Л. О мощности эхо-сигнала при настильных углах локации случайно-неровной поверхности // Оптика и спектроскопия. – 1995. – Т. 78. – Вып. 3. – С. 521–523.
4. Л а з е р н а я локация взволнованной морской поверхности на настильных трассах в условиях покрытия моря пеной / В.И. Козинцев и др. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. "Приборостроение". – 2005. – № 3. – С. 14–24.
5. Э л е м е н т ы теории светорассеяния и оптическая локация / В.М. Орлов, И.В. Самохвалов, Г.Г. Матвиенко и др. – Новосибирск: Наука, 1982. – 225 с.
6. О с н о в ы импульсной лазерной локации / В.И. Козинцев и др. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 512 с.
7. Б а с с Ф. Г., Ф у к с И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. – М.: Наука, 1972. – 424 с.
8. Р ы т о в С. М., К р а в ц о в Ю. А., Т а т а р с к и й В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. – М.: Наука, 1978. – 463 с.
9. К р а в ц о в Ю. А., Ф е й з у л и н З. И. Некоторые следствия из принципа Гюйгенса–Кирхгофа для плавнонеоднородных сред // Изв. вузов. Радиофизика. – 1969. – Т. 12, № 6. – С. 886–892.
10. Б а с с Ф. Г., Ф у к с И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. – М.: Наука, 1972. – 424 с.

Статья поступила в редакцию 8.09.2006