

УДК 621.31(075.8)

С. А. В а с ю к о в

## РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СФЕРИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОДВЕСА

*Рассмотрены вопросы выбора электромеханических параметров трехосного сферического подвеса с электродами в виде правильных сферических сегментов. На основе минимального набора базовых параметров рассчитаны опорные напряжения на электродах, коэффициенты усиления звеньев системы стабилизации и параметры статических и астатических регуляторов. Предложен многоступенчатый подход к оптимизации характеристик подвеса, основанный на использовании как линейных одномерных, так и нелинейных многосвязных моделей подвеса.*

В электростатическом гироскопе (ЭСГ) ротор, представляющий собой сферическое проводящее тело, помещен в вакуумную полость, отцентрирован с помощью электростатического подвеса и раскручен до номинальных оборотов. В идеальном гироскопе движение ротора вокруг центра масс соответствует случаю Эйлера и не зависит от движения самого центра масс. В реальных же гироскопах вследствие неидеальности как самого ротора, так и подвеса, когда центр масс не совпадает с геометрическим центром поверхности, силы веса и поддерживающие силы оказываются приложенными в разных точках. Ось вращения при этом не проходит ни через центр масс, ни через центр фигуры и движение оказывается отличным от случая Эйлера. Оба этих фактора (несовершенство геометрии и дисбаланс ротора) определяют точностные характеристики прибора в целом. Количественная оценка точностных параметров может быть получена из анализа соответствующей системы уравнений движения; эта задача достаточно полно решена в работе [1].

В настоящее время опубликовано достаточно большое число работ, затрагивающих отдельные вопросы, возникающие при проектировании приборов с электростатическим подвесом (ЭСП): расчет силовых характеристик, уводящих моментов, датчиков перемещений, расчет системы съема информации об угловом положении ротора и т.д. Рассмотрение же вопросов, связанных с работой подвеса как динамической системы, проводилось в рамках линейных одномерных моделей. Это не позволяло исследовать поведение подвеса при смещениях

ротора за пределы линейной зоны регулирования (этап начального всплытия), учесть в полной мере влияние наведенного потенциала и случайного заряда ротора.

Поэтому целью настоящей работы является создание методики расчета параметров подвеса как нелинейной многосвязной системы стабилизации.

Электростатические подвесы для прецизионных приборов проектируют, учитывая конкретные условия эксплуатации этих приборов. То обстоятельство, что типоразмер устройств, где предполагается установка подвеса, не может быть стандартизирован, вызывает значительные трудности при разработке единой методики проектирования подвесов и приводит к необходимости учитывать многие, подчас противоречивые факторы, возникающие в процессе разработки.

В основу теории проектирования ЭСП положена система параметров, объединяющих требования как к электродной системе подвеса, так и системе, обеспечивающей устойчивое взвешивание тела. В качестве таких параметров подвеса принимаются: максимально допустимая перегрузка  $n_{\max}$ ; максимально допустимый статический провис из центра подвеса; максимально допустимая напряженность поля  $E_{\text{доп}}$  в зазоре между электродом и ротором.

Как известно, первые два параметра являются общепринятой характеристикой подвесов, тогда как напряженность электрического поля является специфичной для ЭСП характеристикой и играет важную роль на этапе проектирования. Все остальные параметры подвеса, такие как диаметр ротора, зазор и другие, являются производными от основных параметров и могут быть разделены, в свою очередь, на механические, связанные с проектированием камеры и ротора, и электрические, связанные с проектированием электронных узлов системы стабилизации.

Сферические электростатические подвесы (СЭСП), работающие в вакуумной среде, выполняют функцию единственного центрирующего элемента, поэтому главное внимание необходимо уделять обеспечению устойчивости подвеса в условиях перегрузок при сохранении электрической прочности рабочего зазора. При проектировании подвесов этого типа большое значение имеют сведения об их работе в ЭСГ. Известно, например, что в реальных конструкциях при достаточно сложной конфигурации электродов допустимая напряженность поля составляет  $(30 \dots 40) \cdot 10^6$  В/м, и это следует учитывать, чтобы установить значение максимальной центрирующей силы подвеса. Ряд расчетных соотношений было бы трудно использовать при проектировании по той причине, что они содержат неизвестные геометрические параметры в неявной форме, но эти трудности можно преодолеть, если

учесть следующие сведения. Принято различать типы ЭСГ по точности, причислив к приборам высокой точности конструкции с полыми роторами больших диаметров (40...60 мм) и средней точности со сплошными роторами малых диаметров (10...20 мм). При этом в силу ряда причин был установлен размер рабочего зазора в камере в диапазоне 50...150 мкм и 5...20 мкм соответственно.

Если сферический ротор и другие элементы конструкции изготовлены в соответствии с требованиями, предъявляемыми к приборам данного класса, то зависимость центрирующих сил от параметров вращательного движения достаточно мала. Это позволяет утверждать, что исследование уравнений поступательного движения возможно независимо от вращательного.

В неподвижной системе координат  $0xyz$  (рис. 1), связанной с камерой, взвешенное тело совершает поступательное движение, которое описывается системой уравнений

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_x + F_{bx}; \\ m\ddot{y} = F_y + F_{by}; \\ m\ddot{z} = F_z + F_{bz}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $F_x, F_y, F_z$  — соответствующие проекции пондеромоторных сил, развиваемых подвесом, а  $F_{bx}, F_{by}, F_{bz}$  — проекции возмущений.

Силовые характеристики подвеса зависят от способа регулирования потенциалов на электродах [2] (подвесы на постоянном токе, переменном токе, импульсные подвесы) и от конфигурации электродной системы. В настоящей работе будем рассматривать трехосный подвес на постоянном токе (см. рис. 1), в котором для минимизации наведенного потенциала ротора положительное опорное напряжение на электродах оси  $x$  в 2 раза превышает отрицательные опорные напряжения на электродах осей  $y$  и  $z$ . Управление потенциалами осуществляется по закону

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 2\varphi_{03} - \Delta\varphi_1; \quad \varphi_3 = 2\varphi_{03} + \Delta\varphi_1; \quad \varphi_2 = -(\varphi_{03} - \Delta\varphi_2); \\ \varphi_4 &= -(\varphi_{03} + \Delta\varphi_2); \quad \varphi_5 = -(\varphi_{03} - \Delta\varphi_5); \quad \varphi_6 = -(\varphi_{03} + \Delta\varphi_5); \\ \Delta\varphi_1 &= k\bar{x}; \quad \Delta\varphi_2 = k\bar{y}; \quad \Delta\varphi_5 = k\bar{z}; \quad k = k_d k_y, \end{aligned} \quad (2)$$

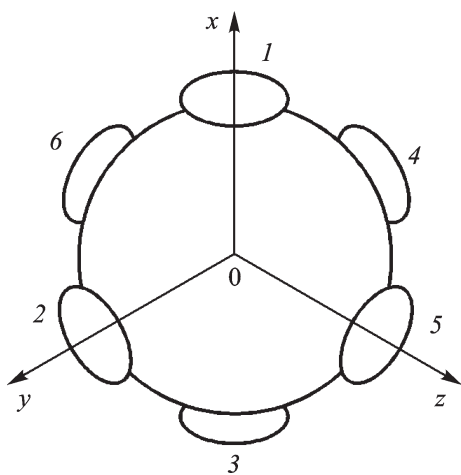


Рис. 1. Система координат электростатического подвеса

где  $\varphi_{03}$  — опорное напряжение;  $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2, \Delta\varphi_5$  — приращения потенциалов на электродах осей  $x, y, z$ , формируемые на основе сигналов емкостных датчиков перемещений.

Более подробно этот вариант управления потенциалами раскрыт в работе [2], а соответствующие ему силовые характеристики — в работе [3]. Запишем линеаризованные выражения силовых характеристик в виде

$$\begin{cases} F_x = 2A\Delta\varphi_1 + B\bar{x}; \\ F_y = A\Delta\varphi_2 + D\bar{y}; \\ F_z = A\Delta\varphi_5 + D\bar{z}. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $A, B, D$  — постоянные коэффициенты [3], зависящие от опорного напряжения и коэффициентов электростатической индукции подвеса [4].

Найдем соотношения для максимальных сил, развиваемых СЭС при действии линейных перегрузок  $n_{\max}$ . Обозначим максимальные отклонения ротора из центра подвеса в установившемся режиме  $\bar{x}_{\max}^{\text{ст}}, \bar{y}_{\max}^{\text{ст}}, \bar{z}_{\max}^{\text{ст}}$ , тогда в соответствии с уравнениями (3) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} F_x^{\text{ст}} = 2A\Delta\varphi_{1\text{ст}} + B\bar{x}_{\max}^{\text{ст}}; \\ F_y^{\text{ст}} = A\Delta\varphi_{2\text{ст}} + D\bar{y}_{\max}^{\text{ст}}; \\ F_z^{\text{ст}} = A\Delta\varphi_{5\text{ст}} + D\bar{z}_{\max}^{\text{ст}}. \end{cases} \quad (4)$$

В условиях статического равновесия силы подвеса и возмущающие воздействия уравновешены, поэтому

$$\begin{cases} F_x^{\text{ст}} + F_{vx \max} k_{\text{зап}} = 0; \\ F_y^{\text{ст}} + F_{vy \max} k_{\text{зап}} = 0; \\ F_z^{\text{ст}} + F_{vz \max} k_{\text{зап}} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $F_{vx \max}, F_{vy \max}, F_{vz \max}$  — максимальные возмущающие воздействия в проекциях на оси  $x, y, z$ ;  $k_{\text{зап}} = 1,1 \dots 1,3$  — коэффициент запаса, вводимый для гарантированного функционирования подвеса при перегрузках.

Если максимальная перегрузка по трем осям одинакова, то очевидно, что в наихудшем положении находятся оси с меньшим опорным напряжением (уставкой), т.е. оси  $y$  и  $z$ . Исходя из этого, расчет уставки потенциала будем вести для оси  $y$ .

Из условий статического равновесия (4) и (5) следует, что

$$A\Delta\varphi_{2\text{ст}} + D\bar{y}_{\max}^{\text{ст}} = -F_{vy \max} k_{\text{зап}}. \quad (6)$$

Подставляя значения  $A$  и  $D$  в уравнение (6) и учитывая, что приращение  $\Delta\varphi_{2\text{ст}}$  потенциалов на электродах не может превышать  $\varphi_{03}$ ,

получаем:

$$\varphi_{0з} \geq \left\{ -0,5F_{vy \max} k_{\text{зан}} h [(C_{11}^{\bar{x}^2} + 5C_{11}^{\bar{y}^2 + \bar{z}^2} + C_{13}^{\bar{x}^2} + 5C_{13}^{\bar{y}^2 + \bar{z}^2} - 4C_{12}^{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} - 8C_{11}^{\bar{z}^2}) \bar{y}_{\max}^{\text{сг}} - (C_{11}^{\bar{x}} - 2C_{12}^{\bar{x} + \bar{y}})]^{-1} \right\}^{1/2}. \quad (7)$$

Здесь  $C_{11}^{\bar{x}^2}$ ,  $C_{11}^{\bar{y}^2 + \bar{z}^2}$  ... — коэффициенты электростатической индукции [4] подвеса.

Выражение (7) позволяет найти значение  $\varphi_{0з}$ , обеспечивающее заданный уровень возмущений.

После расчета  $\varphi_{0з}$  важно проверить, не будет ли приводить выбранное значение потенциала к электрическому пробояю. Для уменьшения вероятности электрического пробоя рекомендуется установка в приборах специальных упоров, с которых происходит всплытие ротора. Общий ход ротора в упорах определяется рядом конструктивных и технологических ограничений и в практических конструкциях подвесов не превышает величины  $d_{\text{уп}} \leq 1,2h$ . В подвесе, работающем на постоянном токе, максимальная напряженность поля будет под электродом, к которому приложено наибольшее напряжение, несмотря на то что зазор между ротором и электродом в этом случае также будет максимальным:

$$E_{\max} = \frac{\varphi_{\max}}{h(1 + \bar{x}_{\max}^{\text{сг}})} \leq E_{\text{доп}}, \quad (8)$$

где в знаменателе представлено расстояние между ротором и электродом, имеющим потенциал  $\varphi_{\max}$ . Наихудшей в отношении электрической прочности рабочего зазора является ось  $x$ , имеющая удвоенную уставку напряжения, т.е.  $\varphi_{\max} = 4\varphi_{0з}$ , и поэтому при работе подвеса должно выполняться соотношение

$$\varphi_{0з} \leq hE_{\text{доп}}(1 + \bar{x}_{\max}^{\text{сг}})/4. \quad (9)$$

После расчета значения  $\varphi_{0з}$ , обеспечивающего необходимую грузоподъемность и перегрузочную способность, становится актуальным выбор коэффициента усиления в контуре стабилизации. Усиление должно быть таким, чтобы при максимальных перегрузках статическая ошибка не превышала бы отклонений  $\bar{x}_{\max}^{\text{сг}}$ ,  $\bar{y}_{\max}^{\text{сг}}$ ,  $\bar{z}_{\max}^{\text{сг}}$ .

При статическом регулировании приращение потенциала на паре диаметрально противоположных электродов пропорционально (в линейном режиме) сигналу с датчика перемещений. Пусть  $k_{yx}$ ,  $k_{yy}$ ,  $k_{yz}$  дополнительные коэффициенты усиления в каналах  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Тогда, учитывая, что в трехосном подвесе сигналы  $u_d$  датчиков [2] пропорциональны только смещениям ротора по соответствующим осям, запишем

$$\Delta\varphi_1 = k_{yx}u_{d1} = k_{yx}k_d\bar{x}; \quad \Delta\varphi_2 = k_{yy}u_{d2} = k_{yy}k_d\bar{y}; \quad \Delta\varphi_5 = k_{yz}u_{d5} = k_{yz}k_d\bar{z}. \quad (10)$$

Подставляя соотношения (10) в выражения (4) и (5), находим дополнительные коэффициенты усиления по осям  $y$  и  $z$ :

$$k_{yy} = k_{yz} \geq -\frac{F_{vy} \max k_{зап} + D\bar{y}_{\max}^{ст}}{k_{д}A\bar{y}_{\max}^{ст}}. \quad (11)$$

Коэффициент усиления по оси  $x$  выбирается из условия равенства жесткости подвеса, т.е. при одинаковых возмущающих воздействиях по всем осям статические провисы должны быть одинаковыми. Тогда, учитывая выражение (4), находим

$$k_{yx} = \frac{k_{yy}}{2} + \frac{D - B}{2Ak_{д}}. \quad (12)$$

После определения дополнительных коэффициентов усиления сформируем линейную одномерную модель подвеса. Для этого запишем уравнения движения ротора в подвесе на постоянном токе, используя соотношения (1) и (2) следующим образом:

$$\begin{cases} \ddot{x} - \tilde{b}_1 x = 2\tilde{d}_1 \Delta\varphi_1 + f_{vx}; \\ \ddot{y} - \tilde{b}_2 y = \tilde{d}_1 \Delta\varphi_2 + f_{vy}; \\ \ddot{z} - \tilde{b}_2 z = \tilde{d}_1 \Delta\varphi_5 + f_{vz}; \\ \tilde{b}_1 = \frac{B}{mh}; \tilde{b}_2 = \frac{D}{mh}; \tilde{d}_1 = \frac{A}{m}; f_{vx} = \frac{F_{vx}}{m}; f_{vy} = \frac{F_{vy}}{m}; f_{vz} = \frac{F_{vz}}{m}. \end{cases} \quad (13)$$

В трехосном подвесе существует возможность непосредственного получения сигналов, пропорциональных смещениям по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , кроме того, линеаризованные силовые функции (3) не содержат перекрестных связей. Все это позволяет осуществлять независимое, каналное регулирование положения ротора. Структурная схема одного канала стабилизации (например, по оси  $y$ ) приведена на рис. 2.

Основным назначением контура стабилизации является автоматическое сведение к нулю (с точностью до статической ошибки) рассогласования между текущей координатой центра ротора  $y$  и точкой  $y^*$ , которой сопоставим несмещенное положение. В большинстве случаев  $y^* = 0$ , т.е. стабилизация осуществляется вокруг геометрического центра подвеса. Кроме того, контур стабилизации должен обрабатывать воздействие внешних возмущающих сил  $f_{vy}$ , также сводя к нулю их воздействие на текущую координату  $y$  центра ротора.

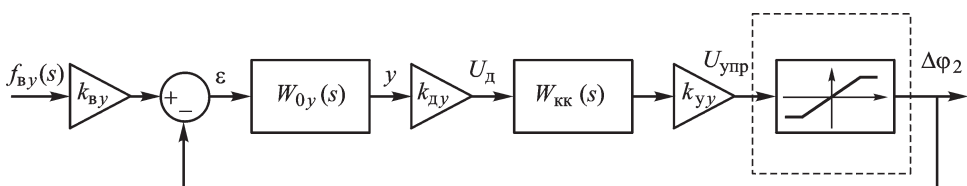


Рис. 2. Структурная схема канала стабилизации

Датчик положения  $k_{дy}$  измеряет текущую координату на выходе объекта стабилизации  $W_{0y}(s)$  и на ее основе блоки усиления  $k_{yy}$  и коррекции  $W_{кк}(s)$  вырабатывают приращение потенциалов  $\Delta\varphi_2$  на электродах 2 и 4 (см. рис. 1) оси  $y$ . Информация о рассогласовании  $\varepsilon$  формируется на основе разности между сигналами приведенного возмущающего воздействия  $f_{vy}k_{vy}$  и приращения  $\Delta\varphi_2$ . На структурной схеме изображен также блок насыщения (он обведен штриховой линией), ограничивающий приращения потенциалов выходных высоковольтных усилителей, однако на этапе формирования линейной модели будем считать его безынерционным звеном с коэффициентом усиления 1.

Для получения передаточных функций объекта преобразуем по Лапласу уравнения (13) при нулевых начальных условиях и, опуская ряд промежуточных выкладок, запишем окончательные выражения для передаточных функций подвеса на постоянном токе:

$$\left. \begin{aligned} W_{0x}(s) &= \frac{x(s)}{\varepsilon_1(s)} = \frac{k_{0x}}{T_{0x}^2 s^2 - 1} k_{0x} = \frac{2\tilde{d}_1}{\tilde{b}_1} T_{0x} = \frac{1}{\sqrt{\tilde{b}_1}}; \\ W_{0y}(s) &= \frac{y(s)}{\varepsilon_2(s)} = \frac{k_{0y}}{T_{0y}^2 s^2 - 1} k_{0y} = k_{0z} = \frac{\tilde{d}_1}{\tilde{b}_2}; \\ W_{0z}(s) &= \frac{z(s)}{\varepsilon_5(s)} = \frac{k_{0z}}{T_{0z}^2 s^2 - 1} T_{0y} = T_{0z} = \frac{1}{\sqrt{\tilde{b}_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Поскольку передаточные функции объекта стабилизации (14) являются неустойчивыми звеньями, а для неминимально-фазовых объектов (к которым относятся неустойчивые звенья) не применимы регулярные методы синтеза, то при выборе типа корректирующего звена руководствуются в основном накопленным опытом работы с подвесами, а также требованием минимальной сложности коррекции. Если в системе стабилизации допустима работа со статической ошибкой, наиболее простым является интегро-дифференцирующее звено с передаточной функцией

$$W_{кк}(s) = \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}. \quad (15)$$

Если же система должна быть астатической по возмущающему воздействию, то к интегродифференцирующему звену можно добавить изодромную коррекцию и тогда передаточная функция корректирующего контура примет вид

$$W_{кк}(s) = \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1} \cdot \frac{T_3 s + 1}{T_4 s}. \quad (16)$$

Исследуем сначала свойства статических систем с коррекцией вида (15). Расчет будем вести для оси  $y$  подвеса. Запишем передаточную



функцию разомкнутого контура системы стабилизации (см. рис. 2):

$$W_y(s) = \frac{T_{1y}s + 1}{T_{2y}s + 1} \frac{k_{0y}k_{\text{дy}}k_{\text{yу}}}{T_{0y}^2s^2 - 1} = \frac{k_y(T_{1y}s + 1)}{(T_{2y}s + 1)(T_{0y}^2s^2 - 1)}. \quad (17)$$

Передаточная функция замкнутой системы имеет вид

$$\Phi_y(s) = \frac{\Delta\varphi_1(s)}{f_{\text{вy}}(s)} = k_{\text{в}} \frac{k_y(T_{1y}s + 1)}{T_{0y}^2T_{2y}s^3 + T_{0y}^2s^2 + (k_yT_{1y} - T_{2y})s + (k_y - 1)}. \quad (18)$$

Устойчивость замкнутой системы определяется корнями характеристического уравнения (знаменатель выражения (18)). Применив критерий Гурвица, получим два простых условия, обеспечивающих устойчивость линейной системы:  $k_y > 1$ ;  $T_{1y} > T_{2y}$ .

На первом этапе для выбора постоянных времени  $T_{1y}$  и  $T_{2y}$  воспользуемся корневым методом [5]. Разложим характеристическое уравнение на множители

$$T_{0y}^2T_{2y}s^3 + T_{0y}^2s^2 + (k_yT_{1y} - T_{2y})s + (k_y - 1) = (s + c_1)(s^2 + B_1s + B_2), \quad (19)$$

$$\text{где } (B_1 + c_1) = \frac{1}{T_{2y}}; B_1c_1 + B_2 = \frac{(k_yT_{1y} - T_{2y})}{T_{0y}^2T_{2y}}; B_1c_1 = \frac{(k_y - 1)}{T_{0y}^2T_{2y}}.$$

С точки зрения скорейшего затухания переходного процесса важно, чтобы вещественные части всех корней были как можно больше. Хорошие результаты получаются при равенстве вещественных частей всех корней. Принимая степень затухания [5]  $\xi = 98\%$ , окончательно находим:

$$T_{2y(1)} = \frac{0,36T_{0y}}{\sqrt{k_y - 1}}, \quad T_{1y(1)} = \frac{0,607T_{0y}^2 + T_{2y(1)}^2}{k_yT_{2y(1)}}. \quad (20)$$

Индексы 1 при постоянных времени означают, что эти величины являются лишь первым приближением при нахождении оптимальных значений параметров коррекции и будут уточняться в дальнейшем. Для осей  $x$  и  $z$  выражения аналогичны формулам (20).

Синтез параметров регулятора выполнялся в предположении, что подвес функционирует в малой окрестности положения равновесия. Однако практически в любом подвесе имеется режим, при котором отклонение ротора от положения равновесия нельзя считать малым. Это режим всплытия ротора с упоров при первоначальном включении подвеса. Начальное отклонение ротора в этом режиме равно зазору в упорах  $d_{\text{уп}}/2$ , сопоставимому с ротор-электродным зазором  $h$ .

Система управления подвесом должна быть спроектирована таким образом, чтобы после включения питания ротор плавно всплыл с упоров и застабилизировался в центральном положении. Это означает, что область возможных положений ротора  $-d_{\text{уп}}/2 \leq d \leq d_{\text{уп}}/2$  является



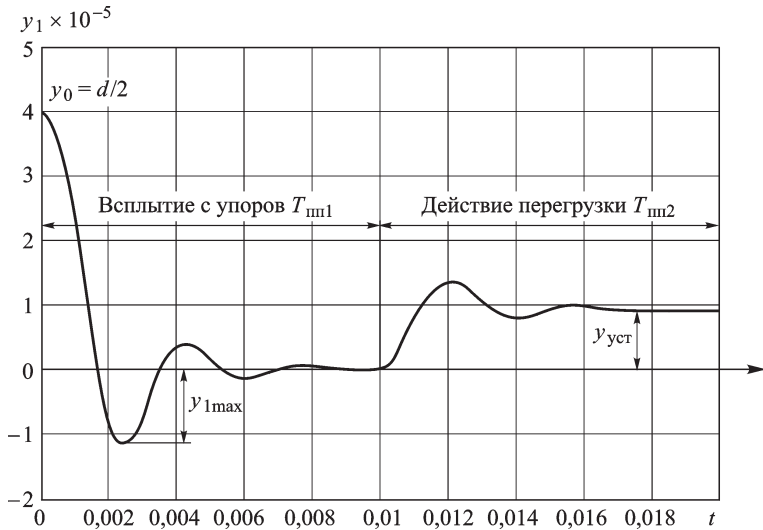
областью притяжения к положению равновесия. Кроме того, подвес должен удерживать ротор, находящийся под действием возмущающих сил, с заданной точностью. Таким образом, следует обеспечить устойчивость системы стабилизации как при малых, так и при больших возмущениях положения ротора. При оптимизации параметров корректирующего устройства нужно правильно выбрать критерий оптимальности. Для подвесов важна точность удержания ротора вблизи положения равновесия. В каких же случаях возможно появление отклонения ротора от центра подвеса?

Во-первых, это происходит при первоначальном всплытии ротора с упоров. В процессе всплытия координата центра изменяется по некоторому закону  $y_1(t)$ ,  $0 \leq t \leq \infty$ . Практически переходный процесс заканчивается за некоторое конечное время  $T_{\text{пн1}}$ , и критерием оптимальности в данном случае может служить минимум функционала

$$I_1 = \int_0^{T_{\text{пн1}}} y_1^2(t) dt.$$

Важно, чтобы процесс всплытия (рис. 3) был или монотонным, или слабо колебательным. В дальнейшем при синтезе параметров регулятора ограничим максимальное отклонение при всплытии величиной  $y_{1\text{max}} = 0,2y_0$ .

Во-вторых, отклонение ротора от центра подвеса возникает при действии перегрузок. Будем считать, что перегрузка  $n_{\text{max}}$  носит ступенчатый характер и приводит к переходному процессу  $y_2(t)$  с временем практического окончания  $T_{\text{пн2}}$  (см. рис. 3), а за критерий опти-



**Рис. 3. Графики, иллюстрирующие процесс всплытия ротора гироскопа**

мальности примем минимум функционала

$$I_2 = \int_0^{T_{\text{im}2}} (y_2(t) - y_{\text{уст}})^2 dt,$$

где  $y_{\text{уст}}$  — установившееся значение (статическая ошибка) отклонения ротора.

При воздействии перегрузки ограничим перерегулирование системы:  $\sigma_{\text{max}} \leq 20\%$ . Это гарантируют достаточный запас устойчивости в малом.

Поскольку для подвеса важны как этап всплытия, так и устойчивое функционирование при воздействии перегрузок, то предлагается следующая постановка задачи расчета параметров корректирующего звена: необходимо определить постоянные времена  $T_1$  и  $T_2$  интегро-дифференцирующего звена, минимизирующие функционал

$$I = I_1 + \lambda I_2 = \int_0^{T_{\text{m}1}} y_1^2(t) dt + \lambda \int_0^{T_{\text{m}2}} (y_2(t) - y_{\text{уст}})^2 dt \quad (21)$$

при ограничениях на максимальное отклонение  $y_{1\text{max}} = 0,2y_0$ , перерегулирование  $\sigma_{\text{max}} \leq 20\%$  и приращения потенциалов на электродах. Здесь  $\lambda$  — весовой коэффициент, позволяющий уравновесить влияние составляющих функционала (21).

Переходные процессы  $y_1(t)$  и  $y_2(t)$  найдем путем численного интегрирования уравнений движения (13). Силовые функции в правых частях уравнений на данном этапе примем линеаризованными, однако введем ограничения на приращения потенциалов, на максимальное отклонение при всплытии и на перерегулирование. Поиск оптимальных параметров, минимизирующих функционал (21), проведем в диапазонах  $0,2T_{1y(1)} \leq T_{1y} \leq 5T_{1y(1)}$ ;  $0,2T_{2y(1)} \leq T_{2y} \leq 5T_{2y(1)}$ , где значения  $T_{1y(1)}$  и  $T_{2y(1)}$  вычислены ранее по уравнениям (20).

В результате параметрической оптимизации получаем уточненные значения постоянных времени  $T_{1y(2)}$  и  $T_{2y(2)}$  (для осей  $x$  и  $z$   $T_{1x(2)}$ ,  $T_{2x(2)}$  и  $T_{1z(2)}$ ,  $T_{2z(2)}$  соответственно). Принимаем их за начальную точку оптимизационного процесса, используя полную многомерную нелинейную модель.

Динамическая нелинейная имитационная модель подвеса (рис. 4) выполнена в среде Simulink пакета Matlab 2006. Центральным звеном модели является блок вычисления сил. Он содержит подблоки вычислений потенциала ротора и проекций сил  $F_{x,y,z}$ . Вычисления проводятся не по линеаризованным, а по обобщенным выражениям [3], где каждая проекция силы есть нелинейная функция потенциалов всех электродов и потенциала ротора. На вход блока поступают

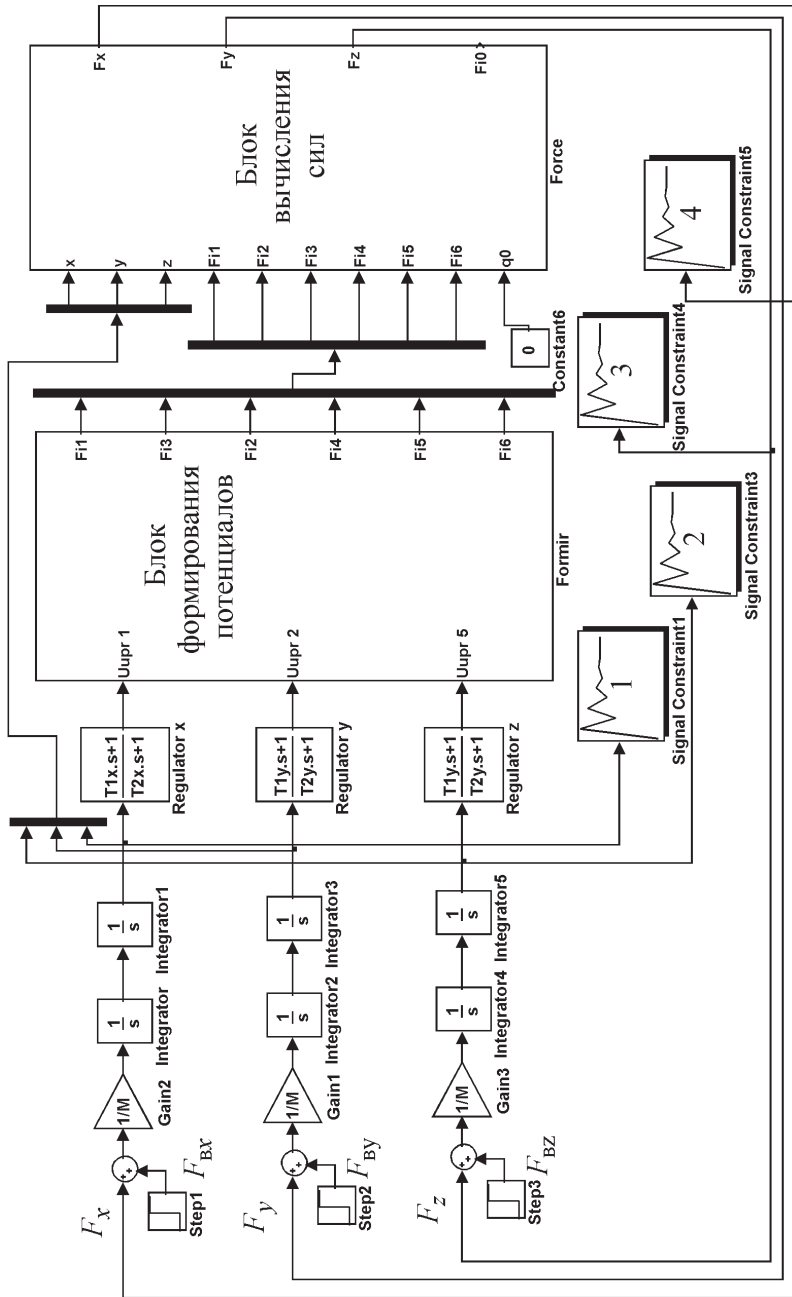


Рис. 4. Динамическая нелинейная имитационная модель подвеса

текущие значения координат центра ротора, потенциалы всех шести электродов и случайный заряд ротора  $q_0$  (при расчете принимается нулевым). Проекции пондеромоторных сил  $F_{x,y,z}$  с выхода блока вычисления сил суммируются с возмущающими воздействиями  $F_{vx,vy,vz}$ , 2 раза интегрируются и, после прохождения через корректирующие звенья, поступают на блок формирования потенциалов. Внутри этого блока находятся три подблока, по одному на каждую пару диаметрально противоположных электродов. Потенциалы электродов подвеса формируются из опорных напряжений, с которыми складывается или вычитается управляющий сигнал  $U_{упр}$ . Здесь же включены элементы типа “насыщение”, ограничивающие потенциалы на электродах. Переходные процессы, возникающие при ненулевых начальных условиях (этап всплытия ротора с упоров) или под действием возмущающих сил  $F_{vx,vy,vz}$ , регистрируются виртуальными осциллографами или записываются в память для дальнейшей обработки.

Для оптимизации параметров подвеса использовался инструментальный пакет Nonlinear Control Design Blockset (NCD-Blockset). Он предоставляет в распоряжение пользователя графический интерфейс для настройки параметров динамических объектов, обеспечивающих желаемое качество переходных процессов. В качестве средства для достижения указанной цели принимается оптимизационный подход, обеспечивающий минимизацию функции штрафа за нарушение динамических ограничений. Особую значимость имеет то обстоятельство, что в процессе настройки могут учитываться неопределенности параметрического типа, что позволяет синтезировать робастные законы управления. Динамические ограничения задаются в визуальном режиме блоками Signal Constraint (блоки 1, 2... 4, см. рис. 4). В блоках 1 и 2 формируются ограничения на переходный процесс, состоящий из этапов всплытия и отработки перегрузки. В блоках 3 и 4 введены ограничения на перерегулирование при воздействии перегрузки. На базе этих ограничений NCD-Blockset автоматически генерирует задачу конечно-мерной оптимизации так, чтобы точка экстремума в пространстве настраиваемых параметров соответствовала выполнению всех требований, предъявляемых к качеству процесса. Эта задача решается с привлечением специализированной процедуры квадратичного программирования из пакета Optimization Toolbox. Ход оптимизации контролируется на экране с помощью отображения графика контролируемого процесса и текущих значений минимизируемой функции. По завершении процесса его результат фиксируется в рабочем пространстве.

Рассмотрим теперь работу подвеса с астатическим регулятором (16). Передаточная функция замкнутой системы для канала  $y$  линейной

одномерной модели (см. рис. 2) имеет вид

$$\Phi_y(s) = \left[ k_{vy}k_y [T_{1y}T_{3y}s^2 + (T_{1y} + T_{3y})s + 1] \right] \left\{ T_{0y}^2T_{2y}T_{4y}s^4 + T_{0y}^2T_{4y}s^3 + \right. \\ \left. + (k_yT_{1y}T_{3y} - T_{2y}T_{4y})s^2 + (k_y(T_{1y} + T_{3y}) - T_{4y})s + k_y \right\}^{-1}. \quad (22)$$

Устойчивость и качество системы определяются расположением как полюсов, так и нулей передаточной функции (22). В случае статического регулятора на первом этапе расчета параметров корректирующего устройства применялся корневой метод, причем учитывалось только расположение полюсов системы. При астатическом регулировании порядок системы увеличивается на единицу и существенное влияние начинает оказывать расположение не только полюсов, но и нулей. Это делает нецелесообразным применение классического корневого метода. В настоящее время разработано достаточно много методов синтеза линейных и нелинейных систем [6]. При выборе метода нужно учитывать, что передаточная функция разомкнутой системы имеет правый корень. Наиболее простым в применении и дающим приемлемые результаты для систем с правыми полюсами оказался метод моментов, реализованный с применением аппарата математического программирования. При использовании этого метода предполагается, что известна эталонная динамическая характеристика. В качестве нее можно принять или  $\Phi^3(s)$  — эталонную передаточную функцию замкнутой системы, или  $h_3(t)$  — эталонную переходную характеристику. Между переходной и передаточной функциями системы существует сложная, но, тем не менее, вполне определенная связь. Для любой конкретной формы передаточной функции может быть найдено некоторое оптимальное распределение нулей и полюсов, при котором передаточная функция будет наиболее благоприятной с точки зрения динамики рассматриваемой системы. Каждому такому оптимальному распределению нулей и полюсов соответствуют вполне определенные значения коэффициентов полиномов числителя и знаменателя, которые назовем стандартными [6].

В рассматриваемом случае передаточная функция замкнутой системы  $\Phi_y(s)$  (22) является звеном четвертого порядка с двумя нулями, и поэтому в качестве эталонной передаточной функции выберем звено того же типа

$$\Phi^3(s) = \frac{A_2\omega_0^2s^2 + A_3\omega_0^3s + \omega_0^4}{s^4 + A_1\omega_0s^3 + A_2\omega_0^2s^2 + A_3\omega_0^3s + \omega_0^4}. \quad (23)$$

Чтобы уменьшить влияние нулей, рекомендуется располагать корни полинома знаменателя на отрицательной вещественной полуоси в геометрической прогрессии. Для такого распределения корней

$A_1 = 7,9; A_2 = 15; A_3 = 7,9$ , где  $\omega_0 = \tau_0/T_{\text{инт}}$  ( $\tau_0 = 3,3$  — безразмерное, а  $T_{\text{инт}}$  — действительное время переходного процесса).

Обозначим  $p = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5) = (T_{1y}, T_{2y}, T_{3y}, T_{4y}, k_y)$  — варьируемые параметры корректирующего устройства. Поскольку эффективный коэффициент усиления разомкнутой системы  $k_y/T_{4y}$  равен отношению общего усиления  $k_y$  к постоянной времени интегратора  $T_{4y}$ , то необходимо или задаться значением  $T_{4y}$ , а  $k_y$  определить в процессе оптимизации, или наоборот. Теперь постановка задачи синтеза методом моментов может быть сформулирована как задача минимизации целевой функции следующего вида:

$$I(p) = \min_{p_k} \sum_{i=1}^l [\Phi_y(s_i, p) - \Phi^{\circ}(s_i)]^2 \rho(s_i), \quad (24)$$

где  $s_i = ic$  — показатели экспоненциальной системы  $H = \{e^{-ic}; i = 1 \dots l; c > 0\}$ ,  $l$  — число моментов;  $\rho(s_i)$  — весовые множители.

В работе [6] рекомендуется следующий подход к выбору значений  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_l$ :  $s_i$  предлагается располагать по закону геометрической прогрессии  $s_i = s_1 q^{-i}$  со знаменателем прогрессии  $q = 2$ . При этом основная часть значений  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_l$  должна входить в промежуток  $0 \leq s_i \leq s_1$ , где  $\Phi^{\circ}(s_1)$  может быть выражена в долях  $\Phi^{\circ}(s_i)_{\text{max}}$ , т.е.  $\Phi^{\circ}(s_1) = k \Phi^{\circ}(s_i)_{\text{max}}$ . Как правило,  $k = 0,2 \dots 0,3$ , если  $\Phi^{\circ}(s_i)$  — функция убывающая, и  $k = 0,7 \dots 0,8$  — если возрастающая.

Задача синтеза в предложенной постановке решается методом нелинейного программирования. Минимальное значение функционала (24) при соответствующих ограничениях вычисляется с помощью функции `fmincon` пакета Matlab 2006. В результате оптимизации получаем первое приближение для параметров корректирующих устройств  $T_{iy(1)}, i = 1 \dots 4$ , — для каналов  $y, z$  и  $T_{ix(1)}, i = 1 \dots 4$  — для канала  $x$ .

Второй этап оптимизации проводят используя нелинейную многомерную модель. Эта модель отличается от модели (см. рис. 4), рассмотренной ранее, только структурой корректирующих звеньев. По итогам второго этапа формируются окончательные значения постоянных времени и коэффициентов усиления.

Расчет параметров корректирующих звеньев проводится путем многоступенчатой оптимизации. Возможно ли сокращение числа этапов или оптимизация проводится сразу по полной модели? Опыт работы с инструментальным пакетом NCD-Blockset, применяющимся при оптимизации в рамках полной нелинейной многосвязной модели, показывает, что для начала процесса оптимизации требуется достаточно хорошее начальное приближение, соответствующее хотя бы устойчивому поведению нелинейной модели. Время оптимизации при

сложной структуре модели также в сильной мере зависит от начальных значений параметров. Именно поиску приемлемого начального приближения и посвящены ранние этапы оптимизации.

Расчет статических и динамических параметров подвеса реализован в виде автоматизированной методики проектирования с использованием программ и моделей пакета Matlab 2006.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мартыненко Ю. Г. Движение твердого тела в электрических и магнитных полях. – М.: Наука, 1988.
2. Васюков С. А., Дробышев Г. Ф. Алгоритмы управления потенциалами на электродах электростатического подвеса // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Приборостроение”. – 2007. – № 2. – С. 69–81.
3. Васюков С. А. О влиянии законов управления потенциалами на силовые характеристики сферического электростатического подвеса // Наука и образование. Инженерное образование. Электронный журнал. – www.techno.edu.ru. – октябрь, 2007. – 25 с.
4. Васюков С. А., Дробышев Г. Ф. Распределение потенциала и коэффициенты электростатической индукции в сферическом электростатическом подвесе // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Естественные науки”. – 2007. – № 2. – С. 101–112.
5. Бессекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975.
6. Синтез регуляторов систем автоматического управления. Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.

Статья поступила в редакцию 19.11.2007

Сергей Александрович Васюков родился в 1958 г., окончил в 1981 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Электротехника и промышленная электроника” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 32 научных работ в области электростатических подвесов и датчиков автосигнализаций.

S.A. Vasyukov (b. 1958) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1981. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Electrical Engineering and Industrial Electronics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 32 publications in the field of electrostatic suspension and sensor of autosignaling system.