

УДК 621.391.24

О. А. Акулов

**КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД ПОИСКА  
СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ ПО ЗАДЕРЖКЕ**

*На основе анализа последовательного и дихотомического методов поиска временной задержки принимаемого сложного сигнала относительно опорного предложен комбинированный метод поиска, позволяющий уменьшить временные затраты на синхронизацию по сравнению с дихотомическим методом.*

Сложными сигналами принято называть сигналы, для которых произведение их длительности и занимаемой полосы частот значительно больше единицы. При этом для реальных сигналов длительность и полоса частот определяются долями энергии сигнала на заданном временном интервале и в заданной полосе частот.

Сложные сигналы имеют важное практическое значение и широко используются в радиотехнических системах радиолокации, радионавигации и передачи информации. Их применение позволяет обеспечить высокую точность измерения дальности до объектов и скорости их движения, повысить помехоустойчивость и скрытность систем передачи цифровой информации, совместить передачу информации и траекторные измерения и т.д.

Одной из основных проблем при использовании сложных сигналов является трудность синхронизации принимаемой и опорной последовательностей. Процедура синхронизации заключается в поиске сигнала на временной оси и определении его задержки по отношению к сигналу местного опорного генератора. Время поиска при требуемой вероятности ошибочной синхронизации является одной из основных характеристик радиотехнической системы со сложными сигналами.

В настоящей работе рассматривается задача синхронизации в системе, в которой передаваемый сигнал модулируется последовательностью максимального периода, когда единичный и нулевой символы информации сопоставляются с  $M$ -последовательностью и ее инверсией. Основная операция, которую выполняет одноканальный обнаружитель на  $i$ -м шаге работы, — это вычисление коэффициента корреляции принимаемой реализации и опорного сигнала. При наличии искомой точки коэффициент корреляции принимает максимальное значение  $\rho_{\max}$ , а в противном случае равен  $\rho_i$ .

Использование для передачи информации и синхронизации одного и того же сигнала —  $M$ -последовательности — и наиболее простого с

точки зрения аппаратной реализации последовательного метода поиска приводит к значительным затратам времени поиска по задержке и вхождения в синхронизм. При последовательности длиной  $N$  символов требуется проведение в среднем  $N/2$  измерений.

Для ускорения поиска значения задержки принимаемого сигнала относительно опорного используют специальные синхронизирующие сигналы. В этом случае информационный сигнал на основе  $M$ -последовательности будет передаваться после окончания синхронизирующего сигнала. Для одноканальной системы, в которой имеется возможность изменения формы опорного сигнала, сокращение времени поиска обеспечивается применением синхронизирующих сигналов, называемых последовательностями быстрого поиска (ПБП). Для одноканального обнаружителя ПБП позволяют реализовать дихотомический поиск, который в отличие от последовательного поиска, предполагающего индивидуальное исследование точек области неопределенности, делит всю область неопределенности на две части и определяет, в какой из них находится точка синхронизации. Оставшаяся часть, в которой находится точка синхронизации, снова делится на две части и т.д. При этом число шагов поиска равно  $\log_2 N$ .

Далее в работе сравниваются последовательный и дихотомический методы поиска временной задержки принимаемого сигнала относительно опорного, решается задача выбора метода поиска и предлагается комбинированный метод поиска, позволяющий снизить временные затраты на синхронизацию по сравнению с дихотомическим поиском.

**Метод последовательного поиска.** Пусть в качестве синхронизирующего сигнала используется  $M$ -последовательность с хорошими автокорреляционными свойствами. На каждом шаге поиска вычисляются значения отношения правдоподобия, которые сравниваются с некоторым пороговым значением. Предположим, что в канале передачи на сигнал накладывается аддитивная помеха типа “белый гауссов шум” со спектральной плотностью мощности  $N_0$ . Тогда вероятность ошибки одного шага последовательного поиска [1]

$$P_i = 1 - \Phi \left( \rho_{\max} \sqrt{\frac{E_i (1 - \lambda)}{N_0}} \right), \quad (1)$$

где  $N_0$  — спектральная плотность мощности белого шума;  $\lambda = \frac{\rho_i}{\rho_{\max}}$  — коэффициент различения;  $\rho_i$  и  $\rho_{\max}$  — значения автокорреляционной функции сигнала при  $i$ -м и нулевом временных сдвигах;  $E_i$  — энергия сигнала, используемая на  $i$ -м шаге поиска;  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  —

интегральная функция распределения вероятностей для нормального закона (распределение Гаусса).

Для М-последовательности длиной  $N$  получаем  $\rho_{\max} = 1$ ;  $\rho_i = 1/N$ ;  $E_i = U^2 T_{\text{ш}}$ , где  $U$  — амплитуда сигнала,  $T_{\text{ш}}$  — время одного шага последовательного поиска.

Решая полученное уравнение относительно  $T_{\text{ш}}$ , находим среднее время одного шага последовательного поиска:

$$T_{\text{ш}} = \frac{2X^2(1 - P_i)\tau}{h^2(1 + \frac{1}{N})}, \quad (2)$$

где  $h^2 = \frac{2U^2\tau}{N_0}$  — отношение сигнал/шум в полосе принимаемого сигнала;  $\tau$  — длительность элементарного символа сигнала;  $X(y)$  — функция, обратная функции  $\Phi(x)$ .

Одной из заданных характеристик для системы поиска является вероятность ошибочной синхронизации  $P_{\text{ош}}$ . Тогда для определения  $P_i$  выразим через нее общую вероятность ошибочной синхронизации, считая, что среднее число шагов последовательного поиска равно  $N/2$  и вероятность ошибки на каждом шаге одна и та же:

$$P_{\text{ош}} = 1 - \prod_{i=1}^{\frac{N}{2}} (1 - P_i) = 1 - (1 - P_i)^{\frac{N}{2}}, \quad (3)$$

откуда

$$P_i = 1 - (1 - P_{\text{ош}})^{\frac{2}{N}}. \quad (4)$$

Окончательно находим время последовательного поиска  $T_{\text{пп}}$  при требуемом значении  $P_{\text{ош}}$ :

$$T_{\text{пп}} = \frac{N}{2} T_{\text{ш}} = \frac{X^2(1 - P_{\text{ош}})^{\frac{2}{N}}\tau}{h^2(1 + N)}. \quad (5)$$

**Метод дихотомического поиска.** Для реализации принципа дихотомии в качестве синхронизирующего сигнала используют ПБП. Примером такой последовательности является мажоритарная сумма функций Уолша, представляющих собой меандры с периодом, равным степени числа 2. В общем случае ПБП на основе функций Уолша имеют вид

$$F(t) = \text{Maj} [b_1 W_{j_1}(t), b_2 W_{j_2}(t), \dots, b_k W_{j_k}(t)], \quad (6)$$

где  $b_i = \pm 1$ . Мажоритарное суммирование определяется для нечетного числа функций Уолша следующим образом: символ последовательности  $F(t)$ , находящийся на  $j$ -й позиции, равен 1, если сумма символов

компонент положительна, и равен  $-1$ , если сумма отрицательна. (Напомним, что функция Уолша может принимать значения  $\pm 1$ .)

Сигнал  $F(t)$  можно представить рядом

$$F(t) = \sum_{i=0}^{k-1} \rho_i W_i(t). \quad (7)$$

Совокупность коэффициентов  $\rho_i$  представляет собой спектр последовательности  $F(t)$  в базисе Уолша.

Поиск ПБП по задержке с помощью одноканального приемника реализуется путем последовательных вычислений корреляционных интегралов принимаемой реализации с компонентами  $W_i(t)$ . При этом на каждом шаге вычислений область неопределенности делится на две части и по знаку корреляционного интеграла определяется принадлежность искомой точки к одной из этих частей. Взаимно корреляционные функции сигнала  $F(t)$  с сигналами  $W_i(t)$  являются двухуровневыми. В этом случае задача приемника состоит в следующем: различить два равноудаленных сигнала с равными энергиями. Вероятность ошибки единичного измерения составляет [2]

$$P_i = 1 - \Phi \left( \rho_i \sqrt{2 \frac{E_i}{N_0}} \right). \quad (8)$$

Процедура дихотомического поиска заканчивается через  $n = \log_2 N$  шагов, где  $N$  — длина ПБП. Тогда вероятность ошибочной синхронизации можно определить как

$$P_{\text{ош}} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i) = 1 - (1 - P_i)^n. \quad (9)$$

Подставляя в уравнение (8) выражения для энергии сигнала, используемой на  $i$ -м шаге поиска  $E_i = U^2 T_{\text{шд}}$ , и коэффициента корреляции из работы [2]:  $\rho_i \approx \sqrt{\frac{2}{\pi \log_2 N}}$ , получаем среднее время одного шага дихотомического поиска:

$$T_{\text{шд}} = \frac{X^2 (1 - P_i) \tau \pi n}{h^2 2}. \quad (10)$$

Общее время дихотомического поиска составляет

$$T_{\text{дп}} = n T_{\text{шд}} = \frac{X^2 (1 - P_{\text{ош}})^{\frac{1}{n}} \tau \pi n^2}{2h^2}. \quad (11)$$

**Комбинированный метод поиска.** Из анализа выражений (2) и (10) видно, что время одного шага последовательного поиска значительно меньше времени одного шага дихотомического поиска, что

объясняется хорошими автокорреляционными свойствами псевдослучайной последовательности. Поэтому при достаточно малых значениях базы сигнала последовательный поиск оказывается выгоднее дихотомического по времени. Очевидно, что критерием перехода с последовательного поиска на дихотомический является соотношение  $\eta = \frac{T_{\text{шп}}}{T_{\text{шд}}} > 1$ .

Рассмотрим следующую ситуацию. Пусть задача синхронизации решается методом дихотомического поиска и произведено  $(i - 1)$  измерений, т.е. мощность области неопределенности сократилась с  $2^n$  до  $2^{n-i+1}$ . Вполне может оказаться (и оказывается), что вместо оставшихся  $n - i + 1$  шагов дихотомического поиска быстрее будет осуществить в среднем  $2^{n-i}$  шагов последовательного поиска.

Данный метод поиска назовем комбинированным. Общее число шагов будет равно сумме шагов дихотомического и последовательного поиска:

$$N_{\text{комб}}(i) = i - 1 + 2^{n-i}. \quad (12)$$

Считая все шаги одинаково значимыми, получаем, общую вероятность ошибочной синхронизации

$$P_{\text{ош}} = 1 - \prod_{j=1}^{i-1+2^{n-i}} (1 - P_j) = 1 - (1 - P_j)^{i-1+2^{n-i}}. \quad (13)$$

Отсюда вероятность ошибки единичного измерения как для дихотомического, так и для последовательного поиска составляет:

$$P_j(i) = 1 - \sqrt[i-1+2^{n-i}]{1 - P_{\text{ош}}}. \quad (14)$$

Время одного шага для дихотомического и последовательного поиска будет соответственно равно

$$T_{\text{шд}}^*(i) = \frac{X^2 \left( \sqrt[i-1+2^{n-i}]{1 - P_{\text{ош}}} \right) \tau \pi n}{h^2 2}; \quad (15)$$

$$T_{\text{шп}}^*(i) = \frac{2X^2 \left( 1 - \sqrt[i-1+2^{n-i}]{1 - P_{\text{ош}}} \right) \tau}{h^2 \left( 1 + \frac{1}{2^n} \right)}. \quad (16)$$

Отметим, что время ( $T_{\text{шд}}^*$  и  $T_{\text{шп}}^*$ ) одного шага комбинированного поиска, определенное по формулам (15) и (16), отличается от времени ( $T_{\text{шд}}$  и  $T_{\text{шп}}$ ) одного шага “чистого” дихотомического и последовательного поиска, определенного по формулам (10) и (2), из-за разных

вероятностей ошибки единичного измерения. Общее время комбинированного поиска составляет

$$T_{\text{кп}}(i) = (i - 1) T_{\text{шд}}^*(i) + 2^{n-i} T_{\text{шп}}^*(i). \quad (17)$$

Определим теперь номер шага  $i^*$ , на котором выгоднее всего перейти от дихотомического поиска к последовательному. Очевидно, что задача нахождения величины  $i^*$  является целочисленной задачей оптимизации, где критерием оптимальности будет разность между временем “чистого” дихотомического поиска и временем комбинированного поиска. Чем больше эта разность, тем больше выигрыш во времени при переходе от дихотомического поиска к комбинированному. Таким образом, задача оптимизации сводится к задаче отыскания максимума следующей целевой функции:

$$F_{\text{ц}}(i) = T_{\text{дп}} - T_{\text{кп}}(i) = n T_{\text{шд}} - ((i - 1) T_{\text{шд}}^*(i) + 2^{n-i} T_{\text{шп}}^*(i)). \quad (18)$$

При этом выигрыш по времени при использовании данного метода вместо дихотомического поиска можно оценить по значению коэффициента

$$\mu = \frac{T_{\text{дп}}}{T_{\text{шп}}}. \quad (19)$$

Рассмотрим решение данной задачи для нескольких частных случаев. Положим значение базы сигнала равным  $N = \{2^5, 2^{10}, 2^{15}, 2^{20}, 2^{30}\}$ . Тогда, максимизировав  $F_{\text{ц}}(i)$  методом перебора по всем целочисленным значениям  $i$ , получаем  $i^* = \{2, 7, 11, 16, 25\}$  соответственно. При этом выигрыш по времени составит  $\mu = \{1,68, 1,42, 1,32, 1,25, 1,18\}$ , т.е. для сигналов с базами  $N = (2^{10} \dots 2^{30})$  применение комбинированного метода поиска вместо дихотомического позволяет сократить на 42...18% время поиска.

Далее приведены графики зависимости коэффициента  $\mu$  от номера шага  $i$ , на котором осуществляется переход от дихотомического поиска к последовательному, для различных баз ПБП.

Из рис. 1 видно, что слишком ранний переход от дихотомического поиска к последовательному крайне нежелателен, так как при  $i < i^*$  комбинированный поиск требует больших временных затрат, чем “чистый” дихотомический поиск. Такой характер зависимости  $\mu(i)$  в области малых значений  $i$  является интуитивно понятным, так как с уменьшением  $i$  общее число измерений, производимых в процессе комбинированного поиска, экспоненциально возрастает согласно формуле (12). При  $i = 1$  комбинированный поиск вырождается в “чистый” последовательный поиск.

Поздний переход от дихотомического поиска к последовательному (при  $i > i^*$ ) также нежелателен. Как указывалось ранее, при достаточно больших значениях  $i$  становится существенным тот факт, что время

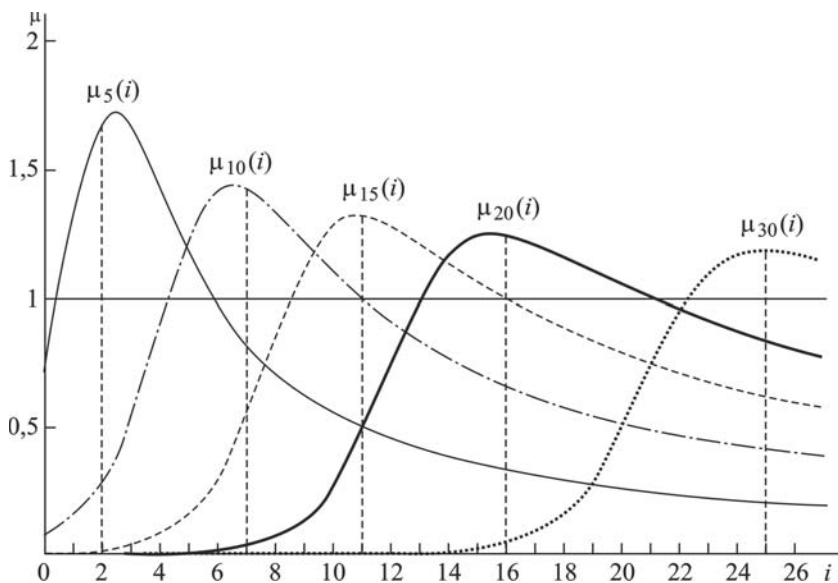


Рис. 1. Графики зависимости  $\mu(i)$  для ПБП с базами  $\{2^5, 2^{10}, 2^{15}, 2^{20}, 2^{30}\}$

единичного измерения при дихотомическом поиске значительно больше, чем при последовательном. Поэтому, несмотря на то, что число измерений с ростом  $i$  продолжает уменьшаться, общее время поиска увеличивается, так как оказывается быстрее произвести большее число относительно “коротких” шагов последовательного поиска, чем меньшее число относительно “длинных” шагов дихотомического поиска. При  $i = n + 1$  комбинированный поиск вырождается в “чистый” дихотомический поиск.

На рис. 2 приведен график зависимости  $\mu(n)$ , из которого следует, что с увеличением базы сигнала эффективность комбинированного поиска снижается.

Особо отметим, что в пределе при  $n \rightarrow \infty, \mu \rightarrow 1$ , т.е. для сверхбольших баз сигналов метод комбинированного поиска не приводит к ощутимому сокращению времени поиска. Тем не менее, для традиционно используемых баз сигналов применение комбинированного метода поиска позволяет сократить на 20...40% временные затраты.

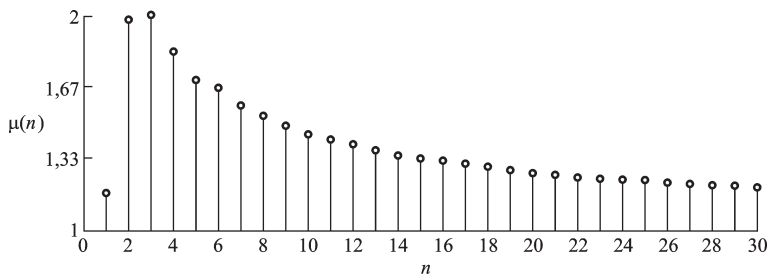


Рис. 2. График зависимости  $\mu(n)$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. К о р ж и к В. И., Ф и н к Л. М., Щ е л к у н о в К. Н. Расчет помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений: Справочник. – М.: Радио и связь, 1981. – 230 с.
2. Л о с е в В. В., Б р о д с к а я Е. Б., К о р ж и к В. И. Поиск и декодирование сложных дискретных сигналов. – М.: Радио и связь, 1988.

Статья поступила в редакцию 1.07.2007

Олег Анатольевич Акулов родился в 1966 г., окончил в 1989 г. ВИКИ им. А.Ф. Можайского. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Информационная безопасность” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области информационной безопасности и исследований систем обработки информации и управления.

O.A. Akulov (b. 1966) graduated from the Military Engineering Institute holding the Order of the Red Banner n.a. A.F. Mozhaikii in 1989. D. Sc. (Eng.), professor of “Information Security” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 40 publications in the field of systems of data accumulation, processing and transfer, integrated support of information security of automated systems.

---

УДК 621.396.662

С. К. Р о м а н о в, Н. М. Т и х о м и р о в,  
И. А. М а р к о в

### **ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМЕ ИМПУЛЬСНОЙ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ С ДРОБНЫМИ ДЕЛИТЕЛЯМИ ЧАСТОТЫ И ЭЛЕМЕНТАМИ КОММУТАЦИИ**

*Найдены аналитические выражения для определения длительностей переходных процессов при перестройке по частоте синтезаторов с элементами коммутации и с учетом режима скольжения. Проведено сравнение результатов расчетов по этим выражениям и результатов моделирования переходных процессов в синтезаторе на основе системы импульсной фазовой автоподстройки частоты третьего порядка с использованием среды визуального моделирования SIMULINK системы математических расчетов Matlab.*

В синтезаторах частот (СЧ), использующих технологию импульсной фазовой автоподстройки частоты (ИФАПЧ), с большими (октава и более) диапазонами перестройки по частоте в начале переходного процесса (ПП) возникает режим биений [1] или так называемый режим скольжения (РС) [2, 3]. Этот режим характерен тем, что фазовое рассогласование сигналов на входах частотно-фазового детектора (ЧФД) с тремя состояниями и зарядовой накачкой (ЗН), используемого в ИФАПЧ, больше  $2\pi$ . Применение дробных делителей с переменным коэффициентом деления (ДДПКД) в астатической системе ИФАПЧ