

Ю. В. М и т р и ш к и н, Н. М. К а р ц е в

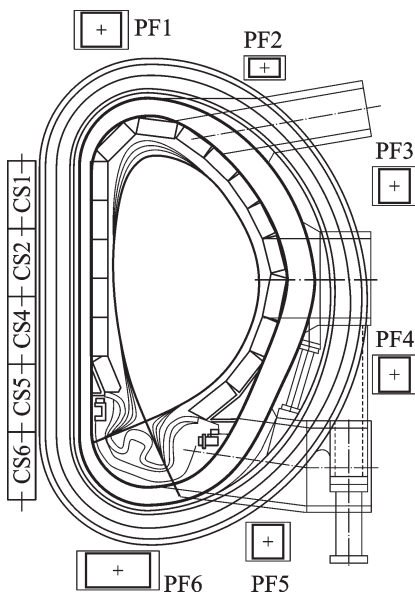
**СТАБИЛИЗАЦИЯ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ В ПЕРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРАХ ОБЪЕКТА**

*Проведены синтез, численное моделирование и сравнение систем управления с нестационарной нелинейной обратной связью с полным и частичным знанием переменных параметров модели объекта второго порядка. Решена задача стабилизации коэффициентов дифференциального уравнения замкнутой системы. Для интерполяции параметров регулятора применены кусочно-линейная аппроксимация и кубические сплайны. Постановка задачи и ее решение связаны с проблемой управления неустойчивым вертикальным положением плазмы и ее скоростью в токамаках с вытянутым по вертикали поперечным сечением.*

E-mail: yvm@bmstu.ru

**Ключевые слова:** система управления, обратная связь, переменные параметры, стабилизация коэффициентов, нестационарный регулятор, параметрическая неопределенность, сплайны.

Для обеспечения надежной работы современных токамаков с вытянутым по вертикали поперечным сечением актуальным является решение задач управления неустойчивым вертикальным положением



**Рис. 1.** Вертикальное сечение токамака ITER

плазмы и подавления ее вертикальной скорости. В токамаке International Thermonuclear Experimental Reactor (ITER) с помощью расположенных соответственно магнитных катушек центрального соленоида CS1–CS6 и катушек полоидальных магнитных полей PF1–PF6 (рис. 1), возможно получение вытянутой по вертикали формы плазмы и стабилизация ее вертикальной скорости относительно нулевого значения.

Рассматриваемая в настоящей статье задача связана с разработкой регулятора для подавления вертикальной скорости плазмы в токамаках при возмущении типа малого срыва на стадии ввода плазменного тока, когда параметры объекта управления заметно изменяются.

Оригинальная система дифференциальных уравнений, описывающая динамику плазмы в токамаке (First Principle Equations), включает в себя векторное уравнение Кирхгоффа для магнитно-связанных контуров токов в активных и пассивных структурах, а также для витка с током плазмы [1] и нелинейное уравнение Грэда–Шафранова в частных производных, описывающее равновесие плазмы в магнитном поле [1, 2].

В целях разработки регуляторов для управления формой и током плазмы в ITER были получены линейные многомерные модели из исходной системы нелинейных уравнений [1]. Каждая модель соответствует одной из точек сценария разряда на стадии ввода плазменного тока

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + E\dot{w}; \\ y &= Cx + Du + Fw, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x \in \mathbb{R}^{127}$  — вектор состояния, соответствующий вариациям токов в пассивных и активных структурах;  $w$  — двухкомпонентный вектор возмущения, характеризующий сбросы давления и внутренней индуктивности плазмы при малых срывах. Линейные модели строились посредством численной линеаризации нелинейной динамической модели плазмы [1], реализованной на плазмо-физическом программно-вычислительном комплексе ДИНА [3], причем параметры сценария были взяты из базы данных проекта ITER.

Более того, методом идентификации кода ДИНА по накопленным данным тестирования нелинейной модели плазмы в работах [4, 5] показано, что в ряде точек сценария поведение вертикальной скорости плазмы описывается скалярной линейной моделью второго порядка. Можно предположить, что на стадии ввода плазменного тока поведение вертикальной скорости плазмы описывается линейной нестационарной моделью второго порядка, входом которой является управляющее напряжение на магнитной катушке, а выходом — вертикальная скорость движения магнитной оси плазмы. Исходя из того, что в токамаке ITER магнитные катушки являются сверхпроводящими, можно представить модель объекта управления в виде интегратора (магнитной катушки), соединенного с нестационарным динамическим звеном первого порядка, характеризующим движение плазмы при наведении распределенных токов в проводящих структурах и токов в активных обмотках, окружающих плазму. Из второго уравнения линеаризованной системы (1) видно, что возмущение типа малого срыва является аддитивным и поступает непосредственно в выходной сигнал модели объекта через матрицу  $F$ . При этом производная этого же возмущения влияет на производную вектора состояния через матрицу  $E$  в первом уравнении (1).

Аналогичные результаты были получены при аппроксимации нелинейной модели с распределенными параметрами горизонтального движения плазмы в токамаке при малых отклонениях от положения равновесия линейным динамическим звеном второго порядка оригинальным методом проектирования интегральных кривых исходного уравнения вдоль оси времени на фазовую плоскость “горизонтальное смещение плазмы–ток в обмотке вертикального магнитного поля” [6].

Для моделирования, исследования и доказательства работоспособности разрабатываемого нестационарного регулятора в замкнутой системе управления было принято следующее предположение: параметры модели объекта в ряде моментов времени — известны в результате проведенной идентификации [4, 5]. Это позволяет, во-первых, провести синтез регулятора с переменными параметрами, исходя из условия полного знания параметров нестационарной модели объекта, во-вторых, оценить качество разрешения параметрической неопределенности для используемого метода синтеза регулятора.

**Постановка задачи.** Модель объекта управления описывается неустойчивой системой дифференциальных уравнений второго порядка с переменными параметрами при доступных для измерения состояниях  $x_1$  и  $x_2$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u, \\ \dot{x}_2 &= a(t)x_2 + b(t)x_1, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x_1, x_2, u \in \mathbb{R}; t \in \mathbb{R}^+$ ; входная переменная  $u$  соответствуют напряжению на катушке управления; переменная  $x_1$  — току в катушке управления; переменная  $x_2$  — вертикальной скорости плазмы. Параметры  $a(t)$  и  $b(t)$  считаются известными только в семи равноудаленных друг от друга точках  $t_i$ , отмеченных на рис. 2, для которых были построены линейные модели и проведена идентификация на отрезке времени от 0 до 100 с.

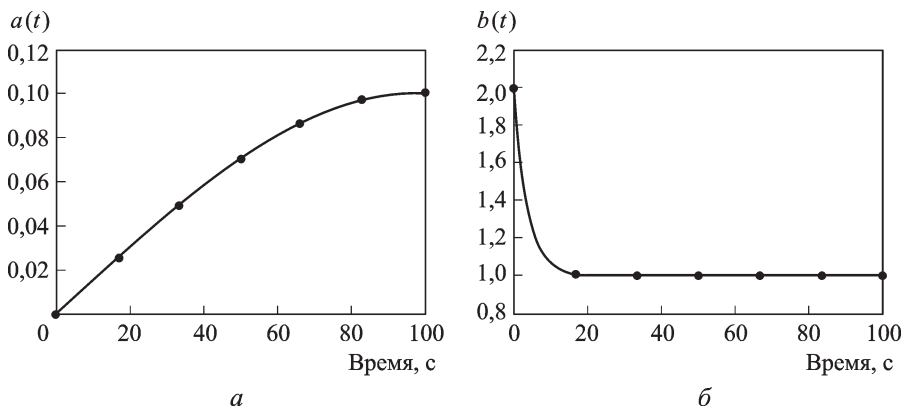


Рис. 2. Нестационарные параметры модели объекта:  $a(t)$  (а) и  $b(t)$  (б)

Степень неопределенности полученных при идентификации значе- ний параметров не оценивалась, для получения модели поведения вер- тикальной скорости плазмы эти значения считаются точно известными в заданных точках, а между точками предполагается отсутствие вспе- сков (флуктуаций) параметров. Управление нестационарными объек- тами представляет собой гораздо более сложную задачу, чем управ- ление объектами с постоянными параметрами [7]. Поэтому задавать желаемую динамику замкнутой системы управления целесообразно посредством нестационарных регуляторов. Для этого в статье ставит- ся и решается следующая задача.

Необходимо синтезировать регулятор в отрицательной обратной связи, обеспечивающий *стабилизацию выходного сигнала* замкнутой системы (вертикальной скорости плазмы) около нулевого значения при действии возмущений типа малых срывов в токамаке, *стабилизацию коэффициентов дифференциального уравнения замкнутой системы* и возможность получения желаемых значений полюсов стационарной системы в условиях отсутствия полной априорной информации о пере- менных параметрах модели объекта управления.

Такая задача применительно к управлению вертикальной скоро- стью плазмы на стадии ввода плазменного тока в токамаках с вытяну- тым по вертикали поперечным сечением ставится и решается впервые.

**Синтез нестационарного нелинейного регулятора.** Для решения поставленной задачи вначале рассмотрим случай, когда переменные параметры модели полностью известны:

$$a(t) = 0,1 \sin(2t/400), \quad b(t) = 1 + \exp(-0,3t). \quad (3)$$

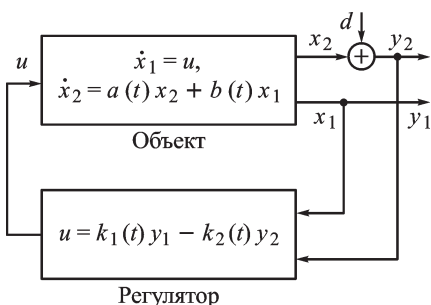
Для модели объекта (2) синтезируется нестационарный регулятор с законом управления по состоянию в отсутствие выходного возмуще- ния  $d$  в виде

$$u = - [k_1(t) \ k_2(t)] [x_1 \ x_2]^T. \quad (4)$$

Тогда замкнутая система (рис. 3) с учетом возмущения  $d$  на выходе мо- дели объекта будет описываться диф- ференциальными уравнениями вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -k_2(t) (x_2 + d) - k_1(t)x_1; \\ \dot{x}_2 &= a(t)x_2 + b(t)x_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Перейдем от системы (5) к одно- му дифференциальному уравнению второго порядка, коэффициенты ко- торого необходимо стабилизировать. Можно получить два совершенно



**Рис. 3. Замкнутая система управления без неопределенности в параметрах модели объекта**

разных уравнения данного типа относительно разных состояний  $x_1$  и  $x_2$  модели системы (2):

$$\ddot{x}_2 - \left[ a(t) + \frac{\dot{b}(t)}{b(t)} - k_1(t) \right] \dot{x}_2 - \left[ \dot{a}(t) - \frac{\dot{b}(t)}{b(t)} a(t) - b(t)k_2(t) + a(t)k_1(t) \right] x_2 = -b(t)k_2(t)d; \quad (6)$$

$$\ddot{x}_1 - \left[ a(t) + \frac{\dot{k}_2(t)}{k_2(t)} - k_1(t) \right] \dot{x}_1 - \left[ \left( a(t) + \frac{\dot{k}_2(t)}{k_2(t)} \right) k_1(t) - \dot{k}_1(t) - b(t)k_2(t) \right] x_1 = k_2(t) (a(t)d - \dot{d}). \quad (7)$$

Далее используется уравнение (6), записанное относительно сигнала  $x_2$  и вместе с уравнением  $y_2 = x_2 + d$  представляющее собой модель замкнутой системы управления в координатах “возмущение–выход”. Имея два переменных параметра  $k_1(t)$  и  $k_2(t)$  в регуляторе можно стабилизировать соответственно только два коэффициента в полученном уравнении (6) замкнутой системы. Поэтому коэффициенты будут стабилизироваться только в левой части дифференциального уравнения (6); тогда коэффициенты, будучи постоянными, определяют устойчивость (т.е. полюса в левой части комплексной плоскости) замкнутой стационарной системы.

Стационарная система второго порядка с одним устойчивым кратным действительным корнем характеристического уравнения  $s_0 < 0$ , при  $d = 0$  в (6), описывается дифференциальным уравнением вида

$$\ddot{x}(t) - 2s_0\dot{x}(t) + s_0^2x(t) = 0. \quad (8)$$

Из уравнений (6) и (8) следует, что для стабилизации коэффициентов левой части дифференциального уравнения замкнутой системы, которое будет иметь один кратный корень  $s_0$  для стационарного случая, необходимо выполнение равенств:

$$2s_0 = a(t) + \frac{\dot{b}(t)}{b(t)} - k_1(t);$$

$$-s_0^2 = \dot{a}(t) - \frac{\dot{b}(t)}{b(t)} a(t) - b(t)k_2(t) + a(t)k_1(t).$$

Отсюда можно получить законы изменения коэффициентов  $k_1(t)$  и  $k_2(t)$  искомого регулятора

$$k_1(t) = a(t) - 2s_0 + \frac{\dot{b}(t)}{b(t)},$$

$$k_2(t) = \frac{s_0^2 + a^2(t) - 2s_0a(t)}{b(t)} + \frac{\dot{a}(t)}{b(t)}. \quad (9)$$

Синтезированный регулятор (9) является нестационарным и нелинейным, поскольку его коэффициенты нелинейно зависят от переменных параметров  $a(t)$ ,  $b(t)$  модели объекта и их производных. Модель замкнутой системы в координатах “возмущение–выход” будет представлять собой параллельное соединение единичного звена и стационарного динамического звена второго порядка с операторной передаточной функцией

$$W(p) = \frac{1}{(p - s_0)^2},$$

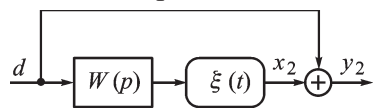
где  $p$  — оператор дифференцирования [8], имеющий на выходе переменный коэффициент усиления  $\xi(t) = -b(t)k_2(t)$  (рис. 4).

**Моделирование замкнутой системы управления.** При численном моделировании замкнутой системы управления в сигнал  $x_2$  вводилось три вида возмущений (рис. 5): единичная ступенчатая функция  $d_1$ , единичный импульс  $d_2$  длительностью 20 с и близкий к модели малого срыва всплеск с экспоненциальным спадом  $d_3$ .

Моделирование системы было проведено в среде MATLAB с применением графического средства SIMULINK. Для решения дифференциальных уравнений использовалась численная схема с переменным шагом Дорманда–Принса (ode45).

На рис. 6 показаны переходные процессы замкнутой системы в состояниях, когда возмущение  $d$  выбрано в виде единичной ступеньки. Из рис. 6, б видно, что система подавляет постоянное возмущение, состояние  $x_2 \rightarrow -1$ , а так как  $y_2 = x_2 + d$ , то сигнал  $y_2 \rightarrow 0$ . Скорость подавления возмущения растет с увеличением модуля полюса  $s_0$ . Моделирование показывает, что замкнутая система действительно ведет себя в переходном процессе как стационарная система с кратным полюсом  $s_0$ .

Замкнутая система (см. рис. 4) остается нестационарной, что видно по ее поведению после переходного процесса при действии постоянного возмущения на достаточно длинном интервале времени (рис. 7, а). При этом не происходит полной компенсации действия выходного постоянного возмущения, поскольку



**Рис. 4. Модель замкнутой системы в координатах “возмущение–выход”**

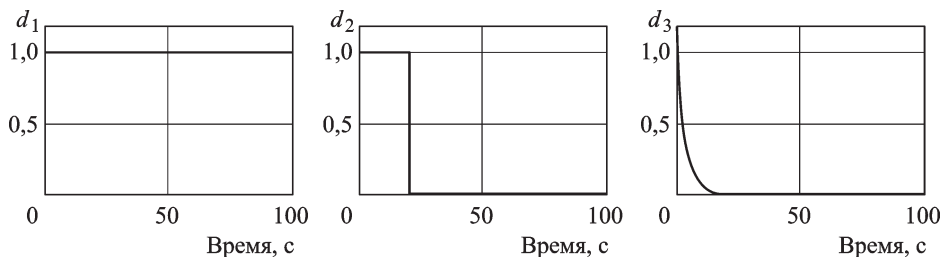


Рис. 5. Используемые возмущающие воздействия

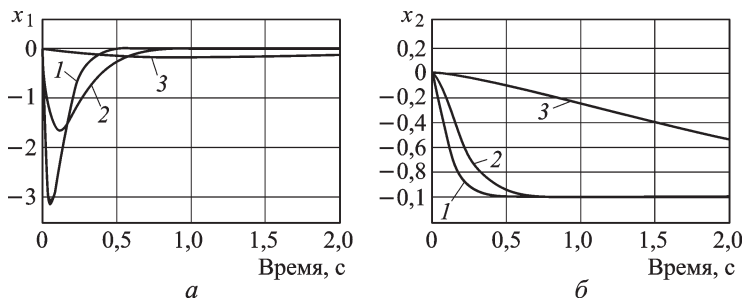


Рис. 6. Переходные процессы в замкнутой системе при различных значениях кратного полюса  $s_0 = -1$  (1),  $-9$  (2),  $-17$  (3) для состояний  $x_1$  (а) и  $x_2$  (б)

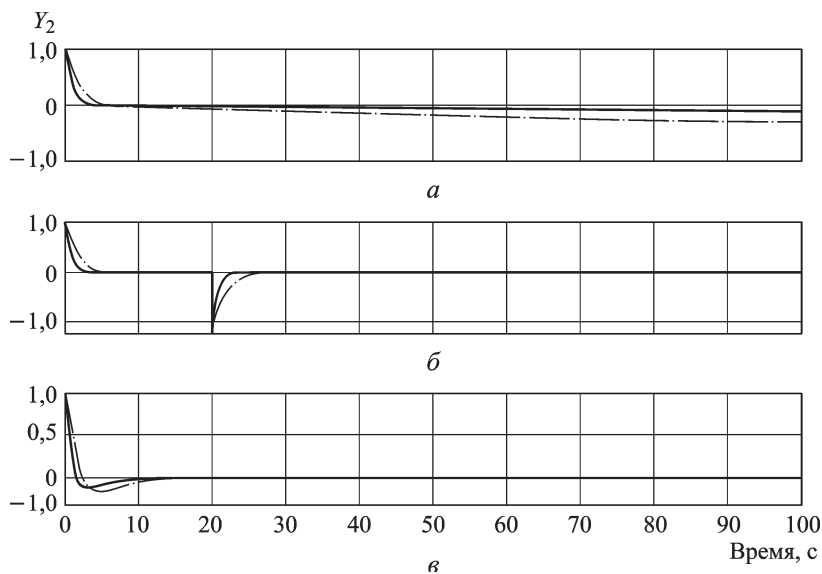


Рис. 7. Выходные сигналы замкнутой системы при возмущающих воздействиях в виде ступенчатой функции (а), импульса (б) и всплеска с экспоненциальным спадом (в):

штрих-пунктирная кривая —  $s_0 = -1$ ; сплошная кривая —  $s_0 = -2$

в контуре управления по возмущению отсутствует астатизм, а коэффициент усиления на выходе объекта изменяется во времени (см. рис. 4). Однако при действии ограниченного во времени возмущения, каким является модель малого срыва, выходной сигнал приходит к нулю, по-

сколькx стационарная часть системы устойчива, а нестационарность заключается только в переменном выходном коэффициенте усиления модели системы в координатах “возмущение – выход”. Это подтверждается реакцией системы на импульс  $d_2$  (рис. 7, б) и всплеск с экспоненциальным спадом  $d_3$  (рис. 7, в).

Замкнутая система ведет себя при переходном процессе как стационарная лишь для выходного сигнала  $y_2$ , поскольку уравнение (6) записано относительно состояния  $x_2$ . Сигнал  $y_1$  при этом описывается нестационарным уравнением при синтезированном регуляторе (9), так как зависимости (9), полученные из уравнения (6), в общем случае не превращают нестационарные коэффициенты уравнения (7) в константы. Система является внутренне устойчивой, что видно из ее сходящихся (затухающих) переходных процессов по обоим состояниям модели объекта:  $x_1$ ,  $x_2$ . При этом состояние  $x_1$ , соответствующее току в магнитной катушке (или индукции магнитного поля), по-разному реагирует на возмущения в разные моменты времени (см. рис. 6, а, рис. 8), поскольку коэффициенты уравнения (7) изменяются во времени и не стабилизируются регулятором (9), делающим постоянными во времени только коэффициенты уравнения (6). Переходные процессы по  $x_1$  и  $x_2$  приводят не к нулю, а к соответствующей точке траектории установившегося движения, так как в уравнениях (6) и (7) остаются нестационарные параметры.

Однако это свойство не нарушает работоспособности системы, так как на это состояние не накладывается жестких ограничений, и управление им в данной задаче не требуется, поскольку целенаправленному воздействию подвергается выходная величина системы  $y_2 = x_2 + d$ .

В формуле (9) коэффициентов полученного регулятора содержатся производные параметров модели объекта, точное вычисление кото-

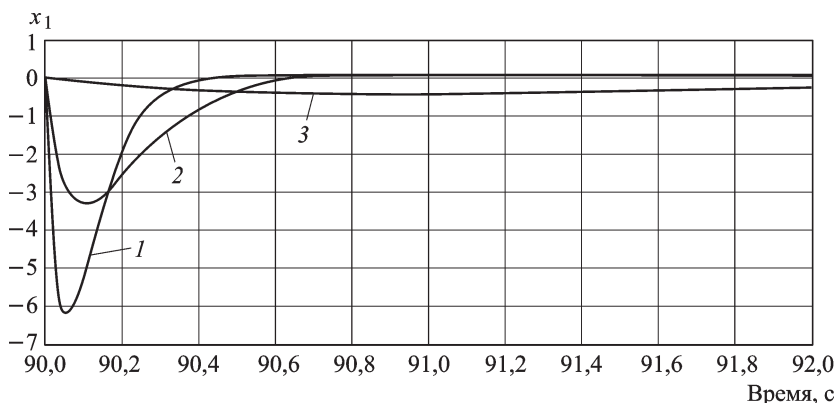
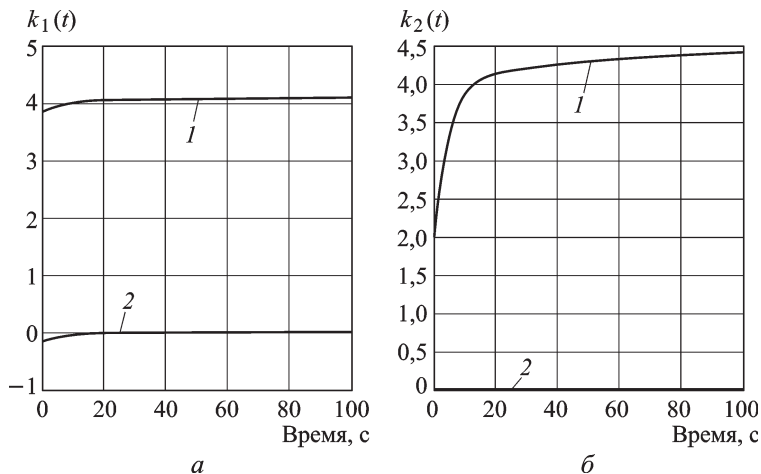


Рис. 8. Переходный процесс в состоянии  $x_1$  при различных значениях полюса  $s_0$  в момент времени 90 с при возмущении в виде ступенчатой функции (кривые 1, 2 и 3 – см. рис. 6)





**Рис. 9. Нестационарные коэффициенты регулятора и их дифференциальные части:**

1 –  $k_1(t)$ ; 2 –  $a(t)/b(t)$

рых затруднительно при полном знании параметров и невозможно в условиях отсутствия полной априорной информации о переменных параметрах модели объекта управления. Поэтому при заданных параметрах (3) можно пренебречь в зависимостях (9) слагаемыми  $\dot{b}(t)/b(t)$  и  $\dot{a}(t)/b(t)$ , включающими в себя производные параметров объекта, ввиду их малости по сравнению с другими слагаемыми, что наглядно видно из рис. 9.

Таким образом, нестационарные коэффициенты  $k_1(t)$  и  $k_2(t)$  полученного регулятора (9) будут изменяться по приближенным (и более простым) нелинейным зависимостям вида

$$\begin{aligned} k_1(t) &= a(t) - 2s_0; \\ k_2(t) &= \frac{s_0^2 + [a(t) - 2s_0] a(t)}{b(t)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Такое приближение закона управления (9) вносит пренебрежимо малое изменение в функционирование замкнутой системы при действии на нее внешнего возмущения  $d$ , когда применяется регулятор (10).

**Разрешение параметрической неопределенности.** Для разрешения параметрической неопределенности в модели объекта необходимо восстановить нестационарные параметры по известным данным. Параметры объекта  $a(t)$  и  $b(t)$  известны только в семи равноудаленных друг от друга точках на отрезке времени от 0 до 100 с. В данном случае используется линейная интерполяция заранее рассчитанных по формулам (10) значений нестационарных коэффициентов в моменты времени, когда параметры  $a(t)$  и  $b(t)$  известны. Этот подход приводит к кусочно-линейному регулятору

$$u = -K(t) [x_1 \ x_2]^T, \quad K(t) = \alpha(t)K_i + \beta(t)K_{i+1}, \quad (11)$$

где  $K(t) = [k_1(t) \ k_2(t)]$ ,  $K_i = [k_{1,i} \ k_{2,i}]$ ,  $i = 0, 1, \dots, 6$ . Коэффициенты  $\alpha(t)$  и  $\beta(t)$  удовлетворяют условию

$$\alpha(t) + \beta(t) = 1, \quad t \in [t_i, t_{i+1}] \quad (12)$$

и обеспечивают на заданном интервале линейную интерполяцию. Время работы системы разбивается на 6 интервалов, на концах которых (в узлах интерполяции) известны значения нестационарных параметров.

Для реализации интерполирующего регулятора (11) и (12) необходим блок памяти, в котором будут храниться заранее рассчитанные значения нестационарных коэффициентов  $k_{1,i}$  и  $k_{2,i}$  в заданные моменты времени. Также необходим таймер для определения интервала времени  $[t_i, t_{i+1}]$ , для которого происходит интерполяция. В результате интерполирующий регулятор будет состоять из последовательного соединения двух блоков: блока разрешения неопределенности и блока формирования входа объекта управления, представляющего собой блок кусочно-линейного регулятора (рис. 10). В интерполяторах 1 и 2 блока разрешения неопределенности реализуются коэффициенты регулятора с помощью таймера и запомненных значений  $k_{1,i}$  и  $k_{2,i}$  с учетом условия (12) по следующим кусочно-линейным зависимостям:

$$k_1(t) = \alpha(t) k_{1,i} + \beta(t) k_{1,i+1};$$

$$k_2(t) = \alpha(t) k_{2,i} + \beta(t) k_{2,i+1}.$$

Для оценки точности интерполяции рассматриваются разности сигналов  $x_1$  и  $x_2$  идеальной системы (без неопределенности) и системы с неопределенностью

$$\Delta x_i = x_i^{ideal} - x_i^{uncertain}, \quad i = 1, 2.$$

При линейной интерполяции эти разности составляют 4% для сигнала

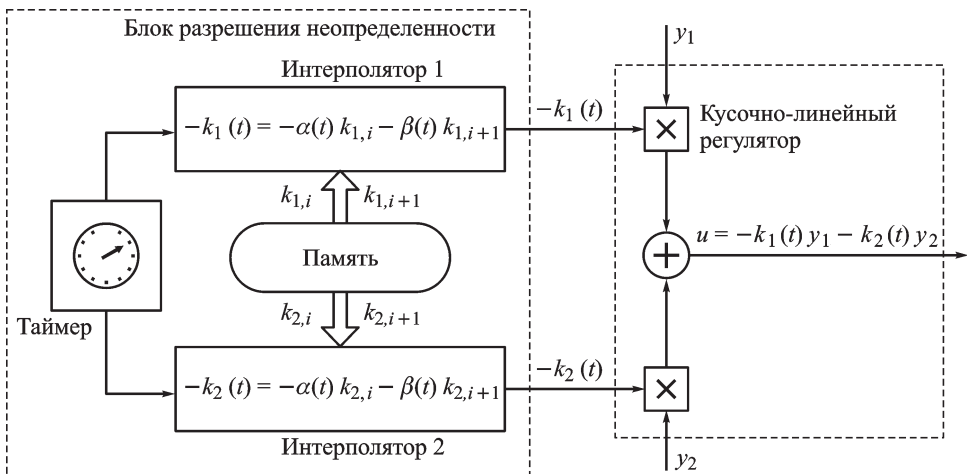


Рис. 10. Структурная схема интерполирующего регулятора

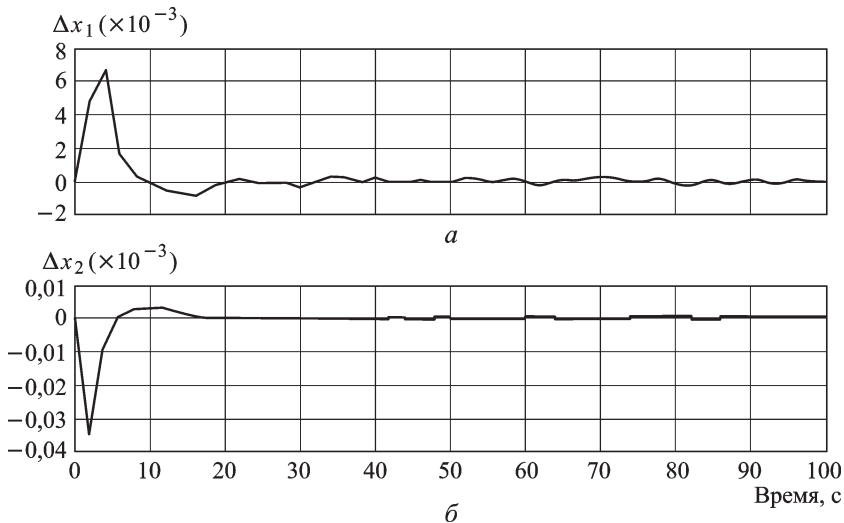


Рис. 11. Разность сигналов систем при линейной интерполяции  $x_2$  (а) и  $x_1$  (б)

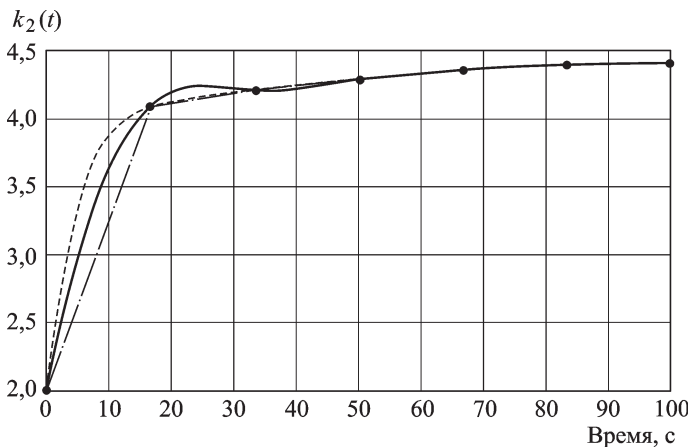
$x_2$  и 0,26% для сигнала  $x_1$ . Изменение во времени разностей  $\Delta x_i$  показано на рис. 11.

**Интерполяция параметров с помощью кубических сплайнов.** В целях повышения точности для интерполяции параметров  $k_1(t)$  и  $k_2(t)$  применяются кубические сплайны [9]. Кубический сплайн представляет собой гладкую кусочно-полиномиальную функцию третьего порядка.

Интерполяция кубическими сплайнами является более качественной, чем кусочно-линейная, так как в ней используются функции более высокого порядка. Они имеют ненулевую вторую производную, вследствие чего дают более точное приближение интерполируемой функции между узловыми точками. Однако наличие ненулевой второй производной не всегда приводит к лучшему результату. Например, из рис. 12 видно, что на первом интервале (0...16,7 с) интерполяция сплайнами точнее приближает коэффициент  $k_2(t)$ , чем кусочно-линейная, а на втором интервале (16,7...33,3 с) кусочно-линейная интерполяция оказывается точнее.

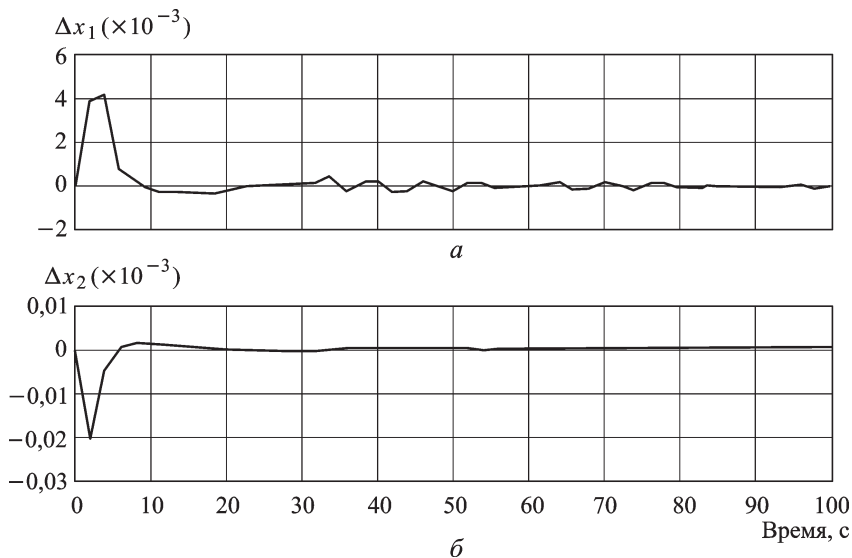
Применение кубических сплайнов для интерполяции неопределенных параметров по известным значениям в узловых точках уменьшает отличие от идеальной системы в сигнале  $x_2$  до 2% и до 0,15% в сигнале  $x_1$  (рис. 13).

**Точность идентификации и управления.** Синтез нестационарного нелинейного регулятора осуществлен для модели объекта управления предельно низкого порядка, а именно второго порядка. Такая модель получена методом идентификации по накопленным данным плазмо-физического кода ДИНА с достаточно высокой точностью аппроксимации. Аналогичную модель второго порядка не удалось по-



**Рис. 12. Переменный коэффициент регулятора  $k_2(t)$  при разных способах интерполяции:**

штриховая кривая — без неопределенности в модели объекта; штрих-пунктирная — при кусочно-линейной интерполяции; сплошная — при интерполяции кубическими сплайнами; точки — известные данные при неопределенности



**Рис. 13. Разность сигналов систем  $x_1$  (а) и  $x_2$  (б) при интерполяции с помощью кубических сплайнов**

лучить известным методом редукции с использованием внутреннего балансирования линейных дифференциальных уравнений линеаризованной системы с назначением порядка редукции по ганкелевым сингулярным числам [10]. Результат редукции уравнений вида (1) заключается в переходе от системы 130-го порядка, с учетом моделей исполнительных устройств и выходного фильтра, к редуцированной системе порядка 30, содержащей одну неустойчивую моду вертикального движения плазмы [1].

Таким образом, в работе выдержана тенденция получения как можно более простых моделей чрезвычайно сложного объекта управления — плазмы в токамаке, которые имеют достаточно высокую точность аппроксимации для синтеза регуляторов обратной связи наиболее простого вида. При этом сведение задачи к синтезу регуляторов для моделей второго порядка, но имеющих переменные параметры с неопределенностью, вызвало необходимость проведения нестандартных исследований в виду отсутствия готовых технических решений в известной авторам литературе.

Моделирование замкнутой системы управления в настоящей работе выполнено для полного и частичного знания параметров, изменяющихся по зависимостям (3). Регулятор синтезирован из условия обеспечения одного кратного полюса стационарной замкнутой системы. Естественно, погрешности реализации могут привести к отклонению полюсов системы от желаемых значений, что может нарушить условие стационарности замкнутой системы. Степень отклонения динамики системы от желаемой будет определяться, во-первых, тем, насколько точно соответствует плазмо-физический код реальным условиям работы токамака, для которых проводилась линеаризация и синтезирован регулятор. Считается, что код ДИНА, для которого получены линейные модели, достаточно точно настроен для конкретного объекта, т.е. плазмы в ITER. Во-вторых, погрешность вносит алгоритм линеаризации кода. Проведены исследования точности линеаризации [1, 11], показавшие, что точность линеаризации достаточно высокая для решения задачи синтеза регуляторов в системе магнитного управления плазмой. Если же данные погрешности приведут к колебательным режимам отработки внешнего возмущения, то для системы подавления вертикальной неустойчивости плазмы этот факт не имеет решающего значения, поскольку главное — обеспечить достаточно малое время переходных процессов, а не вид переходного процесса, хотя аперийные процессы в системе более предпочтительны.

Плазма является источником малоизученных широкополосных шумов, что затрудняет ее идентификацию по накопленным экспериментальным данным. В связи с этим можно поставить задачу стохастического управления плазмой с учетом случайного характера отклонения параметров плазмы. Но это — возможный предмет дальнейших исследований, если в них возникнет необходимость. В настоящее время актуальным является изучение и подавление в токамаках возмущений типа малых срывов, которые в уравнениях плазмы по амплитуде значительно преобладают над шумами. Сами же возмущения данного типа специфицированы для ITER по результатам статистической обработки экспериментов на достаточно представительной серии токамаков в

виде возмущений определенной формы, амплитуды и длительности, представленных на рис. 5 для решаемой задачи [12].

**Заключение.** Таким образом, показано, что для нестационарного объекта управления второго порядка можно получить стационарную замкнутую систему в переходном процессе относительно выходного возмущения, описываемую дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами в левой части, путем использования нестационарного нелинейного регулятора в обратной связи. Проведен синтез нестационарного нелинейного регулятора для стабилизации коэффициентов дифференциального уравнения замкнутой системы относительно выходной координаты модели объекта. Синтез осуществлен как для идеального случая, когда имеется полная априорная информация о параметрах модели объекта, так и при параметрической неопределенности в модели объекта управления. Полученная замкнутая система стационарна в переходном процессе только по отношению к одному из состояний, относительно другого состояния система по-прежнему описывается соответствующим нестационарным дифференциальным уравнением, поскольку синтезированный нелинейный регулятор с переменными параметрами стабилизирует коэффициенты только одного уравнения. Этот факт подтвержден численным моделированием замкнутой системы при действии выходного возмущения.

Выполнены два вида интерполяции параметров модели объекта по известным данным: кусочно-линейная интерполяция и интерполяция посредством кубических сплайнов. Методом численного моделирования показано, что интерполяция по известным данным при параметрической неопределенности дает высокую точность воспроизведения параметров системы управления по отношению к случаю полностью известных параметров.

Полученные результаты доказывают возможность применения предложенного метода синтеза регулятора для подавления вертикальной скорости плазмы в токамаках при возмущении типа малого срыва на стадии ввода плазменного тока, когда параметры объекта управления заметно изменяются.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Докуча В. Н., Кадури А. В., Митришкин Ю. В., Хайрутдинов Р. Р. Синтез и моделирование  $H_{\infty}$ -системы магнитного управления плазмой в токамаке-реакторе // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 8. – С. 126–145.
2. W e s s o n J. Tokamaks (2nd ed.) // Clarendon Press, Oxford. – 1997.
3. Лукаш В. Э., Докуча В. Н., Хайрутдинов Р. Р. Программно-вычислительный комплекс ДИНА в системе MATLAB для решения задач управления плазмой токамака // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. – 2004. – Вып. 1. – С. 40–49.

4. Коростелев А. Я., Митришкин Ю. В. Идентификация модели скорости вертикального движения плазмы в токамаке // Студенческий научн. вестник: Сб. тез. докл. общеуниверситетской науч.-техн. конф. Студенческая весна–2008, 2–30 апреля 2008 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. – М.: Науч.-техн. ассоциация “Актуальные проблемы фундаментальных наук”. – Т. IV. Ч. 1. – С. 141–142.
5. Mitrishkin Y. V., Korostelev A. Y., Sushin I. S., Khayrutdinov R. R., Dokuka V. N. Plasma shape and current tracking control system for tokamak // 13<sup>th</sup> IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing, INCOM'09 Moscow, June 3–5, 2009 (accepted for publication in INCOM'09 proceedings).
6. Митришкин Ю. В., Савкина И. С. О модели равновесия плазмы в токамаке // Автоматика и телемеханика. – 1984. – № 3. – С. 64–76.
7. Статберуд А. Р. Методы синтеза линейных систем автоматического управления с переменными параметрами // Современная теория систем управления; Под ред. Цыпкина Я.З. – М.: Наука, 1970. – С. 17–86.
8. Митришкин Ю. В. Линейные модели управляемых динамических систем. Ч. 1. Уравнения “вход–выход” и “вход–состояние–выход”. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 222 с.
9. Квасов Б. И. Методы изогометрической аппроксимации сплайнами. – М.: Физматлит, 2006. – 360 с.
10. Green M., Limebeer D. J. N. Linear robust control. Prentice Hall Inc., A Parament Communications Company / Englewood Cliffs, New Jersey 07632. – 1995. – 538 p.
11. Mitrishkin Y. V., Dokuka V. N., Khayrutdinov R. R. Linearization of ITER plasma equilibrium model on DINA code // 32<sup>nd</sup> EPS Plasma Physics Conference, Tarragona, Spain, ID P5.080, June 2005.
12. ITER Design Description Document, N 11 DDD 178 04-06-04 R 0.4 (www.iter.org).

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 06-08-00265).*

Статья поступила в редакцию 2.12.2008

Юрий Владимирович Митришкин родился в 1946 г., окончил Куйбышевский политехнический институт им. В.В. Куйбышева в 1970 г. и МГУ им. М.В. Ломоносова в 1982 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 150 научных работ в области систем автоматического управления.

Yu.V. Mitrishkin (b. 1946) graduated from the Kuibyshev Polytechnic Institute n. a. V.V. Kuibyshev in 1970 and the Lomonosov Moscow State University in 1982. D. Sc. (Eng.), professor of “Automatic Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 150 publications in the field of theory of automatic control systems.

Николай Михайлович Карцев родился в 1987 г. Студент 6-го курса кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области теории систем автоматического управления.

N.M. Kartsev (b. 1987) — student of the Bauman Moscow State Technical University. Author of some publications in the field of theory of automatic control systems.