

УДК 620.178.6

УПРАВЛЯЕМЫЙ МИКРОУДАР С ФАЗОЙ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ: ИССЛЕДОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНТАКТНОЙ МОДЕЛИ ГЕРЦА

М.Х. Магомедов¹, А.В. Яковлев²

¹НПО “САУНО”, Москва, Российская Федерация
e-mail: mxsauno@mail.ru

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: ludmilabor@yandex.ru

В рамках теории удара Герца поставлена и решена задача формообразования множества рельефных полутоновых элементов на поверхности H-заготовки через исходное мультипиксельное изображение. Такая постановка задачи сводится к управлению началом лавинообразного перехода упругонапряженного состояния вещества пассивного тела под действием ударного импульса в фазу хрупкого разрушения. Результатом каждого микроудара является полутоновый элемент изображения в соответствующей локальной зоне H-заготовки. Практическое значение решения этой задачи заключается в использовании полученных аналитических зависимостей на этапах разработки и эксплуатации компьютеризированных гравировальных станков ударного действия.

Ключевые слова: управляемый микроудар, ударная контактная сила, начальная кинетическая энергия, критическое напряжение сжатия, фаза хрупкого разрушения, потерянная скорость и потенциальная энергия локального разрушения, формирование полутоновой лунки, технология ударного гравирования.

CONTROLLED MICRO-IMPACT WITH A BRITTLE RUPTURE PHASE: A STUDY USING THE HERTZ CONTACT MODEL

M.Kh. Magomedov¹, A.V. Yakovlev²

¹ООО “SAUNO”, Moscow, Russian Federation
e-mail: mxsauno@mail.ru

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: ludmilabor@yandex.ru

Within the Hertz theory of impact, a problem of a shape formation of multiplicity of relief halftone elements on the surface of H blank through the initial multi-pixel image is stated and solved. This statement of the problem is reduced to the control of the beginning of avalanche-like transition of the elastic stressed state of the passive-body material to the brittle-rupture phase under exposure to impact pulse. As a result of each micro-impact, a halftone image element appears in the appropriate local zone of the H blank. A practical importance of solving this problem is the use of derived analytical relationships at the stages of development and operation of computer-aided impact-etching machines.

Keywords: controlled micro-impact, contact-impact force, initial kinetic energy, critical compressive stress, brittle rupture phase, lost speed and potential energy of local damage, forming of a halftone socket, impact etching technology.

Техническим приложением микроудара как физического процесса, заключающегося в импульсном наложении или снятии механических связей между двумя взаимодействующими при ударе телами (активным и пассивным), является технология ударного гравирования [1]. Эта технология основана на преобразовании мультипиксельного изображения, заданного в формате BMP (*Win.Bitmap*), в микрорельефное H -изображение, выполненное специальным инструментом на полированной поверхности пассивного тела — твердой заготовке (*Hard-заготовки*, или H -заготовки).

H -изображение — монохромное изображение на “черном” фоне H -заготовки, сформированное путем нанесения некоторого множества “белых” элементов методом ударного гравирования. Эти элементы могут быть объединены в ν подмножеств (например, $\nu = 15$). Каждый элемент подмножеств $M(\nu)$ является яркостным элементом полутонового изображения с градацией серого цвета, однозначно соответствующим дескриптору исходного пиксельного изображения [2]. Как правило, геометрическая форма элементов подмножеств $M(\nu)$ — сегментная лунка (радиус шарового сегмента $r = r_{ш.с}$), возникающая в результате хрупкого разрушения заготовки в некоторой ее локальной зоне. Диаметр круга лунки на поверхности заготовки равен $d_{л}$ ($d_{л\ min} \leq d_{л} \leq d_{л\ max}$). Таким образом, ударное гравирование — процесс преобразования подмножеств “белых” пикселей в соответствующие подмножества (ансамбли) лунок на H -заготовке, зависящие от индекса удара $\nu = 1, 2, 3, \dots, 15$ ($d_{л\ min} = d_{л(\nu=1)}$ $d_{л\ max} = d_{л(\nu=15)}$).

Микроудар характеризуется следующими особенностями.

1. Активное тело соударяющихся объектов представляет собой ударный наконечник малой массы и незначительных размеров, изготовленный из особо твердого материала (например, из кристалла алмаза), вершина наконечника имеет специальную форму (например, шаровой сегмент радиусом $r = r_{ш.с}$, переходящий в конус с прямолинейной или фасонной образующей).

2. Пассивное тело — массивная заготовка, масса которой на несколько порядков больше массы активного тела, поэтому микроудар следует рассматривать как удар наконечника о неподвижную поверхность.

3. Модули упругости взаимодействующих при ударе тел существенно различаются ($E_{нак} > E_{заг}$).

4. Сила ударного импульса $S_{уд}$ незначительна, но так как площадь поверхности контакта между телами настолько мала, напряжение в зоне удара пассивного тела в конце фазы упругого сжатия может превышать предел пропорциональности $\sigma_{пр}$ его материала.

5. Кинетическая энергия $T_{нак}$ наконечника в начальный момент удара сравнительно небольшая, в связи с чем упругая деформация заготовки является локальной, сосредоточенной вблизи точки удара [3, 4].

Экспериментальные и теоретические исследования показали, что продолжительность микроудара $t_{уд}$ значительно превосходит период наиболее медленных собственных колебаний соударяющихся тел (или время прохождения в прямом и обратном направлениях волны сжатия по взаимодействующим телам). Это и является основным критерием применимости контактной теории Герца (КТГ) к исследованию микроудара как особому виду удара наконечника о неподвижную поверхность.

Управляемым микроударом активного тела называется удар, наносимый импульсом $S_{уд}(\nu)$ ($\nu \in 1, 2, 3, \dots, 15$), который совершает заданную работу деформации и хрупкого разрушения материала пассивного тела в определенной локальной зоне заготовки (ЛЗЗ). Управление модулем ударного импульса осуществляется с помощью широтно-импульсной (ШИ) модуляции управляющих электрических ν -импульсов, и, следовательно, модулем скорости активного тела (наконечника) в начальный момент удара.

В настоящей статье рассмотрен управляемый микроудар, производимый алмазным наконечником в определенной точке поверхности H -заготовки в процессе ее сканирования по координатам XU . Заготовка выполнена из хрупкого материала, имеющего изотропную кристаллическую структуру.

При управляемом преобразовании кинетической энергии T_0 ударного импульса $S_{уд}$ в энергию деформации и работу по формообразованию ярких элементов H -изображения (в начальный момент удара значение энергии T_0 не превышает $0,01 \dots 0,03$ Дж) превалирующим фактором является механическое перенапряжение в зоне контакта наконечника с заготовкой: при сравнительно небольшой силе удара и очень малой площади поверхности контакта создается значительное давление, которое превосходит критическое напряжение хрупкого разрушения материала заготовки. Состояние тел при перенапряжении в ЛЗЗ в момент удара опишем системой неравенств:

$$\begin{aligned}\sigma_{DME} &\geq \sigma_{сж.заг.крит}; \\ \sigma_{сж.нак} &< \sigma_{DME}\end{aligned}$$

при заданных величинах $r_{нак}$ и $\sigma_{сж.заг.крит} = \text{const}$, где σ_{DME} — перенапряжение материала заготовки (индекс DME образован от начальных букв слов detonate — детонация и microexplosion — микровзрыв).

Очевидно, что напряжение материала заготовки до достижения значения $\sigma_{сж.нак. крит}$ подчиняется закону Гука, а напряжение микроудара — теории Герца.

В общей постановке задача управляемого микроудара может быть сформулирована следующим образом. Найти аналитическую зависимость, связывающую ударный импульс $S_{уд}(\nu)$ из ансамбля ν -импульсов ($\nu \in 1, 2, 3, \dots, 15$), которые формируют множество

яркостных элементов H -изображения, с геометрическими параметрами и прочностными характеристиками ударного наконечника и заготовки.

В основу исследований микроудара положены два нелинейных уравнения КТГ [3, 5]:

— зависимость силы контактного (ударного) взаимодействия $\mathcal{P}_{\text{конт}}$ как функция линейной деформации одного из соударяющихся тел

$$\mathcal{P}_{\text{конт}}(z) = kz^{3/2}; \quad (1)$$

— зависимость силы контактного взаимодействия в безразмерной форме (в функции безразмерного времени τ)

$$f^{2/3}(\tau) + \int_0^\tau \int_0^{\tau_1} f(\tau_2) d\tau_2 d\tau_1 - \tau = 0, \quad (2)$$

где $f(\tau) = \varphi_1(t)$ — безразмерная ударная сила; $\tau = \varphi_2(t)$ — безразмерное время.

Соотношение (1) получено в результате интегрирования уравнения, моделирующего удар:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -\mathcal{P}_{\text{конт}}(z),$$

а универсальное уравнение (2), не содержащее геометрических параметров и физических характеристик взаимодействующих тел, — из фундаментального уравнения вида

$$z(t) = v_0(t) - \frac{1}{m_{\text{нак}}} \int_0^t \int_0^{t_1} \mathcal{P}_{\text{конт}}(t_2) dt_2 dt_1, \quad (3)$$

где v_0 — скорость наконечника эквивалентной массой $m_{\text{нак}}$ в начальный момент удара.

Контактная теория Герца, построенная на уравнениях (1) и (2), базируется на теории абсолютно упругого или частично упругого удара. Особый класс управляемого микроудара с фазой хрупкого разрушения, используемого для формообразования полутонковых элементов H -изображений, в научной литературе не исследовался.

Примем следующую модель контактного взаимодействия наконечника с заготовкой в линейной зоне диаграммы сжатия (рис. 1).

Очевидно, что отношение деформаций составит

$$\frac{z_{\text{нак}}}{z_{\text{заг}}} = \frac{E_{\text{заг}}}{E_{\text{нак}}} = \frac{1}{\chi}, \quad (4)$$

где $\chi > 1$ — коэффициент отношения модулей упругости взаимодействующих тел.

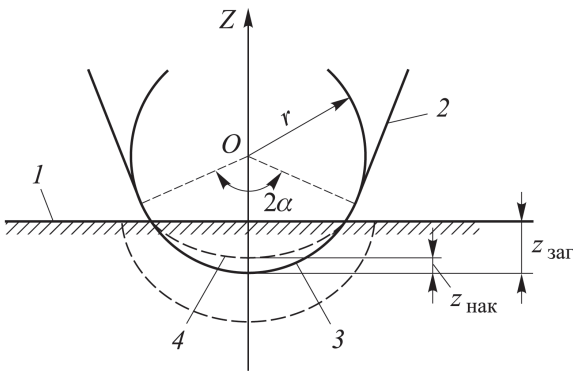


Рис. 1. Модель контактного взаимодействия наконечника с заготовкой:

1 — начальная граница полупространства взаимодействия (недеформированная поверхность H -заготовки, модуль материала заготовки $E_{заг}$); 2 — контур недеформированной сегментной вершины наконечника (радиус сферы $r_{сф} = r_{нак} = r$, модуль материала наконечника $E_{нак}$); 3 — контур ударного взаимодействия сжатых тел в некоторый момент времени t удара; 4 — граница распространения волны сжатия; $z_{нак}$ и $z_{заг}$ — линейные деформации упругого сжатия наконечника и заготовки; z — сближение гипотетических центров тел

Площадь $A_{конт}$ контактного (упругого) взаимодействия в линейной зоне определяется площадью внедрения деформированного наконечника в деформированную заготовку: $A_{конт} = 2 \pi r_{нак} z_{заг} = 2 \pi r z_{заг}$.

Используя уравнение (1), находим напряжение ударного сжатия на поверхности контакта (напряжение, отнесенное к наконечнику, как функция величины z^1):

$$\sigma_{сж. уд}(z) = \frac{\mathcal{P}_{конт}(z)}{A_{конт}} = \frac{E_{\mu нак} \chi z_{нак}^{1/2}}{2 \pi r^{1/2}},$$

где $E_{\mu нак} = (2E_{нак}) / (3(1 - \mu^2))$ — коэффициент, учитывающий модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала наконечника, или

$$\sigma_{сж. уд} = \frac{\chi n^{1/2} E_{\mu нак} z_{нак}^{1/2}}{2 \pi l_{нак}^{1/2}} = E_{КТГ} \mathcal{E}_{КТГ}, \quad (5)$$

где $l_{нак} = nr$ — эквивалентная длина наконечника, включающего сегментную вершину радиусом r ; $E_{КТГ} = \frac{\chi n^{1/2}}{2 \pi} E_{\mu нак}$ и $\mathcal{E}_{КТГ}$ — сжатие наконечника при ударе, отнесенное к радиусу вершины наконечника, в степени 0,5, причем $E_{КТГ} < E_{\mu нак}$, что можно интерпретировать как уменьшение локальных прочностных свойств материала при ударе (при динамическом сжатии).

Выражение (5) представляет собой аналог закона Гука, учитывающий специфику ударного сжатия.

¹Кривизна поверхности тел при ударном сжатии несущественно влияет на распределение местных напряжений.

На диаграмме ударного сжатия с фазой хрупкого разрушения (рис. 2) показаны характеристики ударного сжатия с разрушением для нескольких изотропных материалов, полученные по (3). Напряженное состояние создается наконечником с острой сегментообразной вершиной. Отрезки OA , OB , OC и OD представляют собой участки, в пределах которых выполняется соотношение (5). Точки A , B , C и D соответствуют пределам пропорциональности материалов или являются центрами зон их хрупкого разрушения, так как в этих областях $\sigma_{сж.уд} > \sigma_{пр}$. Состояние перенапряжения в некоторый момент t удара мгновенно переходит в микровзрыв в ЛЛЗ, т.е. приводит к лавинообразному развитию трещин и выбросу разрушенного материала заготовки.

Безразмерная сила взаимодействия при ударе $f(\tau)$ (или контактная сила $\mathcal{P}_{конт}(t)$) в работе [6] представлена плохо сходящимся рядом, что вызывает трудности при исследовании микроудара. Функция $\mathcal{P}_{конт}(t)$, ($\nu \in 1, 2, 3, \dots, 15$) может быть аппроксимирована экспоненциальной функцией Гаусса

$$f_{\Gamma}(t, \theta, \tau) = \frac{A}{\theta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\tau)^2}{2\theta^2}}, \quad -\infty < t < \infty. \quad (6)$$

Для этого необходимо, исходя из формулы (1), определить

1) максимальную контактную силу

$$\mathcal{P}_{конт\max}(\nu) = k_{E\mu_{нак}}^{2/5} \left(\frac{5}{4} m_{эқв} v_0^2(\nu) \right)^{3/5}, \quad (7)$$

где $k_{E\mu_{нак}}$ — обобщенный коэффициент прочности материала наконечника (коэффициент Герца);

2) продолжительность симметричного абсолютно упругого микроудара

$$t_{уд(\nu)} = 2,94 \left(\frac{5}{4} \frac{m_{эқв}}{k_{E\mu_{нак}}} \right)^{2/5} v_0^{-1/5}; \quad (8)$$

3) значение временного интервала при $0,5\mathcal{P}_{конт\max}$ для виртуального микроудара.

Стандартная аппроксимация показана на рис. 3. Исходными величинами для аппроксимации являются максимальная контактная сила $\mathcal{P}_{конт\max}$, время $t_{уд}$ и $t_{уд(0,5)}$, вычисленные по (7) и (8). Ось сим-

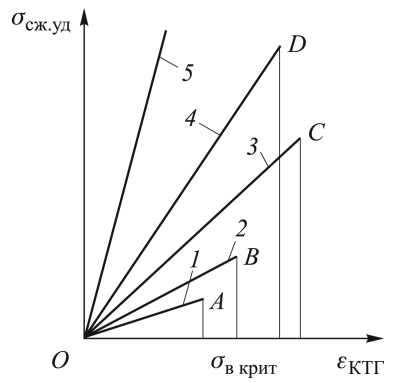


Рис. 2. Диаграмма ударного сжатия с фазой хрупкого разрушения для мрамора (1), стекла (2), керамики (3), гранита (4) и алмаза (5)

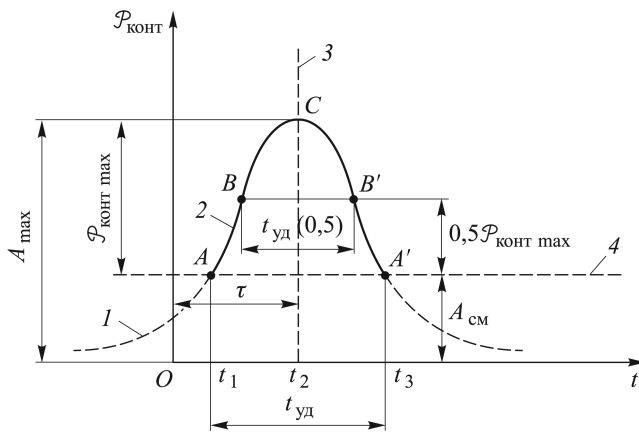


Рис. 3. Аппроксимация контактной силы $\mathcal{P}_{\text{конт}}$

метрии 3 функции смещена на величину τ , максимальное значение $f_{\Gamma \text{ max}}(t, \theta, \tau) = A_{\text{max}}$, где θ и τ – параметры функции $f_{\Gamma}(t, \theta, \tau)$.

Аппроксимированная функция $\mathcal{P}_{\text{конт}}(t)$, $t_1 < t < t_3$ (кривая 2, см. рис. 3), получена из функции $f_{\Gamma}(t, \theta, \tau)$ путем

– смещения на величину $A_{\text{см}}$ (прямая 4, см. рис.3) так, что $\mathcal{P}_{\text{конт max}} = A_{\text{max}} - A_{\text{см}}$;

– подбора настроечных параметров τ и θ так, чтобы

$$t_3 - t_1 = t_{\text{уд}}; \quad t_2 = \frac{t_3 - t_1}{2};$$

– подбора интервала $t_{B'} - t_B = t_{\text{уд}(0,5)}$.

Рассмотрим общий случай удара, первая фаза которого представляет собой упругое сжатие, вторая – например, упругое несимметричное восстановление. Таким образом, скорость наконечника как функция времени t составит:

$$v_{\text{нак}}(t) = -\frac{1}{m_{\text{ЭКВ}}} S_{\text{уд}}(t) + C = -\frac{1}{m_{\text{ЭКВ}}} \int_0^{t_{\text{уд}}} \mathcal{P}_{\text{конт}}(t) dt + C,$$

где $S_{\text{уд}}(t)$ – несимметричный ударный импульс; $t_{\text{уд}} = t_4 - t_0$ – продолжительность ударного импульса (рис. 4); $\mathcal{P}_{\text{конт}}(t)$ – контактная сила, аппроксимированная на интервале $t_2 - t_0$ функцией (6); $C = v_0$ – постоянная интегрирования; $t_2 - t_0$ и $t_4 - t_2$ – интервалы упругого сжатия и восстановления.

При микроударе, завершающемся фазой хрупкого разрушения, которая наступает в момент времени t_p ($t_0 \leq t_p \leq t_2$) в зависимости от индекса ν , функция $\mathcal{P}_{\text{конт}}(t)$ претерпевает разрыв непрерывности в момент наступления состояния перенапряжения σ_{DME} .

В общем случае каждый микроудар наконечника в ЛЗЗ с изотропной кристаллической структурой рассматривается как сложное контактное взаимодействие, которое состоит из системы трех субударов, связанных между собой начальными и граничными условиями.

Первый субудар — абсолютно упругий удар, управляемый по давлению контакта при соударении наконечника с H -заготовкой, т.е. “почти мгновенное” наложение связей между ними в ЛЗЗ с перенапряжением в конце фазы упругого сжатия, которое прерывает эту фазу [1].

Второй субудар — снятие этих связей при лавинообразном разрушении материала в ЛЗЗ в результате перенапряжения, приводящего к микровзрыву и выбросу материала заготовки (фаза хрупкого разрушения с образованием яркостного элемента, соответствующего ударному импульсу — индексу ν)².

Третий субудар — наложение связи в результате повторного чисто упругого взаимодействия наконечника с ЛЗЗ при коэффициенте восстановления, равном единице, за счет “остаточной” скорости.

Динамика такого сложного микроудара при любом индексе ν проиллюстрирована на рис. 5.

С учетом общей постановки задачи управляемого микроудара можно сформулировать две подзадачи, имеющие прикладной характер для технологии ударного гравирования.

Задача 1 заключается в нахождении радиуса вершины наконечника инструмента $r = r_{\text{нак}}$. Заданы геометрические параметры, эквивалентная масса и прочностные характеристики ударного наконечника.

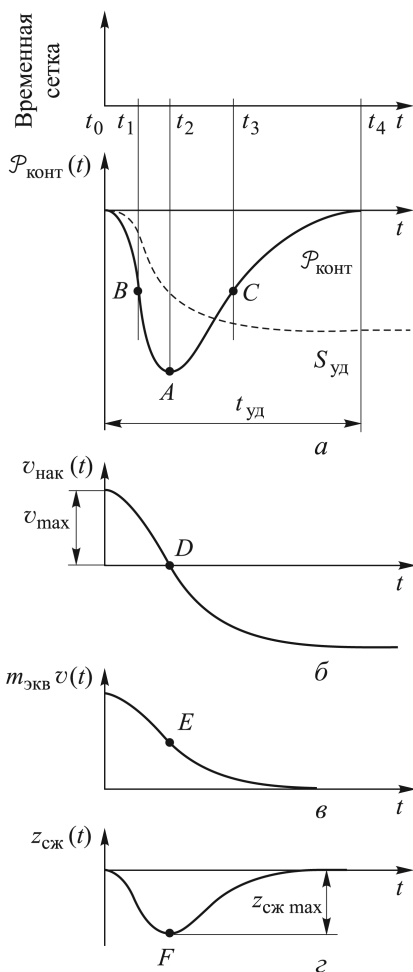


Рис. 4. Функции контактной силы $\mathcal{P}_{\text{конт}}(t)$ (а), скорости наконечника $v_{\text{нак}}(t)$ (б), количества движения $m_{\text{экв}}v(t)$ (в) и деформации сжатия заготовки $z_{\text{сж}}(t)$ (г):

A, C, F и B, D, E — точки перегиба и точки максимумов соответствующих функций и силы $\mathcal{P}_{\text{конт}}(t)$

²Фаза восстановления отсутствует, она “заменена” фазой хрупкого разрушения.

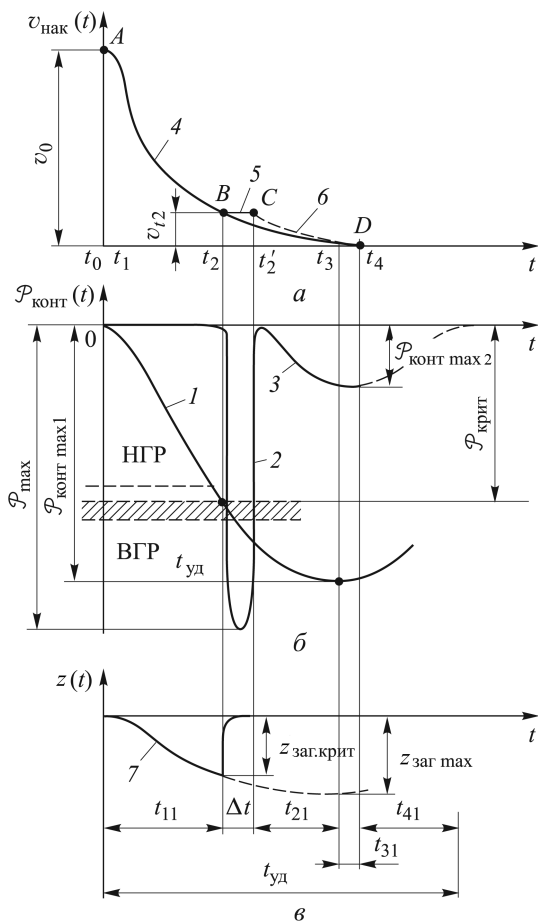


Рис. 5. Динамика сложного микроудара при любом индексе ν :

1 – контактная сила $\mathcal{P}_{\text{конт}1}(t)$ от главного ударного импульса $S_{\text{уд}1}$, инициализированного начальной скоростью v_0 наконечника в момент t_0 начала удара; $\mathcal{P}_{\text{конт}1 \text{ max}1}$ – максимальное значение силы $\mathcal{P}_{\text{конт}1}(t)$ в момент $t_{\mathcal{P}1}$ [3]; 2 – ударный импульс $S_{\text{уд}2}$, соответствующий микровзрыву; 3 – контактная сила $\mathcal{P}_{\text{конт}2}(t)$ от третьего ударного импульса $S_{\text{уд}3}$; $\mathcal{P}_{\text{конт}2 \text{ max}2}$ – максимальное значение силы $\mathcal{P}_{\text{конт}2}(t)$ в момент времени t_3 ; 4 – скорость наконечника $v_{AB_{t_1 < t < t_2}}(t)$ при упругом взаимодействии на интервале $t_1 - t_2$; $t_{11} = t_2 - t_1$ – продолжительность фазы упругого сжатия; t_2 и t'_2 – моменты начала и окончания спонтанного разрушения деформированной ЛЗЗ, т.е. $t'_2 - t_2$ – интервал формирования некоторого “белого” элемента H -изображения; $\Delta t = t'_2 - t_2$ – продолжительность микровзрыва; 5 – участок BC на интервале $t_2 - t'_2$, на котором $v_{BC}(t) = v_{t_2} \approx \text{const}$; 6 – кривая скорости наконечника на интервале $t'_2 - t_3$ после микровзрыва; 7 – кривая изменения деформации материала в ЛЗЗ ($z_{\text{заг. крит}}$ – деформация заготовки в момент начала микровзрыва; $z_{\text{макс}}$ – виртуальная максимальная деформации); $\mathcal{P}_{\text{крит}}$ – среднее значение силы хрупкого разрушения (НГР и ВГР – нижняя и верхняя границы разрушения H -заготовки для заданного наконечника); $t_{\text{уд}} = t_{11} + \Delta t + t_{21} + t_{\text{см}} + t_{\text{доп}}$ – продолжительность полного удара

Форма вершины наконечника – сферическая, не имеет аналитических особенностей [5]. Известны диапазон значений начальной скорости соударений и ансамбль ударных импульсов $S_{\text{уд}(\nu)}$, состоящий,

например из 15 дискретных значений, соответствующих полутонам H -изображения (определяются из эксперимента). Из условия гарантированного неразрушения вершины наконечника при обработке максимального ударного импульса $S_{\max(\nu=15)}$ требуется найти в общем виде зависимость радиуса вершины наконечника от начальной скорости $v_{0(\nu)}$ и прочностных характеристик наконечника и заготовки (коэффициента χ из (4)).

Решение задачи 1 основано на линеаризации контактной силы (1) в функции сближения z при абсолютно упругом ударе. В работе [3] показано, что в фазе упругого сжатия тел допустима линейная аппроксимация контактной силы соударения как функции деформации:

$$\mathcal{P}_{\text{конт}}(z) = C_E z. \quad (9)$$

Здесь C_E — жесткость характеристики (9), отнесенная к деформации вершины наконечника (активного тела),

$$C_E = \frac{5}{4} k_{E\mu_{\text{нак}}}^{2/3} (\mathcal{P}_{\text{конт max}})^{1/3}; \quad (10)$$

$k_{E\mu_{\text{нак}}}$ — обобщенный коэффициент прочности материала наконечника, зависящий от радиуса $r^{1/2}$,

$$k_{E\mu_{\text{нак}}} = \frac{2E_{\text{нак}} r^{1/2}}{3(1 - \mu_{\text{нак}}^2)} = E_{\mu_{\text{нак}}} r^{1/2}. \quad (11)$$

Максимальная действующая контактная сила (9) при $t = t_{\text{уд}}/2$ с учетом (11) и (7) равна

$$\mathcal{P}_{\text{конт max}} = \mathcal{P}_{\text{конт}(\nu=15)} = k_{E\mu_{\text{нак}}}^{2/5} \left(\frac{5}{4} m_{\text{экр}} v_{0(\nu=15)}^2 \right). \quad (12)$$

В выражении (12) индекс удара $\nu = 15$, так как наконечник не должен разрушаться при всех значениях ударных импульсов, т.е. при $\nu \in 1, 2, 3, \dots, 15$.

Напряжение сжатия на поверхности контакта вершины наконечника в соответствии с (4) и (12) определяется по формуле

$$\sigma_{\text{сж.нак}}(z) = \frac{\mathcal{P}_{\text{конт}(\nu=15)}(z)}{A_{\text{конт}}(z)} = \frac{C_E}{2\pi\chi r}, \quad (13)$$

где $A_{\text{конт}}(z) = 2\pi r z_{\text{заг}}$.

Решая систему уравнений (10), (11) и (13) относительно величины r (при этом допуская, что $r^{6/15} \approx r^{1/2}$), получаем радиус вершины сегментного наконечника как функцию двух переменных: кинетической энергии $T_{0(\nu=15)}$ наконечника в начальный момент микроудара при максимальном индексе $\nu = 15$ и перенапряжения $\sigma_{\text{сж.нак.крит}}$:

$$r = \frac{N^2 E_{\mu_{\text{нак}}}^{8/5}}{64\pi^2 \chi \sigma_{\text{сж.нак.крит}}^2} T_{0(\nu=15)}^{2/5}, \quad (14)$$

где N — постоянный коэффициент; $E_{\mu\text{нак}}^{8/5}$ и χ — прочностные параметры наконечника и заготовки.

Если ввести в рассмотрение коэффициент запаса усталостной прочности наконечника $n_{\text{зап}}$ (или коэффициент ресурса $n_{\text{рес}}$ инструмента), то выражение (14) примет вид

$$r = \frac{N^2 n_{\text{зап}} E_{\mu\text{нак}}^{8/5}}{64\pi^2 \chi \sigma_{\text{сж.нак.крит}}^2} T_{0(\nu=15)}^{2/5}. \quad (15)$$

Коэффициент запаса $n_{\text{зап}}$ может быть определен экспериментально. При требуемом ресурсе ударного наконечника и прочих равных условиях наличие этого коэффициента в (15) приводит к увеличению значения радиуса. Вычисленный по (14) радиус для вновь заточенного инструмента составляет 5...8 мкм, а рассчитанный по (15) с учетом коэффициента $n_{\text{зап}} = 17...25$ мкм, что соответствует $(8-9) \cdot 10^6$ ударам.

Оценочное значение r определяется по формуле

$$r \approx K \frac{E_{\mu\text{нак}}^2}{\chi \sigma_{\text{сж.кр.нак}}^2} T_{0(\nu=15)}^{1/2}, \quad (16)$$

где $K = N^2 / (64\pi^2)$ — коэффициент радиуса вершины ударного инструмента.

Следует отметить, что значение радиуса r в (14)–(16) должно удовлетворять ограничению $r \leq r_{\text{min}}$, которое гарантирует воспроизведение элемента изображения с индексом $\nu = 1$, т.е. $d_{\text{лmin}} = d_{\text{л}(\nu=1)}$. Такая задача в настоящей работе не рассматривается.

Задача 2 заключается в формообразовании лунки H -изображения. Задан ансамбль из числа ν полутонов H -изображения, который требуется воспроизвести с необходимым качеством в форме сегментных лунок из исходного мультипиксельного изображения. Диаметр $d_{\text{л}(\nu)}$ и глубина $h_{\text{л}(\nu)}$, $\nu \in 1, 2, 3, \dots, 15$, лунок определяются из соответствующего эквивалентного объема $\Delta V_{\text{л}(\nu)}$ материала, разрушенного и выброшенного при ударе. Найти общее аналитическое выражение объемов $\Delta V_{\text{л}}$ для всех индексов ν в функции начальной скорости удара (или ударных импульсов) $v_{0(\nu)}$ при заданной геометрии вершины наконечника и прочностных характеристиках H -заготовки ($E_{\text{нак}} \gg E_{\text{заг}}$).

Микроудар с фазой хрупкого разрушения по отношению к его второй фазе является разновидностью абсолютно неупругого удара, так как в этом случае отсутствует фаза восстановления. Это означает, что к такому удару применима теорема Карно [6].

Из рассмотрения напряженного состояния сжатия в ЛЗЗ (близкого к всестороннему сжатию), переходящего в перенапряжение и последующее разрушение (см. рис. 5) можно сделать два вывода. Во-первых, критическая сила сжатия $\mathcal{P}_{\text{крит}E_0}$ для данного наконечника и заготовки

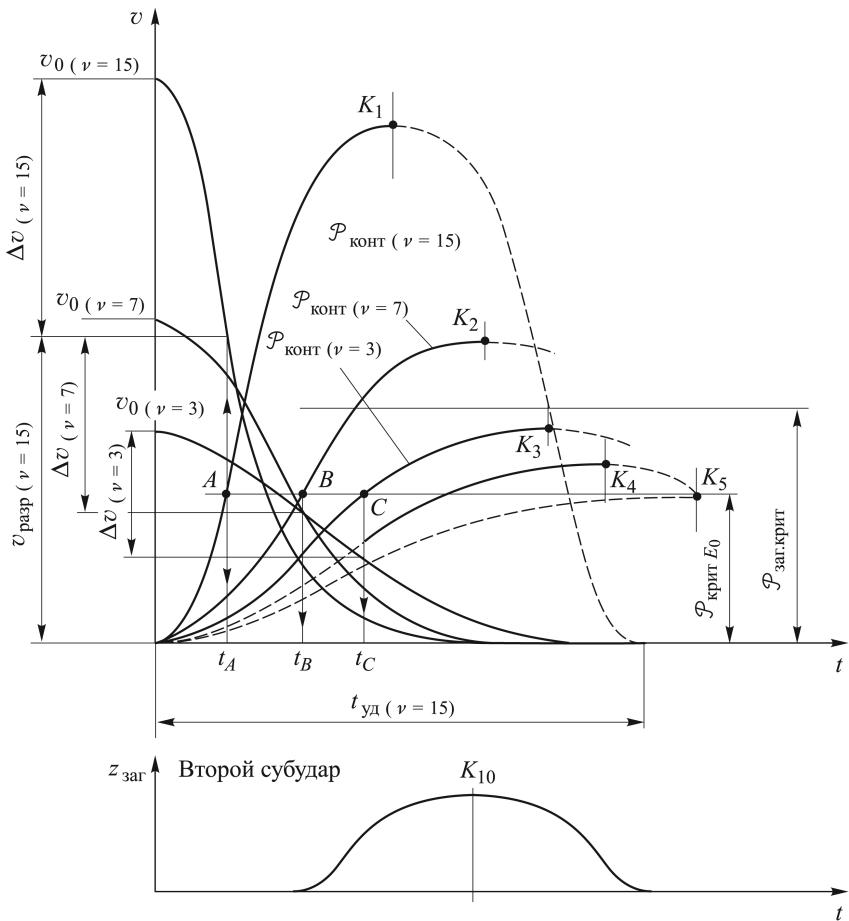


Рис. 6. Механизм формирования лунок с позиции КТГ при $\nu=15, 7$ и 3 :

$\mathcal{P}_{\text{конт}}(\nu=15)$, $\mathcal{P}_{\text{конт}}(\nu=7)$, $\mathcal{P}_{\text{конт}}(\nu=3)$ — контактные силы; $v_0(\nu=15)$, $v_0(\nu=7)$, $v_0(\nu=3)$ — модули начальных скоростей наконечника, полученные в результате ШИ-модуляции ударных электрических импульсов [7]; $v_{\text{нак}}(\nu=15)$, $v_{\text{нак}}(\nu=7)$, $v_{\text{нак}}(\nu=3)$ — скорости наконечника; $\mathcal{P}_{\text{крит}} E_0$ — критическая сила хрупкого разрушения для рассматриваемого материала; $K_1 - K_5$ — точки, соответствующие максимальным значениям контактных сил; t_A, t_B, t_C — моменты времени наступления внутреннего перенапряжения при $\nu = 15, 7$ и 3 , т.е. когда напряжение в конце фазы упругого сжатия превышает предел пропорциональности материала пассивного тела на $\Delta\sigma$; $\Delta v(\nu=15)$, $\Delta v(\nu=7)$, $\Delta v(\nu=3)$ — потерянные скорости при $\nu = 15, 7$ и 3

постоянна. Во-вторых, момент времени t_2 начала локального разрушения материала заготовки зависит от индекса удара ν , т.е. от ударного импульса, характеризующегося начальной кинетической энергией наконечника инструмента.

Механизм формирования лунок с позиции КТГ, например, при $\nu = 15, 7$ и 3 , проиллюстрирован на рис. 6.

Пусть при $t = t_A$ (например, для $\nu = 15$) значение ударной силы $\mathcal{P}_{\text{конт}}(\nu=15)(t)$ равно значению $\mathcal{P}_{\text{крит}} E_0$ для заготовки с модулем мате-

риала E_0 при заданной геометрии наконечника:

$$\mathcal{P}_{\text{конт}(\nu=15)}(t) = \mathcal{P}_{\text{крит}E_0}. \quad (17)$$

Вычислив из (17) время t_A и подставив его в функцию скорости, найдем скорость $v_{\text{нак}(\nu=15)}(t)$, при которой в зоне удара происходит микровзрыв, т.е. определим значение $v_{\text{разр}(\nu=15)}$.

Потерянная в результате удара начальная скорость

$$\Delta v_{(\nu=15)} = v_{0(\nu=15)} - v_{\text{разр}(\nu=15)}$$

является характеристикой формообразования лунки с индексом $\nu = 15$ и т.д. Остаточная скорость равна $v_{\text{ост}} = v - \Delta v_{(\nu=15)}$.

Согласно зависимостям $\nu(t)$, приведенным на рис. 6, при более твердом материале заготовки, например, если $\mathcal{P}_{\text{крит}E_1}$, ударные импульсы с $\nu < 4$ не могут сформировать соответствующие лунки [6, 8].

В общем случае перенапряжение в ЛЗЗ (момент времени t_2) наступает несколько раньше, чем момент времени, когда вектор скорости наконечника обратится в нуль. Поэтому модуль потерянной скорости

$$v_{\text{потер}(\nu_j)} = v_{0(\nu_j)} - v_{t_2(\nu_j)}$$

соответствует потерянной в момент времени t_2 кинетической энергии наконечника массой $m_{\text{экр.}}$.

Если время t_2 совпадает с моментом обнуления скорости наконечника, то

$$v_{\text{потер}(\nu_j)} = v_{0(\nu_j)}. \quad (18)$$

Рассмотрим напряженное состояние материала заготовки в ЛЗЗ в момент времени t_2 . Потенциальную энергию деформируемого объема материала, который принимаем равным объему $\Delta V_{\text{л}(\nu)}$ лунки, образованной в результате микроудара, находим как

$$U_{(\nu)} = \int_{\Delta V} U_0 d(\Delta V),$$

где U_0 — энергия изменения объема материала в ЛЗЗ, отнесенная к единице объема ν -лунки; ΔV — параметр интегрирования.

В момент времени t_2 напряжение сжатия достигнет критического значения (сила $\mathcal{P}_{\text{крит}}$), главные напряжения будут равны $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{\text{сж.заг.крит}}$ (зависят от силы $\mathcal{P}_{\text{крит}}$ и радиуса r). В связи с этим потенциальная энергия деформации составит [9]

$$U_{(\nu)} = \Delta V_{\text{л}(\nu)} \frac{3}{2} \frac{1 - 2\mu}{E_{\text{заг}}} \sigma_{\text{сж.заг.крит}}^2, \quad (19)$$

где $E_{\text{заг}}$ и μ — прочностные параметры заготовки.

Допустим, что в момент времени t_2 потерянная кинетическая энергия первого субудара полностью преобразуется в потенциальную энер-

гию сжатия с последующим микровзрывом, являющимся результатом спонтанного развития микротрещин в ЛЗЗ.

В соответствии с теорией Карно из (18) и (19) следует, что

$$\Delta V_{л(\nu)} = \frac{E_{\text{заг}}}{3(1 - 2\mu)} \frac{m_{\text{экв}} (v_{0(\nu)} - v_{t_2(\nu)})^2}{\sigma_{\text{сж. заг. крит}}^2}, \quad (20)$$

или

$$\Delta V_{л(\nu)} = \Psi (v_{\text{потер}}) |_{r=\text{const}},$$

т.е. объем сформированной ν -лунки пропорционален квадрату потерь скорости наконечника и обратно пропорционален квадрату критического напряжения заготовки в ЛЗЗ.

Если при $t = t_2$ выполняется равенство (20), то

$$\Delta V_{л(\nu)} = \frac{E_{\text{заг}}}{3(1 - 2\mu)} \frac{m_{\text{экв}} v_{\text{потер}(\nu)}^2}{\sigma_{\text{сж. заг. крит}}^2}. \quad (21)$$

Расчетные зависимости $\Delta V_{л(\nu)} = \Psi (v_{\text{потер}}) |_{r=\text{const}}$ для базальта, гранита и мрамора приведены на рис. 7.

Экспериментально установлено, что для различных материалов H -заготовки радиус сферы сегментной лунки составляет $r_{\text{сф}} = (2 \dots 2,7) r$. Тогда

$$\Delta V_{л(\nu)} = \pi h_{л(\nu)}^2 \left((2 \dots 2,7) r - \frac{h_{л(\nu)}}{3} \right). \quad (22)$$

Согласно (22), используя дополнительно экспериментальные зависимости, можно получить ансамбль полутоновых элементов диаметром $d_{л(\nu)}$ как функцию индекса удара.

Практика производства компьютеризированных гравировальных станков НПО “САУНО” и их эксплуатация показала, что формулы (15), (16), (20) и (21) применимы на стадиях разработки, настройки и эксплуатации станков данного класса [10].

Выводы. Исследована физическая модель управляемого упругого микроудара, завершающегося фазой хрупкого разрушения. В рамках КТГ поставлена и решена задача формообразования множества рельефных полутоновых элементов H -заготовки через исходное мультипиксельное изображение при расчетном радиусе сегментной вершины наконечника инструмента [3, 11].

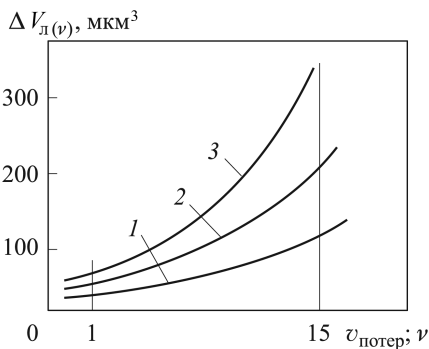


Рис. 7. Расчетные зависимости $\Delta V_{л(\nu)} = \Psi (V_{\text{потер}}) |_{r=\text{const}}$ для базальта (1), гранита (2) и мрамора (3) при $r = 25$ мкм

Полученные аналитические зависимости используются на этапах разработки, настройки и эксплуатации компьютеризированных гравировальных станков ударного действия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Магомедов М.Х. Устройство для осуществления ударных воздействий при нанесении изображения на твердой поверхности. Пат. РФ № 2347682.
2. Гонсалес Р. и др. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. М.: Техносфера, 2006. 616 с.
3. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М.: Dynamics, 2009. 408 с.
4. Морозов Е.М., Колесников Ю.В. Механика контактного разрушения. М.: Наука, 1989. 219 с.
5. Кильчевский Н.А. Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар. Киев: Наукова думка, 1976. 315 с.
6. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
7. Солодовников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования. М.: Машиностроение, 1984. 536 с.
8. Магомедов М.Х. Гравировальное устройство (варианты). Пат. РФ № 2429139.
9. Феодосьев В.И. Сопrotивление материалов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 590 с.
10. Магомедов М.Х. Устройство для нанесения изображения на поверхности твердых материалов методом ударного или ударно-вращательного гравирования. Пат. РФ № 2399497.
11. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Политехника, 1990. 270 с.

REFERENCES

- [1] Biderman V.L. Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy [Theory of mechanical vibrations]. Moscow, Dynamics Publ., 2009. 408 p.
- [2] Gonzalez R.C., Woods R.E., Eddins S.L. Digital image processing using MATLAB. Pearson Education, London, 2004. (Russ. ed.: Gonsales R., Vuds R., Eddins S. Tsifrovaya obrabotka izobrazheniy v srede MATLAB. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2006. 616 p.).
- [3] Morozov E.M., Kolesnikov Yu.V. Mekhanika kontaktnogo razrusheniya [Mechanics of contact fracture]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 219 p.
- [4] Lur'e A.I. Analiticheskaya mekhanika [Analytical mechanics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1961. 824 p.
- [5] Magomedov M.Kh. Ustroystvo dlya osushchestvleniya udarnykh vozdeystviy pri nanesenii izobrazheniya na tverdoy poverkhnosti [Apparatus to perform shock impacts when printing on a solid surface]. Patent RF, no. 2347682, 2007.
- [6] Kil'chevskiy N.A. Dinamicheskoe kontaktnoe szhatie tverdykh tel [Dynamic contact compression of solids]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1976. 315 p.
- [7] Solodovnikov V.V., Plotnikov V.N., Yakovlev A.V. Osnovy teorii i elementy SAR [Fundamentals and elements of the automatic control theory]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984. 536 p.
- [8] Magomedov M.Kh. Graviroval'noe ustroystvo (varianty) [Etching device (versions)]. Patent RF, no. 2429139, 2010.
- [9] Feodos'ev V.I. Soprotivlenie materialov [Strength of materials]. Moscow, MGТУ im. N.E. Bauman Publ., 2010. 590 p.

- [10] Magomedov M.Kh. Ustroystvo dlya naneseniya izobrazheniya na poverkhnosti tverdykh materialov metodom udarnogo ili udarno-vrashchatel'nogo gravirovaniya [Device for printing on the surface of solid materials by impact or rotary-impact engraving]. Patent RF, no. 2399497, 2009.
- [11] Panovko Ya.G. Osnovy prikladnoy teorii kolebaniy i udara [Fundamentals of applied theory of vibrations and impact]. Leningrad, Politekhnik Publ, 1990. 270 p.

Статья поступила в редакцию 13.05.2013

Магомед Хабибович Магомедов — д-р физ.-мат. наук, генеральный директор НПО “САУНО”. Автор 12 изобретений и патентов в области технологии и компьютеризированного оборудования ударного гравирования.

НПО “САУНО”, Российская Федерация, 109651, Москва, ул. Донецкая, д. 20, корп. 1.

M.Kh. Magomedov — Dr. Sci. (Phys.-Math.), general director of OOO “SAUNO”. Author of 12 inventions and patents in the field of technology and computer-aided equipment of impact etching.

OOO “SAUNO”, Donetskaya ul. 20, korpus 1, Moscow, 109651 Russian Federation.

Альберт Васильевич Яковлев — канд. техн. наук, доцент кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 23 научных работ в области технических средств систем автоматического управления.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

A.V. Yakovlev — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Automatic Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 23 publications in the field of technical aids of automatic control systems.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.