

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ СПУСКОМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ПОВЕРХНОСТЬ ЛУНЫ МЕТОДОМ СЕТЕВОГО ОПЕРАТОРА

А.И. Дивеев¹, К.А. Пупков², Е.А. Софронова³

¹Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва, Российская Федерация
e-mail: aidiveev@mail.ru;

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: pupkov@iu1.bmstu.ru;

³Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация
e-mail: sofronova_ea@mail.ru

Рассмотрена задача синтеза системы управления космическим аппаратом на этапе спуска на поверхность Луны. В задаче необходимо из заданной области начальных значений попасть в область терминальных состояний за ограниченное время. Для решения задачи использован численный метод сетевого оператора, который позволяет находить структуру и параметры многомерной функции. Поиск функции управления осуществляется на пространстве описаний многомерных функций в форме целочисленных матриц сетевых операторов. Компоненты матриц указывают на номера элементов в множествах унарных и бинарных операций. При синтезе область начальных значений заменена конечным множеством точек. Исходные функционалы заменены на сумму функционалов, которые вычисляются для каждой точки. Проведено исследование полученной системы управления. Показано, что синтезированная нелинейная система управления обеспечивает высокую точность попадания космического аппарата в заданную область при различных вариациях начальных значений и параметров объекта управления.

Ключевые слова: синтез системы управления, метод сетевого оператора, системы управления космическим аппаратом.

SYNTHESIS OF CONTROL OF SPACECRAFT DESCENT ON THE MOON SURFACE USING THE METHOD OF NETWORK OPERATOR

A.I. Diveev¹, K.A. Pupkov², E.A. Sofronova³

¹Dorodnitsyn Computing Center, RAS, Moscow, Russian Federation
e-mail: aidiveev@mail.ru;

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: pupkov@iu1.bmstu.ru;

³Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation
e-mail: sofronova_ea@mail.ru

The problem of synthesis of the spacecraft control system is considered for the spacecraft descent onto the Moon surface. In the problem, it is necessary for the spacecraft from the given domain of initial values to fall into the vicinity of terminal states for the limited time. To solve the problem, a numerical method of network operator is applied, which allows both structure and parameters of multidimensional function to be found. The search for control function is performed over the set of multidimensional functions described in the form of integer matrices of network operators. The elements of matrices indicate the numbers of elements in the sets of unary and binary operations. The domain of initial values is replaced with the finite set of points. Initial functionals are substituted by the sum of functionals that are

calculated for each point. The obtained control system is investigated. It is shown that the synthesized nonlinear control system provides a high precision of the spacecraft falling into the specified domain with different variations of initial values and parameters of the object of control.

Keywords: synthesis of control system, method of network operator, spacecraft control systems.

Работа посвящена применению метода сетевого оператора для синтеза системы управления спуском космического аппарата на поверхность Луны. Задача синтеза управления состоит в нахождении многомерной функции управления, описывающей зависимость управления от координат пространства состояния.

Самый распространенный способ синтеза системы управления заключается в линеаризации модели системы относительно некоего стационарного состояния, в анализе этого состояния и расчете параметров типовых линейных регуляторов обратной связи, работающих по отклонению от стационарного состояния. Такой подход целесообразен только для синтеза систем стабилизации и не может быть использован для широкого класса управлений нелинейными объектами.

Известен подход, заключающийся в использовании программных управлений, обеспечивающих движение объекта по оптимальной программной траектории, и построении системы управления для стабилизации состояния объекта относительно этой траектории. Такой подход требует точного знания параметров модели и не обеспечивает оптимального достижения цели управления. Реальная траектория, расположенная даже в окрестности оптимальной программной траектории, не будет давать оптимальное значение критерия качества.

Наиболее известен метод синтеза управления для линейных систем с квадратичным функционалом качества [1, 2], который называют аналитическим конструированием оптимальных регуляторов (АКОР). Метод АКОР используют в основном для решения задач стабилизации, так как линеаризованная нелинейная модель ведет себя аналогично линейной модели в окрестности устойчивого состояния. Применение метода АКОР для задач управления нелинейными системами нецелесообразно.

В конце 1990-х годов появился метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [3–7]. При реализации метода проектировщик самостоятельно строит многомерные поверхности. Движения по построенным многообразиям должно, по мнению проектировщика, обеспечивать достижение цели управления и приводить к оптимальным показателям качества процесса управления. Далее проектировщик составляет дифференциальные уравнения, имеющие асимптотически устойчивое решение в окрестности заданных многообразий. Затем, решая обратную задачу, он находит управление

как нелинейную многомерную функцию координат пространства состояний. Данный аналитический метод является довольно сложным, включает в себя решение некорректной обратной задачи и требует хорошего знания оптимального поведения системы управления.

Перечисленные методы в основном являются аналитическими, и применение в них вычислительных методов носит только вспомогательный характер.

Основная проблема синтеза управления заключается в том, что необходимо построить структуру и найти параметры многомерной нелинейной функции, которая описывает часто негладкую функциональную зависимость управления от значений координат пространства состояний. Известные вычислительные методы для поиска многомерных функций обычно включают два подхода.

В первом подходе неизвестная функция задается проектировщиком с точностью до значений постоянных параметров. Затем с помощью вычислительных методов находят их оптимальные значения. К этому подходу можно отнести и системы управления с искусственной нейронной сетью, так как структура нейронной сети представляет собой описание многомерной функции с точностью до значений весовых коэффициентов.

Второй подход является полуаналитическим. Проектировщик задает неизвестную функцию в виде разложения в ряды или в виде системы базисных функций. Далее с помощью вычислительного метода находят параметры заданного разложения. Данные методы хорошо применимы, в основном для одномерных функций. Синтезированная система оптимального управления часто является негладкой и вырабатывает управляющие воздействия в виде переключающих импульсов, соответствующих установленным ограничениям.

Численные методы, которые позволяют находить не только параметры, но и структуру многомерной нелинейной функции, до последнего времени отсутствовали. В 1992 г. появился метод генетического программирования [8], предназначенный для решения задачи автоматического написания программ. Программа задавалась в форме бескомматной строки символов, называемой польской записью. Поиск оптимального решения осуществлялся с помощью генетического алгоритма [9]. Естественно, что программа на любом языке программирования может легко описывать любую многомерную функцию, поэтому была предпринята попытка использовать метод генетического программирования для синтеза оптимальной системы управления. Серьезных результатов данный метод в решении задачи синтеза управления не дал. Основная проблема заключалась в очень большом пространстве поиска оптимальных функций. Для практической реализации метода

генетического программирования необходимо иметь мощные компьютеры, обеспечивающие просмотр нескольких миллионов вариантов.

Улучшение метода генетического программирования для решения задачи синтеза управления привело к созданию метода сетевого оператора [10–24]. В отличие от метода генетического программирования в методе сетевого оператора функция отыскивается в виде целочисленной матрицы. Поиск оптимального решения осуществляется с помощью вариационного генетического алгоритма, что позволяет проектировщику задавать направления поиска в виде базисного решения. Данное обстоятельство позволяет учитывать опыт разработчика и существенно уменьшить время вычислений.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу синтеза управления космическим аппаратом на этапе спуска с окололунной орбиты в заданную область вблизи поверхности Луны.

Модель объекта управления описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dV}{dt} = W \cos(u_1 - \theta) - g \cos \theta; \quad (1)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{V} (W \sin(u_1 - \theta) + g \sin \theta); \quad (2)$$

$$\frac{dh}{dt} = V \cos \theta; \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{V}{R} \sin \theta; \quad (4)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{P_0 + u_2}{P_{ud}}, \quad (5)$$

где V — модуль скорости движения космического аппарата; θ — угол наклона траектории относительно гравитационной вертикали; W — ускорение от тяги двигателя; P_0 — номинальное значение тяги двигателя, $P_0 = 440$ кг; m — масса космического аппарата; g_0 — модуль ускорения свободного падения на поверхности Луны, $g_0 = 1,623$ м/с², $\tilde{g} = 9,80665$ м/с²; R_0 — средний радиус поверхности Луны, $R_0 = 1738,4$ км; R — модуль радиус-вектора от центра Луны до космического аппарата; h — высота полета космического аппарата; φ — угол дальности вдоль поверхности Луны; P_{ud} — удельный импульс двигателя, $P_{ud} = 319$ с;

$$W = \frac{\tilde{g}(P_0 + u_2)}{m}; \quad g = g_0 \left(\frac{R_0}{R_0 + h} \right)^2; \quad R = R_0 + h. \quad (6)$$

Схема спуска космического аппарата на поверхность Луны приведена на рис. 1.

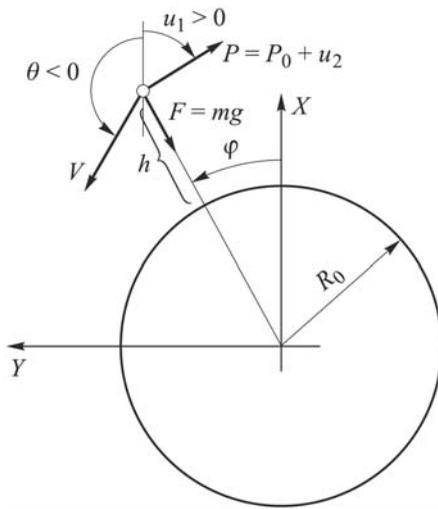


Рис. 1. Схема этапа посадки космического аппарата на Луну

Космический аппарат из начального состояния, обозначенного на рис. 1 кружком, должен за счет тяги P тормозного двигателя обеспечить гашение скорости и опуститься с заданной скоростью на заданную высоту.

Управление космическим аппаратом осуществляется путем изменения направлением тяги двигателя и ее значения.

Для модели известны следующие начальные значения:

$$\begin{aligned} V(0) = V_0, \quad \theta(0) \in [\theta_0^-, \theta_0^+], \quad h(0) \in [h_0^-, h_0^+], \\ \varphi(0) = \varphi_0, \quad m(0) = m_0, \end{aligned} \quad (7)$$

где θ_0^- и θ_0^+ — наименьшее и наибольшее начальные значения угла наклона траектории; h_0^- и h_0^+ — наименьшее и наибольшее значения начальной высоты.

Заданы терминальные условия

$$V(t_f) \in [V_f^-, V_f^+], \quad h(t_f) \in [h_f^-, h_f^+]; \quad (8)$$

$$t_f = \begin{cases} t, & \text{если } (V(t) \in [V_f^-, V_f^+]) \wedge (h(t) \in [h_f^-, h_f^+]); \\ t^+, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (9)$$

где V_f^- и V_f^+ — наименьшее и наибольшие терминальные значения модуля скорости; h_f^- и h_f^+ — наименьшее и наибольшее терминальные значения высоты полета; t^+ — максимальное время полета.

Значения компонент управления (изменения тяги и угла направления тяги) ограничены

$$u_1 \in [u_1^-, u_1^+], \quad u_2 \in [u_2^-, u_2^+], \quad (10)$$

где u_1^- и u_1^+ — наименьший и наибольший углы направления тяги; u_2^- и u_2^+ — наименьшее и наибольшее значение приращения тяги.

Необходимо найти управление в виде

$$u_1 = g_1(V, \theta, h, \varphi, m); \quad (11)$$

$$u_2 = g_2(V, \theta, h, \varphi, m). \quad (12)$$

Управление должно обеспечить перелет космического аппарата из начальной области (7) в терминальную область (8) с учетом ограничений на время (9) и компонент управления (10).

Для решения поставленной задачи используем численный метод сетевого оператора [10–24]. Метод позволяет численно находить структуру и параметры многомерной функции. В процессе поиска решения в виде (11), (12) необходимо оценивать качество полученных структур функций. Для оценки качества определим критерии

$$J_1 = |h_f - h(t_f)| + s; \quad (13)$$

$$J_2 = |V_f - V(t_f)|, \quad (14)$$

где

$$h_f = \frac{h_f^- + h_f^+}{2}; \quad (15)$$

$$V_f = \frac{V_f^- + V_f^+}{2}; \quad (16)$$

s – штраф за преждевременное попадание на поверхность Луны,

$$s = \begin{cases} 100, & \text{если } h(t) < 0; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

В результате решения мы должны получить два значения критериев качества (15) и (16), поэтому решением задачи является множество Парето-оптимальных решений.

Для решения задачи синтеза управления космическим аппаратом на этапе посадки на Луну (1)–(12) необходимо оценить попадание в терминальную область для всех точек заданной области начальных значений.

Для числовой оценки заменим непрерывные интервалы для начальных значений дискретными множествами:

$$[\theta_0^-, \theta_0^+]^T \rightarrow \{\theta_{0,0}, \theta_{0,1}, \dots, \theta_{0,k_\theta}\}; \quad (17)$$

$$[h_0^-, h_0^+]^T \rightarrow \{h_{0,0}, h_{0,1}, \dots, h_{0,k_h}\}, \quad (18)$$

где

$$\theta_0^- = \theta_{0,0} < \theta_{0,1} < \dots < \theta_{0,k_\theta} = \theta_0^+; \quad (19)$$

$$h_0^- = h_{0,0} < h_{0,1} < \dots < h_{0,k_h} = h_0^+. \quad (20)$$

Для получения оценки качества синтезируемой системы управления используем сумму функционалов для всех начальных значений:

$$\tilde{J}_1 = \sum_{i=0}^{k_\theta} \sum_{j=0}^{k_h} J_1(i, j); \quad (21)$$

$$\tilde{J}_2 = \sum_{i=0}^{k_\theta} \sum_{j=0}^{k_h} J_2(i, j), \quad (22)$$

где $J_1(i, j)$, $J_2(i, j)$ — значения функционалов (13) и (14) для начальных значений $\theta(0) = \theta_{0,i}$, определяемые по формулам

$$J_1(i, j) = (|h_f - h(t_f)| + s)_{\theta(0)=\theta_{0,i}, h(0)=h_{0,j}}; \quad (23)$$

$$J_2(i, j) = (|V_f - V(t_f)|)_{\theta(0)=\theta_{0,i}, h(0)=h_{0,j}}, \quad (24)$$

$$i = \overline{0, k_\theta}, \quad j = \overline{0, k_h}.$$

Для вычисления функционалов (23), (24) используем следующие дискретные значения:

$$\theta_{0,i} = \theta_{0,0} + i\Delta\theta_0; \quad (25)$$

$$h_{0,j} = h_{0,0} + j\Delta h_0, \quad (26)$$

где $\Delta\theta_0$, Δh_0 — приращения по углу наклона траектории и высоте.

Синтез системы управления методом сетевого оператора. Для решения задачи используем метод сетевого оператора [10–24]. Метод основан на достаточно новой структуре данных, сетевом операторе. Данная структура позволяет описывать математические выражения в виде ориентированного графа, узлы которого связаны с бинарными математическими операциями, а дуги — с унарными. В памяти компьютера сетевой оператор записывается в виде целочисленной матрицы, элементы которой указывают на номера унарных и бинарных операций из заданных множеств операций. Изменяя значения элементов матрицы сетевого оператора, получаем различные описываемые математические выражения. Подробно о сетевом операторе изложено в работах [14, 17].

Одним из важнейших, но мало формализуемым этапом синтеза управления методом сетевого оператора является выбор базисного решения. Базисное решение задает область начального поиска и обеспечивает в процессе движение в пространстве возможных решений от одного решения к другому, лучшему решению. Если не выбирать базисное решение, то поиск оптимального решения может оказаться очень длительным. Вместе с тем базисное решение включает в себя опыт разработчика системы автоматического управления. Поскольку пространство поиска решений представляет собой набор математических выражений, то вряд ли оно имеет выпуклый характер. Поэтому

можно в случае нескольких альтернативных базисных решений использовать все эти решения. Затем осуществить поиск по каждому решению и выбрать наилучшее из решений, предложенных вычислительной машиной.

Поиск каждого полученного решения, так как оно основывается на новом базисном решении, можно считать отдельным методом сетевого оператора для синтеза системы управления.

В качестве базисного решения для рассматриваемой задачи было выбрано следующее управление:

$$u_1 = q_1^0 (\pi + \theta) + \frac{q_2^0}{h_0} (h_f - h) \vartheta (h_f - h), \quad u_2 = -q_3^0 \theta \cos \theta,$$

где $\pi = 3,14159265$, $q_1^0 = 1$, $q_2^0 = 1$, $q_3^0 = 1$,

$$h_0 = \frac{h_0^- + h_0^+}{2}, \quad \vartheta(A) = \begin{cases} 1, & \text{если } A \geq 0; \\ 0, & \text{если } A < 0. \end{cases}$$

Базисное решение определяли при анализе модели задачи. Важным решением был выбор направления тяги двигателя противоположно движению космического аппарата, поэтому к углу наклона траектории была добавлена величина π . Отметим, что базисное решение не обеспечивает решение задачи синтеза. Космический аппарат с базисным решением падает на поверхность Луны с огромной скоростью. Значения параметров базисного решения $q_1^0 = 1$, $q_2^0 = 1$, $q_3^0 = 1$ выбирались без всякого содержательного смысла. В процессе синтеза алгоритм должен скорректировать базисное решение, в том числе и значения параметров. Алгоритм также обязательно должен был найти и начальное направление тяги двигателя, противоположное движению аппарата, но для этого было бы потрачено много времени.

Матрица сетевого оператора для базисного решения имеет вид

$$\Psi^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Матрица базисного решения имеет размер 16×16 и описывает сетевой оператор, который содержит 16 узлов, из которых 6 узлов-источников и 2 узла-выхода. Узлы-источники связаны со следующими переменными: узел 1 — $\pi + \theta$; узел 2 — q_1 ; узел 3 — $\frac{h_f - h}{h_0}$; узел 4 — q_2 ; узел 5 — θ ; узел 6 — q_3 . Выходные узлы соответствовали компонентам управления: узел 15 — u_1 ; узел 16 — u_2 .

Вычислительный эксперимент. В вычислительном эксперименте использовали следующие параметры модели: $V(0) = 1689$ м/с, $\theta_0^- = -1,65$ рад, $\theta_0^+ = -1,55$ рад, $h_0^- = 16,648$ км, $h_0^+ = 19,648$ км, $\varphi(0) = 0$ рад, $m(0) = 940$ кг, $u_1^- = 0$ рад, $u_1^+ = 3,14159265$ рад, $u_2^- = -80$ кг, $u_2^+ = +80$ кг, $V_f^- = -5$ м/с, $V_f^+ = +5$ м/с, $h_f^- = 1,2$ км, $h_f^+ = 1,8$ км, $\Delta\theta_0 = 0,05$ рад, $\Delta h_0 = 1,5$ км, $k_\theta = 2$, $k_h = 2$.

Для поиска решения использовали генетический алгоритм со следующими параметрами: размер начальной популяции — 256; число поколений — 64; число скрещиваемых пар в одном поколении — 128; число вариаций в одном решении — 8; число искомым постоянных параметров — 3; число бит под целую часть значения параметра — 4; число бит под дробную часть значения параметра — 12; число поколений между сменой базисного решения — 29; число элитарных решений — 8; вероятность мутации — 0,7; параметр для скрещивания — 0.4.

В результате синтеза было получено следующее управление космическим аппаратом:

$$u_1 = \frac{1}{q_1(\pi + \theta)} + \vartheta \left(\frac{q_2(h_f - h)(\pi + \theta - (\pi + \theta)^3)}{h_0} \right) + \frac{1 - \exp(-A)}{1 + \exp(-A)};$$

$$u_2 = \sqrt[3]{u_1} + \exp B - q_3\theta \cos \theta,$$

где $q_1 = 1,50049$, $q_2 = 13,54590$, $q_3 = 12,96753$,

$$A = \operatorname{sgn}(\theta \cos \theta) (\exp(|q_3\theta \cos \theta|) - 1) + \vartheta(h_f - h) +$$

$$+ \frac{q_2(h_f - h)(\pi + \theta - (\pi + \theta)^3)}{h_0} + \operatorname{sgn}(h_f - h) \sqrt{|h_f - h|/h_0},$$

$$B = \exp \left(\frac{q_2(h_f - h)(\pi + \theta - (\pi + \theta)^3) \vartheta(h_f - h)}{h_0} \right) +$$

$$+ \exp(q_3\theta \cos \theta) + \operatorname{sgn}(\pi + \theta) (\exp(|q_1(\pi + \theta)|) - 1) + \frac{1}{q_2}.$$

Матрица сетевого оператора для полученного решения имеет следующий вид:

$$\Psi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 18 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

На рис. 2–9 приведены результаты моделирования спуска космического аппарата на Луну с синтезированной системой управления для начальных условий $h(0) = h_0 = 18,148$ км., $\theta(0) = \theta_0 = -1,6$ рад.

В табл. 1 приведены результаты исследования чувствительности системы управления к изменению начальных условий. Как следует из таблицы, при всех допустимых изменениях начальных условий система управления обеспечивает достижение терминальной области с высокой точностью.

Для полученного решения были проведены исследования влияния неточности измерений на выполнение терминальных условий. Предполагалось, что основные компоненты состояния объекта управления — угол наклона траектории θ и высота h измеряются с некоторой

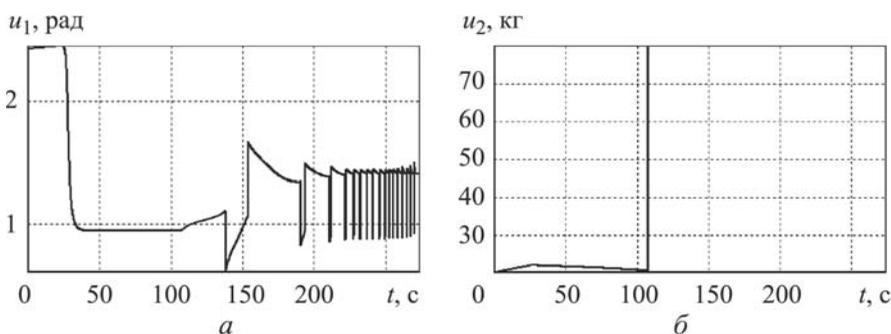


Рис. 2. Компоненты управления $u_1(t)$ (а) и $u_2(t)$ (б) в зависимости от времени спуска КА

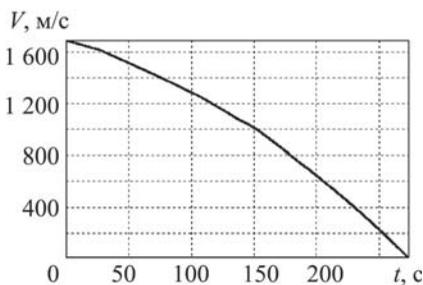


Рис. 3. Изменение скорости V КА при спуске

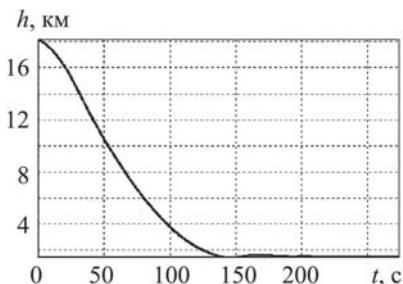


Рис. 5. Изменение высоты полета КА при спуске

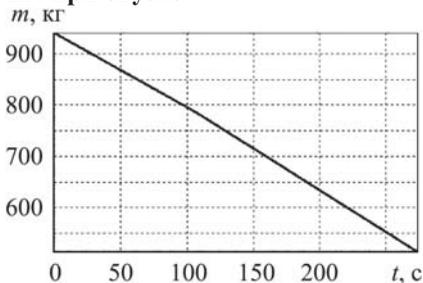


Рис. 7. Изменение массы КА при спуске

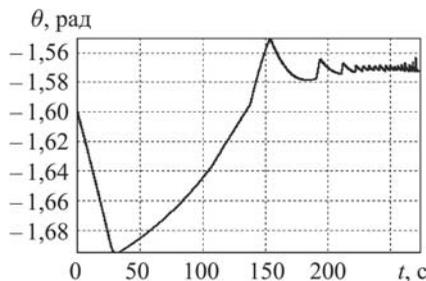
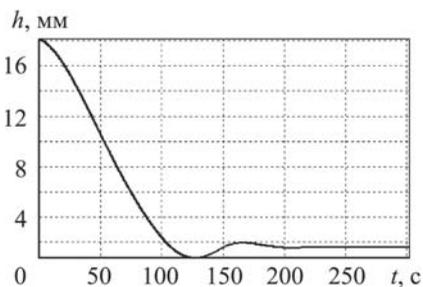


Рис. 4. Изменение угла наклона траектории КА при спуске

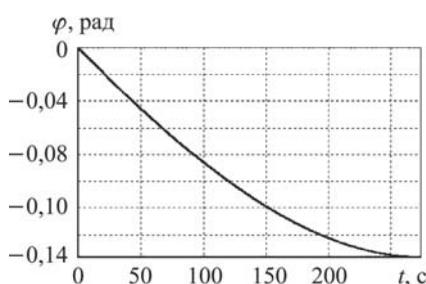


Рис. 6. Изменение угла дальности КА при спуске

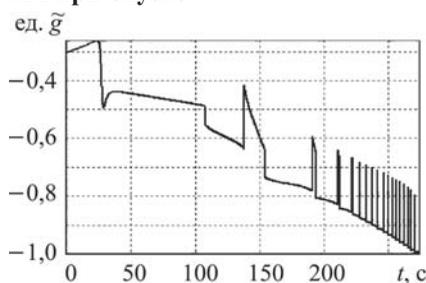


Рис. 8. Изменение перегрузки КА при спуске

Рис. 9. Высота полета КА в зависимости от времени спуска при неточных измерениях

Выполнение терминальных условий при различных начальных значениях

$h(0)$, км	$\theta(0)$, рад	$V(t_f)$, м/с	$h(t_f)$, км	t_f , с
16,648	-1,65	5,59	1,500	270,1
18,148	-1,65	5,52	1,500	270,9
19,648	-1,65	5,48	1,500	271,7
16,648	-1,6	5,2	1,500	272,7
18,148	-1,6	5,1	1,500	273,6
19,648	-1,6	5,2	1,500	274,5
16,648	-1,55	5,94	1,500	275,6
18,148	-1,55	5,1	1,500	276,7
19,648	-1,55	5,48	1,500	277,7

погрешностью:

$$\theta_\varepsilon = \theta + \xi_\theta, \quad h_\varepsilon = h + \xi_h,$$

где ξ_θ — погрешность измерения угла наклона траектории, ξ_h — погрешность измерения высоты полета.

В результате исследования на основании моделирования было определено, что относительные погрешности по углу наклона траектории θ составляют не более 3%, а по высоте — 10%. Результаты моделирования для данных погрешностей приведены в табл. 2.

Таблица 2

Моделирование при неточных измерениях θ и h

$h(0)$, км	$\theta(0)$, рад	$V(t_f)$, м/с	$h(t_f)$, км	t_f , с
18,148	-1,6	5,78	1,615	302,2
16,648	-1,6	5,35	1,607	300,6
19,648	-1,6	5,50	1,612	303,0
18,148	-1,65	5,10	1,619	301,9
16,648	-1,65	5,34	1,615	300,9
19,648	-1,65	5,36	1,609	302,9
18,148	-1,55	5,02	1,612	303,1
16,648	-1,55	5,19	1,617	302,0
19,648	-1,55	5,11	1,611	306,0
18,148	-1,7	5,47	1,613	302,1
18,148	-1,5	5,49	1,624	306,4

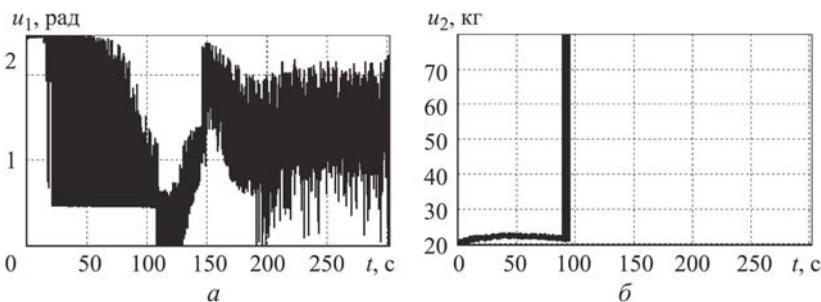


Рис. 10. Компонента управления u_1 (а) и u_2 (б) в зависимости от времени спуска при неточных измерениях

На рис. 9–10 приведены графики изменения высоты полета и компонент управления при погрешностях измерений.

Детальные исследования полученной системы управления показали, что качество управления не меняется при изменении начальной высоты полета на 40 %, угла наклона траектории на 8 %, массы аппарата в пределах 10 %, модуля скорости на 7 %, номинальной тяги двигателя на 10 %.

Работа выполнена по грантам РФФИ № 11-08-00532а, № 13-08-00523а.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р.* Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа, 1989. 47 с.
2. *Беллман Р.* Динамическое программирование. М.: Мир, 1960. 400 с.
3. *Колесников А.А.* Синергетические методы управления сложными системами: Теория системного синтеза. М.: КомКнига, 2006. 240 с.
4. *Колесников А.А.* Основы синергетической теории управления. М.: ИСПО-Сервис, 2000. 264 с.
5. *Колесников А.А.* Управление нелинейными колебаниями. Энергетические инварианты // Изв. РАН. ТиСУ. 2009. № 2.
6. *Кондратьев Г.В.* Геометрическая теория синтеза оптимальных стационарных гладких систем управления. М.: Физматлит, 2003. 143 с.
7. *Воронов Е.М.* Многокритериальный синтез позиционного управления на основе многопрограммной стабилизации. Ч.1 // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2012. № 2 (87). С. 3–19.
8. *Koza J.R.* Genetic programming: On the programming of computers by means of natural selection, MIT Press. 1992. 840 p.
9. *Курейчик В.М., Курейчик В.В., Гладков Л.А.* Генетические алгоритмы / под ред. В.М. Курейчика. М.: Физматлит, 2006. 320 с.
10. *Дивеев А.И., Софронова Е.А.* Метод генетического программирования для автоматического подбора формул в задаче структурного синтеза системы управления // Труды Института системного анализа РАН. Динамика неоднородных систем / под ред. чл.-корр. РАН Ю.С. Попкова. М.: ИСА РАН, КомКнига, 2006. Вып. 10(1). С. 14–26.
11. *Дивеев А.И., Софронова Е.А.* Метод построения функциональных зависимостей для решения задачи синтеза оптимального управления // Труды института Системного анализа РАН. Динамика неоднородных систем / под ред. чл.-корр. РАН Ю.С. Попкова. М.: ИСА РАН, КомКнига, 2007. Вып. 31 (2). С. 14–27.
12. *Дивеев А.И.* Проблемы синтеза оптимальной системы управления // Вестник РУДН. Сер. Инженерные исследования (информационные технологии и управление). 2008, № 4. С. 68–77.
13. *Дивеев А.И., Шмалько Е.Ю.* Многокритериальный структурно-параметрический синтез системы управления спуском космического аппарата на основе метода сетевого оператора // Вестник РУДН. Сер. Инженерные исследования (информационные технологии и управление). 2008, № 4. С. 86–93.
14. *Дивеев А.И.* Метод сетевого оператора. М.: ВЦ РАН, 2010. 178 с.
15. *Дивеев А.И., Пупков К.А., Софронова Е.А.* Синтез системы управления — задача тысячелетия // Вестник РУДН. Сер.: Инженерные исследования. 2011. № 2. С. 113–125.

16. Дивеев А.И. Численный метод сетевого оператора для синтеза системы управления с неопределенными начальными значениями // Изв. РАН ТИСУ. 2012. № 2. С. 63–78.
17. Дивеев А.И., Софронова Е.А. Метод сетевого оператора и его применение в задачах управления. М.: Изд-во РУДН, 2012. 182 с.
18. Дивеев А.И., Софронова Е.А., Фам Суан Фанг. Метод сетевого оператора в задаче синтеза системы управления динамическим объектом со случайными начальными значениями // Вестник РУДН Сер. Инженерные исследования. 2012. № 4. С. 102–110.
19. Дивеев А.И., Пупков К.А., Софронова Е.А. Общая задача синтеза управления и ее решение в классе интеллектуальных систем // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2013. № 1 (90). С. 96–104.
20. Diveev A.I., Sofronova E.A. Application of network operator method for synthesis of optimal structure and parameters of automatic control system // Proceedings of 17-th IFAC World Congress, Seoul, 2008, 05.07.2008–12.07.2008. P. 6106–6113.
21. Diveev A.I., Sofronova E.A. The Synthesis of Optimal Control System by the Network Operator Method // Proc. of IFAC Workshop on Control Applications of Optimization (CAO'09). Jyväskylä. Finland, 2009.
22. Diveev A.I., Sofronova E.A. Numerical method of network operator for multiobjective synthesis of optimal control system // Proc. of Seventh Intern. Conf. on Control and Automation (ICCA'09) Christchurch. New Zealand, 2009. P. 701–708.
23. Diveev A.I. A Multi-objective synthesis of optimal control system by the network operator method // Proc. of Intern. Conf. "Optimization and applications" (OPTIMA 2009). Petrovac, Montenegro, 2009. P. 21–22.
24. Diveev A.I., Sofronova E.A. The Network Operator Method for Search of the Most Suitable Mathematical Equation. Chapter in the book Bio-Inspired Computational Algorithms and Their Applications/ Edited by Shangce Gao. Intech. Printed 2012. February, Croatia. P. 19–42.

REFERENCES

- [1] Afanas'ev V.N., Kolmanovskiy V.B., Nosov V.R. Matematicheskaya teoriya konstruirovaniya sistem upravleniya [Mathematical theory of control systems design]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1989. 47 p.
- [2] Bellman R. Dynamic programming. Princeton, New Jersey, Princeton Univ. Press, 1957. (Russ. ed.: Bellman R. Dinamicheskoe programmirovaniye. Moscow, Mir Publ., 1960. 400 p.).
- [3] Kolesnikov A.A. Sinergeticheskie metody upravleniya slozhnyimi sistemami: Teoriya sistemnogo sinteza [Synergetic methods of management of complex systems: Theory of system synthesis]. Moscow, KomKniga Publ., 2006. 240 p.
- [4] Kolesnikov A.A. Osnovy sinergeticheskoy teorii upravleniya [Fundamentals of synergetic control theory]. Moscow, ISPO-Servis Publ., 2000. 264 p.
- [5] Kolesnikov A.A. Nonlinear oscillations control. Energy invariants. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2009, vol. 48, no. 2, pp. 185–198. doi: 10.1134/S1064230709020038
- [6] Kondrat'ev G.V. Geometricheskaya teoriya sinteza optimal'nykh statsionarnykh gladkikh sistem upravleniya [Geometric theory of synthesis of optimal stationary smooth control systems]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 143 p.
- [7] Voronov E.M. Multi-criteria synthesis of point-to-point control based on multiprogram stabilization. Part 1. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2012, no. 2(87), pp. 3–19 (in Russ.).
- [8] Koza J.R. Genetic programming: On the programming of computers by means of natural selection. MIT Press, 1992. 840 p.

- [9] Kureychik V.M., Kureychik V.V., Gladkov L.A. Geneticheskie algoritmy [Genetic algorithms]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 320 p.
- [10] Diveev A.I., Sofronova E.A. The genetic programming method for the automatic selection of formulas in the structural synthesis of control systems. *Tr. Inst. Sist. Anal. RAN. Dinamika neodnorodnykh sistem* [Proc. Inst. Syst. Anal., Russ. Acad. Sci., The dynamics of heterogeneous systems], 2006, no. 20 (1), pp. 14–26 (in Russ.).
- [11] Diveev A.I., Sofronova E.A. A method for constructing functional relationships to solve the optimal control synthesis problem. *Tr. Inst. Sist. Anal. RAN. Dinamika neodnorodnykh sistem*. [Proc. Inst. Syst. Anal., Russ. Acad. Sci., The dynamics of heterogeneous systems], 2007, no. 31 (2), pp. 14–27 (in Russ.).
- [12] Diveev A.I. Problems of the synthesis of optimal control systems. *Vestn. RUDN. Inzh. Issled. (Inf. Tekhnol. Upr.)* [Bull. People's Friendship Univ. Eng. Stud. (Inf. Technol. Manage.)], 2008, no. 4, pp. 68–77 (in Russ.).
- [13] Diveev A.I., Shmal'ko E.Yu. Multi-criteria structural and parametric synthesis of a spacecraft landing system on the basis of the network operator method. *Vestn. RUDN. Inzh. Issled. (Inf. Tekhnol. Upr.)* [Bull. People's Friendship Univ. Eng. Stud. (Inf. Technol. Manage.)], 2008, no. 4, pp. 86–93 (in Russ.).
- [14] Diveev A.I. Metod setevogo operatora [The network operator method]. Moscow, VTs RAN Publ., 2010. 178 p.
- [15] Diveev A.I., Pupkov K.A., Sofronova E.A. The synthesis of a control system is a millennium problem. *Vestn. RUDN. Inzh. Issled. (Inf. Tekhnol. Upr.)* [Bull. People's Friendship Univ. Eng. Stud. (Inf. Technol. Manage.)], 2011, no. 2, pp. 113–125 (in Russ.).
- [16] Diveev A.I. A numerical method for network operator for synthesis of a control system with uncertain initial values. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2012, vol. 51, no. 2, pp. 228–243. doi: 10.1134/S1064230712010066
- [17] Diveev A.I., Sofronova E.A. Metod setevogo operatora i ego primeneniye v zadachakh upravleniya [The network operator method and its application in control problems]. Moscow, RUDN Publ., 2012. 182 p.
- [18] Diveev A.I., Sofronova E.A., Fam Suan Fang. The network operator method in the synthesis of a control system for a dynamic object with uncertain initial values. *Vestn. RUDN. Inzh. Issled. (Inf. Tekhnol. Upr.)* [Bull. People's Friendship Univ. Eng. Stud. (Inf. Technol. Manage.)], 2012, no. 4, pp. 102–110 (in Russ.).
- [19] Diveev A.I., Pupkov K.A., Sofronova E.A. The general problem of control synthesis and its solution in the class of intelligent systems. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2013, no. 1 (90), pp. 96–104 (in Russ.).
- [20] Diveev A.I., Sofronova E.A. Application of network operator method for synthesis of optimal structure and parameters of automatic control system. *Proc. 17th IFAC World Congr.*, Seoul, 2008, pp. 6106–6113.
- [21] Diveev A.I., Sofronova E.A. The synthesis of optimal control system by the network operator method. *Proc. IFAC Workshop Control Appl. Optim. (CAO'09)*. Jyvaskyla, Finland, 2009.
- [22] Diveev A.I., Sofronova E.A. Numerical method of network operator for multiobjective synthesis of optimal control system. *Proc. 7th Int. Conf. Control Autom. (ICCA'09)*. Christchurch, New Zealand, 2009, pp. 701–708.
- [23] Diveev A.I. A Multi-objective synthesis of optimal control system by the network operator method. *Proc. Int. Conf. Optim. Appl. (OPTIMA, 2009)*. Petrovac, Montenegro, 2009, pp. 21–22.
- [24] Diveev A.I., Sofronova E.A. The network operator method for search of the most suitable mathematical equation (in: Shangce G. Bio-inspired computational algorithms and their applications. Croatia, Intech. Publ., 2012), pp. 19–42.

Статья поступила в редакцию 14.02.2013

Асхат Ибрагимович Дивеев — заведующий сектором проблем кибернетики Вычислительного центра им. А.А. Дородницына, д-р техн. наук, профессор. Автор более 160 научных работ в области теории управления, вычислительных алгоритмов и дискретной оптимизации.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Российская Федерация, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40

A.I. Diveev — Dr. Sci. (Eng.), professor, head of sector for problems of cybernetics of the Dorodnitsyn Computing Center of the Russian Academy of Sciences. Author of more than 160 publications in the field of control theory, computational algorithms and discrete optimization.

Dorodnitsyn Computing Center, Russian Academy of Sciences, ul. Vavilova, 40, Moscow, 119333 Russian Federation.

Константин Александрович Пупков — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой “Кибернетика и мехатроника” РУДН. Автор более 30 монографий, учебников и учебных пособий в области теории управления и интеллектуальных систем.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

K.A. Pupkov — Dr. Sci. (Eng.), professor, head of "Cybernetics and Mechatronics" department of the Peoples' Friendship University of Russia. Author of more than 30 monographs, textbooks and educational manuals in the field of control theory and intellectual systems.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul., 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Елена Анатольевна Софронова — канд. техн. наук, доцент кафедры “Кибернетика и мехатроника” РУДН. Автор 45 научных работ в области теории управления, вычислительных алгоритмов, синтеза и идентификации систем управления.

Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

E.A. Sofronova — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Cybernetics and Mechatronics” department of the Peoples' Friendship University of Russia. Author of 45 publications in the field of control theory, computational algorithms, synthesis and identification of control systems.

Peoples' Friendship University of Russia, ul. Miklukho-Maklaya, 6, Moscow, 117198 Russian Federation.