

## ЭВОЛЮЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С СУРРОГАТНЫМИ МОДЕЛЯМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

С.М. Горбунов<sup>1</sup>  
В.В. Становов<sup>2</sup>

jeelary@yandex.ru  
vladimirstanovov@yandex.ru

<sup>1</sup> СФУ, г. Красноярск, Российская Федерация

<sup>2</sup> СибГУ им. М.Ф. Решетнева, г. Красноярск, Российская Федерация

---

### Аннотация

Повышена эффективность эволюционных алгоритмов решения дорогостоящих многокритериальных задач оптимизации путем внедрения эффективных регрессионных моделей машинного обучения, аппроксимирующих целевые функции, для ускорения сходимости к истинному фронту Парето при ограниченном числе вычислений критериев (так называемый суррогатный подход). За основу разработанного метода многокритериальной оптимизации с суррогатным подходом взят эволюционный алгоритм MOEA/D. В качестве суррогатных моделей рассмотрены метод регрессионного анализа, основанный на гауссовых процессах, — кригинг (KRG), и метод опорных векторов (SVM), предназначенный для решения задач классификации и регрессии. Показано, что модифицированный эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации MOEA/D демонстрирует сравнимые или лучшие результаты на всех тестовых задачах международного соревнования алгоритмов многокритериальной оптимизации. Сравнение эволюционного алгоритма MOEA/D с другими участниками соревнования не проводилось, в частности, из-за уменьшенного вычислительного ресурса. Предложенный подход с кригингом показал лучшие средние результаты по метрике IGD, которая предназначена для оценки качества работы алгоритмов многокритериальной оптимизации. Разработанный подход с кригингом также показывает более разнообразные решения по сравнению с методами опорных векторов и алгоритмом MOEA/D

### Ключевые слова

Дорогостоящая многокритериальная оптимизация, эволюционные алгоритмы, суррогатные модели, кригинг, машины опорных векторов

Поступила 04.10.2024  
Принята 10.03.2025  
© Автор(ы), 2025

---

*Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания (проект № FEFE-2023-0004)*

**Введение.** Дорогостоящая оптимизация является важной областью исследований, направленных на решение задач, требующих значительных вычислительных ресурсов для их анализа [1]. Такие задачи часто встречаются в инженерии, финансовом моделировании, машинном обучении и других сферах.

Одним из подходов для решения проблемы дорогостоящей оптимизации является использование методов, основанных на суррогатном моделировании [2–4]. Такие методы эффективно применяются в условиях ограниченного числа вычислений целевой функции.

Разновидностью дорогостоящей оптимизации является дорогостоящая многокритериальная оптимизация [5]. Кроме наличия противоречивых критериев, в случае дорогостоящей оптимизации возникают дополнительные сложности, так как необходимо для каждого критерия построить отдельную суррогатную модель.

*Цель настоящей работы* — повышение эффективности решения задач дорогостоящей многокритериальной оптимизации за счет применения суррогатных моделей. Для достижения цели поставлены следующие задачи:

- рассмотреть эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации MOEA/D (Multiobjective Evolutionary Algorithm based on Decomposition) [6];
- рассмотреть и внедрить регрессионные модели, такие как кригинг [7] и метод опорных векторов [8];
- сравнить их эффективность с базовым алгоритмом MOEA/D.

Эксперименты проведены на тестовых задачах, в которых нет жесткого ограничения на вычислительную сложность, однако число расчетов значений критериев искусственно ограничено. Это сделано в целях проверки работоспособности подхода без необходимости многократного решения вычислительно сложных задач.

**Материалы и методы решения задач, принятые допущения.** Эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации, основанный на декомпозиции MOEA/D, является одним из ведущих подходов к решению многокритериальных задач. Появление алгоритма MOEA/D привело к созданию целого класса многокритериальных оптимизационных алгоритмов, отличающихся от ранее используемых методов, основанных на доминировании по Парето. Базовый алгоритм MOEA/D разбивает многокритериальную задачу на несколько однокритериальных, которые оптимизируются одновременно за счет использования информации из нескольких соседних подзадач.

Рассмотрим задачу многокритериальной оптимизации:

минимизировать  $F(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))$  при условии  $x \in \Omega$ ,

где  $F(x)$  — множество критериев;  $\Omega$  — область определения, замкнутое множество, являющееся подмножеством  $R^n$ ;  $m$  — число критериев.

Базовый алгоритм МОЕА/D использует множество индивидов (решений) и поколений (итераций), поэтому общее число оценок целевой функции становится очень большим, это делает алгоритм непрактичным для задач дорогостоящей оптимизации. Решением указанной проблемы является внедрение механизма суррогатного моделирования.

Суррогатные модели — это математические регрессионные модели, которые аппроксимируют сложные, дорогостоящие функции. Они используются для предсказания значений этих функций вместо их фактического вычисления. При этом данные для обучения собираются в процессе решения задачи.

Принцип работы суррогатных моделей включает в себя четыре шага.

Шаг 1. Входные решения и соответствующие им значения целевой функции образуют обучающую выборку.

Шаг 2. Выбирается модель (например, гауссов процесс [9] или нейронная сеть [10]).

Шаг 3. Используя обучающую выборку, модель настраивается на предоставленные данные.

Шаг 4. После успешного обучения модель используют для оценки значений функции в новых точках без фактического вычисления функции.

Шаги 1–4 повторяются, пока не будет достигнут лимит на вычисления целевой функции.

В случае многокритериальной оптимизации возникает необходимость построения нескольких суррогатных моделей, по одной для каждого критерия.

В рамках исследования рассматриваются такие регрессионные модели, как KRG и SVM. Выбор регрессионных моделей обусловлен тем, что KRG часто применяют в задачах дорогостоящей оптимизации, KRG строит качественные приближения, хотя при этом сам по себе и является вычислительно сложным. В свою очередь машины опорных векторов — популярный и относительно быстро работающий метод восстановления регрессии. В связи с этим использование SVM может быть целесообразным в случаях, когда применение KRG сравнимо по времени с расчетом целевой функции. Регрессионная модель KRG — это основанный на гауссовом

процессе метод интерполяции, который был разработан в 1960 г. Этот метод постепенно применялся для оценки природных ресурсов в науках о Земле, а в последнее время и в совершенно новых областях, например, при проектировании и анализе компьютерных экспериментов (DACE) [11]. Отличительная особенность KRG — возможность предсказания не только оценки условного математического ожидания в каждой точке, но и оценки среднеквадратического отклонения. Кригинг позволяет оценивать погрешность предсказания того или иного значения, KRG строится с учетом предположения, что исследуемая функция непрерывна и стационарна.

Модель KRG [12]:

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^k \beta_i f_i(x) + Z(x),$$

где  $\beta_i$  — весовой коэффициент;  $f_i(x)$  — известное значение  $i$ -й функции в точке  $x$ ;  $Z(x)$  — случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, ковариационная матрица которого оценивается по выборке. Весовые коэффициенты  $\beta$  для каждого известного значения вычисляются путем решения уравнения:

$$CFt = X_{norm},$$

где  $C$  — нижнетреугольная матрица, полученная из разложения Холецкого [13] корреляционной матрицы  $R$ ;  $X_{norm}$  — нормированные исходные данные. Результатом решения будет матрица  $Ft$ . В дальнейшем матрица  $Ft$  используется для последующего QR-разложения [14].

Метод SVM — алгоритм машинного обучения, используемый как для классификации, так и для регрессии [8].

Общее описание регрессионной модели:

$$f(x) = \langle w, x \rangle + b,$$

где  $\langle w, x \rangle$  — скалярное произведение весового вектора  $w$  и входной точки  $x$ ;  $b$  — смещение.

Задача заключается в поиске функции  $f(x)$ , которая имеет минимальное отклонение  $\varepsilon$  от фактически полученных целевых значений  $y_t$ . При этом также необходимо минимизировать норму вектора  $\|w\|^2 = \langle w, w \rangle$ . Можно записать эту задачу как задачу выпуклой оптимизации:

минимизировать  $\frac{1}{2}\|w\|^2$ , при условии  $\begin{cases} y_i - \langle w, x_i \rangle - b \leq \varepsilon; \\ \langle w, x_i \rangle + b - y_i \leq \varepsilon. \end{cases}$

Эти условия гарантируют, что отклонения от фактических значений находятся в пределах заданной допустимой погрешности  $\varepsilon$ .

Введем константу регуляризации  $C > 0$ , которая определяет баланс между значениями весовых коэффициентов и допустимой погрешностью, превышающей  $\varepsilon$ . Этот параметр влияет на то, какое значение уделяется минимизации отклонений по сравнению с минимизацией нормы.

В случае линейной неразделимости невозможно найти функцию, которая точно соответствует всем точкам данных в условии ограничений. Аналогично функции потерь мягкого зазора [15], которая использовалась в SVM, для решения этой проблемы вводятся дополнительные переменные  $\xi_i, \xi_i^*$ , чтобы учесть ограничения.

Запишем задачу, сформулированную в [8]:

минимизировать  $\frac{1}{2}\|w\|^2 + C \sum_{i=1}^k (\xi_i + \xi_i^*)$ , при условии

$$\begin{cases} y_i - \langle w, x_i \rangle - b \leq \varepsilon + \xi_i; \\ \langle w, x_i \rangle + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^*; \\ \xi_i, \xi_i^* \geq 0. \end{cases}$$

Кроме того, в SVM может быть использован так называемый трюк с ядром (kernel trick) [16], позволяющий выполнять отображение из исходного признакового пространства в спрямляющее.

Идея суррогатного подхода заключается в том, что для каждой целевой функции создается и обучается суррогатная модель. Далее алгоритм МОЕА/D осуществляет поиск оптимальных точек с использованием только суррогатных значений целевых функций. В конце каждого поколения суррогатные модели обновляются на новых точках и значениях их функций, полученных на этом поколении.

На вход алгоритма поступает многокритериальная задача оптимизации ( $N$  — размер популяции;  $\lambda^1, \dots, \lambda^N$  — равномерное распределение весовых векторов;  $T$  — число ближайших весовых векторов в окрестности каждого весового вектора).

Псевдокод модифицированного базового алгоритма МОЕА/D приведен ниже. Новые пункты в базовом алгоритме выделены курсивом.

1. *Задать*  $\max_{calc}$  и  $\max_{surr}$ .

2. Рассчитать евклидовы расстояния [17] между каждыми двумя весовыми векторами.

3. Для  $i = 1, \dots, N$  ( $N$  — размер популяции) установить  $T$  — число ближайших весовых векторов  $B(i) = \{i_1, \dots, i_T\}$  в окрестности каждого весового вектора.

4. Сгенерировать начальную популяцию  $x^1, \dots, x^N$ ; установить  $FV^i = F(x^i)$ .

5. Инициализировать и обучить суррогатные модели KRG или SVM,  $n_{calc} = N$ .

6. Пока  $n_{calc} = \max_{calc}$

• сгенерировать начальную популяцию  $x^1, \dots, x^N$  и предсказать пригодность;

• инициализировать  $n_{surr} = 0$  и референсную точку  $z^*$  по формуле

$$z_i^* = \max \{f_i(x) \mid x \in \Omega\};$$

• пока  $n_{surr} < \max_{surr}$ , для  $i = 1, \dots, N$ :

1) случайно выбрать индексы  $k, l$  из  $B(i)$  и создать новое решение  $y$  из  $x^k$  и  $x^l$ ;

2) применить мутацию к решению  $y$  для получения  $y'$ ;

3) предсказать  $f(y')$ ,  $n_{surr} = n_{surr} + 1$ , обновить  $z^*$ ;

4) рассчитать  $g^{te}(y' \mid \lambda^i, z^*)$  и  $g^{te}(x^j \mid \lambda^i, z^*)$  ( $\lambda^1, \dots, \lambda^N$  — равномерное распределение весовых векторов) по формуле

$$g^{te}(x \mid \lambda^i, z^*) = \max_{1 \leq j \leq m} \{\lambda_j^i \mid f_j(x) - z_j^* \};$$

5) для каждого  $j \in B(i)$ : если  $g^{te}(y' \mid \lambda^i, z^*) < g^{te}(x^j \mid \lambda^i, z^*)$ , то  $x^j = y'$  и  $FV^i = f(y')$ ;

• добавить новые решения и вычисленные значения  $f(y')$  в обучающую выборку,  $n_{calc} = n_{calc} + N$  и обновить суррогатные модели; перейти к п. 6.

В конце работы алгоритма выбираются точки из обучающей выборки по принципу доминирования по Парето [18].

**Результаты.** Сравнение алгоритмов MOEA/D, MOEA/D (SVM) и MOEA/D (KRG) приведено в табл. 1. Алгоритмы реализованы на языке Python 3.8 с использованием библиотек Numpy, Scikit-Learn и SMT.

Алгоритмы сравнивались с алгоритмом MOEA/D-EGO, который использует метод моделирования на основе нечеткой кластеризации для создания локальных суррогатных моделей [19]. Алгоритм MOEA/D-EGO

реализован в программной среде PlatEMO. Использовано пять тестовых задач, взятых с соревнования по многокритериальной оптимизации [20], с двумя целевыми функциями. Для сравнения эффективности алгоритмов выбрано среднее значение метрики IGD (Inverted Generational Distance) [21] по 30 независимым запускам:

$$\text{IGD}(A, P^*) = \frac{\sum_{v \in P^*} d(v, A)}{|P^*|},$$

где  $A$  — аппроксимация фронта Парето (результат работы алгоритма);  $P^*$  — истинный фронт Парето;  $d(v, A)$  — минимальное расстояние между точкой  $v \in P^*$  и множеством  $A$ ;  $v$  — точка фронта Парето. Лучшие значения в табл. 1 выделены полужирным.

Таблица 1

Средние значения IGD базовых алгоритмов MOEA/D  
и алгоритмов с суррогатным подходом

Тестовая задача	MOEA/D	MOEA/D (SVM)	MOEA/D (KRG)	MOEA/D-EGO
F5	0,094	0,042	<b>0,022</b>	0,053
F8	0,641	0,495	<b>0,332</b>	0,382
F9	0,199	0,171	<b>0,020</b>	0,081
UF4	0,377	0,319	0,302	<b>0,079</b>
UF7	0,337	0,304	0,146	<b>0,108</b>

При тестировании задавали следующие параметры:

- число кандидатов-решений  $N = 20$ ;
- число генов у кандидатов-решений  $n = 3$ ;
- число вычислений значений целевых функций  $\max_{surr} = 400$ ;
- генетические операторы: Polynomial Mutation [22], Simulated Binary Crossover (SBX) [23];
- параметр для SBX и Polynomial Mutation  $\eta_c = 20$ ;
- число ближайших соседей  $T = 3$ .

Отметим, что для использованных задач 400 вычислений целевых функций, как правило, недостаточно для достижения качественной аппроксимации фронта Парето. В соревновании [20] вычислительный ресурс устанавливался равным 300 тыс. оценок критериев. При каждом вычислении оцениваются обе целевые функции. Объем вычислительных ресурсов задавался из соображений, что типичным временем счета для дорогостоящих задач является несколько минут. При длительности одного расчета 3,6 мин 400 вычислений будут выполнены за сутки счета.

Для скрещивания и мутации выбраны именно эти операторы, поскольку они часто используются в многокритериальных алгоритмах вещественной оптимизации.

Для проверки статистической значимости базового алгоритма и алгоритма с суррогатным подходом в табл. 2 приведено сравнение результатов алгоритмов с использованием теста Манна — Уитни [24], который применяют, когда предположения о нормальности распределения данных не выполняются. Сравнение результатов теста Манна — Уитни между алгоритмами MOEA/D(KRG) и MOEA/D-EGO приведено в табл. 3.

Таблица 2

**Сравнительный тест Манна — Уитни для базовых алгоритмов MOEA/D и алгоритмов MOEA/D (SVM) и MOEA/D (KRG)**

Тестовая задача	MOEA/D (SVM)		MOEA/D (KRG)	
	P-значение	гипотеза	P-значение	гипотеза
F5	< 0,001	H1	< 0,001	H1
F8	0,037	H1	< 0,001	H1
F9	1,000	H0	< 0,001	H1
UF4	< 0,001	H1	< 0,001	H1
UF7	0,158	H0	< 0,001	H1

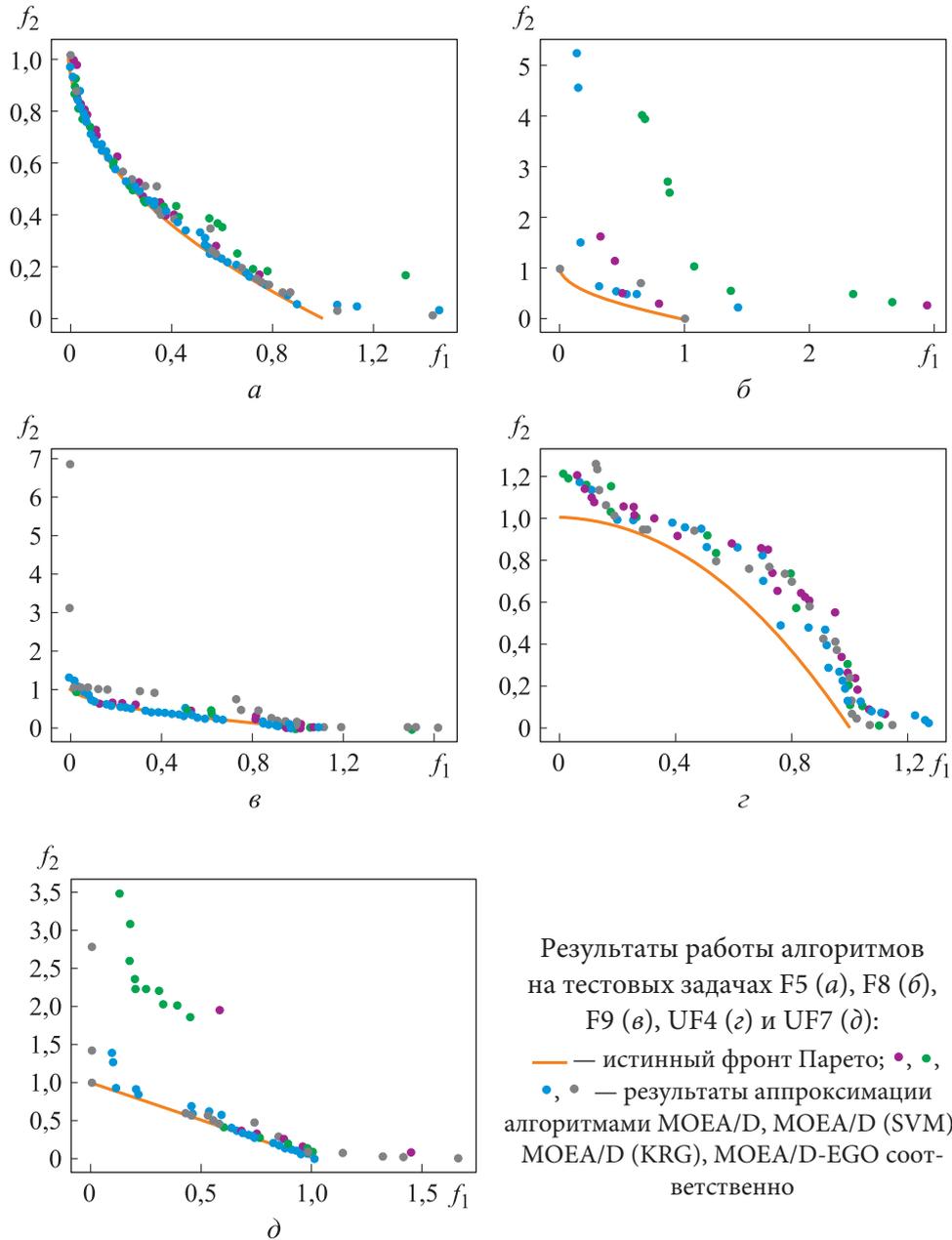
Таблица 3

**Результаты сравнительного теста Манна — Уитни для алгоритмов MOEA/D(KRG) и MOEA/D-EGO**

Тестовая задача	P-значение	Гипотеза
F5	< 0,001	H1
F8	0,0875	H0
F9	< 0,001	H1
UF4	< 0,001	H1
UF7	< 0,001	H1

Уровень значимости  $\alpha = 0,05$ . Превышение этого уровня означает, что подтверждается гипотеза происхождения выборок из одного и того же распределения (H0), т. е. статистически значимого различия эффективности между базовым MOEA/D и его модификацией нет. Иначе подтверждается альтернативная гипотеза о том, что существует статистически значимое различие результатов алгоритмов базового MOEA/D и MOEA/D с суррогатными подходами (H1). Результаты тестирования приведены в табл. 2.

Изображения аппроксимаций истинного фронта, полученные алгоритмами MOEA/D, MOEA/D (SVM) и MOEA/D (KRG) на тестовых задачах, приведены на рисунке.



**Обсуждение полученных результатов.** Все алгоритмы плохо справились с тестовой задачей F8. Полученные решения с помощью подхода с KRG оказались более разнообразными по сравнению с решениями

остальных алгоритмов. Алгоритм MOEA/D (KRG) показал статистически значимые различия в производительности по сравнению с алгоритмом MOEA/D-EGO на большинстве задач (F5, F9, UF4, UF7). Это может свидетельствовать о его существенном отличии от алгоритма MOEA/D-EGO. Однако для задачи F8 оба алгоритма показали сопоставимые результаты, без значимых различий. Алгоритм MOEA/D (KRG) показал лучшие результаты в большинстве тестовых задач по среднему значению метрики IGD. Объяснить более высокую эффективность подхода с KRG можно следующим фактом: он оценивает не только среднее значение, но и средне-квадратическое отклонение в каждой точке пространства. Это делает KRG более вычислительно сложным по сравнению с SVM, однако если решаемая задача достаточно сложная, дополнительные затраты могут окупиться.

**Заключение.** Предложенные алгоритмы с суррогатным подходом показали лучшие результаты на тестовых задачах, чем базовый алгоритм MOEA/D. Подход с KRG оказался лучшим из предлагаемых. Он был лучше в большинстве тестовых задач по сравнению с алгоритмом MOEA/D-EGO. Разработанный подход можно применять в задачах, где вычислительная сложность одной или нескольких целевых функций сильно ограничивает исследование многокритериального пространства, например в задачах, где требуется моделирование физических процессов. Предлагаемый подход за меньшее число вычислений позволяет получить те же значения метрики IGD, что и алгоритм MOEA/D. Следовательно, при решении реальных задач удовлетворительным может быть решение, полученное ранее.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Zitzler E. Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: methods and applications. Zurich, Swiss Federal Institute of Technology, 1999.
- [2] Li C., Han S., Zeng S., et al. Expensive optimization. In: *Intelligent optimization*. Singapore, Springer, 2024, pp. 265–281.  
DOI: [https://doi.org/10.1007/978-981-97-3286-9\\_14](https://doi.org/10.1007/978-981-97-3286-9_14)
- [3] Rahat A.A., Everson R.M., Fieldsend J.E. Alternative infill strategies for expensive multi-objective optimization. In: *GECCO'17*, 2017, pp. 873–880.  
DOI: <https://doi.org/10.1145/3071178.3071276>
- [4] Wang H., Jin Y., Doherty J. Committee-based active learning for surrogate-assisted particle swarm optimization of expensive problems. *IEEE Trans. Cybern.*, 2017, vol. 47, no. 9, pp. 2664–2677. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCYB.2017.2710978>
- [5] Partha P.B., Ponnuthurai N.S. Multiobjective evolutionary optimization. In: *Wiley encyclopedia of electrical and electronics engineering*. New York, John Wiley, 2018.  
DOI: <https://doi.org/10.1002/047134608x.w8380>

- [6] Li H., Zhanq Q. MOEA/D: a multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2007, vol. 11, no. 6, pp. 712–731. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2007.892759>
- [7] Chilès J., Desassis N. Fifty years of kriging. In: *Handbook of mathematical geosciences*. Cham, Springer, 2018, pp. 589–612. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-78999-6\\_29](https://doi.org/10.1007/978-3-319-78999-6_29)
- [8] Cortes C., Vapnik V. Support vector networks. *Mac. Learn.*, 1995, vol. 20, no. 3, pp. 273–297. DOI: <https://doi.org/10.1007/bf00994018>
- [9] Rasmussen C.E., Christopher W. Gaussian processes for machine learning. London, MIT Press, 2006.
- [10] Vapnik V. The nature of statistical learning theory. Berlin, Heidelberg, Springer, 2000.
- [11] Santner T., Williams B., Notz W. The design and analysis of computer experiments. Berlin, Springer, 2003.
- [12] Sacks J., Schiller S.B., Welch W.J. Designs for computer experiments. *Technometrics*, 1989, vol. 31, no. 1, pp. 41–47. DOI: <https://doi.org/10.1080/00401706.1989.10488474>
- [13] Press W.H., Teukolsky S.A. Numerical recipes in C. The art of scientific computing. Cambridge, Cambridge University Press, 1992.
- [14] Horn R.A., Johnson C.R. Matrix analysis. Cambridge, Cambridge University Press, 1990.
- [15] Bennett K., Mangasarian O. Bilinear separation of two sets in n-space. *Comput. Optim. Applic.*, 1993, vol. 2, pp. 207–227. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01299449>
- [16] Bishop C.M. Pattern recognition and machine learning. New York, Springer Science & Business Media, 2006.
- [17] Smith K. Precalculus. Burlington, Jones & Bartlett Learning, 2011.
- [18] Zitzler E., Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 1999, vol. 3, no. 4, pp. 257–271. DOI: <https://doi.org/10.1109/4235.797969>
- [19] Zhang Q., Liu W., Tsang E., et al. Expensive multiobjective optimization by MOEA/D with Gaussian process model. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2010, vol. 14, no. 3, pp. 456–474. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2009.2033671>
- [20] Zhang Q., Zhou A., Zhao S., et al. Multiobjective optimization test instances for the CEC 2009 special session and competition. Technical Report CES-487. Colchester, University of Essex, 2008.
- [21] Sun Y., Yen G., Yi Z. IGD indicator-based evolutionary algorithm for many-objective optimization problems. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2019, vol. 23, no. 2, pp. 173–187. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2018.2791283>
- [22] Hamdam M. On the disruption-level of polynomial mutation for evolutionary multi-objective optimisation algorithms. *Computing and Informatics*, 2010, vol. 29, no. 5, pp. 783–800.

[23] Ram B., Deb K. Simulated binary crossover for continuous search space. *Complex Systems*, 1995, vol. 9, no. 2.

URL: [https://www.complex-systems.com/abstracts/v09\\_i02\\_a02](https://www.complex-systems.com/abstracts/v09_i02_a02)

[24] Mann H.B., Whitney D.R. On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *Ann. Math. Statist.*, 1947, vol. 18, no. 1, pp. 50–60.

DOI: <https://doi.org/10.1214/aoms/1177730491>

**Горбунов Сергей Михайлович** — аспирант базовой кафедры интеллектуальных систем управления СФУ (Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, Свободный пр-т, д. 79).

**Становов Владимир Вадимович** — канд. техн. наук, доцент, руководитель лаборатории вычислительного интеллекта и приложений СибГУ им. М.Ф. Решетнева (Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, пр-т имени газеты «Красноярский рабочий», д. 31).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Горбунов С.М., Становов В.В. Эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации с суррогатными моделями машинного обучения. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2025, № 2 (151), с. 48–62.

EDN: TCDOWZ

## EVOLUTIONARY MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION ALGORITHM WITH THE MACHINE LEARNING SURROGATE MODELS

S.M. Gorbunov<sup>1</sup>

jeelary@yandex.ru

V.V. Stanovov<sup>2</sup>

vladimirstanovov@yandex.ru

<sup>1</sup> Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation

<sup>2</sup> Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Krasnoyarsk, Russian Federation

---

### Abstract

The efficiency of the evolutionary algorithm is improved in solving the expensive multicriteria optimization problems by implementing efficient regression models of the machine learning that approximate objective functions to accelerate convergence to the true Pareto frontier with a limited number of the criterion computation (the so-called surrogate approach). The developed method of multicriteria optimization with a surrogate approach is based on the MOEA/D evolutionary algorithm. The regression analysis method based on the Gaussian processes, i.e., kriging (KRG),

### Keywords

*Expensive multicriteria optimization, evolutionary algorithms, surrogate models, kriging, support vector machines*

and the support vector machine (SVM) designed to solve classification and regression problems are considered as the surrogate models. The paper shows that the modified MOEA/D algorithm demonstrates comparable or better results on all the test problems in the international competition of the multicriteria optimization algorithms. It notes that comparison with the other participants in the competition were not carried out due to other conditions, in particular, due to the reduced computation resources. The proposed kriging method shows the best average results for the IGD metric, which is designed to assess the multicriteria optimization algorithm quality. The developed kriging method also demonstrates more diverse solutions compared to the support vector methods and the MOEA/D

Received 04.10.2024

Accepted 10.03.2025

© Author(s), 2025

*The work was performed with support by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of the State Task (project no. FEFE-2023-0004)*

## REFERENCES

- [1] Zitzler E. Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: methods and applications. Zurich, Swiss Federal Institute of Technology, 1999.
- [2] Li C., Han S., Zeng S., et al. Expensive optimization. In: *Intelligent optimization*. Springer, 2024, pp. 265–281. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-981-97-3286-9\\_14](https://doi.org/10.1007/978-981-97-3286-9_14)
- [3] Rahat A.A., Everson R.M., Fieldsend J.E. Alternative infill strategies for expensive multi-objective optimization. In: *GECCO'17*, 2017, pp. 873–880. DOI: <https://doi.org/10.1145/3071178.3071276>
- [4] Wang H., Jin Y., Doherty J. Committee-based active learning for surrogate-assisted particle swarm optimization of expensive problems. *IEEE Trans. Cybern.*, 2017, vol. 47, no. 9, pp. 2664–2677. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCYB.2017.2710978>
- [5] Partha P.B., Ponnuthurai N.S. Multiobjective evolutionary optimization. In: *Wiley encyclopedia of electrical and electronics engineering*. New York, John Wiley, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1002/047134608x.w8380>
- [6] Li H., Zhanq Q. MOEA/D: a multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2007, vol. 11, no. 6, pp. 712–731. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2007.892759>
- [7] Chilès J., Desassis N. Fifty years of kriging. In: *Handbook of mathematical geosciences*. Cham, Springer, 2018, pp. 589–612. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-78999-6\\_29](https://doi.org/10.1007/978-3-319-78999-6_29)
- [8] Cortes C., Vapnik V. Support vector networks. *Mac. Learn.*, 1995, vol. 20, no. 3, pp. 273–297. DOI: <https://doi.org/10.1007/bf00994018>

- [9] Rasmussen C.E., Christopher W. Gaussian processes for machine learning. London, MIT Press, 2006.
- [10] Vapnik V. The nature of statistical learning theory. Berlin, Heidelberg, Springer, 2000.
- [11] Santner T., Williams B., Notz W. The design and analysis of computer experiments. Berlin, Springer, 2003.
- [12] Sacks J., Schiller S.B., Welch W.J. Designs for computer experiments. *Technometrics*, 1989, vol. 31, no. 1, pp. 41–47. DOI: <https://doi.org/10.1080/00401706.1989.10488474>
- [13] Press W.H., Teukolsky S.A. Numerical recipes in C. The art of scientific computing. Cambridge, Cambridge University Press, 1992.
- [14] Horn R.A., Johnson C.R. Matrix analysis. Cambridge, Cambridge University Press, 1990.
- [15] Bennett K., Mangasarian O. Bilinear separation of two sets in n-space. *Comput. Optim. Applic.*, 1993, vol. 2, pp. 207–227. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01299449>
- [16] Bishop C.M. Pattern recognition and machine learning. New York, Springer Science & Business Media, 2006.
- [17] Smith K. Precalculus. Burlington, Jones & Bartlett Learning, 2011.
- [18] Zitzler E., Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 1999, vol. 3, no. 4, pp. 257–271. DOI: <https://doi.org/10.1109/4235.797969>
- [19] Zhang Q., Liu W., Tsang E., et al. Expensive multiobjective optimization by MOEA/D with Gaussian process model. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2010, vol. 14, no. 3, pp. 456–474. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2009.2033671>
- [20] Zhang Q., Zhou A., Zhao S., et al. Multiobjective optimization test instances for the CEC 2009 special session and competition. Technical Report CES-487. Colchester, University of Essex, 2008.
- [21] Sun Y., Yen G., Yi Z. IGD indicator-based evolutionary algorithm for many-objective optimization problems. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2019, vol. 23, no. 2, pp. 173–187. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2018.2791283>
- [22] Hamdam M. On the disruption-level of polynomial mutation for evolutionary multi-objective optimisation algorithms. *Computing and Informatics*, 2010, vol. 29, no. 5, pp. 783–800.
- [23] Ram B., Deb K. Simulated binary crossover for continuous search space. *Complex Systems*, 1995, vol. 9, no. 2.  
Available at: [https://www.complex-systems.com/abstracts/v09\\_i02\\_a02](https://www.complex-systems.com/abstracts/v09_i02_a02)
- [24] Mann H.B., Whitney D.R. On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *Ann. Math. Statist.*, 1947, vol. 18, no. 1, pp. 50–60.  
DOI: <https://doi.org/10.1214/aoms/1177730491>

**Gorbunov S.M.** — Post-Graduate Student, Department of Intelligent Control Systems, Siberian Federal University (Svobodniy prospekt 79, Krasnoyarsk, 660041 Russian Federation).

**Stanovov V.V.** — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Head of the Laboratory of Computational Intelligence and Applications, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology (Imeni gazety “Krasnoyarskiy rabochiy” prospekt 31, Krasnoyarsk, 660037 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Gorbunov S.M., Stanovov V.V. Evolutionary multi-objective optimization algorithm with the machine learning surrogate models. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2025, no. 2 (151), pp. 48–62 (in Russ.).

EDN: TCDOWZ