

ТРАНСМЕРНАЯ ГИБРИДИЗАЦИЯ ЭВОЛЮЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ

В.А. Серов¹

Е.М. Воронов²

Е.Л. Долгачева¹

Е.Ю. Косюк¹

Д.Л. Попова¹

П.П. Роголев¹

ser_off@inbox.ru

voronov@bmstu.ru

evgeniadolgacheva@yandex.ru

kosyuk.ey@mail.ru

pdl13@yandex.ru

radugapp@mail.ru

¹ РТУ МИРЭА, Москва, Российская Федерация

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Приведен гибридный эволюционный алгоритм многокритериального синтеза оптимального закона управления динамической системой на основе трансмерных моделей поиска. Разработанная трансмерная модель поиска относится к классу моделей последовательной гибридной типа препроцессор/процессор и подразумевает комбинированное использование эволюционных алгоритмов конечномерной и бесконечномерной многокритериальной оптимизации, реализующих этапы глобального приближенного и локального уточняющего поиска оптимальных решений. Конечномерная модель глобальной многокритериальной оптимизации реализована с помощью эволюционного алгоритма многокритериальной оптимизации относительно полиэдрального конуса доминирования. Использование интервалов неопределенности весовых коэффициентов компонентов векторного показателя при построении полиэдрального конуса доминирования дает возможность уменьшить неопределенность множества Парето за счет выделения на нем подмножества решений, имеющих более высокую степень сбалансированности значений по различным компонентам векторного показателя эффективности. Эволюционный алгоритм бесконечномерной многокритериальной оптимизации представляет собой обобщение методов возможных направлений Зойтендейка на класс задач бесконечномерной мно-

Ключевые слова

Алгоритмы, вдохновленные природой, гибридный эволюционный алгоритм, многокритериальная оптимизация, трансмерная модель поиска, полиэдральный конус доминирования, управление динамической системой

гокритериальной оптимизации и используется для реализации этапа уточняющего поиска. Приведены результаты сравнительного анализа эффективности различных гибридных трансмерных моделей эволюционного поиска на примере решения задачи многокритериального синтеза оптимального закона программного управления биореактором. Результаты вычислительных экспериментов показывают, что трансмерная гибридизация эволюционных алгоритмов конечномерной и бесконечномерной многокритериальной оптимизации управления дает синергетический эффект. Этот эффект выражается в существенном повышении точности решения задачи многокритериальной оптимизации управления по сравнению с известными гибридными метаэвристическими алгоритмами оптимизации управления, что позволяет разрешить противоречие между конечномерной моделью глобального поиска и бесконечномерной исходной постановкой задачи

Поступила 15.03.2023

Принята 27.03.2023

© Автор(ы), 2023

Введение. В настоящее время интенсивно развивается технология глобальной оптимизации, основанная на алгоритмах, инспирированных природой (Nature Inspired Algorithms, NIA), или, как их еще называют, метаэвристических алгоритмах (МЭА) [1–6]. Одной из приоритетных областей применения МЭА являются задачи оптимизации управления сложными техническими системами. В частности, МЭА широко используется при решении задач стабилизации, наведения и группового управления беспилотными летательными аппаратами [7–9], мобильными роботами [10, 11], технологическими процессами [12, 13], процессами управления в условиях конфликта и неопределенности [14, 15] и др.

Существующая МЭА-технология решения задач оптимизации управления так же, как и значительная часть численных методов оптимального управления, использует идею дискретизации, предполагающую переход от бесконечномерного функционального пространства к конечномерному параметрическому пространству и формализацию исходной бесконечномерной постановки задачи в виде задачи конечномерного математического программирования. Для подобных задач, как правило, характерны многокритериальность целей управления, высокая размерность пространства поиска, сложная топология множества допустимых решений, нелинейность, невыпуклость, недифференцируемость компонентов векторных показателей эффективности.

Широкое распространение МЭА обусловлено тем, что, в отличие от классической вычислительной технологии нелинейного программирования, они зарекомендовали себя как эффективное средство глобального поиска. Как известно, в рамках МЭА-технологии решения задач оптимизации управления практически невозможно совместить требования диверсификации и интенсификации поиска. Это обусловлено тем, что МЭА являются популяционными, используют глобальную информацию о ландшафте целевой функции и топологии множества допустимых решений и не используют информацию о локальных свойствах компонентов векторной целевой функции. Указанное противоречие проявляется в стагнации МЭА в окрестности глобальных оптимумов.

Все указанное обуславливает необходимость разработки качественно новой МЭА-технологии решения задач оптимизации управления сложными техническими системами. Анализ многочисленной библиографии показывает, что одним из перспективных направлений исследований в области повышения эффективности методов глобального поиска является разработка гибридных МЭА (ГМЭА). Основная цель гибридизации МЭА — это обеспечение баланса эффективностей глобального и локального поисков и достижение синергетического эффекта за счет объединения положительных свойств комбинируемых алгоритмов.

В настоящее время разработано значительное число моделей гибридизации МЭА. Основные принципы гибридизации МЭА и таксономические признаки, которые используются при построении и сравнительном анализе различных ГМЭА, изложены в [16–18]. В частности, в [16] рассмотрена одноуровневая классификация моделей гибридизации. В соответствии с этой классификацией выделяют три типа гибридных алгоритмов: вложенные (embedded) алгоритмы, алгоритмы типа препроцессор/постпроцессор (preprocessor/postprocessor) и коалгоритмы (co-algorithms). Двухуровневая классификация, использующая в качестве таксономических признаков типы гибридизируемых алгоритмов и виды декомпозиции пространства поиска, предложена в [17]. Наиболее полная четырехуровневая классификация ГМЭА, основанная на таких таксономических признаках, как тип гибридизируемых алгоритмов, уровень гибридизации (gibridization level), порядок выполнения (execution order), стратегия управления (control strategy), описана в [18].

На основе сравнительного анализа в [4] показано, что рассмотренные классификации ГМЭА имеют некоторые пересечения, дополняют друг друга и в совокупности охватывают практически все известные на данный момент модели ГМЭА. При решении задач глобальной оптимизации

широкое распространение получили модели последовательной гибридизации типа препроцессор/постпроцессор (Sequential Preprocessor/Postprocessor Hybridization, SPPH) и высокоуровневой вложенной гибридизации (Sequential High-Level Embedded Hybridization, SHLEN) МЭА, основанные на комбинировании популяционных алгоритмов глобального поиска и алгоритмов локального поиска (не популяционных) [12, 19, 20–24].

Как отмечено в [4], SPPH-модели разделяются на два основных класса: последовательные и конвейерные. Последовательная гибридизация предполагает фиксированный порядок использования комбинируемых алгоритмов, хотя момент времени (номер поколения) переключения может априори не фиксироваться. При конвейерной гибридизации очередность включения в работу алгоритмов определяется в процессе решения задачи с помощью некоторого алгоритма адаптации. Отличительным признаком SHLEN-модели МЭА является то, что алгоритм локального поиска — это вложенный компонент популяционного алгоритма глобального поиска. С его помощью улучшаются координаты каждого агента в текущей популяции. Новая популяция формируется на основе улучшенных координат каждого агента текущей популяции. При использовании SPPH- и SHLEN-моделей имеет место значительная автономность комбинируемых алгоритмов.

В настоящее время известно большое число примеров высокоуровневой вложенной гибридизации популяционных алгоритмов с алгоритмами локальной оптимизации. В частности, на основе SHLEN-моделей реализованы меметические алгоритмы [19, 20]; гибридные эволюционные алгоритмы [12, 21]; гибридные непрерывные ортогональные алгоритмы муравьиной колонии, использующие ортогональные методы поиска в выбранном для каждого муравья регионе [22, 23]; модификации гибридного алгоритма непрерывно взаимодействующей муравьиной колонии, использующие комбинирование глобального поиска муравьиным алгоритмом с локальным поиском алгоритмами деформируемого многогранника Нелдера — Мида и динамического симплекса [24] и др.

Гибридные поисковые МЭА, реализованные на основе SPPH- и SHLEN-моделей, в целом обеспечивают высокую эффективность решения задач глобальной оптимизации. Важное достоинство SHLEN-моделей МЭА состоит в возможности их эффективного распараллеливания.

Все приведенные ГМЭА являются конечномерными и в существующем виде не позволяют эффективно решать задачи многокритериальной оптимизации управления динамическими системами, которые в исходной постановке являются бесконечномерными. Указанное обстоятельство

ство обуславливает актуальность разработки новых моделей ГМЭА, априори ориентированных на решение бесконечномерных задач глобальной оптимизации.

Постановка задачи многокритериального синтеза программного управления динамической системой. Предполагаем, что математическая модель управляемой динамической системы описывается системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}(t)); \\ \mathbf{x}^0 &= \mathbf{x}(t_0),\end{aligned}\tag{1}$$

где $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}(t))$ — известная нелинейная n -мерная вектор-функция; $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{E}^n$ — вектор состояния системы; $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{E}^{r_u}$ — вектор управления системы; \mathbf{x}^0 — начальные условия.

На выбор управления наложены ограничения $\mathbf{u}(\cdot) \in \mathbf{U}$ вида

$$\mathbf{U} = \left\{ \mathbf{u}(\cdot) \in \mathbf{L}_2^{(r_u)}[t_0, T] \mid \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(t) \leq \mathbf{u}_{\max}, \quad t \in [t_0, T] \right\},\tag{2}$$

где $\mathbf{L}_2^{(r_u)}[t_0, T]$ — гильбертово пространство r_u -мерных функций, квадрат которых интегрируем на фиксированном интервале $[t_0, T]$ (далее запись \mathbf{u} будет означать $\mathbf{u}(\cdot)$ как элемент функционального пространства, а $\mathbf{u}(t)$ — значение \mathbf{u} в момент времени t).

Эффективность управления системой (1) при ограничениях (2) оценивается векторным показателем $\mathbf{J}(\mathbf{u}) \in \mathbf{E}^m$, компоненты которого являются дифференцируемыми по Фреше функционалами вида

$$J_i(\mathbf{u}(\cdot)) = \int_{t_0}^T F_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt, \quad i \in \mathbf{M} = \{1, m\}.\tag{3}$$

Требуется определить программное управление $\mathbf{u}^* \in \mathbf{U}$ системой (1), удовлетворяющее ограничениям (2) и минимизирующее значения компонентов векторного целевого функционала (3).

Особенность постановки (1)–(3) заключается в том, что она представляет собой бесконечномерную нелинейную задачу многокритериальной оптимизации с невыпуклыми целевыми функционалами.

Гибридный трансмерный эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации управления. Предложенный и разработанный авторами гибридный эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации включает в себя следующие этапы.

Этап 1. *Глобальный конечномерный многокритериальный поиск.* Исходная постановка задачи (1)–(3) формализуется в виде конечномерной задачи многокритериальной оптимизации, в которой размерность вектора варьируемых параметров равна p . Для решения этой задачи используется эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации относительно полиэдрального конуса доминирования.

Этап 2. *Локальный бесконечномерный многокритериальный поиск.* Исходная постановка задачи (1)–(3) представляется в виде бесконечномерной задачи многокритериальной оптимизации с функциональными ограничениями, дифференцируемыми по Фреше. Для решения этой задачи предложен эволюционный многокритериальный алгоритм возможных направлений. При этом оптимальные решения, полученные на этапе глобального конечномерного многокритериального поиска, преобразуются в начальные приближения для этапа локального бесконечномерного поиска.

Таким образом, предлагаемый алгоритм реализует процесс оптимизации управления с изменяющейся размерностью пространства поиска. Такую модель оптимизации будем называть трансмерной (p/∞) -моделью поиска.

Эволюционный алгоритм конечномерной многокритериальной оптимизации относительно полиэдрального конуса доминирования. Выполним переход от исходной постановки задачи (1)–(3) к конечномерной задаче многокритериальной оптимизации относительно полиэдрального конуса доминирования.

На интервале $[t_0, T]$ построим сетку

$$\{t_j, j = \overline{0, r}\} = \{t_0 < t_1 < \dots < t_r = T\}.$$

Заменим векторное программное управление $\mathbf{u}(t)$ параметризованным управлением $\mathbf{u}(\mathbf{q}, t) \in \mathbf{E}^{r_u}$, компоненты которого представлены в виде

$$u_i(\mathbf{q}, t) = \begin{cases} S_i(\mathbf{q}, t), & \text{если } u_{i\min} \leq S_i(\mathbf{q}, t) \leq u_{i\max}; \\ u_{i\max}, & \text{если } S_i(\mathbf{q}, t) \geq u_{i\max}; \\ u_{i\min}, & \text{если } S_i(\mathbf{q}, t) \leq u_{i\min}, \end{cases} \quad (4)$$

где $u_i(\mathbf{q}, t) = S_i(\mathbf{q}, t)$ — интерполяционный сплайн, для которого в узловых точках выполняются условия $S_i(\mathbf{q}, t_j) = q_{ij}$, $j = \overline{0, r}$; $\mathbf{q} = [q_1^T, \dots, q_{r_u}^T]^T \in \mathbf{E}^{r_q}$ — вектор управляющих параметров с компонентами $q_i = [q_{i0}, \dots, q_{ir}]^T \in \mathbf{E}^{r+1}$, $p = r_q = (r+1)r_u$, $i = \overline{1, r_u}$. Таким обра-

зом, параметризованное программное управление на интервале $[t_0, T]$ может быть представлено в конечномерном виде, как $\mathbf{u}(\mathbf{q}, (\cdot)) \in \mathbf{E}^p$, где p — размерность пространства поиска.

С учетом (2) можно предполагать, что на вектор параметров \mathbf{q} наложены ограничения

$$\mathbf{Q} = \left\{ \mathbf{q} \in \mathbf{E}^p \mid u_{i\min} \leq q_{ij} \leq u_{i\max}, \quad j = \overline{0, r}, \quad i = \overline{1, r_u} \right\}. \quad (5)$$

Далее решаем конечномерную нелинейную задачу многокритериальной оптимизации

$$\Gamma = \langle \mathbf{Q}, \mathbf{J}(\mathbf{q}), \mathbf{\Omega} \rangle. \quad (6)$$

В задаче (6) требуется определить множество $\mathbf{J}^{\Omega}(\mathbf{Q}) = \mathbf{J}(\mathbf{Q}_{\Omega})$ оптимальных относительно конуса доминирования $\mathbf{\Omega}$ решений. При этом целевой функционал $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbf{E}^m$ задан в виде (3), (4); множество \mathbf{Q} задано в виде системы ограничений-неравенств (5); $\mathbf{\Omega} \subset \mathbf{E}^m$ — полиэдральный конус доминирования вида

$$\mathbf{\Omega} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbf{E}^m \mid \mathbf{Bz} \leq \mathbf{0}_h \right\}, \quad (7)$$

формализующий бинарное отношение предпочтения на множестве достижимых векторных оценок $\mathbf{J}(\mathbf{Q}) = \bigcup_{\mathbf{q} \in \mathbf{Q}} \mathbf{J}(\mathbf{q})$; $\mathbf{B} = [h \times m]$ — матрица

полиэдрального конуса доминирования $\mathbf{\Omega}$.

Справедливо следующее утверждение.

Теорема 1 [25]. Пусть в задаче (6) для конусов доминирования $\mathbf{\Omega}_1$ и $\mathbf{\Omega}_2$ выполняется включение $\mathbf{\Omega}_1 \subset \mathbf{\Omega}_2$. Тогда множества $\mathbf{J}^{\Omega_1}(\mathbf{Q})$ и $\mathbf{J}^{\Omega_2}(\mathbf{Q})$ связаны между собой соотношением

$$\mathbf{J}^{\Omega_2}(\mathbf{Q}) \subset \mathbf{J}^{\Omega_1}(\mathbf{Q}). \quad (8)$$

Замечание. Если $\mathbf{\Omega} = \mathbf{E}_{\leq}^m \subset \mathbf{E}^m$, то множество $\mathbf{\Omega}$ -оптимальных решений задачи (6) совпадает с множеством Парето $\mathbf{J}^{\Omega}(\mathbf{Q}) = \mathbf{J}^P(\mathbf{Q})$. Содержательный смысл теоремы 1 состоит в том, что расширение конуса доминирования позволяет уменьшить степень неопределенности выбора решения на множестве Парето.

Для решения задачи (6) используется эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации относительно полиэдрального конуса доминирования [7] и алгоритм построения полиэдрального конуса до-

минирования, обеспечивающие построение дискретной аппроксимации $\hat{J}^\Omega(\mathbf{Q}) = J(\hat{\mathbf{Q}}_\Omega)$ множества Ω -оптимальных решений.

Бесконечномерная модель локального эволюционного многокритериального поиска. Такую модель поиска реализуем с помощью эволюционного многокритериального алгоритма возможных направлений. Результаты предыдущего этапа используются для формирования начального приближения.

Представим ограничения (2) в виде

$$\mathbf{U} = \{ \mathbf{u} \mid \Phi(\mathbf{u}(t)) \leq \mathbf{0}_s, \quad t \in [t_0, T] \}, \quad (9)$$

где $s = 2r_{\mathbf{u}}$.

Для каждого $\Phi_i(\mathbf{u}(t))$, $i = \overline{1, s}$, определим функционал

$$\Gamma_i(\mathbf{u}(\cdot)) = \max_{t \in [t_0, T]} \Phi_i(\mathbf{u}(t)), \quad (10)$$

после чего в исходной постановке задачи многокритериальной оптимизации управления вместо (2) для формирования множества \mathbf{U} можно использовать систему функционалов-ограничений вида

$$\mathbf{U} = \{ \mathbf{u} \in \mathbf{L}_2^{(r_{\mathbf{u}})}[t_0, T] \mid \Gamma(\mathbf{u}(\cdot)) \leq \mathbf{0}_s \}. \quad (11)$$

Однако функционалы $\Gamma_i(\mathbf{u}(\cdot))$ вида (10) не имеют производной Фреше, что существенно осложняет решение задачи многокритериальной оптимизации (1)–(3) с ограничениями вида (11).

Доказано [26], что для функционала

$$\Gamma_i^{(p)}(\mathbf{u}(\cdot)) = \left(\int_{t_0}^T \Phi_i(\mathbf{u}(t))^p dt \right)^{1/p} \quad (12)$$

выполняется соотношение

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \Gamma_i^{(p)}(\mathbf{u}(\cdot)) = \Gamma_i(\mathbf{u}(\cdot)). \quad (13)$$

Функционалы вида (10) используем при формировании множества ε -активных ограничений. Далее с учетом свойства (13) предлагается при вычислении возможного направления спуска использовать аппроксимацию функционала $\Gamma_i(\mathbf{u})$ вида (10) функционалом $\Gamma_i^{(p)}(\mathbf{u})$ вида (12), дифференцируемым по Фреше.

Эволюционный многокритериальный алгоритм возможных направлений. После преобразований эволюционный многокритериальный алго-

ритм возможных направлений, являющийся обобщением известного алгоритма возможных направлений [27] на класс бесконечномерных задач многокритериальной оптимизации, можно представить в виде последовательности следующих основных шагов.

Шаг 1. Выбор начального приближения. Положить $k = 0$, в соответствии с какой-либо схемой многокритериального компромисса выбрать в качестве начального приближения элемент $\mathbf{q} \in \hat{\mathbf{Q}}_P$ и принять $\mathbf{u}^{(k)}(t) = \mathbf{u}(\mathbf{q}, t)$.

Шаг 2. Сформировать множество индексов ε -активных в точке $\mathbf{u}^{(k)}$ ограничений вида (10)

$$\mathbf{S}_\varepsilon = \{j = \overline{1, s} \mid |\Gamma_j(\mathbf{u}^{(k)}(\cdot))| \leq \varepsilon\}, \quad \dim \mathbf{S}_\varepsilon = s_\varepsilon. \quad (14)$$

Шаг 3. Вычислить градиенты компонентов векторного целевого функционала

$$\nabla J_i(\mathbf{u}^{(k)}) = \frac{\partial J_i(\mathbf{u}^{(k)})}{\partial \mathbf{u}}, \quad i \in \mathbf{M},$$

и ε -активных ограничений-функционалов

$$\nabla \Gamma_{j\varepsilon}(\mathbf{u}^{(k)}) = \frac{\partial \Gamma_{j\varepsilon}(\mathbf{u}^{(k)})}{\partial \mathbf{u}}, \quad j \in \mathbf{S}_\varepsilon.$$

Для их определения используется хорошо известная в теории бесконечномерной оптимизации технология вычисления функциональных производных [28].

Сформировать множество возможных направлений $\tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{u}^{(k)})$ вида

$$\tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{u}^{(k)}) = \left\{ \tilde{\mathbf{d}} \mid \tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{H}(\mathbf{u}^{(k)})\boldsymbol{\lambda}; \boldsymbol{\lambda} \in \mathbf{\Lambda} \subset \mathbf{E}^{(m + s_\varepsilon)} \right\}, \quad (15)$$

где матрица

$$\mathbf{H}(\mathbf{u}^{(k)}) = \left[\frac{\nabla J_1(\mathbf{u}^{(k)})}{\|\nabla J_1(\mathbf{u}^{(k)})\|}, \dots, \frac{\nabla J_m(\mathbf{u}^{(k)})}{\|\nabla J_m(\mathbf{u}^{(k)})\|}, \frac{\nabla \Gamma_{1\varepsilon}(\mathbf{u}^{(k)})}{\|\nabla \Gamma_{1\varepsilon}(\mathbf{u}^{(k)})\|}, \dots, \frac{\nabla \Gamma_{s_\varepsilon}(\mathbf{u}^{(k)})}{\|\nabla \Gamma_{s_\varepsilon}(\mathbf{u}^{(k)})\|} \right], \quad (16)$$

$\dim \mathbf{H} = [r_{\mathbf{u}} \times (m + s_\varepsilon)]$; множество $\mathbf{\Lambda}$ задано в виде

$$\mathbf{\Lambda} = \left\{ \boldsymbol{\lambda} \in \mathbf{E}^{(m + s_\varepsilon)} \mid -1 \leq \lambda_i \leq 1; i = \overline{1, (m + s_\varepsilon)} \right\}. \quad (17)$$

Сформировать в точке $\mathbf{u}^{(k)}(\cdot)$ множество возможных направлений вида

$$\mathbf{D}(\mathbf{u}^{(k)}) = \left\{ \mathbf{d} \in \mathbf{L}_2^{(r_{\mathbf{u}})}[t_0, T] \mid \mathbf{d} = \frac{\tilde{\mathbf{d}}}{\|\tilde{\mathbf{d}}\|}; \tilde{\mathbf{d}} \in \tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{u}^{(k)}) \right\}. \quad (18)$$

Шаг 4. Построить функционал вида

$$z(\mathbf{u}^{(k)}, \mathbf{d}) = \max \left\{ \nabla^T J_i(\mathbf{u}^{(k)})\mathbf{d}, \quad i \in \mathbf{M}; \quad \nabla^T \Gamma_{j\varepsilon}(\mathbf{u}^{(k)})\mathbf{d}, \quad j \in \mathbf{S}_\varepsilon \right\}. \quad (19)$$

Сформулируем задачу выбора направления спуска $\mathbf{d}^{(k)}$ в точке $\mathbf{u}^{(k)}$ в следующем виде:

$$z(\mathbf{u}^{(k)}, \mathbf{d}) \rightarrow \min_{\mathbf{d} \in \mathbf{D}(\mathbf{u}^{(k)})}. \quad (20)$$

С учетом (16)–(18) переформулируем задачу (20) в виде

$$z(\mathbf{u}^{(k)}, \mathbf{d}(\lambda)) \rightarrow \min_{\lambda \in \Lambda}. \quad (21)$$

Пусть оптимальное решение задачи (16) $z^{\text{opt}} = z(\mathbf{u}^{(k)}, \mathbf{d}(\lambda^{\text{opt}}))$. Если $z^{\text{opt}} < 0$, то полагаем $\mathbf{d}^{(k)} = \mathbf{d}(\lambda^{\text{opt}})$. Переходим к шагу 5, иначе полагаем, что $\mathbf{u}^{(k)}$ — решение задачи (1)–(3), оптимальное по Парето, и завершаем работу алгоритма.

Шаг 5. Вычисляем

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \mathbf{u}^{(k)} + \alpha^{(k)}\mathbf{d}^{(k)}, \quad (22)$$

где $\alpha^{(k)} \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ — шаговая длина в направлении $\mathbf{d}^{(k)}$.

Если выполняется условие

$$\mathbf{J}(\mathbf{u}^{(k+1)}) \leq \mathbf{J}(\mathbf{u}^{(k)}), \quad (23)$$

то переходим к шагу 7. Иначе уменьшаем шаговую длину $\alpha^{(k)}$ и переходим к шагу 6.

Шаг 6. Если $\alpha^{(k)} \geq \alpha_{\min}$, то переходим к шагу 5. Иначе полагаем, что $\mathbf{u}^{(k)}$ — решение задачи (1)–(3), оптимальное по Парето, и завершаем работу алгоритма.

Шаг 7. Если удовлетворяется ограничение $\mathbf{u}^{(k+1)} \in \mathbf{U}$, то переходим к шагу 9. Иначе осуществляем операцию проецирования элемента $\mathbf{u}^{(k+1)}$ на множество \mathbf{U} :

$$\bar{\mathbf{u}}^{(k+1)} = P_{\mathbf{U}}(\mathbf{u}^{(k+1)}). \quad (24)$$

Шаг 8. Полагаем $\mathbf{u}^{(k+1)} = \bar{\mathbf{u}}^{(k+1)}$. Если для $\mathbf{u}^{(k+1)}$ выполняется условие (23), то переходим к шагу 9. Иначе уменьшаем шаговую длину $\alpha^{(k)}$ и переходим к шагу 6.

Шаг 9. Если $k + 1 = k_{\max}$, то полагаем, что $\mathbf{u}^{(k)}$ — решение задачи (1)–(3), оптимальное по Парето, и завершаем работу алгоритма. Иначе полагаем $k = k + 1$ и переходим к шагу 2.

Теоретическим обоснованием предложенного алгоритма является следующее утверждение.

Теорема 2. Пусть в некоторой допустимой точке $\mathbf{u}^* \in \mathbf{U}$ векторная оценка $\mathbf{J}(\mathbf{u}^*)$ является слабо эффективной, тогда оптимальное решение задачи (26) имеет вид $z(\mathbf{u}^*, \mathbf{d}(\boldsymbol{\lambda}^{\text{opt}})) = 0$.

Вычислительный эксперимент. Применение полиэдрального конуса доминирования в эволюционном алгоритме глобальной многокритериальной оптимизации. Рассмотрим задачу многокритериальной оптимизации вида (6).

Задан векторный показатель эффективности $\mathbf{J}(\mathbf{x}) = [J_1(\mathbf{x}), J_2(\mathbf{x})]^T$ с компонентами:

$$J_1 = 0,2(x_1 - 70)^2 + 0,8(x_2 - 20)^2; J_2 = 0,2(x_1 - 10)^2 + 0,8(x_2 - 70)^2,$$

которые требуется минимизировать.

На вектор управляющих параметров наложены ограничения:

$$\mathbf{Q} = \{ \mathbf{x} \in \mathbf{E}^2 \mid 0 \leq x_1 \leq 79; 0 \leq x_2 \leq 79 \}.$$

Требуется построить дискретную аппроксимацию множества Ω -оптимальных решений $\hat{\mathbf{J}}^\Omega(\mathbf{Q}) = \mathbf{J}(\hat{\mathbf{Q}}_\Omega)$, где полиэдральный конус доминирования Ω задан в форме интервалов неопределенности весовых коэффициентов компонентов векторного показателя вида (7).

Для построения множества $\hat{\mathbf{J}}^\Omega(\mathbf{Q})$ применяем эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации относительно полиэдрального конуса доминирования [7]. Задачу решаем для двух следующих вариантов определения конуса доминирования.

Вариант 1. Конус доминирования Ω задан в виде интервалов неопределенности весовых коэффициентов компонентов векторного показателя:

$$\mathbf{M}_1 = \{ \boldsymbol{\mu} \in \mathbf{E}^2 \mid 0 \leq \mu_1 \leq 1, 0 \leq \mu_2 \leq 1 \}.$$

Указанным интервалам неопределенности соответствует полиэдральный конус доминирования Ω_1 с матрицей $\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Дискретная аппроксимация множества Ω_1 -оптимальных решений совпадает с множеством Парето: $\hat{J}^{\Omega_1}(\mathbf{Q}) = \hat{J}^P(\mathbf{Q})$.

Вариант 2. Конус доминирования задан в виде интервалов неопределенности весовых коэффициентов компонентов векторного показателя:

$$M_2 = \{ \boldsymbol{\mu} \in \mathbb{E}^2 \mid 0,3 \leq \mu_1 \leq 0,7; 0,3 \leq \mu_2 \leq 0,7 \}.$$

Указанным интервалам неопределенности соответствует полиэдральный конус доминирования Ω_2 с матрицей $\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,3 & 0,7 \end{bmatrix}$. В данной задаче для полиэдральных конусов доминирования выполняется включение: $\Omega_1 \subset \Omega_2$. Поэтому на основании теоремы 1 множество Ω_2 -оптимальных решений является подмножеством множества Парето: $\hat{J}^{\Omega_2}(\mathbf{Q}) \subset \hat{J}^{\Omega_1}(\mathbf{Q}) = \hat{J}^P(\mathbf{Q})$. Указанное свойство подтверждено результатами решения задачи для вариантов 1, 2 (рис. 1).

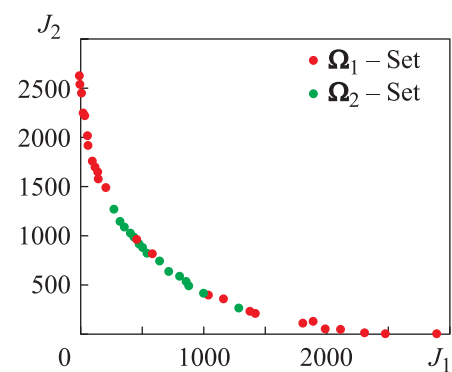


Рис. 1. Дискретная аппроксимация множеств Ω_1 - и Ω_2 -оптимальных решений

даче для полиэдральных конусов доминирования выполняется включение: $\Omega_1 \subset \Omega_2$. Поэтому на основании теоремы 1 множество Ω_2 -оптимальных решений является подмножеством множества Парето: $\hat{J}^{\Omega_2}(\mathbf{Q}) \subset \hat{J}^{\Omega_1}(\mathbf{Q}) = \hat{J}^P(\mathbf{Q})$. Указанное свойство подтверждено результатами решения задачи для вариантов 1, 2 (рис. 1).

Замечание. Использование интервалов неопределенности весовых коэффициентов компонентов векторного

показателя дает возможность уменьшить неопределенность множества Парето и выделить на нем подмножество решений, имеющих более высокую степень сбалансированности по различным компонентам векторного показателя. Этот результат достигается путем отсека заведомо несбалансированных решений, расположенных на краях множества Парето, которые часто бывают по своим свойствам близки к решениям, оптимальным по Слейтеру.

Многокритериальная оптимизация программного закона управления биотехнологическим процессом. В качестве динамической системы рассмотрим биотехнологический процесс (БТП), происходящий в биореакторе. Биореактор представляет собой емкость с размножающимися микроорганизмами, раствором солей и простых органических соединений, в которую непрерывно поступает стерильная питательная среда, а часть содержимого,

в том числе живые организмы, постоянно удаляется. Предполагается, что математическая модель БТП задана в виде системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, характеризующих динамику развития двухвозрастной популяции бактерий в безразмерной форме

$$\dot{x}_1 = \frac{-\alpha x_3 \mu_m x_1}{K_m + x_1} + u_1 - u_3(x_1 + u_1); \quad (25)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{-\alpha x_4 \mu_m x_2}{K_m + x_2} + u_2 - u_3(x_2 + u_2); \quad (26)$$

$$\dot{x}_3 = q \frac{K_m + x_2}{T_2^{\min} x_2 + T_2^{\max} K_m} x_2 - \frac{K_m + x_1}{T_1^{\min} x_1 + T_1^{\max} K_m} x_3 - u_3 x_3; \quad (27)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{K_m + x_1}{T_1^{\min} x_1 + T_1^{\max} K_m} x_3 - \frac{K_m + x_2}{T_2^{\min} x_2 + T_2^{\max} K_m} x_4 - u_3 x_4; \quad (28)$$

$$y_1 = x_3; \quad y_2 = x_4; \quad (29)$$

$$\mathbf{x}^0 = \mathbf{x}(t_0). \quad (30)$$

В рассматриваемой модели БТП уравнения (25)–(28) описывают динамику развития двухвозрастной популяции бактерий в безразмерной форме; (29) — уравнения измеряемого выхода; (30) — начальные условия. Используем следующие обозначения: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ — вектор состояния системы; x_1, x_2 — относительные концентрации субстрата, обеспечивающего рост молодых и деление старых клеток; x_3, x_4 — относительные концентрации молодых и старых клеток; $\mathbf{y} = [y_1, y_2]^T$ — вектор измеряемого выхода системы; $\mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3]^T \in \mathbf{U}$ — вектор управления; u_1, u_2 — относительные скорости поступления питательного субстрата в культиватор, обеспечивающего рост молодых и деление старых клеток; u_3 — относительная скорость протока в культиваторе; \mathbf{U} — ограниченное замкнутое множество вида

$$\mathbf{U} = \left\{ \mathbf{u}(\cdot) \mid 0 \leq u_i(t) \leq 1, \quad i = \overline{1, 3}, \quad t \in [t_0; T] \right\}; \quad (31)$$

α — количественные потребности микроорганизма в пище; T_1^{\max}, T_1^{\min} — максимальный и минимальный промежуток времени (без подпитки субстратами и с максимальной подпиткой субстратом), необходимый молодой клетке для изменения своих свойств и перехода в фазу развития старой клетки; T_2^{\max}, T_2^{\min} — максимальный и минимальный промежуток време-

ни (без подпитки субстратами и с максимальной подпиткой субстратом), необходимый старой клетке для начала процесса деления; q — число потомков после деления одной клетки (оно является генетически наследуемым и не зависит от условий культивирования); μ_m — максимальная скорость поглощения субстрата микроорганизмами; K_m — значение функции насыщения, эквивалентно константе Михаэлиса — Ментен, численно равной концентрации субстрата, при которой скорость роста культуры равна половине максимальной скорости. Далее обозначение $\mathbf{u}(\cdot)$ будет означать функцию \mathbf{u} , рассматриваемую целиком на интервале $[t_0, T]$, как элемент функционального пространства, а $\mathbf{u}(t)$ — значение \mathbf{u} в момент времени t .

Эффективность управления системой (25)–(30) оцениваем векторным показателем $\mathbf{J}(\mathbf{u}(\cdot)) = [J_1(\cdot), J_2(\cdot)]^T$, компоненты которого являются дифференцируемыми по Фреше функционалами:

$$J_1(\mathbf{u}(\cdot)) = \int_{t_0}^T (y_1(\mathbf{u}(t)) - y_1^e(t))^2 dt; \quad (32)$$

$$J_2(\mathbf{u}(\cdot)) = \int_{t_0}^T (y_2(\mathbf{u}(t)) - y_2^e(t))^2 dt. \quad (33)$$

В (32), (33) функции $y_1^e(t) = x_3^e(t)$, $y_2^e(t) = x_4^e(t)$ характеризуют заданный режим БТП.

Требуется определить программное управление $\mathbf{u}^*(\cdot) \in \mathbf{U}$ системой (25)–(30) при ограничениях на вектор управления (31), минимизирующее значения компонентов векторного функционала (32), (33).

Параметры модели. Вычислительный эксперимент проводился при следующих значениях параметров модели (30)–(38): $T_1^{\max} = 2$, $T_1^{\min} = 1$, $T_2^{\max} = 3$, $T_2^{\min} = 1$, $q = 2$, $K_m = 0,0495$, $\mu_m = 0,5$, $x_{e3}(t) = 0,9$, $x_{e4}(t) = 0,7$, $\mathbf{x}^0 = [0,5; 0,5; 1; 0]$; интервал моделирования $t_0 = 0$; $T = 9$.

Для решения задачи (25)–(33) использовался гибридный эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации на основе трансмерной (n / ∞) -модели, где $n = r_{\mathbf{q}}$.

Глобальный эволюционный многокритериальный поиск. Проводим параметризацию векторного закона программного управления $\mathbf{u}(t)$ в виде $\mathbf{u}(\mathbf{q}, t)$ при $r_{\mathbf{u}} = 3$, $r = 3$, $r_{\mathbf{q}} = (r + 1)r_{\mathbf{u}} = 12$. Для этого на интервале $[t_0, T]$ строим сетку $\{t_j, j = \overline{0, r}\} = \{t_0 = 0, t_1 = 3, t_2 = 6, t_3 = T = 9\}$. Параметризованный закон программного управления представляем

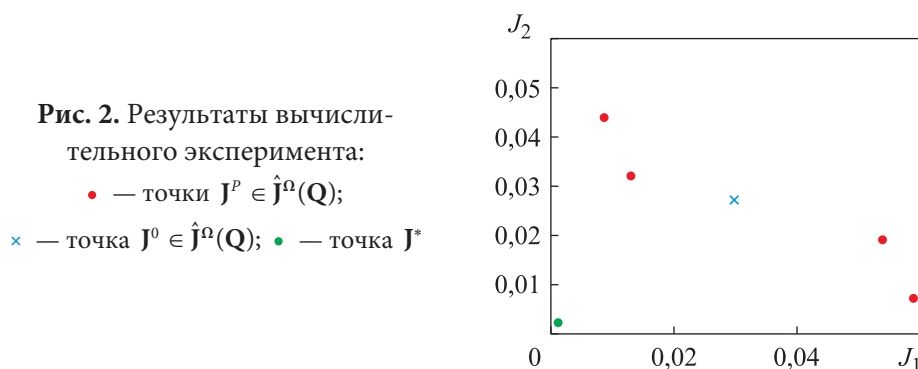
в виде естественных кубических сплайнов: $u_i(\mathbf{q}_i, t) = S_i(\mathbf{q}_i, t)$, $i = \overline{1, 3}$, для которых в узловых точках выполняются условия:

$$S_i(\mathbf{q}_i, t_j) = q_{ij}, \quad j = \overline{0, 3}. \quad (34)$$

Таким образом, вектор управляющих параметров представляем в виде $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1^T, \mathbf{q}_2^T, \mathbf{q}_3^T]^T$, где $\mathbf{q}_i = [q_{i0}, q_{i1}, q_{i2}, q_{i3}]^T$, $i = \overline{1, 3}$.

Далее решаем задачу конечномерной многокритериальной оптимизации.

Результаты применения эволюционного алгоритма многокритериальной оптимизации относительно полиэдрального конуса доминирования приведены на рис. 2: множество точек $\hat{\mathbf{J}}^\Omega(\mathbf{Q}) = \{\mathbf{J}^P\} \cup \mathbf{J}^0$ является дис-



кретной аппроксимацией множества Ω -оптимальных решений задачи (25)–(33). Полиэдральный конус доминирования Ω задан в виде функции интервалов неопределенности весовых коэффициентов компонентов векторного показателя эффективности. Интервал неопределенности вектора весовых коэффициентов задаем как множество

$$M = \{ \boldsymbol{\mu} \in \mathbf{E}^2 \mid 0,2 \leq \mu_1 \leq 0,8; 0,2 \leq \mu_2 \leq 0,8 \}.$$

Матрица конуса доминирования имеет вид

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,2 & 0,8 \end{bmatrix}.$$

Координаты точек множества $\hat{\mathbf{J}}^\Omega(\mathbf{Q})$ в критериальном пространстве приведены в табл. 1. На основе критерия Гермейера точку № 3 выбираем в качестве начального приближения \mathbf{J}^0 для реализации этапа локального многокритериального поиска. Как следует из данных табл. 1, решение

$\mathbf{J}^0 = [0,0300; 0,0272]^T$ характеризуется наиболее сбалансированными значениями компонентов векторного показателя эффективности.

Таблица 1

Множество $\hat{\mathbf{J}}^\Omega(\mathbf{Q})$

Номер точки	J_1	J_2
1	0,009	0,044
2	0,013	0,032
3	0,030	0,027
4	0,054	0,019
5	0,059	0,007

Точке $\mathbf{J}^0 = [0,030; 0,027]$ соответствует программное управление $\mathbf{u}^0(t) = \mathbf{u}(\mathbf{q}^0, t)$, где $\mathbf{q}^0 = [\mathbf{q}_1^{0T}, \mathbf{q}_2^{0T}, \mathbf{q}_3^{0T}]^T = [0,567 \ 0,638 \ 0,947 \ 0,718; 0,311 \ 0,426 \ 0,691 \ 0,311; 0,000 \ 0,309 \ 0,385 \ 0,370]^T$ — вектор управляющих параметров.

Компоненты подвектора \mathbf{q}_i^0 являются узловыми точками естественного кубического сплайна $S_i(\mathbf{q}_i^0, t)$, $i = \overline{1, 3}$. Графики компонентов закона управления $\mathbf{u}^0(t) = \{u_i(\mathbf{q}_i^0, t) = S_i(\mathbf{q}_i^0, t), i = \overline{1, 3}\}$ приведены на рис. 3. Соответствующая траектория $\mathbf{y}^0(t) = \mathbf{y}(\mathbf{u}^0(t))$ приведена на рис. 4.

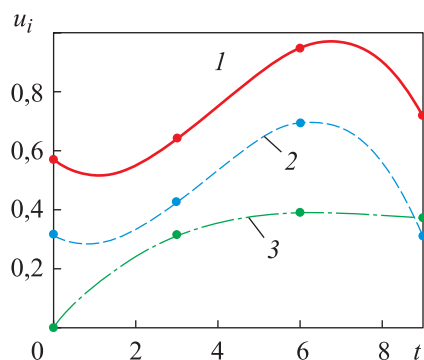


Рис. 3. Программный закон управления БТП $\mathbf{u}^0(t)$:
1–3 — u_1 – u_3 соответственно

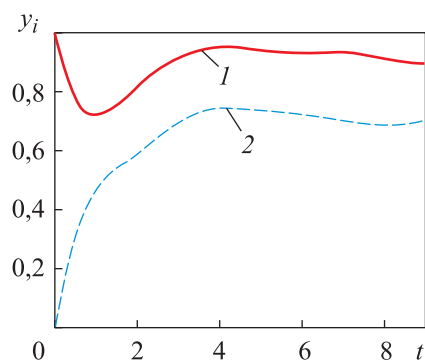


Рис. 4. Траектория БТП $\mathbf{y}(\mathbf{u}^0(t))$:
1, 2 — y_1, y_2

Локальный эволюционный многокритериальный поиск. Уточняющий поиск оптимального закона программного управления проводим с помощью эволюционного многокритериального алгоритма возможных направ-

лений, в котором степень аппроксимирующего функционала ограниченный (12) $p = 3$. В результате получен оптимальный закон управления $\mathbf{u}^*(\cdot)$ (рис. 5). Соответствующая оптимальная программная траектория $\mathbf{y}^*(\mathbf{u}^*(\cdot))$ приведена на рис. 6, оптимальное значение показателя эффективности $\mathbf{J}(\mathbf{u}^*(\cdot)) = [0,001; 0,002]^T$ — см. рис. 4.

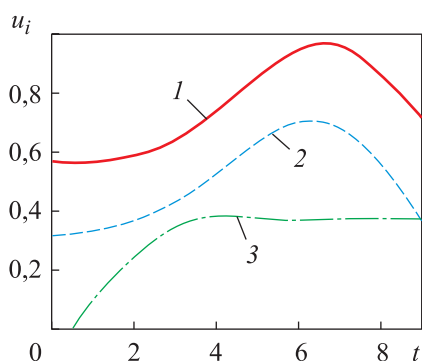


Рис. 5. Оптимальный закон управления БТП $\mathbf{u}^*(\cdot)$; 1–3 — u_1 – u_3 соответственно

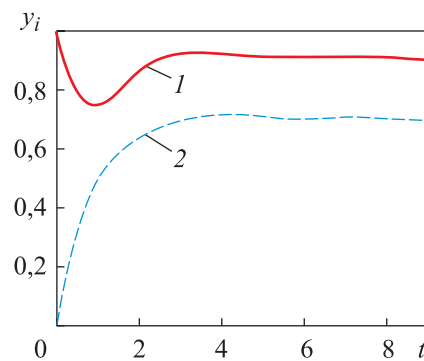


Рис. 6. Оптимальная траектория БТП $\mathbf{y}^*(\mathbf{u}^*(\cdot))$; 1, 2 — y_1, y_2

Сравнительный анализ трансмерных (p / ∞) - и (p / s) -моделей поиска. Проведены вычислительные эксперименты с различными трансмерными (p / s) -моделями поиска, в которых p и s — размерность пространства глобального и локального поисков. При этом на этапе локального поиска применялся алгоритм многокритериальной оптимизации относительно полиэдрального конуса доминирования [7], относящийся к классу методов возможных направлений и представляющий собой обобщение известного алгоритма Топкиса — Вейнотта [27]. Результаты вычислительных экспериментов приведены в табл. 2, а также в виде графиков на рис. 7.

Таблица 2

Результаты вычислительных экспериментов с трансмерными (p / s) -моделями поиска

Номер точки	p	s	J_1^*	J_2^*
1	12	12	0,027	0,021
2	12	21	0,025	0,019
3	12	39	0,016	0,010
4	12	75	0,011	0,007
5	12	147	0,010	0,008

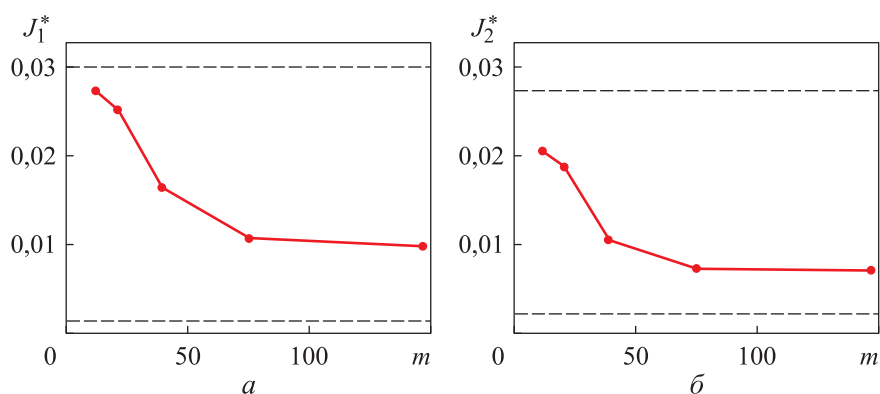


Рис. 7. Сравнительный анализ трансмерных (p/s) -моделей поиска по значению критериев J_1^* (а) и J_2^* (б)

Штриховые прямые вверху рис. 7 соответствуют значениям компонентов вектора начального приближения \mathbf{J}^0 : $J_1^0 = 0,030$; $J_2^0 = 0,027$, а внизу — значениям компонентов вектора оптимальных значений \mathbf{J}^* : $J_1^* = 0,001$; $J_2^* = 0,002$, найденного с помощью трансмерной (p/∞) -модели поиска.

Результаты анализа вычислительного эксперимента приводят к следующему основному выводу. Если исходная постановка задачи многокритериальной оптимизации управления является бесконечномерной, то использование трансмерной (p/∞) -модели поиска, реализующей поиск оптимального закона управления $\mathbf{u}^*(\cdot)$ в пространстве $\mathbf{L}_2^{(r_u)}[t_0, T]$, обеспечивает более высокую эффективность оптимального закона программного управления $\mathbf{u}^*(\cdot)$ по сравнению с трансмерными (p/s) -моделями поиска.

Заключение. Основным результатом является разработка трансмерного гибридного эволюционного алгоритма многокритериальной оптимизации управления динамическими системами. Предложенная трансмерная (p/∞) -модель поиска основана на совместном использовании конечномерной модели глобальной многокритериальной оптимизации параметров закона управления $\mathbf{u}(\mathbf{q}, (\cdot)) \in \mathbf{E}^q$ и бесконечномерной модели локальной многокритериальной оптимизации закона управления $\mathbf{u}(\cdot) \in \mathbf{L}_2^{(r_u)}[t_0, T]$.

Конечномерная модель глобальной многокритериальной оптимизации реализована с помощью эволюционного алгоритма многокритериальной оптимизации относительно полиэдрального конуса доминирования и алгоритма вычисления полиэдрального конуса доминирования. Показано,

что представление полиэдрального конуса доминирования в виде функции интервалов неопределенности весовых коэффициентов компонентов векторного показателя эффективности позволяет уменьшить неопределенность выбора на множестве решений, оптимальных по Парето. Полученное подмножество решений имеет более высокую степень сбалансированности по различным компонентам векторного показателя эффективности системы. Это свойство достигается за счет отсека решения, расположенных на краях множества Парето, которые часто по своим свойствам бывают близки к решениям, оптимальным по Слейтеру, и априори не удовлетворяют техническим требованиям.

Разработан многокритериальный эволюционный алгоритм возможных направлений для решения задачи локальной многокритериальной оптимизации законов программного управления динамическими системами. Сформулированы необходимые условия слабой эффективности допустимого решения в задаче выбора возможного направления спуска. Предложенный алгоритм представляет собой обобщение метода возможных направлений Зойтендейка [27] на класс задач бесконечномерной многокритериальной оптимизации.

Разработанный трансмерный гибридный эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации управления реализует SPPH-модель. При этом представленная модель допускает достаточно простое масштабирование и преобразование ее в SHLEN-модель глобального поиска.

Проведен сравнительный анализ эффективности гибридных трансмерных (p/s) - и (p/∞) -моделей эволюционного поиска на примере решения задачи многокритериального синтеза оптимального закона программного управления БТП. Показано, что использование трансмерной (p/∞) -модели поиска, реализующей поиск оптимального закона управления $\mathbf{u}^*(\cdot)$ в пространстве $L_2^{(u)}[t_0, T]$, обеспечивает более высокую эффективность оптимального закона программного управления $\mathbf{u}^*(\cdot)$ по сравнению с конечномерными трансмерными (p/s) -моделями поиска.

Общий вывод заключается в том, что трансмерная (p/∞) -гибридизация эволюционных алгоритмов многокритериальной оптимизации управления алгоритмов дает синергетический эффект. Этот эффект выражается в существенном повышении точности решения задачи многокритериальной оптимизации управления по сравнению с известными гибридными МЭА оптимизации управления за счет разрешения противоречия между конечномерной моделью глобального поиска и бесконечномерной исходной постановкой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Rozenberg G. Handbook of natural computing. Berlin, Heidelberg, Springer, 2012.
- [2] Panigrahi B.K., Shi Y., Lim M.H. Handbook of swarm intelligence. Berlin, Heidelberg, Springer, 2011.
- [3] Simon D. Evolutionary optimization algorithms. New York, John Wiley & Sons, 2013.
- [4] Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014.
- [5] Talbi E.G. Metaheuristics. From design to implementation. Hoboken, John Wiley & Sons, 2009.
- [6] Yang X.S. Metaheuristic optimization: algorithm analysis and open problems. In: *SEA2011*. Berlin, Springer Verlag, 2011, pp. 21–32.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-20662-7_2
- [7] Обносов Б.В., Воронов Е.М., Микрин Е.А. и др. Стабилизация, наведение, групповое управление и системное моделирование беспилотных летательных аппаратов. Современные подходы и методы. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018.
- [8] Kim E.J., Perez R.E. Neuroevolutionary control for autonomous soaring. *Aerospace*, 2021, vol. 8, no. 9, art. 267. DOI: <https://doi.org/10.3390/aerospace8090267>
- [9] Salichon M., Tumer K. A neuro-evolutionary approach to micro aerial vehicle control. *Proc. 12th GECCO'10*, 2010, pp. 1123–1130.
DOI: <https://doi.org/10.1145/1830483.1830692>
- [10] Li F., Tan Y., Wang Y., et al. Mobile robots path planning based on evolutionary artificial potential fields approach. *Proc. ICCSEE*, 2013, pp. 1314–1317.
DOI: <https://doi.org/10.2991/iccsee.2013.329>
- [11] Романов А.М. Обзор аппаратно-программного обеспечения систем управления роботов различного масштаба и назначения. Часть 3. Экстремальная робототехника. *Российский технологический журнал*, 2020, т. 8, № 3, с. 14–32.
DOI: <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-3-14-32>
- [12] Dirita V. Control system design applications with hybrid genetic algorithms. Hobart, University of Tasmania, 2002.
- [13] Lopez Cruz I.L., Van Willigenburg L.G., Van Straten G. Evolutionary algorithms for optimal control of chemical processes. *Proc. IASTED Int. Conf. on Control Applications*, 2000, pp. 155–161.
- [14] Serov V.A., Voronov E.M., Kozlov D.A. A neuro-evolutionary synthesis of coordinated stable-effective compromises in hierarchical systems under conflict and uncertainty. *Proc. Comput. Sc.*, 2021, vol. 186, pp. 257–268.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.04.145>
- [15] Serov V.A., Voronov E.M., Kozlov D.A. Hierarchical neuro-game model of the FANET based remote monitoring system resources balancing. In: *Smart electromechanical systems*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2020, pp. 117–130.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-32710-1_9

- [16] Wang X. Hybrid nature-inspired computation method for optimization. Helsinki, Helsinki University of Technology, 2009.
- [17] El-Abd M., Kamel M. A taxonomy of cooperative search algorithm. In: *Hybrid metaheuristics*. Berlin, Springer Verlag, 2005, pp. 32–41.
DOI: https://doi.org/10.1007/11546245_4
- [18] Raidl G.R. A unified view on hybrid metaheuristics. In: *Hybrid metaheuristics*. Berlin, Springer Verlag, 2006, pp. 1–12. DOI: https://doi.org/10.1007/11890584_1
- [19] Molina D., Lozano M., Herrera F. Memetic algorithm with local search chaining for continuous optimization problems: a scalability test. *Proc. Int. Conf. on Intelligent Systems Design and Applications*, 2009, pp. 1068–1073.
DOI: <https://doi.org/10.1109/ISDA.2009.143>
- [20] Neri F., Cotta C. Memetic algorithms and memetic computing optimization: a literature review. *Swarm Evol. Comput.*, 2012, vol. 2, pp. 1–14.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2011.11.003>
- [21] Bambha N.K., Bhattacharyya S.S., Teich J., et al. Systematic integration of parameterized local search into evolutionary algorithms. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2004, vol. 8, no. 2, pp. 137–155. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2004.823471>
- [22] Hu X., Zhang J., Li Y. Orthogonal methods based ant colony search for solving continuous optimization problems. *J. Comput. Sc. Technol.*, 2008, vol. 23, no. 1, pp. 2–18.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s11390-008-9111-5>
- [23] Zhang J., Chen W., Tan X. An orthogonal search embedded ant colony optimization approach to continuous function optimization. In: *ANTS 2006*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2006, pp. 372–379. DOI: https://doi.org/10.1007/11839088_35
- [24] Dreoj J., Siarry P. Continuous interacting ant colony algorithm based on dense heterarchy. *Future Gener. Comput. Syst.*, 2004, vol. 20, no. 5, pp. 841–856.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.future.2003.07.015>
- [25] Yu P.L., Zeleny M. Cone convexity, cone extreme points and nondominated solutions in decision problems with multiobjectives. *J. Optim. Theory Appl.*, 1974, vol. 14, no. 3, pp. 319–377. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00932614>
- [26] Демьянов В.Ф. К нахождению оптимального управления в задачах автоматического регулирования. *Вестник ЛГУ*, 1965, т. 13, № 3, с. 26–35.
- [27] Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М., Мир, 1982.
- [28] Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления. М., Наука, 1978.

Серов Владимир Александрович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Прикладные информационные технологии» РТУ МИРЭА (Российская Федерация, 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Воронов Евгений Михайлович — д-р техн. наук, профессор кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Долгачева Евгения Леонидовна — студентка кафедры «Прикладные информационные технологии» РТУ МИРЭА (Российская Федерация, 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Косюк Елизавета Юрьевна — студентка кафедры «Прикладные информационные технологии» РТУ МИРЭА (Российская Федерация, 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Попова Дарья Леонидовна — студентка кафедры «Прикладные информационные технологии» РТУ МИРЭА (Российская Федерация, 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Рогалев Павел Павлович — студент кафедры «Прикладные информационные технологии» РТУ МИРЭА (Российская Федерация, 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Серов В.А., Воронов Е.М., Долгачева Е.Л. и др. Трансмерная гибридизация эволюционных алгоритмов многокритериальной оптимизации управления. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2023, № 3 (144), с. 99–124.

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2023-3-99-124>

TRANS-DIMENSIONAL HYBRIDIZATION OF THE EVOLUTIONARY ALGORITHMS IN THE MULTICRITERIA CONTROL OPTIMIZATION

V.A. Serov¹

E.M. Voronov²

E.L. Dolgacheva¹

E.Yu. Kosyuk¹

D.L. Popova¹

P.P. Rogalev¹

ser_off@inbox.ru

voronov@bmstu.ru

evgeniadolgacheva@yandex.ru

kosyuk.ey@mail.ru

pdl13@yandex.ru

radugapp@mail.ru

¹ RTU MIREA, Moscow, Russian Federation

² Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The paper presents a hybrid evolutionary algorithm for multicriteria synthesis of the optimal control law for a dynamic system based on the trans-dimensional search models. The developed trans-dimensional search model belongs to the class of sequential hybridization models of the preprocessor/processor type

Keywords

Nature-inspired algorithms, hybrid evolutionary algorithm, multicriteria optimization, trans-dimensional search model, polyhedral dominance cone, dynamic system control

and implies the combined use of the evolutionary algorithms of finite-dimensional and infinite-dimensional multi-objective optimization implementing the stages of global approximate and local refinement search for the optimal solutions. A finite-dimensional model of the global multi-criteria optimization is implemented using an evolutionary algorithm of the multi-criteria optimization in regard to the polyhedral dominance cone. Introduction of the uncertainty intervals of the vector indicator components weight coefficients in constructing the dominance polyhedral cone makes it possible to reduce the Pareto set uncertainty by highlighting a subset of solutions in it that are having a higher degree of balancing values for various components of the efficiency vector indicator. Evolutionary algorithm of the infinite-dimensional multi-objective optimization is a generalization of the Zoytendijk's methods of possible directions for the class of infinite-dimensional multi-objective optimization problems and is used at the search stage. The paper provides results of a comparative analysis of various hybrid trans-dimensional models efficiency in the evolutionary search on the example of solving the problem of multicriteria synthesis of the optimal law for a bioreactor program control. Results of the computational experiments show that trans-dimensional hybridization of the evolutionary algorithms for the finite-dimensional and infinite-dimensional multicriteria control optimization provides a synergistic effect. This effect is expressed in significant increase in the accuracy of solving the problem of multicriteria control optimization in comparison with the known hybrid metaheuristic control optimization algorithms making it possible to resolve contradiction between the finite-dimensional global search model and the infinite-dimensional initial problem formulation

Received 15.03.2023

Accepted 27.03.2023

© Author(s), 2023

REFERENCES

- [1] Rozenberg G. Handbook of natural computing. Berlin, Heidelberg, Springer, 2012.
- [2] Panigrahi B.K., Shi Y., Lim M.H. Handbook of swarm intelligence. Berlin, Heidelberg, Springer, 2011.
- [3] Simon D. Evolutionary optimization algorithms. New York, John Wiley & Sons, 2013.
- [4] Karpenko A.P. Sovremennye algoritmy poiskovoy optimizatsii [Modern algorithms for search engine optimization]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014.

- [5] Talbi E.G. *Metaheuristics. From design to implementation*. Hoboken, John Wiley & Sons, 2009.
- [6] Yang X.S. *Metaheuristic optimization: algorithm analysis and open problems*. In: *SEA2011*. Berlin, Springer Verlag, 2011, pp. 21–32.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-20662-7_2
- [7] Obnosov B.V., Voronov E.M., Mikrin E.A., et al. *Stabilizatsiya, navedenie, gruppovoe upravlenie i sistemnoe modelirovanie bespilotnykh letatelnykh apparatov. Sovremennye podkhody i metody [Stabilization, guidance, group control and system modelling of unmanned aerial vehicles. Current approaches and methods]*. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2018.
- [8] Kim E.J., Perez R.E. Neuroevolutionary control for autonomous soaring. *Aerospace*, 2021, vol. 8, no. 9, art. 267. DOI: <https://doi.org/10.3390/aerospace8090267>
- [9] Salichon M., Tumer K. A neuro-evolutionary approach to micro aerial vehicle control. *Proc. 12th GECCO'10*, 2010, pp. 1123–1130.
DOI: <https://doi.org/10.1145/1830483.1830692>
- [10] Li F., Tan Y., Wang Y., et al. Mobile robots path planning based on evolutionary artificial potential fields approach. *Proc. ICCSEE*, 2013, pp. 1314–1317.
DOI: <https://doi.org/10.2991/iccsee.2013.329>
- [11] Romanov A.M. A review on control systems hardware and software for robots of various scale and purpose. Part 3. Extreme robotics. *Russian Technological Journal*, 2020, vol. 8, no. 3, pp. 14–32 (in Russ.).
DOI: <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-3-14-32>
- [12] Dirita V. *Control system design applications with hybrid genetic algorithms*. Hobart, University of Tasmania, 2002.
- [13] Lopez Cruz I.L., Van Willigenburg L.G., Van Straten G. Evolutionary algorithms for optimal control of chemical processes. *Proc. IASTED Int. Conf. on Control Applications*, 2000, pp. 155–161.
- [14] Serov V.A., Voronov E.M., Kozlov D.A. A neuro-evolutionary synthesis of coordinated stable-effective compromises in hierarchical systems under conflict and uncertainty. *Proc. Comput. Sc.*, 2021, vol. 186, pp. 257–268.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.04.145>
- [15] Serov V.A., Voronov E.M., Kozlov D.A. Hierarchical neuro-game model of the FANET based remote monitoring system resources balancing. In: *Smart electromechanical systems*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2020, pp. 117–130.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-32710-1_9
- [16] Wang X. *Hybrid nature-inspired computation method for optimization*. Helsinki, Helsinki University of Technology, 2009.
- [17] El-Abd M., Kamel M. A taxonomy of cooperative search algorithm. In: *Hybrid metaheuristics*. Berlin, Springer Verlag, 2005, pp. 32–41.
DOI: https://doi.org/10.1007/11546245_4

- [18] Raidl G.R. A unified view on hybrid metaheuristics. In: *Hybrid metaheuristics*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2006, pp. 1–12. DOI: https://doi.org/10.1007/11890584_1
- [19] Molina D., Lozano M., Herrera F. Memetic algorithm with local search chaining for continuous optimization problems: a scalability test. *Proc. Int. Conf. on Intelligent Systems Design and Applications*, 2009, pp. 1068–1073. DOI: <https://doi.org/10.1109/ISDA.2009.143>
- [20] Neri F., Cotta C. Memetic algorithms and memetic computing optimization: a literature review. *Swarm Evol. Comput.*, 2012, vol. 2, pp. 1–14. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2011.11.003>
- [21] Bambha N.K., Bhattacharyya S.S., Teich J., et al. Systematic integration of parameterized local search into evolutionary algorithms. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2004, vol. 8, no. 2, pp. 137–155. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2004.823471>
- [22] Hu X., Zhang J., Li Y. Orthogonal methods based ant colony search for solving continuous optimization problems. *J. Comput. Sc. Technol.*, 2008, vol. 23, no. 1, pp. 2–18. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11390-008-9111-5>
- [23] Zhang J., Chen W., Tan X. An orthogonal search embedded ant colony optimization approach to continuous function optimization. In: *ANTS 2006*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2006, pp. 372–379. DOI: https://doi.org/10.1007/11839088_35
- [24] Dreoj J., Siarry P. Continuous interacting ant colony algorithm based on dense heterarchy. *Future Gener. Comput. Syst.*, 2004, vol. 20, no. 5, pp. 841–856. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.future.2003.07.015>
- [25] Yu P.L., Zeleny M. Cone convexity, cone extreme points and nondominated solutions in decision problems with multiobjectives. *J. Optim. Theory Appl.*, 1974, vol. 14, no. 3, pp. 319–377. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00932614>
- [26] Demyanov V.F. Optimal control finding in automatic control problems. *Vestnik LGU*, 1965, vol. 13, no. 3, pp. 26–35 (in Russ.).
- [27] Bazaraa M.S., Shetty C.M. Nonlinear programming. Theory and algorithms. New York, John Wiley & Sons, 1979.
- [28] Fedorenko R.P. Priblizhennoe reshenie zadach optimalnogo upravleniya [Approximate solution of optimal control problems]. Moscow, Nauka Publ., 1978.

Serov V.A. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Applied Information Technologies, RTU MIREA (Vernadskogo prospekt 78, Moscow, 119454 Russian Federation).

Voronov E.M. — Dr. Sc (Eng.), Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskay ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Dolgacheva E.L. — Student, Department of Applied Information Technologies, RTU MIREA (Vernadskogo prospekt 78, Moscow, 119454 Russian Federation).

Kosyuk E.Yu. — Student, Department of Applied Information Technologies, RTU MIREA (Vernadskogo prospekt 78, Moscow, 119454 Russian Federation).

Popova D.L. — Student, Department of Applied Information Technologies, RTU MIREA (Vernadskogo prospekt 78, Moscow, 119454 Russian Federation).

Rogalev P.P. — Student, Department of Applied Information Technologies, RTU MIREA (Vernadskogo prospekt 78, Moscow, 119454 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Serov V.A., Voronov E.M., Dolgacheva E.L., et al. Trans-dimensional hybridization of the evolutionary algorithms in the multicriteria control optimization. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2023, no. 3 (144), pp. 99–124 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2023-3-99-124>