

АЛГОРИТМ ФИЛЬТРАЦИИ КООРДИНАТ РЕТРАНСЛЯТОРА СИГНАЛОВ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ С МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫМ ПИЛОТ-СИГНАЛОМ

А.В. Пельтин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва
e-mail: peltosha@mail.ru

Рассмотрен синтез одноэтапного алгоритма фильтрации параметров траектории (координат и вектора скорости) ретранслятора сигналов ГНСС с мультипликативным пилот-сигналом. Методом имитационного моделирования проведен анализ характеристик синтезированного алгоритма и сравнение с известными алгоритмами комплексной обработки прямых и ретранслированных сигналов ГНСС.

Ключевые слова: спутниковые радионавигационные системы; широкополосный аналоговый ретранслятор, оптимальная фильтрация, одноэтапный алгоритм.

ALGORITHM FOR FILTERING COORDINATES OF RETRANSMITTER OF SIGNALS FROM SATELLITE RADIO NAVIGATIONAL SYSTEMS WITH MULTIPLICATIVE PILOT-SIGNAL

A.V. Pel'tin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow
e-mail: peltosha@mail.ru

The synthesis of a single-stage algorithm for filtering the trajectory parameters (coordinates and velocity vector) of the retransmitter of signals from global navigational satellite systems with multiplicative pilot signal is considered. Characteristics of the synthesized algorithm are analyzed and compared with the parameters of the known algorithms for complex processing of the downlink signal and the retransmitted signal of the global navigational satellite systems.

Keywords: radionavigation satellite systems, wide-band analog retransmitter, optimal filtering, single-stage algorithm.

В работах [1, 2] подробно рассматривалась задача синтеза алгоритмов фильтрации координат и скорости ретранслятора (Р) сигналов ГНСС с аддитивным пилот-сигналом (ПС). В упомянутых работах также был проведен анализ характеристик этих алгоритмов и сравнение с альтернативным методом определения параметров траектории подвижных объектов на основе бортовой навигационной аппаратуры потребителей (НАП).

В работе [3] был рассмотрен ретранслятор сигналов ГНСС с мультипликативным ПС (МПС). Отмечен ряд практических преимуществ такого ретранслятора по сравнению с ретранслятором с аддитивным ПС (АПС) в задачах траекторных измерений и при организации локальных дифференциальных подсистем на базе стационарных ретрансляторов: максимальная унификация (с точки зрения аппаратной

части) сигналов ретранслятора с МПС с существующими и разрабатываемыми образцами НАП. Был проведен анализ характеристик сигналов ретранслятора с МПС.

Целью настоящей работы является синтез и анализ характеристик одноэтапного алгоритма фильтрации координат и скорости ретранслятора сигналов ГНСС с МПС с комплексной обработкой прямых и переизлученных сигналов НКА, а также сравнение его характеристик с алгоритмом обработки сигналов ретранслятора с АПС [1, 2].

Синтез алгоритма. Основное отличие синтеза алгоритма обработки сигналов ретранслятора с МПС от алгоритмов для обработки сигналов ретранслятора с АПС [1, 2] заключается в виде сигнальной функции для переизлученных сигналов НКА ГНСС.

Ретранслированный сигнал i -го НКА в момент приема на входе антенны аппаратуры приема ретранслированных сигналов (АПРС) в системной шкале времени запишем как

$$\tilde{S}_{\Sigma i}(t_3) = A_{\Sigma i} G_{\text{дк}i}(t_3 - \tau_{\Sigma i}(t_3)) G_{\text{н}i}(t_3 - \tau_{\Sigma i}(t_3)) G_{\text{П}C}(t_3 - \tau_p(t_3)) \times \\ \times \cos(\Phi_{\Sigma i}(t_3 - \tau_p(t_3))), \quad (1)$$

где $G_{\text{П}C}(t)$ — кодовая последовательность МПС ретранслятора; $\tau_{\Sigma i}$ — задержка сигнала НКА на трассе НКА–Р–АПРС; τ_p — задержка МПС на трассе Р–АПРС.

Синтез одноэтапного алгоритма фильтрации координат и вектора скорости ретранслятора с МПС будем проводить методами теории оптимальной фильтрации с использованием методики локальной гауссовой аппроксимации. Известно, что в этом случае алгоритм описывается уравнениями расширенного фильтра Калмана [4]:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{D}_{\mathbf{x},k} \left(\frac{\partial \nu(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \left(\frac{\partial \ln(\bar{p}(\mathbf{Y}_k^{k,M} | \mathbf{x}_k))}{\partial \nu} \right) \Bigg|_{\mathbf{x}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k} = \\ = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{D}_{\mathbf{x},k} \mathbf{C}^T \mathbf{u}_{\text{д}v,k}; \\ \tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \quad \tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{x},k} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{D}_{\mathbf{x},k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{G} \mathbf{R}_{\xi \mathbf{x}} \mathbf{G}^T; \\ \mathbf{D}_{\mathbf{x},k}^{-1} = \tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{x},k}^{-1} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\frac{\partial \ln(\bar{p}(\mathbf{Y}_k^{k,M} | \mathbf{x}_k))}{\partial \mathbf{x}} \right) \Bigg|_{\mathbf{x}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k}. \quad (2)$$

Синтез одноэтапного алгоритма в целом аналогичен синтезу алгоритмов, рассмотренных в работах [1, 2]. Так же, как и в работах [1, 2] задачу синтеза можно разделить на две: синтез векторного дискриминатора и синтез сглаживающего фильтра.

Рассмотрим более подробно синтез дискриминаторов радионавигационных параметров (РНП) сигнала вида (1). Очевидно, что при обработке одиночного сигнала (1) необходимо оценивать два независимых параметра — $\tilde{\tau}_{\Sigma i}$ и $\tilde{\tau}_p$.

Найдем выражение для дискриминатора задержки огибающей ретранслированного сигнала i -го НКА. Зададим вектор λ следующего вида:

$$\lambda = \left[\tilde{\tau}_{\Sigma i} \quad \tilde{\tau}_p \right]^T. \quad (3)$$

Тогда дискриминатор по вектору λ в общем случае можно записать так [5]

$$u_k(\tilde{\lambda}_k) = \left[\frac{\partial \ln(p(\mathbf{Y}|\lambda))}{\partial \tilde{\tau}_{\Sigma i}} \Big|_{\lambda=\tilde{\lambda}_k} \quad \frac{\partial \ln(p(\mathbf{Y}|\lambda))}{\partial \tilde{\tau}_p} \Big|_{\lambda=\tilde{\lambda}_k} \right]^T =$$

$$= \left[\begin{aligned} & \text{th} \left(\frac{A_{\Sigma i}}{\sigma_n^2} \sum_{l=1}^M y(t_{k-1,l}) G_{\text{дк}i}(t_{k-1,l} - \tilde{\tau}_{\Sigma i}) G_{\text{пс}}(t_{k-1,l} - \tilde{\tau}_p \cos \tilde{\Phi}_{\Sigma i,k}) \right) \times \\ & \times \frac{A_{\Sigma i}}{\sigma_n^2} \sum_{l=1}^M y(t_{k-1,l}) \frac{\partial G_{\text{дк}i}(t_{k-1,l} - \tilde{\tau}_{\Sigma i})}{\partial \tilde{\tau}_{\Sigma i}} G_{\text{пс}}(t_{k-1,l} - \tilde{\tau}_p) \cos \tilde{\Phi}_{\Sigma i,k} \\ & \text{th} \left(\frac{A_{\Sigma i}}{\sigma_n^2} \sum_{l=1}^M y(t_{k-1,l}) G_{\text{дк}i}(t_{k-1,l} - \tilde{\tau}_{\Sigma i}) G_{\text{пс}}(t_{k-1,l} - \tilde{\tau}_p \cos \tilde{\Phi}_{\Sigma i,k}) \right) \times \\ & \times \frac{A_{\Sigma i}}{\sigma_n^2} \sum_{l=1}^M y(t_{k-1,l}) G_{\text{дк}i}(t_{k-1,l} - \tilde{\tau}_{\Sigma i}) \frac{\partial G_{\text{дк}i}(t_{k-1,l} - \tilde{\tau}_{\Sigma i})}{\partial \tilde{\tau}_{\Sigma i}} \cos \tilde{\Phi}_{\Sigma i,k} \end{aligned} \right]^T. \quad (4)$$

Используя аппроксимацию производной конечной разностью [5], запишем входящие в (4) производные как

$$\frac{\partial G_{\text{дк}i}(t - \tilde{\tau}_{\Sigma i})}{\partial \tilde{\tau}_{\Sigma i}} \approx \frac{G_{\text{дк}i}(t - (\tilde{\tau}_{\Sigma i} + \Delta\tau_{\Sigma i}/2)) - G_{\text{дк}i}(t - (\tilde{\tau}_{\Sigma i} - \Delta\tau_{\Sigma i}/2))}{\Delta\tau_{\Sigma i}};$$

$$\frac{\partial G_{\text{пс}i}(t - \tilde{\tau}_p)}{\partial \tilde{\tau}_p} \approx \frac{G_{\text{пс}i}(t - (\tilde{\tau}_p + \Delta\tau_p/2)) - G_{\text{пс}i}(t - (\tilde{\tau}_p - \Delta\tau_p/2))}{\Delta\tau_p}.$$

(5)

С учетом (5) векторный дискриминатор задержки огибающей пейрзлученного сигнала i -го НКА можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_k(\tilde{\lambda}_k) &= \left[u_{\tau, \Sigma i}(\tilde{\lambda}_k) \quad u_{\tau, p}(\tilde{\lambda}_k) \right]^T = \\ &= \left[\text{tg}(I_{PP}(\tilde{\lambda}_k)) \cdot (I_{EP}(\tilde{\lambda}_k) - I_{LP}(\tilde{\lambda}_k)) \quad \text{tg}(I_{PP}(\tilde{\lambda}_k)) \cdot (I_{PE}(\tilde{\lambda}_k) - I_{PL}(\tilde{\lambda}_k)) \right]^T, \end{aligned} \quad (6)$$

где обозначено

$$\begin{aligned} I_{PP}(\tilde{\lambda}_k) &= \frac{A_{\Sigma i}}{\sigma_n^2} \sum_{l=1}^M y(t_{k-1, l}) G_{\text{дк}i}(t_{k-1, l} - \tilde{\tau}_{\Sigma i}) G_{\text{пс}}(t_{k-1, l} - \tilde{\tau}_p) \cos \tilde{\Phi}_{\Sigma i, k}; \\ I_{EP(LP)}(\tilde{\lambda}_k) &= \\ &= \frac{A_{\Sigma i}}{\sigma_n^2} \sum_{l=1}^M y(t_{k-1, l}) G_{\text{дк}i}(t_{k-1, l} - (\tilde{\tau}_{\Sigma i} \pm \Delta\tau_{\Sigma i}/2)) G_{\text{пс}}(t_{k-1, l} - \tilde{\tau}_{p, k}) \cos \tilde{\Phi}_{\Sigma i, k}; \\ I_{PE(PL)}(\tilde{\lambda}_k) &= \\ &= \frac{A_{\Sigma i}}{\sigma_n^2} \sum_{l=1}^M y(t_{k-1, l}) G_{\text{дк}i}(t_{k-1, l} - \tilde{\tau}_{\Sigma i}) G_{\text{пс}}(t_{k-1, l} - (\tilde{\tau}_{p, k} \pm \Delta\tau_p/2)) \cos \tilde{\Phi}_{\Sigma i, k}. \end{aligned}$$

Сигналы $I_{PP}(\tilde{\lambda}_k)$, $I_{EP}(\tilde{\lambda}_k)$, $I_{LP}(\tilde{\lambda}_k)$, $I_{PE}(\tilde{\lambda}_k)$ и $I_{PL}(\tilde{\lambda}_k)$ в (6) содержат регулярную и флуктуационную составляющие и имеют вид

$$\begin{aligned} I_{PP} &= M \{I_{PP}\} + I_{PP, \phi} = \bar{I}_{PP} + I_{PP, \phi}; \\ I_{EP} &= M \{I_{EP}\} + I_{EP, \phi} = \bar{I}_{EP} + I_{EP, \phi}; \\ I_{LP} &= M \{I_{LP}\} + I_{LP, \phi} = \bar{I}_{LP} + I_{LP, \phi}; \\ I_{PE} &= M \{I_{PE}\} + I_{PE, \phi} = \bar{I}_{PE} + I_{PE, \phi}; \\ I_{PL} &= M \{I_{PL}\} + I_{PL, \phi} = \bar{I}_{PL} + I_{PL, \phi}. \end{aligned} \quad (7)$$

Отметим, что при обработке сигнала вида (1) в силу независимости псевдозадержек $\tilde{\tau}_{\Sigma i}$ и $\tilde{\tau}_p$ дискриминатор задержки огибающей будет принципиально векторным (в частности, (6)).

По аналогии с данными работы [5] можно показать, что регулярные составляющие в (7) записываются следующим образом

$$\begin{aligned} \bar{I}_{PP} &= 2q_{c/n0} T \rho(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}, \varepsilon_{\tau_p}, \Delta\tau) \cos(\varepsilon_{\varphi_{\Sigma i}} + \varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2) \frac{\sin(\varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2)}{\varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2}; \quad (8) \\ \bar{I}_{EP(LP)} &= 2q_{c/n0} T \rho(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}} \mp \Delta\tau_{\Sigma i}/2, \varepsilon_{\tau_p}, \Delta\tau) \cos(\varepsilon_{\varphi_{\Sigma i}} + \varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2) \frac{\sin(\varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2)}{\varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2}; \\ \bar{I}_{PE(PL)} &= 2q_{c/n0} T \rho(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}, \varepsilon_{\tau_p} \mp \Delta\tau_p/2, \Delta\tau) \cos(\varepsilon_{\varphi_{\Sigma i}} + \varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2) \frac{\sin(\varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2)}{\varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2}, \end{aligned}$$

где $\varepsilon_{\tau\Sigma i}$, $\varepsilon_{\tau p}$ — ошибки слежения за псевдозадержкой кода ПСП ретранслированного сигнала i -го НКА и псевдозадержкой кода МПС; $\varepsilon_{\varphi\Sigma i}$, $\varepsilon_{\omega\Sigma i}$ — ошибки слежения за псевдофазой и ПДСЧ несущей ретранслированного сигнала i -го НКА соответственно.

В выражениях (8) $\rho(\varepsilon_{\tau\Sigma i}, \varepsilon_{\tau p}, \Delta_{\tau})$ — двумерная корреляционная функция [3]. Параметр Δ_{τ} характеризует смещение МПС относительно сигнала НКА во времени. Функцию $\rho(\varepsilon_{\tau\Sigma i}, \varepsilon_{\tau p}, \Delta_{\tau})$, не зависящую от параметра Δ_{τ} , для краткости будем обозначать как $\rho(\varepsilon_{\tau\Sigma i}, \varepsilon_{\tau p})$.

Для дисперсий флуктуационных составляющих сигналов I_{PP} , I_{EP} , I_{LP} , I_{PE} и I_{PL} можно записать [5]

$$D_{I_{PP,\phi}} = D_{I_{EP,\phi}} = D_{I_{LP,\phi}} = D_{I_{PE,\phi}} = D_{I_{PL,\phi}} = 2q_c/n_0T,$$

а для значений ковариации сигналов I_{PP} , I_{EP} , I_{LP} , I_{PE} и I_{PL} по аналогии с [5] запишем следующие выражения:

$$D_{I_{EP,\phi}I_{PP,\phi}} = D_{I_{LP,\phi}I_{PP,\phi}} = 2q_c/n_0T\rho(\Delta\tau\Sigma i/2, 0);$$

$$D_{I_{PE,\phi}I_{PP,\phi}} = D_{I_{PL,\phi}I_{PP,\phi}} = 2q_c/n_0T\rho(0, \Delta\tau p/2);$$

$$D_{I_{EP,\phi}I_{PE,\phi}} = D_{I_{EP,\phi}I_{PL,\phi}} = D_{I_{LP,\phi}I_{PE,\phi}} = \\ = D_{I_{LP,\phi}I_{PL,\phi}} = 2q_c/n_0T\rho(\Delta\tau\Sigma i/2, \Delta\tau p/2);$$

$$D_{I_{EP,\phi}I_{LP,\phi}} = 2q_c/n_0T\rho(\Delta\tau\Sigma i, 0); \quad D_{I_{PE,\phi}I_{PL,\phi}} = 2q_c/n_0T\rho(0, \Delta\tau p).$$

На рис. 1 показаны дискриминационные характеристики дискриминатора задержки огибающей сигнала НКА (6) для трех значений ошибок оценки задержки ПС при отношениях Δ_{τ}/τ_e , равных соответственно нулю и 0,83, для случая, когда тактовые частоты кодовых последовательностей сигнала НКА и МПС равны (сами кодовые последовательности при этом различны).

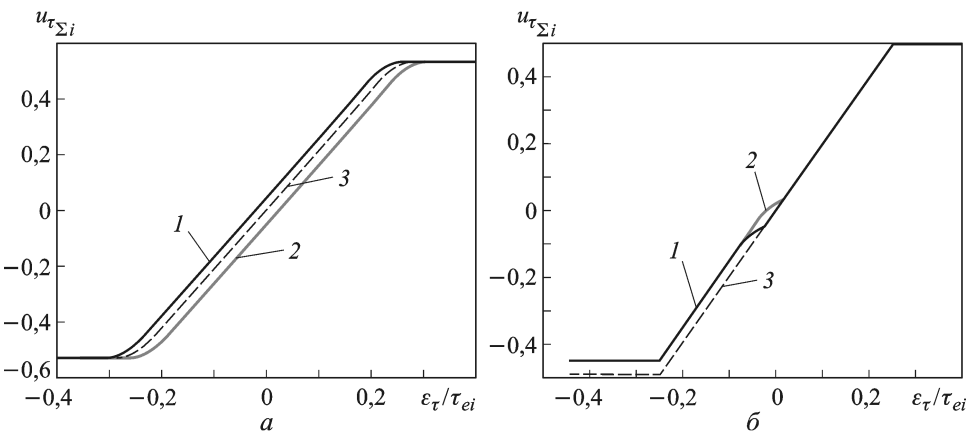


Рис. 1. Графики дискриминационных характеристик НКА для трех значений (кривые 1, 2, 3) ошибок оценки задержки ПС при $\Delta\tau/\tau_e = 0$ (а) и 0,83 (б): $\varepsilon_{\tau}/\tau_{ep} = +0,05$ (1); $-0,05$ (2); 0 (3)

Из приведенных графиков следует, что при ненулевой ошибке оценки задержки МПС и $\Delta_\tau/\tau_e = 0$ крутизна дискриминационной характеристики практически постоянна, но становится смещенной. В случае $\Delta_\tau/\tau_e \neq 0$ и ненулевой ошибки оценки задержки МПС дискриминационная характеристика становится нелинейной. Это является следствием зависимости $\rho(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}, \varepsilon_{\tau_p}, \Delta_\tau)$ от Δ_τ [3]. Поскольку Δ_τ является в общем случае изменяющейся во времени случайной величиной, то параметры дискриминатора задержки будут меняться случайным образом, что приведет к увеличению погрешности оценки РНП ретранслированных сигналов НКА. Поэтому далее будем рассматривать только случай некратных частот кодовых последовательностей МПС и сигналов НКА.

Воспользуемся выражением $\rho(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}, \varepsilon_{\tau_p}, \Delta_\tau)$ для ретранслированного сигнала i -го НКА, приведенным в работе [3]:

$$\rho(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}, \varepsilon_{\tau_p}) = \rho_i(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}) \cdot \rho_p(\varepsilon_{\tau_p}) =$$

$$= \begin{cases} \left(1 - \frac{|\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}|}{\tau_{ei}}\right) \cdot \left(1 - \frac{|\varepsilon_{\tau_p}|}{\tau_{ep}}\right) & \text{при } |\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}| \leq \tau_{ei}, |\varepsilon_{\tau_p}| \leq \tau_{ep}; \\ \approx 0 & \text{при } |\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}| > \tau_{ei}, |\varepsilon_{\tau_p}| > \tau_{ep}, \end{cases} \quad (9)$$

где $\rho_i(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}})$ и $\rho_p(\varepsilon_{\tau_p})$ – корреляционные функции сигнала i -го НКА и МПС ретранслятора соответственно.

Найдем характеристики дискриминатора (6) для частного случая, когда $\text{tg}(I_{PP}(\tilde{\lambda}_k)) \approx \text{sign}(I_{PP}(\tilde{\lambda}_k))$, что соответствует работе приемника при ОСШ ≥ 28 дБГц, что является типичным для НАП [5].

Запишем выражения для компоненты векторного дискриминатора только по задержке огибающей переизлученного сигнала i -го НКА:

$$u_{\tau, \Sigma i}(t_k) = \text{sign}(I_{PP,k}) \cdot (I_{PE,k} - I_{PL,k}). \quad (10)$$

Используя выражение (9), дискриминационную характеристику (10) можно записать как

$$U(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}, \varepsilon_{\tau_p}) \approx G_{nci,k} 2q_c/n_0 T \cos(\varepsilon_{\varphi_{\Sigma i}} + \varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2) \text{sinc}(\varepsilon_{\omega_{\Sigma i}} T/2) \times$$

$$\times \rho_p(\varepsilon_{\tau_p}) \left(\rho_i\left(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}} - \frac{\Delta_{\tau_{\Sigma i}}}{2}\right) - \rho_i\left(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}} + \frac{\Delta_{\tau_{\Sigma i}}}{2}\right) \right). \quad (11)$$

Крутизна дискриминационной характеристики (11) относительно $\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}$ в пределах линейного участка при условии $\Delta_{\tau_{\Sigma i}} \leq \tau_{\Sigma i}$ имеет вид

$$S_{\tau_{\Sigma i}} = \frac{\partial U(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}, \varepsilon_{\tau_p})}{\partial \varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}} =$$

$$= \frac{4q_c/n_0 T}{\tau_{\Sigma i}} \cos \left(\varepsilon_{\varphi \Sigma i} + \frac{\varepsilon_{\omega \Sigma i} T}{2} \right) \left(\frac{\varepsilon_{\omega \Sigma i} T}{2} \right) \rho_p(\varepsilon_{\tau_p}); \quad (12)$$

$$S_{\tau_{\Sigma i}} = \left. \frac{\partial U(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}, \varepsilon_{\tau_p})}{\partial \varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}} \right|_{\varepsilon_{\tau_p}=0, \varepsilon_{\omega i}=0, \varepsilon_{\varphi i}=0} = \frac{4q_c/n_0 T}{\tau_{\Sigma i}}.$$

Из (11) непосредственно следует, что

$$\left. \frac{\partial U(\varepsilon_{\tau_{\Sigma i}}, \varepsilon_{\tau_p})}{\partial \varepsilon_{\tau_p}} \right|_{\varepsilon_{\tau_p}=0, \varepsilon_{\tau_{\Sigma i}=0}} = 0.$$

Флуктуационная характеристика дискриминатора (10) может быть записана как [5]

$$D_{\eta_{\tau_{\Sigma i}}} = 4q_c/n_0 T \cdot (1 - \rho_i(\Delta\tau_{\Sigma i})). \quad (13)$$

Выражения для составляющей векторного дискриминатора по задержке огибающей МПС ретранслятора получаются соответствующей заменой индексов “ Σi ” на “ p ” и “ p ” на “ Σi ”.

Коэффициент взаимной корреляции шумов на выходах дискриминаторов задержки огибающих ретранслированного сигнала НКА и МПС будет равен

$$D_{\eta_{\tau_{\Sigma i}} \eta_{\tau_p}} \approx M \{ (I_{EP,\phi} - I_{LP,\phi}) (I_{PE,\phi} - I_{PL,\phi}) \} = \\ = M \{ (I_{EP,\phi} I_{PE,\phi} + I_{LP,\phi} I_{PL,\phi} - I_{EP,\phi} I_{PL,\phi} - I_{LP,\phi} I_{PE,\phi}) \} = 0.$$

Из полученных выражений (11)–(14) следует, в частности, что характеристики дискриминатора (6) для сигналов ретранслятора с МПС в целом идентичны соответствующим характеристикам дискриминаторов сигналов ретранслятора с АПС при оговоренном ранее выборе параметров МПС относительно ретранслируемых сигналов НКА ГНСС. Характеристики дискриминатора по фазе несущей сигнала (1) также идентичны характеристикам дискриминатора по фазе несущей сигнала ретранслятора с АПС с учетом выражений (8) для статистических характеристик отсчетов корреляторов.

Для синтеза сглаживающего фильтра в уравнениях фильтрации (2) необходимо конкретизировать состав и параметры векторного дискриминатора по наблюдаемым РНП и вид матрицы связи РНП и компонент вектора состояния: $\mathbf{C} = \left(\frac{\partial \nu_k(\tilde{\mathbf{x}}_k)}{\partial \mathbf{x}} \right)$.

Определим вектор состояния следующим образом:

$$\mathbf{x} = \left[\mathbf{X}_p^T \quad \dot{\mathbf{X}}_p^T \quad \ddot{\mathbf{X}}_p^T \quad D'_A \quad V'_A \quad V'_p \quad \check{R}_p \quad \check{\mathbf{R}}_d^T \quad \check{\mathbf{R}}_{d\Sigma}^T \right]^T, \quad (14)$$

где \mathbf{X}_p^T , $\dot{\mathbf{X}}_p^T$ и $\ddot{\mathbf{X}}_p^T$ — координаты, компоненты вектора скорости и ускорения ретранслятора соответственно; D'_A и V'_A — переменные, характеризующие отклонение метки и частоты опорного генератора (ОГ)

АПРС; V_p' — переменная, характеризующая отклонение частоты ОГ ретранслятора; \widetilde{R}_p — псевдодальность МПС; $\widetilde{\mathbf{R}}_d^T$ и $\widetilde{\mathbf{R}}_{d\Sigma}^T$ — дополнительные переменные, связанные с фазами прямых и ретранслированных сигналов НКА.

Пусть на входе АПРС наблюдаются N прямых и N ретранслированных сигналов НКА. Модель этих наблюдений в АПРС в дискретном времени запишется как

$$\mathbf{y}_{k,l} = \mathbf{S}(t_{k,l}, \mathbf{x}_k) + \mathbf{n}_{k,l}, \quad (15)$$

где $\mathbf{y}_{k,l} = [y_{1;k,l} \ y_{2;k,l}]^T$ — вектор наблюдений;

$$\mathbf{S}(t_{k,l}, \mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N S_{\Sigma i} \left(t_{k,l}, \widetilde{\tau}_{\Sigma i;k}, \widetilde{\tau}_{p;k}, \widetilde{\omega}_{d\Sigma i;k} \right) \\ \sum_{i=1}^N S_{ci} \left(t_{k,l}, \widetilde{\tau}_{i;k}, \widetilde{\omega}_{di;k} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}$$

— вектор сигналов; $S_{\Sigma i}(t_{k,l})$ — ретранслированный сигнал i -го НКА, определяемый выражением (1).

Поскольку каждый сигнал ретранслированного НКА непосредственно содержит наблюдение псевдозадержки огибающей МПС, то дискриминатор по РНП в рассматриваемой задаче с учетом (4) будет иметь вид

$$\mathbf{u}_{d\nu,k} = \left[\mathbf{u}_{d\tau,k}^T \ \mathbf{u}_{d\varphi,k}^T \ \mathbf{u}_{d\tau\Sigma,k}^T \ \mathbf{u}_{d\varphi\Sigma,k}^T \ \mathbf{u}_{d\tau p,k}^T \right]^T, \quad (16)$$

где $\mathbf{u}_{d\tau(\varphi)\Sigma,k} = [u_{d\tau(\varphi)\Sigma 1,k} \ \dots \ u_{d\tau(\varphi)\Sigma N,k}]^T$,

$$\mathbf{u}_{d\tau(\varphi),k} = [u_{d\tau(\varphi)1,k} \ \dots \ u_{d\tau(\varphi)N,k}]^T,$$

$$\mathbf{u}_{d\tau(\varphi)p,k} = [u_{d\tau(\varphi)p1,k} \ \dots \ u_{d\tau(\varphi)pN,k}]^T$$

— векторный дискриминатор задержки огибающей МПС ретранслятора.

Матрица связи РНП ν_k и вектора состояния \mathbf{x}_k для рассматриваемой задачи будет иметь вид

$$C_k = \frac{\partial \nu_k(\tilde{\mathbf{x}}_k)}{\partial \mathbf{x}} = \left[\left(\frac{\partial \widetilde{\mathbf{R}}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \left(\frac{\partial \widetilde{\mathbf{R}}_d}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \left(\frac{\partial \widetilde{\mathbf{R}}_{\Sigma}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \left(\frac{\partial \widetilde{\mathbf{R}}_{d\Sigma}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \left(\frac{\partial \widetilde{\mathbf{R}}_p}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right]^T =$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{1}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{E}_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times N} \\ \widetilde{\mathbf{H}}_{\Sigma,k} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{1}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{E}_{N \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{1}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times N} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где

$$\tilde{\mathbf{H}}_{\Sigma,k} = \left[\tilde{\mathbf{H}}_{\Sigma 1,k}^T \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{H}}_{\Sigma N,k}^T \right]^T; \quad \tilde{\mathbf{H}}_{\Sigma i,k} = \tilde{\mathbf{H}}_{pi,k} + \tilde{\mathbf{H}}_{p,k};$$

$\tilde{\mathbf{H}}_{p,k} = [\cos \alpha_{p,k} \quad \cos \beta_{p,k} \quad \cos \gamma_{p,k}]$ – вектор-строка направляющих косинусов линии визирования от АПРС на Р;

$$\tilde{\mathbf{H}}_{pi,k} = [\cos \alpha_{pi,k} \quad \cos \beta_{pi,k} \quad \cos \gamma_{pi,k}]$$

– вектор-строка направляющих косинусов линии визирования от i -го НКА на ретранслятор.

Структура синтезированного одноэтапного алгоритма комплексной обработки прямых сигналов НКА и сигналов ретранслятора с МПС показана на рис. 2.

Для исследования характеристик синтезированного алгоритма и сравнительного анализа с другими алгоритмами обработки сигналов ретранслятора была использована имитационная модель в среде MATLAB. Движение объекта моделировалось траекторией, характерной для реактивного снаряда.

Ускорение на активном участке составляло $\sim 150 \text{ м/с}^2$, время работы двигателя – 5 с. Для прямых и ретранслированных сигналов ОСШ равно 42 и 38 дБГц соответственно. Интервал накопления в корреляторах равен 1 мс.

На рис. 3 показано изменение во времени ошибок оценок координат и компонент вектора скорости ретранслятора на начальном участке траектории.

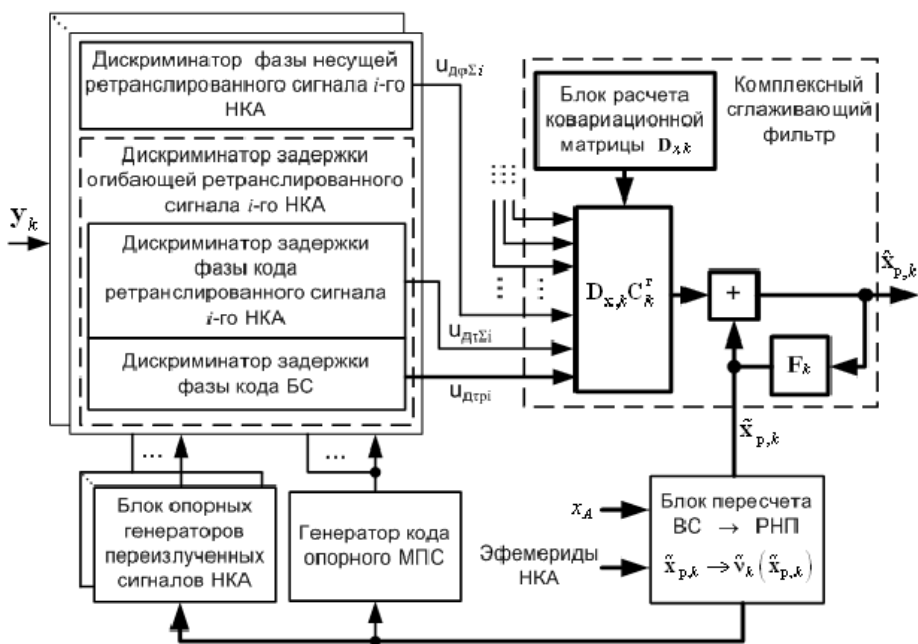


Рис. 2. Структура одноэтапного алгоритма комплексной обработки

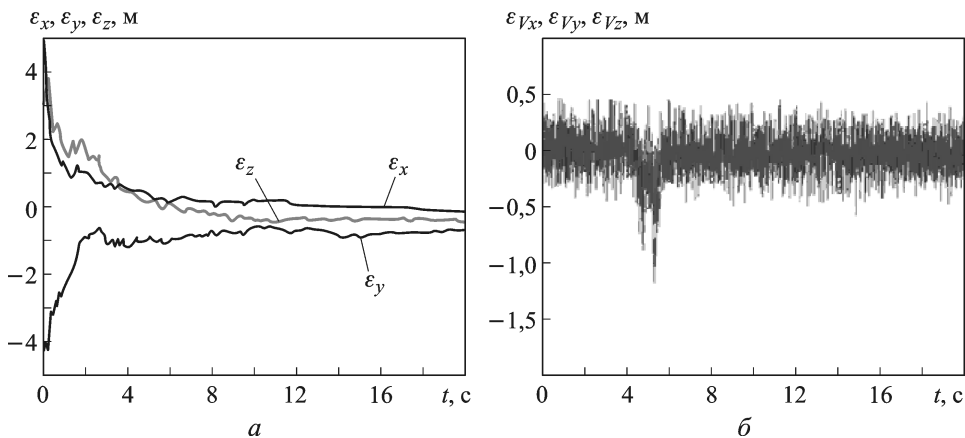


Рис. 3. Погрешности оценки координат (а) и компонент вектора скорости ретранслятора (б)

В табл. 1 и 2 показаны характеристики предложенного алгоритма, а также алгоритма для систем с ретрансляторами с АПС, без ПС и бортовой НАП при значениях геометрического фактора (ГФ), равных 3,8 и 13, для шести и четырех видимых с борта объекта спутников ГНСС соответственно.

Таблица 1

Погрешности определения координат и скорости ретранслятора (шесть НКА ГНСС; ГФ = 3,8)

Ретранслятор	СКО							
	оценки координат, м				компонент вектора скорости, м/с			
	$\sigma_{xyz} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$				$\sigma_V = \sqrt{\sigma_{Vx}^2 + \sigma_{Vy}^2 + \sigma_{Vz}^2}$			
	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{xyz}	σ_{Vx}	σ_{Vy}	σ_{Vz}	σ_V
Без ПС	0,13	0,29	0,26	0,41	0,07	0,11	0,10	0,16
С МПС	0,20	0,12	0,20	0,31	0,09	0,05	0,09	0,14
С АПС	0,20	0,11	0,20	0,30	0,07	0,05	0,08	0,11
Бортовая НАП	0,23	0,27	0,30	0,46	0,12	0,17	0,15	0,26

Из приведенных таблиц следует, что при невысоком значении ГФ видимых с борта объекта спутников ГНСС характеристики АПРС при работе по сигналам ретрансляторов с МПС и с АПС довольно близки (влияние аддитивного ПС незначительно). При высоком значении ГФ видимых с борта объекта спутников ГНСС для случая ретранслятора с АПС погрешность оценки скорости ниже за счет дополнительного наблюдения псевдодоплеровского сдвига частоты ПС. При этом вариант с ретранслятором без ПС уступает как ретранслятору с АПС, так и ретранслятору с МПС.

Заключение. Предложен и синтезирован одноэтапный алгоритм фильтрации когерентных сигналов координат и компонент вектора

**Погрешности определения координат и скорости ретранслятора
(четыре НКА ГНСС; $\Phi = 13$)**

Ретранслятор	СКО							
	оценки координат, м				компонент вектора скорости, м/с			
	$\sigma_{xyz} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$				$\sigma_V = \sqrt{\sigma_{Vx}^2 + \sigma_{Vy}^2 + \sigma_{Vz}^2}$			
	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{xyz}	σ_{Vx}	σ_{Vy}	σ_{Vz}	σ_V
Без ПС	0,22	0,15	0,66	0,71	0,085	0,08	0,20	0,23
С МПС	0,20	0,22	0,62	0,69	0,085	0,08	0,17	0,20
С АПС	0,20	0,22	0,61	0,68	0,08	0,06	0,13	0,16
Бортовая НАП	0,34	0,31	1,05	1,1	0,15	0,11	0,92	0,94

скорости ретранслятора с МПС. Получены и исследованы характеристики дискриминаторов РНП сигналов ретранслятора с МПС.

Методом имитационного моделирования проведено исследование синтезированного алгоритма и его сравнение с другими алгоритмами. Система траекторных измерений на основе ретранслятора с МПС немного (менее 15%) уступает системе с ретранслятором с АПС по точности определения скорости, что является “платой” за функциональные преимущества МПС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пудловский В. Б., Пельтин А. В. Одноэтапный алгоритм фильтрации траектории ретранслятора сигналов СРНС // Радиотехника. – 2007. – № 7.
2. Пудловский В. Б., Пельтин А. В. Одноэтапный когерентный алгоритм фильтрации координат и скорости ретранслятора сигналов спутниковых радионавигационных систем // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2009. – С. 158–166.
3. Пельтин А. В. Особенности применения ретранслятора сигналов ГНСС с мультипликативным пилот-сигналом // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2012. – № 2. – С. 101–108.
4. Перов А. И. Статистическая теория радиотехнических систем. – М.: Радиотехника, 2003. – 400 с.
5. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. Изд. 4-е, перераб и доп. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.
6. Пудловский В. Б., Пельтин А. В. Исследование характеристик систем, использующих ретранслированные сигналы СРНС // Радиооптические технологии в приборостроении: Сб. материалов V–VI Всеросс. науч.-техн. конф. г. Туапсе, 2008. – С. 60–62.

Статья поступила в редакцию 29.02.2012

Антон Владимирович Пельтин — научный сотрудник НИИ РЭТ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор пяти научных работ в области спутниковой радионавигации.

A.V. Pel'tin — researcher of the Research Institute for Radio Electronic Technology of the Bauman Moscow State Technical University. Author of five publications in the field of satellite radionavigation.