

## ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ КОМПОНЕНТА ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ВОЛНОВОГО ГИРОСКОПА ДЛЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ НА ПЕРЕМЕННОМ НАПРЯЖЕНИИ

Г.А. Трутнев

trutnevga@mail.ru

А.В. Щенятский

bkkupol@istu.ru

ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, г. Ижевск, Российская Федерация

---

### Аннотация

Рассмотрен твердотельный волновой гироскоп, приведены его структура как измерительно-вычислительного комплекса, задачи и основные факторы в области повышения точности гироскопа. Изучены измерительная компонента на переменном напряжении, ее электрическая схема и математическая модель. Сформулирована задача синтеза вычислительной компоненты с учетом возможных ограничений вычислительных ресурсов прибора в виде системы нелинейных алгебраических уравнений. Рассмотрены особенности и требования к реализации вычислительного алгоритма, а также особенности использования избыточной информации о состоянии волновой картины в гироскопическом приборе. Предлагаемая система является переопределенной. Проанализированы вопросы итерационного способа решения данной нелинейной системы, на основе которого предложена математическая модель вычислительной компоненты. Описанный способ в общем случае является методом Гаусса — Ньютона. Приведены альтернативные итерационные способы для разработки вычислительной компоненты. Изучены вопросы сходимости полученной модели вычислительной компоненты на основе метода Гаусса — Ньютона. Приведены результаты имитационного моделирования вычислительной компоненты и заключение о возможности и целесообразности использования полученной математической модели

### Ключевые слова

*Твердотельный волновой гироскоп, измерительная компонента, вычислительная компонента, математическое моделирование, решение системы нелинейных уравнений, метод Гаусса — Ньютона*

Поступила 01.12.2021

Принята 15.12.2021

© Автор(ы), 2022

---

**Введение.** Твердотельный волновой гироскоп (ТВГ) — это измерительная система [1–4], состоящая из двух крупных подсистем: измерительной и вычислительной компонент [5]. Структурная схема ТВГ приведена на рис. 1.

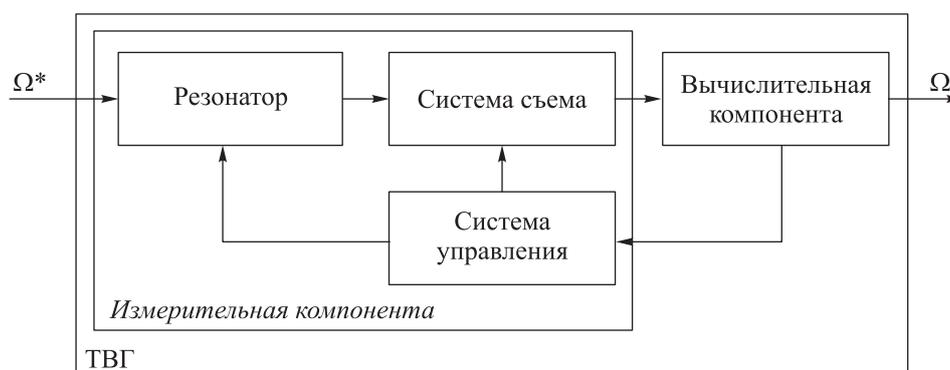


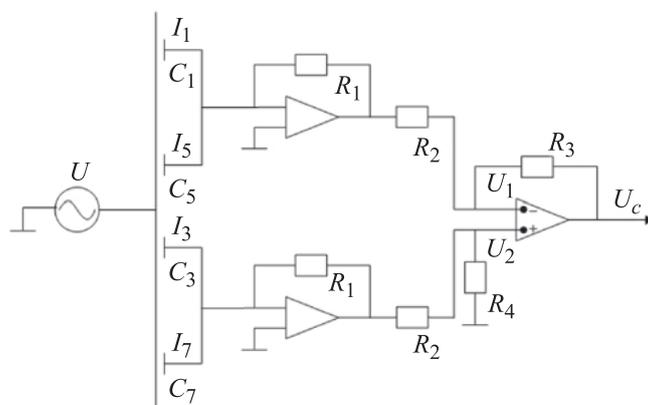
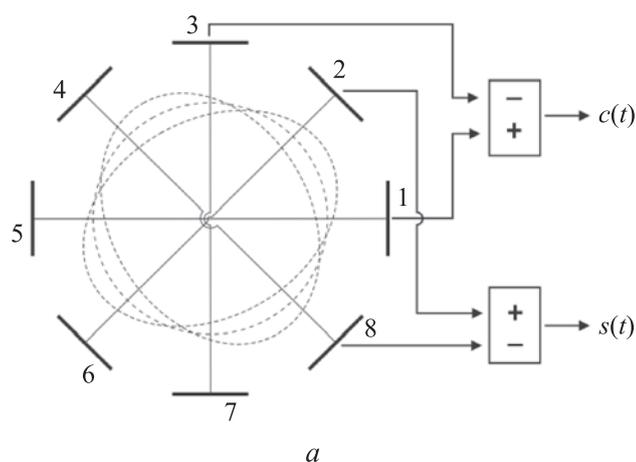
Рис. 1. Структурная схема ТВГ

Вопросы формирования измерительной компоненты изучены в [6, 7], где проанализировано влияние электрических процессов, рассмотрены различные подходы к формированию измерительной компоненты, выведены математические модели для обработки и интерпретации сигналов измерительной компонентой. Отдельным важным звеном в структуре ТВГ является система управления. Изучению систем управления посвящено множество отечественных и зарубежных работ, например [8–12]. Корректное функционирование системы управления и точность выходных сигналов зависят от множества таких факторов, как погрешность измерительной компоненты, точность управляющих воздействий, способ интерпретации сигналов измерительной компоненты в вычислительной компоненте. Формирование вычислительной компоненты — это комплексная задача, которая включает в себя требование высокой точности оценок параметров волновой картины в резонаторе ТВГ, наличия массогабаритных ограничений, ограничений по энергопотреблению и требование к стоимости изделия. Современные цифровые процессоры имеют широкие возможности [13, 14], но не все микросхемы могут быть использованы из-за накладываемых требований. В таких условиях актуальна задача расширения подходов к формированию вычислительной компоненты, что позволит более гибко подходить к вопросам разработки и изготовления ТВГ.

**Материалы и методы решения задач, принятые допущения.** Вычислительная компонента ТВГ формируется на основе модели сигналов измерительной компоненты с учетом ограничений и решает несколько задач: оценивает значения параметров рабочей формы колебаний резонатора, вычисляет сигналы рассогласования для системы управления, формирует выходной сигнал прибора. Основная функция вычислительной компоненты — оценка параметров волновой картины в резонаторе ТВГ. Сигналы

рассогласования и выходные значения рассчитываются по известным формулам [15, 16].

Рассмотрим измерительную компоненту на основе переменного напряжения [17]. Измерительная компонента формируется из двух независимых каналов, которые передают на вычислительную компоненту два сигнала (рис. 2, а). Электрическая схема одного из каналов приведена на рис. 2, б.



**Рис. 2.** Восьмиэлектродная (1–8) система съема (а) и электрическая схема системы съема канала (б) ( $R_1$ – $R_4$  — активные сопротивления)

Для рассматриваемой измерительной компоненты модель выходных сигналов запишем следующим образом:

$$U_c = \frac{c\dot{U}(1 - c^2) + \dot{c}U(1 + c^2)}{(1 - c^2)^2}; \quad U_s = \frac{s\dot{U}(1 - s^2) + \dot{s}U(1 + s^2)}{(1 - s^2)^2},$$

где  $U$  — напряжение, подаваемое на резонатор;  $c, s$  — колебания, соответствующие косинусной и синусной составляющим второй формы нормальных колебаний резонатора;  $U_c, U_s$  — выходное напряжение измерительного канала косинусной и синусной составляющих второй формы нормальных колебаний резонатора.

Для измерительной компоненты в линейном приближении по сигналам косинусного и синусного каналов после проведения дискретного преобразования Фурье задача вычислительной компоненты сводится к решению нелинейной системы уравнений:

$$\begin{aligned}
 a_{c-} &= A \cos \theta \sin(\tau - \psi) + B \sin \theta \cos(\tau - \psi); \\
 a_{c+} &= -A \cos \theta \sin(\tau + \psi) - B \sin \theta \cos(\tau + \psi); \\
 b_{c-} &= -A \cos \theta \cos(\tau - \psi) + B \sin \theta \sin(\tau - \psi); \\
 b_{c+} &= -A \cos \theta \cos(\tau + \psi) + B \sin \theta \sin(\tau + \psi); \\
 a_{s-} &= A \sin \theta \sin(\tau - \psi) - B \cos \theta \cos(\tau - \psi); \\
 a_{s+} &= -A \sin \theta \sin(\tau + \psi) + B \cos \theta \cos(\tau + \psi); \\
 b_{s-} &= -A \sin \theta \cos(\tau - \psi) - B \cos \theta \sin(\tau - \psi); \\
 b_{s+} &= -A \sin \theta \cos(\tau + \psi) - B \cos \theta \sin(\tau + \psi),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $A, B$  — амплитуды основных и квадратурных колебаний;  $\theta$  — угловая ориентация волны;  $\tau, \psi$  — временные фазы колебаний и напряжения, подаваемого на резонатор.

Кратко запишем систему как  $F(x) = z$ , где  $F$  — вектор-функция (1);  $x = (A, B, \theta, \tau, \psi)$ ;  $z = (a_{c-}, a_{c+}, b_{c-}, b_{c+}, a_{s-}, a_{s+}, b_{s-}, b_{s+})$ . Полученные значения углового положения  $\theta$ , амплитуды  $A$  основных колебаний и амплитуды  $B$  квадратурных колебаний необходимы для формирования выходных сигналов ТВГ и работы контуров стабилизации амплитуды и подавления квадратуры. Расчет параметров  $x$  в работающем приборе проводится на каждом периоде колебаний резонатора по сформированному измерительной компонентой значению  $z$ . Формирование вычислительной компоненты требует использования таких математических моделей, которые могут быть обработаны ограниченными вычислительными ресурсами за очень малый промежуток времени. Поэтому в первую очередь следует искать математические модели в виде явных зависимостей.

**Результаты.** Система (1) является переопределенной. Фазу  $\psi$  можно задавать, поскольку она представляет собой параметр сигнала, который создается измерительной системой. Тогда проведем преобразование вращения системы координат на угол  $\psi$ :

$$\begin{aligned}
a_{c-} \cos \psi - b_{c-} \sin \psi &= A \cos \theta \sin \tau + B \sin \theta \cos \tau; \\
-a_{c+} \cos \psi + b_{c+} \sin \psi &= A \cos \theta \sin \tau + B \sin \theta \cos \tau; \\
-a_{c-} \sin \psi + b_{c-} \cos \psi &= A \cos \theta \cos \tau - B \sin \theta \sin \tau; \\
-a_{c+} \sin \psi - b_{c+} \cos \psi &= A \cos \theta \cos \tau - B \sin \theta \sin \tau; \\
a_{s-} \cos \psi - b_{s-} \sin \psi &= A \sin \theta \sin \tau - B \cos \theta \cos \tau; \\
-a_{s+} \cos \psi + b_{s+} \sin \psi &= A \sin \theta \sin \tau - B \cos \theta \cos \tau; \\
-a_{s-} \sin \psi + b_{s-} \cos \psi &= A \sin \theta \cos \tau + B \cos \theta \sin \tau; \\
-a_{s+} \sin \psi - b_{s+} \cos \psi &= A \sin \theta \cos \tau + B \cos \theta \sin \tau.
\end{aligned}$$

Система является избыточной: восьми уравнениям соответствуют четыре параметра. Если значение  $\psi$  известно, то для поиска фазовых переменных волновой картины достаточно сигналов  $a_{c-}$ ,  $b_{c-}$ ,  $a_{s-}$ ,  $b_{s-}$ , либо  $a_{c+}$ ,  $b_{c+}$ ,  $a_{s+}$ ,  $b_{s+}$ . Часто параметр  $\psi$  не контролируют, в этом случае параметр  $\psi$  является неизвестной величиной и восьми уравнениям соответствуют пять параметров, при этом также сохраняется избыточность. Избыточность системы позволяет известными способами повысить точность расчетов и уменьшить влияние некоторых малых погрешностей, не описанных в модели: шума, разного усиления каналов, различных фазовых задержек и др. Для определения значений  $A$ ,  $B$ ,  $\theta$ ,  $\tau$ ,  $\psi$  требуется решить систему нелинейных уравнений (1). В общем случае система (1) несовместная и не имеет решения. Для этой системы определяется псевдорешение, реализующее минимальное значение суммы квадратов невязок (метод наименьших квадратов). Система (1) нелинейна относительно параметров  $\theta$ ,  $\tau$ ,  $\psi$  и в общем случае для поиска псевдорешений нелинейных систем используют итерационные методы.

Применим итерационный способ нахождения псевдорешения системы (1). За время одного периода значения параметров волновой картины изменяются незначительно, поэтому для определения текущих значений  $x$  целесообразно использовать значения из предыдущего шага или, учитывая работу системы управления, можно для установившегося режима считать начальное приближение  $x_0 = (A_0, 0, 0, \theta_{-1}, \psi_{-1})$ , где  $A_0$  — значение, к которому сходится амплитудный контур управления;  $\theta_{-1}$ ,  $\psi_{-1}$  — значения из предыдущего расчета.

Заменим исходную систему линейным приближением, используя близкое начальное приближение. Полагаем, что известно приближение  $x_0$ , например, значения предыдущего шага или, учитывая работу системы

управления, можно считать для установившегося режима начальное приближение как  $x_0 = (A_0, 0, 0, \theta_{-1}, \psi_{-1})$ . Запишем линейное приближение

$$F(x) = F(x_0 + \delta) = F(x_0) + F'(x_0) \delta + o(\delta^2) = z.$$

Система является переопределенной,  $F'(x_0)$  — матрица размером  $8 \times 5$ , для поиска псевдорешения, дающего минимальную сумму квадратов невязок, требуется провести нормализацию

$$[F'(x_0)]^T F'(x_0) \delta = [F'(x_0)]^T (z - F(x_0)),$$

отсюда

$$\delta = \left[ [F'(x_0)]^T F'(x_0) \right]^{-1} [F'(x_0)]^T (z - F(x_0))$$

или

$$x = x_0 + \left[ [F'(x_0)]^T F'(x_0) \right]^{-1} [F'(x_0)]^T (z - F(x_0)).$$

Выражение можно упростить, записать в явном виде и использовать при реализации вычислительной компоненты. После всех упрощений получим итерационный процесс:

$$A = z_1 csm - z_2 csp - z_3 ccm - z_4 ccp + z_5 ssm - z_6 ssp - z_7 scm - z_8 scp;$$

$$B = z_1 scm - z_2 scp + z_3 ssm + z_4 ssp - z_5 ccm + z_6 ccp - z_7 csm - z_8 csp;$$

$$\theta = \theta_{-1} - \frac{A}{A^2 - B^2} (z_1 ssm - z_2 ssp - z_3 scm - z_4 scp - z_5 csm +$$

$$+ z_6 csp + z_7 ccm + z_8 ccp) - \frac{B}{A^2 - B^2} (z_1 ccm - z_2 ccp + z_3 csm +$$

$$+ z_4 csp + z_5 scm - z_6 scp + z_7 ssm + z_8 ssp);$$

$$\tau = \tau_{-1} - \frac{A}{A^2 - B^2} (-z_1 ccm + z_2 ccp - z_3 csm - z_4 csp - z_5 scm + z_6 scp -$$

$$- z_7 ssm - z_8 ssp) - \frac{B}{A^2 - B^2} (-z_1 ssm + z_2 ssp + z_3 scm + z_4 scp +$$

$$+ z_5 csm - z_6 csp - z_7 ccm - z_8 ccp);$$

$$\psi = \psi_{-1} - \frac{A}{A^2 + B^2} (z_1 ccm + z_2 ccp + z_3 csm - z_4 csp + z_5 scm +$$

$$+ z_6 scp + z_7 ssm - z_8 ssp) - \frac{B}{A^2 + B^2} (-z_1 ssm - z_2 ssp + z_3 scm - z_4 scp +$$

$$+ z_5 csm + z_6 csp - z_7 ccm + z_8 ccp),$$

(2)

где

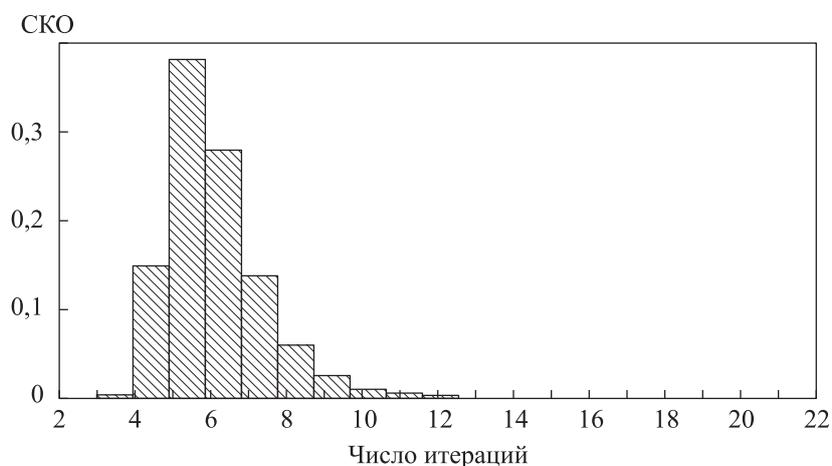
$$\begin{aligned} csm &= \cos \theta \sin (\tau - \psi) / 2; & csp &= \cos \theta \sin (\tau + \psi) / 2; \\ ccm &= \cos \theta \cos (\tau - \psi) / 2; & ccp &= \cos \theta \cos (\tau + \psi) / 2; \\ ssm &= \sin \theta \sin (\tau - \psi) / 2; & ssp &= \sin \theta \sin (\tau + \psi) / 2; \\ scm &= \sin \theta \cos (\tau - \psi) / 2; & scp &= \sin \theta \cos (\tau + \psi) / 2. \end{aligned}$$

Для получения значений  $A, B, \theta, \tau, \psi$  с необходимой точностью на каждом периоде колебаний резонатора ТВГ используют формулы (2). Задаваемая точность определяется числом итераций, которые следует повторить.

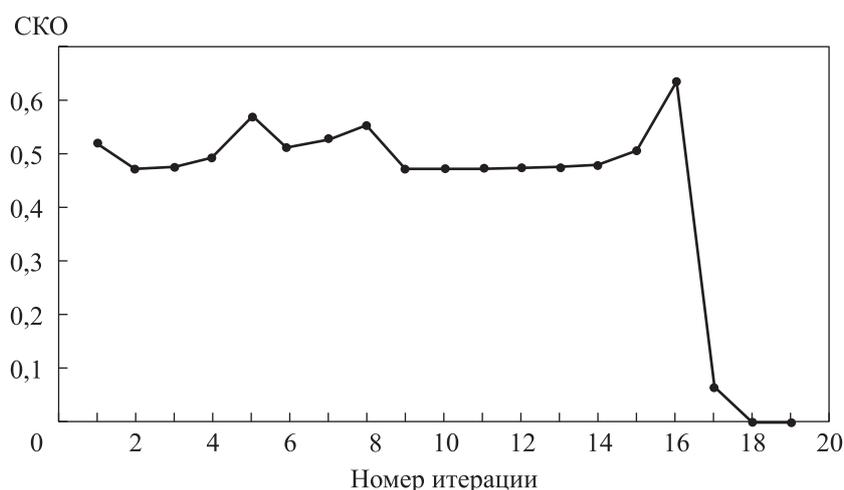
Описанный подход является методом Гаусса — Ньютона [18], который в общем случае может не сходиться. Сходимость полученного итерационного процесса (2) зависит от близости начального значения к псевдорешению. Далее будет исследовано, в каких случаях полученные формулы применимы. Для сходимости в общем случае метод Гаусса — Ньютона модифицируют и добавляют демпфирующее значение. Существуют различные модификации: регуляризованный метод Гаусса — Ньютона [19], обобщенный метод Гаусса — Ньютона, метод Левенберга — Марквардта [20, 21] и др.

Для анализа вопросов сходимости (2) и скорости сходимости на основе полученной математической модели вычислительной компоненты разработана имитационная модель в пакете SciLab (аналог MATLAB).

В первом эксперименте исследование сходимости итерационного процесса вычислительной компоненты проводилось путем генерации 1 млн векторов  $x = A, B, \theta, \tau, \psi$  следующим образом:  $A, B \sim R[-1...1]$ ;  $\theta, \tau, \psi \sim R[0...2\pi]$ , где  $R$  — равномерное распределение. На основе сгенерированных псевдослучайных данных рассчитывался вектор  $z$  по (1). Начальное приближение задавалось нулевым:  $x_0 = (0, 0, 0, 0, 0)$ . Сходимость итерационного процесса оценивалась по отклонению заданного вектора  $z$  от  $z_k = F(z_k)$  как среднеквадратическое отклонение (СКО). Рассчитывалось число итераций, необходимое для нахождения решения с заданной точностью  $10^{-6}$ . Для всех случаев решение с заданной точностью найдено. Полученное распределение числа итераций приведено на рис. 3. В среднем для расчетов требовалось 5,74 итерации, максимальное число итераций 20. При этом для случаев с большим числом итераций характерно отсутствие монотонности в функции ошибки (рис. 4), что подтверждает отсутствие сходимости способа в общем случае.



**Рис. 3.** Распределение числа итераций, требуемых для нахождения псевдорешения с заданной точностью в общем случае



**Рис. 4.** Пример отсутствия монотонной сходимости для общего случая

Для гарантированной монотонной сходимости итерационного процесса вычислительной компоненты необходимо достаточно близкое начальное приближение  $x_0$ . В работающем приборе ТВГ «хорошим» начальным приближением являются значения, полученные в предыдущем цикле вычислений на предыдущем периоде колебаний резонатора. За один такт обработки сигналов, который составляет миллисекунды, за счет внешней угловой скорости (может составлять несколько тысяч град/с) угловое положение волны изменяется не более чем на  $1/10$  рад. Остальные параметры меняются еще в более узком диапазоне. Малое изменение параметров  $A$ ,  $B$ ,  $\tau$ ,  $\psi$  обусловлено стабилизацией контурами обратной связи, наличи-

ем небольших шумовых составляющих в измерительных каналах и медленными температурными изменениями окружающей среды.

Второй численный эксперимент проведен в имитационной модели, для этого генерировался выбор 1 млн векторов  $x = A, B, \theta, \tau, \psi$  следующим образом:  $A \sim 0,5 + R[-0,1...0,1]$ ;  $B, \tau, \psi \sim R[-0,1...0,1]$ ;  $\theta \sim R[0...2\pi]$ , где  $R[a...b]$  — равномерное распределение на отрезке  $[a...b]$ . На основе сгенерированных псевдослучайных данных рассчитывался вектор  $z$  по (1). Начальное приближение задавалось как  $x_0 = (0,5, 0, \theta + \delta, 0, 0)$ , где  $\delta \sim R[-0,1...0,1]$  — случайное изменение углового положения волны за время одного цикла расчета. Рассчитывалось число итераций, необходимых для нахождения решения с точностью  $10^{-6}$  как СКО. Для всех случаев найдено решение. В большинстве случаев заданная точность достигалась за три итерации (максимальное число итераций 3). В нескольких случаях требуемая точность достигалась за две итерации. Функция ошибок является монотонно убывающей для всех сгенерированных случаев (рис. 5).

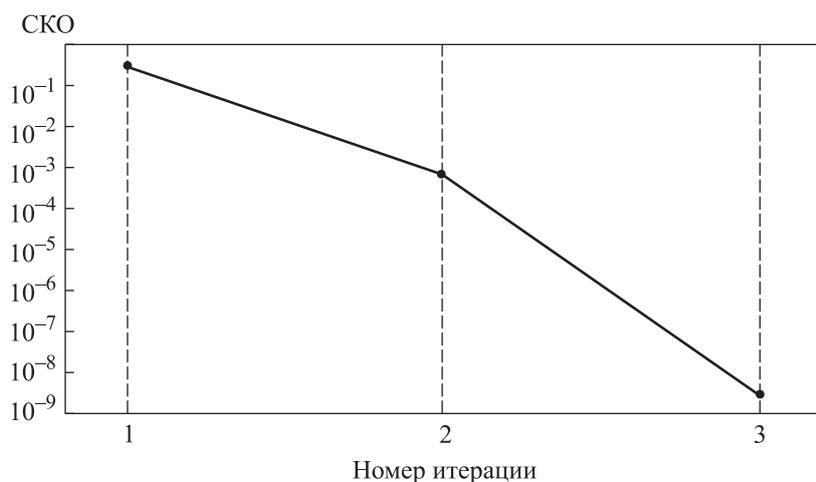


Рис. 5. Пример сходимости итерационного процесса для случая близкого начального значения к псевдорешению

**Заключение.** Рассмотрен способ формирования вычислительной компоненты на основе итерационного приближения к псевдорешению избыточной системы нелинейных уравнений. Получены явные формулы для итерационного процесса. Установлено, что достижение необходимой точности обеспечивается двумя итерациями. Разработанная математическая модель вычислительной компоненты реализована в составе опытного образца ТВГ и показала эффективность в штатном режиме работы.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Климов Д.М., Журавлев В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор. М., Ким Л.А., 2017.
- [2] Трутнев Г.А., Назаров С.Б., Перевозчиков К.К. и др. Измерительно-вычислительный комплекс «Твердотельный волновой гироскоп». *Интеллектуальные системы в производстве*, 2017, т. 15, № 3, с. 62–72.  
DOI: <https://doi.org/10.22213/2410-9304-2017-3-62-72>
- [3] Bryan G.H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell. *Proc. Camb. Phil. Soc. Math. Phys. Sc.*, 1890, vol. 7, pp. 101–111.
- [4] Матвеев В.А., Липатников В.И., Алехин А.В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998.
- [5] Пытьев Ю.П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. М., ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- [6] Zhuravlev V.P. Hemispherical resonator gyro with  $m$  data electrodes and  $n$  control electrodes. *Mech. Solids*, 2015, vol. 50, no. 4, pp. 375–378.  
DOI: <https://doi.org/10.3103/S0025654415040020>
- [7] Журавлёв В.Ф., Линч Д.Д. Электрическая модель волнового твердотельного гироскопа. *Изв. РАН. МТТ*, 1995, № 5, с. 12–24.
- [8] Журавлёв В.Ф. Двумерный осциллятор Ван дер Поля с внешним управлением. *Нелинейная динамика*, 2016, т. 12, № 2, с. 211–222.  
DOI: <https://doi.org/10.20537/nd1602004>
- [9] Журавлёв В.Ф. О дрейфе волнового твердотельного гироскопа (ВТГ) на вращающемся основании при управлении квадратурой в режимах «быстрого» и «медленного» времени. *Изв. РАН. МТТ*, 2003, № 3, с. 13–19.
- [10] Шишаков К.В. Модели объекта управления для системы поддержания стоячей волны в твердотельном волновом гироскопе. *Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова*, 2010, № 3, с. 144–147.
- [11] Lee J., Yun S.W., Rhim J. Design and verification of a digital controller for a 2-piece hemispherical resonator gyroscope. *Sensors*, 2016, vol. 16, no. 4, art. 555.  
DOI: <https://doi.org/10.3390/s16040555>
- [12] Wan Q., Chen F., Xu D., et al. Enhancing the closed-loop stability of a high-Q polysilicon micro-hemispherical resonating gyroscope. *AIP Adv.*, 2019, vol. 9, art. 025211. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5045360>
- [13] Аминев Д.А., Охломенко И.В., Никитенко М.В. и др. Исследование возможности импортозамещения микроконтроллеров семейства SAM D20 компании Atmel отечественными аналогами. *Системы управления, связи и безопасности*, 2016, № 1, с. 310–327.
- [14] Кремис И.И. Обзор отечественных модулей цифровой обработки сигналов многоэлементного фотоприемного устройства ИК-диапазона. *Прикладная физика*, 2010, № 6, с. 109–119.

- [15] Журавлёв В.Ф. Волновой твердотельный гироскоп: современное состояние, некоторые аспекты. *Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем. Процессы, модели, эксперимент*, 2011, № 2, с. 118–123.
- [16] Юрин В.Е. Устойчивость колебаний волнового твердотельного гироскопа. *Изв. РАН. МТТ*, 1993, № 3, с. 20–31.
- [17] Трутнев Г.А., Назаров С.Б., Перевозчиков К.К. Система съема и способы измерения колебаний резонатора твердотельного волнового гироскопа. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2020, № 1 (130), с. 50–63. DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2020-1-50-63>
- [18] Ортега Д., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М., Мир, 1975.
- [19] Бакушинский А.Б. К проблеме сходимости итеративно-регуляризованного метода Гаусса — Ньютона. *Вычислительная математика и математическая физика*, 1992, т. 32, № 9, с. 1503–1509.
- [20] Измайлов А.Ф., Куренной А.С., Стецюк П.И. Метод Левенберга — Марквардта для задач безусловной оптимизации. *Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки*, 2019, т. 24, № 125, с. 60–74. DOI: <https://doi.org/10.20310/1810-0198-2019-24-125-60-74>
- [21] Volovich G.I., Solomin E.V., Topolskaya I.G., et al. Modelling and calculation of adaptive devices of automation, control and protection for intellectual electric grid in SciLAB freeware computer mathematic package. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Математическое моделирование и программирование*, 2015, т. 8, № 4, с. 76–82. DOI: <https://doi.org/10.14529/mmp150406>

**Трутнев Георгий Александрович** — соискатель кафедры «Мехатронные системы» ИжГТУ имени М.Т. Калашникова (Российская Федерация, 426069, г. Ижевск, Студенческая ул., д. 7).

**Щенятский Алексей Валерьевич** — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры «Мехатронные системы» ИжГТУ имени М.Т. Калашникова (Российская Федерация, 426069, г. Ижевск, Студенческая ул., д. 7).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Трутнев Г.А., Щенятский А.В. Вычислительная компонента твердотельного волнового гироскопа для измерительной компоненты на переменном напряжении. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2022, № 3 (140), с. 78–91. DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2022-3-78-91>

## COMPUTATIONAL COMPONENT IN A HEMISPHERICAL RESONATOR GYROSCOPE WITH ITS MEASURING COMPONENT UTILISING ALTERNATING VOLTAGE

G.A. Trutnev

trutnevga@mail.ru

A.V. Shchenyatskiy

bkkupol@istu.ru

Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russian Federation

---

### Abstract

The paper considers a hemispherical resonator gyroscope. It describes the structure of a hemispherical resonator gyroscope as a measuring and computing system, as well as the problems and main factors involved in increasing its accuracy. We studied a measuring component utilising alternating voltage, its circuit layout and mathematical model. We stated the problem of synthesising a computational component taking into account possible computational resource limitations in the device in the form of a system of nonlinear algebraic equations. We considered the specifics and implementation requirements concerning the computational algorithm, as well as the specifics of utilising redundant information about the wave pattern state in the gyroscope. The equation system proposed is overdetermined. We analysed the issues peculiar to the iterative method of solving this nonlinear system, which we propose to use as the basis for the mathematical model of the computational component. The method described may be generalised as the Gauss — Newton method. The paper provides alternative iterative methods for designing the computational component. We investigated convergence issues for the computational component model obtained via the Gauss — Newton method. The paper presents computational component simulation results and concludes that using the computational component model obtained is possible and feasible

### Keywords

*Hemispherical resonator gyroscope, measuring component, computational component, mathematical simulation, solution to a system of nonlinear equations, Gauss — Newton method*

Received 01.12.2021

Accepted 15.12.2021

© Author(s), 2022

---

### REFERENCES

- [1] Klimov D.M., Zhuravlev V.F., Zhanov Yu.K. Kvartsevyy polusfericheskiy resonator [Hemispheric quartz oscillator]. Moscow, Kim L.A. Publ., 2017.
- [2] Trutnev G.A., Nazarov S.B., Perevozchikov K.K., et al. Measurement calculation system “Solid-state resonator gyroscope”. *Intellektualnye sistemy v proizvodstve* [Intelligent Systems in Manufacturing], 2017, vol. 15, no. 3, pp. 62–72 (in Russ.).  
DOI: <https://doi.org/10.22213/2410-9304-2017-3-62-72>

- [3] Bryan G.H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell. *Proc. Camb. Phil. Soc. Math. Phys. Sc.*, 1890, vol. 7, pp. 101–111.
- [4] Matveev V.A., Lipatnikov V.I., Alekhin A.V. *Proektirovanie volnovogo tverdotelnogo giroskopa* [Design of hemispherical resonator gyro]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 1998.
- [5] Pytyev Yu.P. *Metody matematicheskogo modelirovaniya izmeritelno-vychislitelnykh system* [Mathematical modeling methods of measurement calculation system]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2004.
- [6] Zhuravlev V.P. Hemispherical resonator gyro with  $m$  data electrodes and  $n$  control electrodes. *Mech. Solids*, 2015, vol. 50, no. 4, pp. 375–378 (in Russ.).  
DOI: <https://doi.org/10.3103/S0025654415040020>
- [7] Zhuravlev V.F., Linch D.D. Electric model of a hemispherical resonator gyro. *Izv. RAN. MTT*, 1995, no. 5, pp. 12–24 (in Russ.).
- [8] Zhuravlev V.F. Van der Pol's controlled 2D oscillator. *Nelineynaya dinamika* [Rus. J. Nonlin. Dyn.], 2016, vol. 12, no. 2, pp. 211–222 (in Russ.).  
DOI: <https://doi.org/10.20537/nd1602004>
- [9] Zhuravlev V.F. On the drift of hemispherical resonator gyroscope on a rotating base when controlling the quadrature in the “fast” and “slow” time modes. *Izv. RAN. MTT*, 2003, no. 3, pp. 13–19 (in Russ.).
- [10] Shishakov K.V. Object control models for wave processes in solid wave resonator gyro. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2010, no. 3, pp. 144–147 (in Russ.).
- [11] Lee J., Yun S.W., Rhim J. Design and verification of a digital controller for a 2-piece hemispherical resonator gyroscope. *Sensors*, 2016, vol. 16, no. 4, art. 555.  
DOI: <https://doi.org/10.3390/s16040555>
- [12] Wan Q., Chen F., Xu D., et al. Enhancing the closed-loop stability of a high-Q polysilicon micro-hemispherical resonating gyroscope. *AIP Adv.*, 2019, vol. 9, art. 025211. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5045360>
- [13] Aminev D.A., Okhlomenko I.V., Nikitenko M.V., et al. Investigation of the possibility of import substitution microcontroller Atmel SAM D20 domestic chips. *Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti* [Systems of Control, Communication and Security], 2016, no. 1, pp. 310–327 (in Russ.).
- [14] Kremis I.I. Review of domestic modules for digital processing the signals of the ir focal plane array. *Prikladnaya fizika*, 2010, no. 6, pp. 109–119 (in Russ.).
- [15] Zhuravlev V.F. Hemispherical resonator gyroscope: recent state, some aspects. *Aktualnye problemy aviatsionnykh i aerokosmicheskikh system. Protsessy, modeli, eksperiment* [Actual Problems of Aviation and Aerospace Systems. Processes, Models, Experiment], 2011, no. 2, pp. 118–123 (in Russ.).
- [16] Yurin V.E. Oscillatory stability of hemispherical resonator gyro. *Izv. RAN. MTT*, 1993, no. 3, pp. 20–31 (in Russ.).
- [17] Trutnev G.A., Nazarov S.B., Perevozchikov K.K. Sensing system and methods for measuring oscillations in the resonator of a hemispherical resonator gyroscope.

*Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2020, no. 1 (130), pp. 50–63 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2020-1-50-63>

[18] Ortega J.M., Rheinboldt W.C. Iterative solution of nonlinear equations in several variables. New York, Academic Press, 1970.

[19] Bakushinskiy A.B. The problem of the convergence of the iteratively regularized Gauss — Newton method. *Comput. Math. Math. Phys.*, 1992, vol. 32, no. 9, pp. 1353–1359.

[20] Izmaylov A.F., Kurennoy A.S., Stetsyuk P.I. Levenberg — Marquardt method for unconstrained optimization. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki* [Tambov University Reports. Series Natural and Technical Sciences], 2019, vol. 24, no. 125, pp. 60–74 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.20310/1810-0198-2019-24-125-60-74>

[21] Volovich G.I., Solomin E.V., Topolskaya I.G., et al. Modelling and calculation of adaptive devices of automation, control and protection for intellectual electric grid in SciLAB freeware computer mathematic package. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Matematicheskoe modelirovanie i programmirovaniye* [Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software], 2015, vol. 8, no. 4, pp. 76–82 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.14529/mmp150406>

**Trutnev G.A.** — Degree Applicant, Department of Mechatronic Systems, Kalashnikov ISTU (Studencheskaya ul. 7, Izhevsk, 426069 Russian Federation).

**Shchenyatskiy A.V.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor, Department of Mechatronic Systems, Kalashnikov ISTU (Studencheskaya ul. 7, Izhevsk, 426069 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Trutnev G.A., Shchenyatskiy A.V. Computational component in a hemispherical resonator gyroscope with its measuring component utilising alternating voltage. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2022, no. 3 (140), pp. 78–91 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2022-3-78-91>