

АВТОМАТИЧЕСКОЕ АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРИЦЕПОМ АВТОМОБИЛЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЗАДНИМ ХОДОМ

С.П. Круглов

kruglov_s_p@mail.ru

С.В. Ковыршин

sergkow@mail.ru

ИрГУПС, г. Иркутск, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрена задача построения системы помощи водителю автомобиля с прицепом при движении задним ходом, функционирующей при априорной неопределенности параметров управляемого объекта автомобиль–прицеп и неконтролируемых возмущений. Обоснованы математическая модель объекта управления автомобиль–прицеп и основные соотношения, необходимые для синтеза закона управления. Оценены условия устойчивости движения с учетом понятий короткий и длинный прицепы и влияние возмущений. В качестве управляемой переменной использована относительная угловая скорость прицепа, т. е. отнесенная к скорости автомобиля. Сформирован адаптивный закон управления по отклонению управляемых колес автомобиля для достижения заданного водителем значения регулируемой переменной с использованием неявной эталонной модели. Априорная неопределенность устранена путем приблизительной оценки длины прицепа и текущей параметрической идентификации математической модели объекта управления. Текущие оценки, доставляемые идентификатором, использованы для синтеза закона управления. Обоснование функционирования адаптивной системы управления основано на упрощенных условиях адаптируемости. Синтезированный закон управления направлен на предотвращение достижения угла складывания при коротком прицепе и ограничение угла сцепки при длинном. Предложено автоматическое формирование предупреждающих сигналов, в частности о складывании прицепа, приведены модельные примеры, показывающие эффективность предлагаемой системы управления

Ключевые слова

Система помощи водителю автомобиля с прицепом, адаптивная система управления, алгоритм текущей идентификации, внешние неконтролируемые возмущения, эталонная модель, угол складывания прицепа

Поступила 25.05.2020

Принята 08.02.2021

© Автор(ы), 2021

Введение. Ручное управление автомобилем с прицепом при движении задним ходом — это достаточно сложный маневр даже для опытных водителей. Особенно сложная задача — перемещение прицепа на ограниченную площадку (гараж, склад, железнодорожная платформа и т. п.). Дополнительные трудности могут возникнуть при наличии на пути следования прицепа неровностей или участков с такими поверхностями, как мокрая глина, гололед, песок, пашня и др. Сюда также относится требование ограничения времени указанного маневра, например, при решении военных и других специальных задач. Это требует тщательной тренировки водителей. Альтернативным решением указанной проблемы является автоматизация управления на рассматриваемом режиме движения.

Известно много решений, направленных на автоматизацию управления прицепом при движении назад [1, 2]. Основной их недостаток заключается в том, что они требуют полную априорную информацию о кинематических параметрах объекта управления автомобиль–прицеп, а также отсутствие существенных возмущений. Если параметры автомобиля, как правило, известны заранее, то длина прицепа, особенно при частой его смене и изменении длины прицепа для перевозки негабаритных грузов, требует предварительного определения. В патенте [3] предлагается использовать для прицепа метки с закодированной необходимой информацией, считываемой видео- или радиосистемой автомобиля. Имеются решения, позволяющие измерять длину прицепа с помощью парковочных датчиков [4]. Однако все это требует дополнительного оборудования и дополнительных затрат на обслуживание.

В работах [5, 6] рассмотрена система с реализацией ПИ-контроллера в замкнутом контуре управления, предназначенном для парирования внешних возмущений, что требует предварительной настройки, а также не решена задача о предупреждении складывания прицепа в условиях действия неконтролируемого возмущения. Предложено также оценивать длину прицепа и угол складывания по кинематическим соотношениям при движении вперед [7], но это не учитывает возмущение при целевом использовании системы. В патенте [8] предложено строить адаптивный закон управления прицепом через отслеживание заданного угла сцепки, но это решение является полупределенным.

Настоящая работа является попыткой устранить отмеченные недостатки, организовать более полную автоматизацию при движении назад за счет адаптивного управления объектом автомобиль–прицеп при текущей априорной неопределенности части параметров объекта управления и действий неконтролируемых возмущений и шумов датчиков.

Постановка задачи исследования. Для достижения указанной целевой установки предложено рассмотреть математическую модель объекта автомобиль–прицеп и основные ее свойства с учетом понятий короткий и длинный прицеп. На основании модели построить адаптивный закон управления автоматическим отклонением управляемых колес автомобиля для достижения заданной относительной угловой скорости прицепа (отношение угловой скорости прицепа к скорости автомобиля). Последняя задается водителем при управлении прицепом во время движения назад с помощью специального пульта и заранее выбранной неявной эталонной модели. Адаптация к текущей неопределенности параметров модели объекта управления преодолевается с помощью алгоритма текущей параметрической идентификации. Система управления также формирует предупреждающие сигналы о возможности складывания прицепа. Устойчивость и точность замкнутой системы управления оценивается по способности системы управления вести прицеп по заданной (эталонной) регулируемой переменной.

Математическая модель объекта управления автомобиль–прицеп. Основные кинематические параметры для типовой компоновки объекта автомобиль–прицеп приведены на рис. 1.

На рисунке обозначено: φ — управляющий или средний угол отклонения управляемых колес автомобиля с естественным конструкционным ограничением, $|\varphi| \leq \varphi_{\max} \leq 30^\circ$; $\varphi_{\max}^{\text{уст}}$ — ограничение управляющего угла по условию устойчивости θ при движении вперед; при наличии внешнего возмущения эта переменная имеет два различных по модулю значения $\varphi_{\max}^{\text{уст}+}$ и $\varphi_{\max}^{\text{уст}-}$ (с положительным и отрицательным знаком); θ — угол сцепки или угол между продольными осями прицепа и автомобиля; $\theta_{\text{бал}}$ — угол сцепки в установившемся развороте, когда $\dot{\theta} \equiv 0$; $\theta_{\text{скл}}$ ($\theta_{\text{скл}}^+$ и $\theta_{\text{скл}}^-$) — угол складывания, значение угла сцепки, при превышении по модулю которого во время движения назад начинается непроизвольное его увеличение (складывание прицепа) с невозможностью компенсации из-за ограниченности φ ; $\theta_{\max}^{\text{уст}}$ ($\theta_{\max}^{\text{уст}+}$, $\theta_{\max}^{\text{уст}-}$) — угол сцепки, соответствующий $\varphi_{\max}^{\text{уст}}$ ($\varphi_{\max}^{\text{уст}+}$, $\varphi_{\max}^{\text{уст}-}$); угол θ будем рассматривать в диапазоне $|\theta| \leq \theta_{\max} < 90^\circ$, где θ_{\max} — максимальное эксплуатационное ограничение модуля угла сцепки; $\psi_{\text{авт}}$, $\psi_{\text{пр}}$ — угол поворота автомобиля и прицепа соответственно от какого-то направления, например, заданного (на рис. 1 обозначено вертикальной линией); $v_{\text{упр}}$, $v_{\text{авт}}$, $v_{\text{пр}}$ — скорость автомобиля

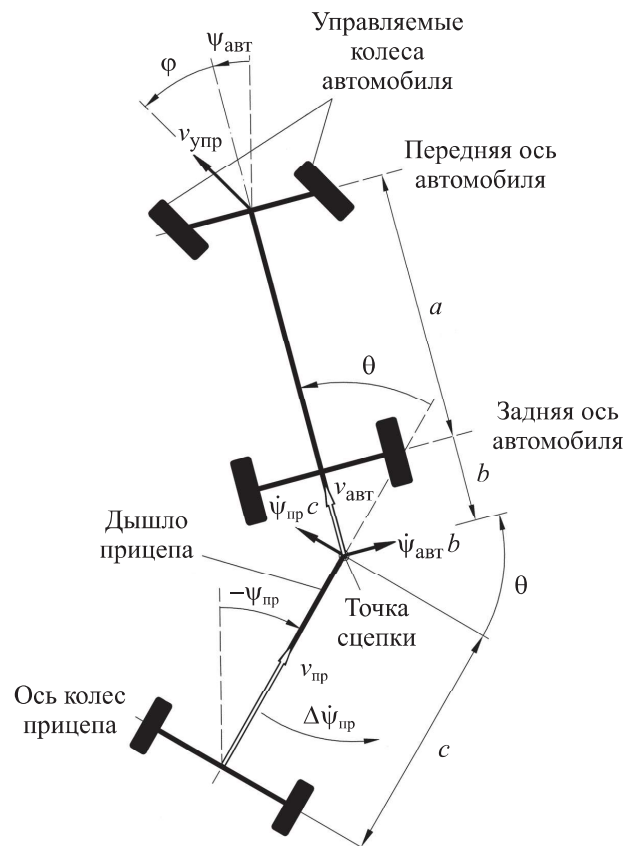


Рис. 1. Кинематические параметры объекта управления автомобиль–прицеп (вид сверху)

по управляемым колесам в центре оси последних, продольная скорость автомобиля (скорость автомобиля) и скорость прицепа ($v_{\text{авт}} = v_{\text{упр}} \cos \varphi$); a, b, c — кинематические параметры объекта управления автомобиль–прицеп соответственно: колесная база автомобиля или расстояние между осями вращения колес автомобиля, смещение сцепки или расстояние от оси заднего моста автомобиля до точки сцепки, длина прицепа или расстояние от точки сцепки до оси вращения колес прицепа (эффективной оси для многоосного прицепа); a, c — положительные ненулевые числа; в соответствии с типовыми соотношениями транспортного средства [9] примем, что $c > |b|$, $a > |b|$, $b/c = -0,2 - 0,9$; $\Delta\psi_{\text{пр}}$ — ограниченное внешнее неконтролируемое возмущение, выраженное через приращение угловой скорости прицепа; в качестве безразмерной величины примем отношение линейной скорости вдоль оси колес прицепа ввиду возмущения к скорости $v_{\text{авт}}$ (γ):

$$\gamma \triangleq c \Delta \dot{\psi}_{\text{пр}} / v_{\text{авт}}, \quad |\gamma| \ll 1. \quad (1)$$

Введем также понятие короткий прицеп — это прицеп с устойчивым поведением угла сцепки на любых управляющих углах при движении вперед, ему соответствует условие

$$\varphi_{\text{max}} \leq \left| \varphi_{\text{max}}^{\text{уст}} \right|, \quad (2)$$

иначе — длинный прицеп.

Для составления математического описания объекта управления автомобиль–прицеп приняты следующие допущения: назад автомобиль движется с относительно низкой, но ненулевой постоянной скоростью; будут рассмотрены только кинематические соотношения и не учтены другие эффекты от динамики движения. По известным зависимостям из [10] и данным рис. 1 можно описать угловую скорость автомобиля и углы:

$$\dot{\psi}_{\text{авт}} = a^{-1} v_{\text{авт}} \operatorname{tg} \varphi = a^{-1} v_{\text{упр}} \sin \varphi, \quad \psi_{\text{пр}} = \psi_{\text{авт}} - \theta. \quad (3)$$

К точке сцепки приложены два вектора линейной скорости (см. рис. 1): вектор скорости $v_{\text{авт}}$ и вектор $(\dot{\psi}_{\text{авт}} b)$ вращательного движения автомобиля. Проецируя их на продольную и перпендикулярную оси прицепа, с учетом (3) и $\Delta \dot{\psi}_{\text{пр}}$ получаем

$$\begin{aligned} v_{\text{пр}} &= v_{\text{упр}} (\cos \varphi \cos \theta + a^{-1} |b| \sin \varphi \sin \theta); \\ \dot{\psi}_{\text{пр}} &= c^{-1} v_{\text{упр}} (\cos \varphi \sin \theta - a^{-1} |b| \sin \varphi \cos \theta) + \Delta \dot{\psi}_{\text{пр}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Из (3) и (4) определим угол $\dot{\theta}$ и относительную угловую скорость прицепа (обозначим κ):

$$\dot{\theta} = v_{\text{упр}} (ac)^{-1} (c \sin \varphi - a \cos \varphi \sin \theta + |b| \sin \varphi \cos \theta) - \Delta \dot{\psi}_{\text{пр}}; \quad (5)$$

$$\kappa \triangleq \dot{\psi}_{\text{пр}} / v_{\text{авт}} = (a \sin \theta - |b| \operatorname{tg} \varphi \cos \theta) / (ac) + \Delta \dot{\psi}_{\text{пр}} / v_{\text{авт}}. \quad (6)$$

Зависимость (5) можно переписать по-другому — внести $\Delta \dot{\psi}_{\text{пр}}$ внутрь скобок, прописать полученное слагаемое через $v_{\text{авт}}$, учитывая обозначение γ по (1), а также используя известное равенство (α, β, ν — любые действительные числа) [11]:

$$\alpha \sin \nu + \beta \cos \nu = \operatorname{sign}(\alpha) \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sin(\nu + \arctg(\beta / \alpha)), \quad (7)$$

где $\operatorname{sign}(\alpha)$ — функция знака: -1 при $\alpha < 0$, 1 при $\alpha \geq 0$.

Комбинируя по этой формуле синусы и косинусы по φ и учитывая (1), можно записать

$$\dot{\theta} = -\text{sign}(v_{\text{авт}}) k \sin(\varphi_{\text{бал}}(\theta, \gamma) - \varphi), \quad (8)$$

где

$$k \triangleq (ac)^{-1} |v_{\text{авт}}| \sqrt{(c + |b| \cos \theta)^2 + a^2 (\sin \theta + \gamma)^2} > 0;$$

$$\varphi_{\text{бал}}(\theta, \gamma) \triangleq \text{arctg} \left[a(\sin \theta + \gamma) / (c + |b| \cos \theta) \right]$$

— коэффициент и балансировочная зависимость (кривая) управляющего угла по θ ; последнее — это значение φ такое, что если его зафиксировать и $\gamma = \text{const}$, то этому соответствует установившийся разворот: $\theta \equiv \theta_{\text{бал}} = \text{const}$; на рис. 2 приведена типовая балансировочная зависимость (для $\gamma > 0$).

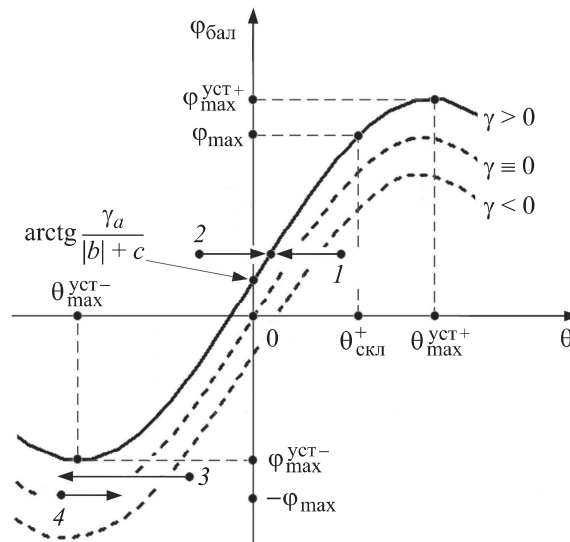


Рис. 2. Балансировочная зависимость управляемых колес автомобиля по углу сцепки

Рассмотрим производную балансировочной зависимости по θ . С учетом применения (7) представления функций arcsctg через arctg и \sin через \cos можно записать так:

$$\frac{\partial \varphi_{\text{бал}}}{\partial \theta} = \frac{\left[|b| + c \text{sign}(\gamma) \sqrt{1 + (\gamma b / c)^2} \cos(\theta - \text{arctg}(\gamma |b| / c)) \right]}{\left[a(\sin \theta + \gamma)^2 + a^{-1} (|b| \cos \theta + c)^2 \right]}.$$

Определим, на каком интервале углов θ эта функция положительна, т. е. $\varphi_{\text{бал}}$ не убывает. Поскольку знаменатель производной строго положительный, достаточно рассмотреть условия неотрицательности ее числителя, отсюда следует зависимость

$$|\theta - \operatorname{arctg}(\gamma |b|/c)| \leq \arccos\left(-\operatorname{sign}(\gamma)(|b|/c)/\sqrt{1+(\gamma b/c)^2}\right)$$

или $\theta_{\max}^{\text{уст-}} \leq \theta \leq \theta_{\max}^{\text{уст+}}$, (9)

где

$$\theta_{\max}^{\text{уст-}} \stackrel{\Delta}{=} -\arccos\left(\frac{-\operatorname{sign}(\gamma)(|b|/c)}{\sqrt{1+(\gamma b/c)^2}}\right) + \operatorname{arctg}(\gamma |b|/c);$$

$$\theta_{\max}^{\text{уст+}} \stackrel{\Delta}{=} \arccos\left(\frac{-\operatorname{sign}(\gamma)(|b|/c)}{\sqrt{1+(\gamma b/c)^2}}\right) + \operatorname{arctg}(\gamma |b|/c).$$

Отметим, что если $\gamma \equiv 0$, тогда

$$|\theta_{\max}^{\text{уст}}| = |\theta_{\max}^{\text{уст-}}| = \theta_{\max}^{\text{уст+}} = \arccos(-|b|/c).$$

В этом случае для принятого диапазона конфигураций объекта автомобиль–прицеп: $|\theta_{\max}^{\text{уст}}|_{\gamma=0} \geq 90^\circ$. Внешнее возмущение смещает эту величину, но в силу принятых условий и соотношения (1) получим $|\gamma b/c| \ll 1$, поэтому смещение по модулю приблизительно составит $|\gamma b/c|$ радиан.

Из (8), (9) и принятых обозначений следует, что

$$\varphi_{\max}^{\text{уст}} = \varphi_{\text{бал}}(\theta_{\max}^{\text{уст}}, \gamma) = \operatorname{arctg}\left[a\left(\sin \theta_{\max}^{\text{уст}} + \gamma\right) / \left(c + |b| \cos \theta_{\max}^{\text{уст}}\right)\right]. \quad (10)$$

Подставляя в (10) $\theta_{\max}^{\text{уст}}$ из (9) при $\gamma \equiv 0$, можно записать

$$|\varphi_{\max}^{\text{уст}}|_{\gamma=0} = \operatorname{arctg}\left(a / \sqrt{c^2 - b^2}\right). \quad (11)$$

Подставляя (10) в (2), несложно уточнить понятие короткий прицеп (и смысл его назначения) при $\gamma \equiv 0$, переписав (2) в виде

$$c \leq c_{\gamma=0}^* \stackrel{\Delta}{=} \sqrt{(a / \operatorname{tg} \varphi_{\max})^2 - b^2}. \quad (12)$$

Изучим динамику изменения угла θ по (8) при движении вперед ($v_{\text{авт}} > 0$). Вначале рассмотрим случай, когда исходное значение управляющего угла удовлетворяет условиям: $\varphi \equiv \text{const} < \varphi_{\text{бал}}$ ($\theta, \gamma = \text{const} > 0$) при $\theta \in (\theta_{\max}^{\text{уст-}}, \theta_{\max}^{\text{уст+}})$ (точка 1, см. рис. 2, или любая другая точка области, расположенной ниже текущей балансировочной кривой). Из (8) следует, что это порождает уменьшение угла θ . При условии $\theta \in (\theta_{\max}^{\text{уст-}}, \theta_{\max}^{\text{уст+}})$

это будет продолжаться до тех пор, пока не наступит равенство $\varphi \equiv \varphi_{\text{бал}} (\theta = \theta_{\text{бал}}, \gamma = \text{const})$, т. е. установившийся разворот. При тех же условиях и исходном равенстве угла θ значению $\theta_{\text{max}}^{\text{уст-}}$ или $\theta_{\text{max}}^{\text{уст+}}$ из (8) получаем $\dot{\theta} \equiv 0$, т. е. установившийся разворот. Если же рассмотреть случай с теми же исходными условиями, но $\varphi \equiv \text{const} > \varphi_{\text{бал}} (\theta, \gamma = \text{const} > 0)$ (точка 2, см. рис. 2, или любая другая точка области, лежащая выше балансирующей кривой), то аналогично рассуждая, в пределе также получаем установившийся разворот. Если в рассмотренных случаях $\theta \notin [\theta_{\text{max}}^{\text{уст-}}, \theta_{\text{max}}^{\text{уст+}}]$ (например, точка 3, см. рис. 2), то налицо неустойчивое поведение угла θ .

Таким образом, требованием устойчивости при движении вперед является условие

$$\theta_{\text{бал}} \in [\theta_{\text{max}}^{\text{уст-}}, \theta_{\text{max}}^{\text{уст+}}] \quad \text{или} \quad \varphi_{\text{max}}^{\text{уст-}} \leq \varphi \leq \varphi_{\text{max}}^{\text{уст+}}. \quad (13)$$

Если справедливо неравенство (2), а значит, и (13), любому постоянному управляющему углу соответствует: $\theta \rightarrow \theta_{\text{бал}} \equiv \text{const}$, т. е. устойчивое движение по углу сцепки. Если $\varphi_{\text{max}} > \left| \varphi_{\text{max}}^{\text{уст}} \right|$, указанный вывод справедлив только внутри ограничения (13). Отсюда следует обоснованность условия (2), указывающего на короткий прицеп.

Если же автомобиль движется назад ($v_{\text{авт}} < 0$) и выполнено неравенство (13) (прицеп короткий), из подобных рассуждений следует (характер изменения угла θ в рассмотренных случаях имеет обратный характер), что система точно неустойчива, чем объясняются все проблемы управления таким движением.

Если $\varphi_{\text{max}} > \left| \varphi_{\text{max}}^{\text{уст}} \right|$ — прицеп длинный и текущее положение $|\varphi| = \text{const} > \left| \varphi_{\text{max}}^{\text{уст}} \right|$ (точка 4 рядом с балансирующей кривой, см. рис. 2), то при движении назад модуль угла сцепки будет вначале уменьшаться, т. е. налицо устойчивое поведение угла θ (после прохода нулевого значения дальше модуль θ снова увеличивается). Это значит, что с длинным прицепом при движении назад угол складывания отсутствует — водитель всегда располагает запасом значений управляющего угла, способным убрать большой угол сцепки.

Из зависимости $\varphi_{\text{бал}} (\theta_{\text{max}}^{\text{уст}}, \gamma)$ из формулы (8) с учетом (7) и комбинации по θ можно найти зависимость, обратную к $\varphi_{\text{бал}} (\theta, \gamma)$, и на основе ее — угол складывания:

$$\theta_{\text{бал}}(\varphi, \gamma) = \arcsin \left[\frac{(c \operatorname{tg} \varphi / a) - \gamma}{\sqrt{1 + (b \operatorname{tg} \varphi / a)^2}} \right] + \operatorname{arctg} \left(\frac{|b| \operatorname{tg} \varphi}{a} \right),$$

$$\theta_{\text{скл}} = \theta_{\text{бал}}(\operatorname{sign}(\varphi) \varphi_{\text{max}}, \gamma). \quad (14)$$

Адаптивный закон управления. Он должен обеспечивать реализацию заданного водителем значения относительной угловой скорости прицепа (обозначим как κ_3). Примем, что скорость изменения κ_3 ограничена. Закон будем строить на основе уравнения (6).

Очевидно, что на установившемся развороте ($\dot{\theta} \equiv 0$), соответствующим балансировочному значению относительной угловой скорости прицепа (обозначим как $\kappa_{\text{бал}}$), на основании (3) $\dot{\psi}_{\text{пр}} \equiv \dot{\psi}_{\text{авт}}$ и по (6) и (8) получаем:

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{бал}}(\theta_{\text{бал}}, \gamma) &= \operatorname{tg} [\varphi_{\text{бал}}(\theta_{\text{бал}}, \gamma)] / a = \\ &= (\sin \theta_{\text{бал}} + \gamma) / (c + |b| \cos \theta_{\text{бал}}). \end{aligned} \quad (15)$$

Из структуры этого равенства следует, что зависимость $\kappa_{\text{бал}}(\theta_{\text{бал}}, \gamma)$ подобна зависимости $\varphi_{\text{бал}}(\theta, \gamma)$, приведенной на рис. 2, и в пределах (9) возрастает при увеличении $\theta_{\text{бал}}$ (кроме граничных точек).

Рассмотрим вопрос ограничения сигнала κ_3 , задаваемого водителем. Для этого предположим, что $\gamma \equiv 0$. Из (15) в предположении $\gamma \equiv 0$ с использованием φ_{max} и значения $\varphi_{\text{max}}^{\text{уст}}$ по (11) можно определить максимальное по модулю значение $\kappa_{\text{бал}}$ (обозначим его для короткого и длинного прицепов как $\left| \kappa_{\text{бал}}^{\text{кор}} \right|_{\text{max}}$ и $\left| \kappa_{\text{бал}}^{\text{дл}} \right|_{\text{max}}$):

$$\left| \kappa_{\text{бал}}^{\text{кор}} \right|_{\text{max}} = \operatorname{tg} \varphi_{\text{max}} / a; \quad \left| \kappa_{\text{бал}}^{\text{дл}} \right|_{\text{max}} = \frac{1}{\sqrt{c^2 - b^2}}, \quad (16)$$

при этом в силу (2) $\left| \kappa_{\text{бал}}^{\text{кор}} \right|_{\text{max}} > \left| \kappa_{\text{бал}}^{\text{дл}} \right|_{\text{max}}$. Кроме того, при движении назад и длинном прицепе (см. рис. 2) угол сцепки может достигать значения угла θ_{max} . Отсюда следует, что при движении назад важно следить за углом сцепки, причем для короткого прицепа необходимо, чтобы этот угол не достигал значения угла $\theta_{\text{скл}}$, а для длинного прицепа — θ_{max} .

Для формирования закона управления считаем, что параметры автомобиля $a, b, \varphi_{\text{max}}, \theta_{\text{max}}$ известны, переменные $\varphi, \theta, v_{\text{авт}}$ непосредственно измеряются. Сигнал $\dot{\theta}$ определяется численным дифференцированием

по текущему углу θ (со сглаживанием), сигнал $\dot{\phi}$ определяется аналогично. Длину прицепа будем формировать в виде оценки: \hat{c} («крышка» над символом здесь и далее означает его оценку). Примем, что оценка \hat{c} находится внутри указанного интервала (обоснование этих границ будет рассмотрено далее):

$$0,5c \leq \hat{c} \leq 2c. \quad (17)$$

Поскольку требования (17) к оценке \hat{c} очень простые (допустима неточность $\pm 50\%$), то предлагается водителю определять ее накануне использования системы, измеряя длину прицепа простыми методами: на глаз, футами, шагами, и вводить в систему.

Из (3) и (6) следует, что $\kappa = \operatorname{tg} \varphi / a - \dot{\theta} / v_{\text{авт}}$, поэтому (6) можно переписать в виде

$$\left(\operatorname{tg} \varphi / a - \dot{\theta} / v_{\text{авт}} \right) - \chi_3 \operatorname{tg} \varphi \cos \theta = \chi_1 \sin \theta + \chi_2 = X^T Y, \quad (18)$$

где $\chi_1 \triangleq c^{-1}$, $\chi_2 \triangleq \Delta \dot{\psi}_{\text{пр}} / v_{\text{авт}}$, $\chi_3 \triangleq -|b| / (ac)$ — параметры уравнения (18), два первых параметра будем считать неизвестными (для реализации аппроксимации текущими оценками этих параметров математической модели объекта управления), а третий представим с использованием полученной от водителя оценки \hat{c} : $\hat{\chi}_3 \triangleq -|b| / (a\hat{c})$; $X^T \triangleq [\chi_1, \chi_2]$ — вектор неизвестных параметров; $Y^T \triangleq [\sin \theta, 1]$ — вектор регрессоров (в терминах регрессионного анализа).

В качестве алгоритма текущей идентификации будем использовать рекуррентный метод наименьших квадратов с фактором забывания [12]:

$$\hat{X}_i = \hat{X}_{i-1} + \beta \Gamma_i Y_i \varepsilon_i; \quad \varepsilon_i = z_i - \hat{X}_{i-1}^T Y_i;$$

$$\Gamma_i = \left(\Gamma_{i-1} - \Gamma_{i-1} Y_i Y_i^T \Gamma_{i-1} \left[1 + Y_i^T \Gamma_{i-1} Y_i \right]^{-1} \right) \beta^{-1}; \quad \Gamma_0 = \mu E, \quad (19)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots$ — номера дискретных измерений; Γ_i — матричный коэффициент усиления алгоритма идентификации; ε_i — невязка идентификации; $z_i \triangleq \left(\operatorname{tg} \varphi_i / a - \dot{\theta}_i / v_{\text{авт}i} - \hat{\chi}_3 \operatorname{tg} \varphi_i \cos \theta_i \right)$ — отклик объекта; μ — большое положительное число; E — единичная матрица размера 2×2 ; β ($0 < \beta < 1$, $\beta \rightarrow 1$) — назначаемый фактор забывания прошлых измерений для того, чтобы алгоритм отслеживал изменение искомых параметров.

Предположим, что, алгоритм текущей идентификации (19) обеспечивает с первых шагов своей работы $\varepsilon \xrightarrow{\cong} 0$. Тогда по (19), вместо зависимости (18), можно записать в дискретном виде динамику изменения κ через текущие оценки неизвестных параметров:

$$\kappa_i \approx \widehat{\chi}_{1i} \sin \theta_i + \widehat{\chi}_{2i} + \widehat{\chi}_{3i} \cos \theta_i \operatorname{tg} \varphi_i. \quad (20)$$

Назначим неявную устойчивую эталонную модель, формализующую требования к замкнутой системе управления, описываемую в непрерывном времени как

$$\dot{\kappa}_M(t) = a_M [\kappa_3(t) - \kappa_M(t)], \quad \kappa_M(t_0) = \kappa(t_0), \quad (21)$$

где a_M — назначенный положительный постоянный параметр, определяющий скорость переходного процесса; κ_M — выходная переменная модели, соответствующая κ .

Интегрируя (21) на интервале времени $[t_0, t_i]$ и приравнивая правую часть результата правой части уравнения (20), подставляя вместо $\kappa_M(t)$ параметр $\kappa(t)$, можно найти закон управления, который будет обеспечивать близость поведения объекта по κ эталону (21):

$$\varphi_i = \operatorname{sat}_{\varphi_{\max}} \left\{ \operatorname{arctg} \left[\frac{a_M \int_{t_0}^{t_i} [\kappa_3(t) - \kappa(t)] dt - \widehat{\chi}_{1i} \sin \theta_i - \widehat{\chi}_{2i}}{\widehat{\chi}_{3i} \cos \theta_i} \right] \right\}, \quad (22)$$

где $\operatorname{sat}_{\varphi_{\max}}(\cdot)$ — функция ограничения аргумента пределами от $-\varphi_{\max}$ до φ_{\max} .

Действительно, если (22) подставить в (20), то получим описание замкнутой системы управления, соответствующее эталону (21), если аргумент функции $\operatorname{sat}_{\varphi_{\max}}(\cdot)$ не выходит на указанное ограничение, т. е. $\kappa \cong \kappa_M$. Это указывает на устойчивость и точность замкнутой системы управления.

В работе [13] доказано, что в условиях замкнутой адаптивной системы управления с законом (22) $\varepsilon \cong 0$ и справедливо (20), если оценку $\widehat{\chi}_3$ назначить постоянной со свойствами:

$$\operatorname{sign}(\widehat{\chi}_3) = \operatorname{sign}(\chi_3), \quad 0,5|\chi_3| < |\widehat{\chi}_3| < |\widehat{\chi}_3|_{\max}, \quad |\widehat{\chi}_3|_{\max} \geq 2|\chi_3|,$$

что подтверждает справедливость границ \widehat{c} по (17), даже при $b=0$, $\chi_3=0$.

Приведенное является частью «упрощенных условий адаптируемости» [14].

С учетом дополнительных нюансов, вместо (22) предлагается закон управления:

$$\varphi_i = \text{sat}_{\varphi_{\max}} \left\{ \text{arctg} \left[\frac{a_M \int_{t_0}^{t_i} [\kappa_3(t) - \kappa(t)] [1 - |\tilde{\theta}(t)| / \theta_{\max}] dt \Big|_{\pm \varphi_{\max}} - \tilde{\chi}_{1i} \sin \theta_i - \chi_{2i}}{\tilde{\chi}_{2i} \cos \theta_i} \right] \right\}, \quad (23)$$

где угол $\tilde{\theta}$ отличается от θ только тем, что ограничен изменением в диапазоне от нуля до $\pm\theta_{\max}$; $\int(\cdot) \Big|_{\pm \varphi_{\max}}$ — интеграл с отключением операции интегрирования (с фиксацией полученного) при выходе управления на упор: $|\varphi| = \varphi_{\max}$ — это известный метод борьбы с интегральным насыщением, используемый, например, в ПИД-регулировании для уменьшения задержек в управлении [15]; введение второго сомножителя под знаком интеграла призвано при длинном прицепе отключить интегрирование при достижении углом сцепки величины θ_{\max} , не мешая при этом управлению по φ ; закон управления требуется пропускать через низкочастотный фильтр с частотой среза, превышающей рабочие частоты объекта.

В силу возможности появления внешнего возмущения ($\gamma \neq 0$) максимальное значение заданной относительной угловой скорости как короткого, так и длинного прицепов в (23) целесообразно назначить в соответствии с (16) и пояснением к нему в виде

$$|\kappa_3|_{\max} = \left(\frac{\text{tg } \varphi_{\max}}{a} \right) - \Delta\kappa, \quad (24)$$

где $\Delta\kappa$ — малое положительное число, вводимое для реализации запаса управления по парированию автоматикой внешнего возмущения; его значение пропорционально уровню предполагаемого внешнего возмущения (определяется водителем по опыту). При длинном прицепе κ_3 по (24) может быть недостижимым, поэтому здесь предполагается следить за θ .

Если запас $\Delta\kappa$ назначен слишком малым, возможно складывание прицепа ввиду возмущения. Для этого целесообразно предусмотреть автоматическую выработку предупреждающего сигнала водителю о начале складывания короткого прицепа: $|\varphi| = \varphi_{\max}$ и одновременно $\text{sign}(\dot{\theta} \neq 0) = \text{sign } \varphi$. Действительно, если управляющий угол не выходит на свое ограничение, закон управления (22), (23) обеспечивает близость поведения замкнутой системы управления эталону (как было приведено ранее). Такой случай

указывает на начало складывания короткого прицепа. Предполагается также сформировать предупреждающий сигнал при достижении углом сцепки значения θ_{\max} при длинном прицепе.

Пример. На рис. 3 и 4 приведены результаты моделирования процесса управления объектом автомобиль–прицеп при движении назад с адаптивным управлением по зависимостям (17)–(19), (21), (23), (24). На рис. 3 — результаты исследования при коротком прицепе, на рис. 4 — при длинном прицепе. Моделирование проводилось в среде MATLAB.

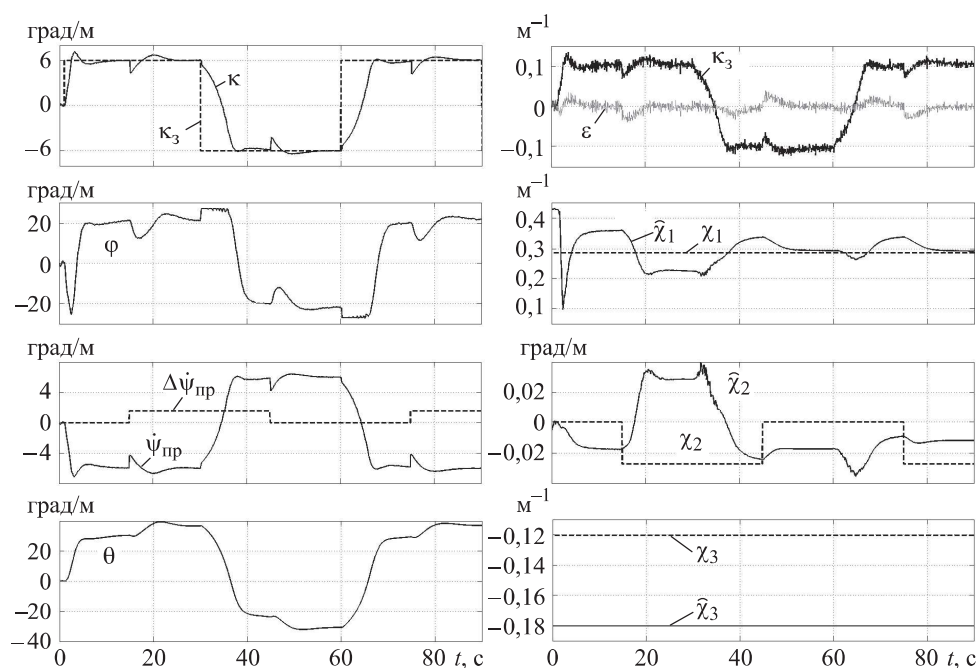


Рис. 3. Результаты исследования адаптивного управления при коротком прицепе

В примере принято: $a = 3,8$ м, $b = 1,6$ м, $c_1 = 3,5$ м — для короткого прицепа, $c_2 = 9$ м — для длинного прицепа (здесь по (12) $c_{\gamma=0}^* \approx 7,3$ м); $\varphi_{\max} = 27^\circ$, $\theta_{\max} = 70^\circ$; $v_{\text{авт}} = -1$ м/с; сигналы θ и φ измеряются с шумами, представляющими собой гауссов случайный процесс с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением $0,03^\circ$. Для снижения уровня помех все сигналы уравнения (18) фильтровались на апериодическом звене с единичным усилением и постоянной времени $0,1$ с. На рис. 3 в соответствии с (18) обозначено: $\kappa_{\text{изм}} \triangleq \text{tg } \varphi_{\text{изм}} / a - \dot{\theta}_{\text{изм}} / v_{\text{авт}}$, где $\varphi_{\text{изм}}$, $\dot{\theta}_{\text{изм}}$ — измеренные сигналы управляющего угла и скорости угла сцепки по указанному ранее способу. Параметр алгоритма идентификации (19): $\mu = 10$, $\beta = 0,998$.

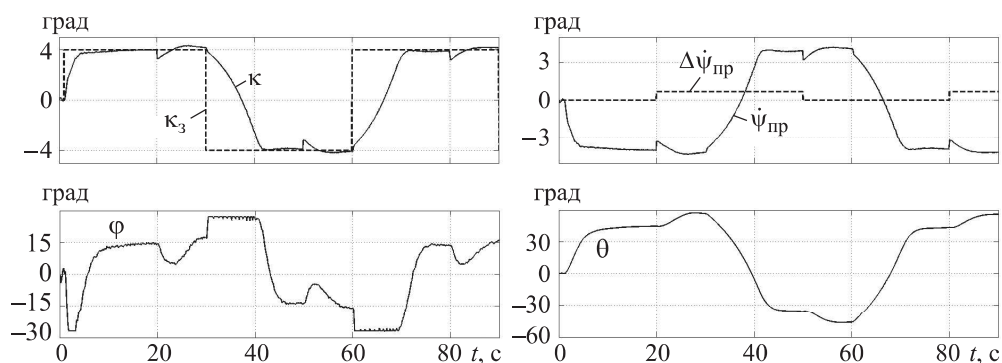


Рис. 4. Результаты исследования адаптивного управления при длинном прицепе

Значение оценки $\hat{\chi}_3$: $\chi_3 / \hat{\chi}_3 = \hat{c} / c \equiv 1,5$ (при других значениях этой оценки из диапазона по (17) качество изменяется незначительно). Начальное значение оценки $\hat{\chi}_1$ выбиралось в соответствии с указанным значением \hat{c} , а для $\hat{\chi}_2$ начальное значение нулевое. Закон управления (23) фильтровался на апериодическом звене с единичным усилением и постоянной времени 0,05 с, также моделировалась задержка величиной 0,1 с. Зависимость κ_3 по времени и внешнее возмущение $\Delta\dot{\psi}_{пр}$ (максимальное значение $|\gamma| \approx 0,1$) приведены на рис. 3 и 4.

Отметим, что по (16), (14), (9) и (11) для короткого прицепа имеем $\left| \kappa_{бал}^{кор} \right|_{max} \approx 7,7$ град/м, $\left| \theta_{скл} \right|_{\gamma=0} \approx 39^\circ$; для длинного прицепа — $\left| \kappa_{бал}^{дл} \right|_{max} \approx 6,5$ град/м, $\left| \theta_{max}^{уст} \right|_{\gamma=0} \approx 100^\circ$, $\left| \varphi_{max}^{уст} \right|_{\gamma=0} \approx 23^\circ$.

Из рисунков следует, что текущая идентификация обеспечивает близость к нулю невязки идентификации, и хотя оценки неизвестных параметров далеки от истины, поведение замкнутой системы управления по относительной угловой скорости прицепа близко к заданному, возмущения парируются. Подобные результаты получены и для других случаев.

Заключение. Представленные выводы и результаты моделирования показывают высокую эффективность автоматического адаптивного управления обратным движением как короткого, так и длинного прицепа по относительной угловой скорости прицепа: при очень приблизительной информации о длине прицепа, при действии существенного внешнего неконтролируемого возмущения и шумов измерений система достаточно точно отслеживает заданное значение регулируемой переменной. Также система формирует предупреждающий сигнал водителю о возможности складывания короткого прицепа (при большом внешнем возмущении)

и о достижении предельного значения угла сцепки. Поскольку адаптивная система управления подстраивается под текущие характеристики объекта управления, синтезированный закон управления учитывает неточности и допущения в исходном описании кинематики и динамики системы управления.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bin Y., Shim T., Feng N., et al. Path tracking control for backing-up tractor-trailer system via model predictive control. *Proc. CCDC*, 2012, pp. 198–203.
DOI: <https://doi.org/10.1109/CCDC.2012.6242930>
- [2] Werling M., Reinish P., Heidingsfeld M., et al. Reversing the general one-trailer system: asymptotic curvature stabilization and path tracking. *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, 2014, vol. 15, no. 2, pp. 627–636.
DOI: <https://doi.org/10.1109/TITS.2013.2285602>
- [3] Lavoie E.M., Trombley R.A., Nave C., et al. Trailer backup assist system. Patent US 9248858. Appl. 22.10.2013, publ. 02.02.2016.
- [4] Josef V. Trailer backing-up assistant using ultrasound sensors based control units to safely back-up the car with trailer. *Proc. 17th Int. Conf. on Mechatronics — Mechatronika (ME)*. Prague, 2016, pp. 1–6.
- [5] Pilutti T.E., Trombley R.A., Hafner M., et al. Control for trailer backup assist system. Patent US 9493187. Appl. 15.11.2016, publ. 18.04.2018.
- [6] Hafner M., Pilutti T. Control for automated trailer backup. *SAE Tech. Paper*, 2017, no. 2017-01-0040. DOI: <https://doi.org/10.4271/2017-01-0040>
- [7] Lavoie E.M., Kyrtos C. Trailer curvature control with adaptive trailer length estimation. Patent US 9623904. Appl. 12.01.2015, publ. 18.04.2017.
- [8] Круглов С.П., Ковыршин С.В., Шорников К.А. Адаптивная система помощи при движении задним ходом автомобиля с прицепом. Патент РФ 2702199. Заявл. 12.03.2018, опублик. 04.10.2019.
- [9] Краткий автомобильный справочник НИИАТ. Т. 2, 4. М., Транспорт, 2004.
- [10] Литвинов А.С., Фаробин Я.Е. Автомобиль. Теория эксплуатационных свойств. М., Машиностроение, 1989.
- [11] Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М., Наука, 1986.
- [12] Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М., Наука, 1991.
- [13] Круглов С.П. Сходимость невязки идентификации в системе управления с параметрической адаптацией. *Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами*, 2019, № 1.
URL: <https://ismm.irgups.ru/en/node/143>
- [14] Круглов С.П. Условия адаптируемости систем управления с идентификатором и эталоном. Saarbucken, LAMBERT Academic Publ., 2012.

[15] Денисенко В.В. Компьютерное управление технологическим процессом, экспериментом, оборудованием. М., Горячая линия–Телеком, 2009.

Круглов Сергей Петрович — д-р техн. наук, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» ИрГУПС (Российская Федерация, 664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, д. 15).

Ковыршин Сергей Владимирович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» ИрГУПС (Российская Федерация, 664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, д. 15).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Круглов С.П., Ковыршин С.В. Автоматическое адаптивное управление прицепом автомобиля при движении задним ходом. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2021, № 4 (137), с. 75–92.

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2021-4-75-92>

**AUTOMATIC ADAPTIVE CONTROL
OF THE VEHICLE TRAILER WHEN REVERSING**

S.P. Kruglov

kruglov_s_p@mail.ru

S.V. Kovyrshin

sergkow@mail.ru

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russian Federation

Abstract

The paper considers the problem of constructing a driver assistance system for a car with a trailer when reversing, functioning under apriori uncertainty of parameters of the controlled object car-trailer and uncontrollable disturbances. The mathematical model of the controlled object car-trailer and the basic relations, necessary for the synthesis of the control law are substantiated. Stability conditions of motion taking into account the notions of short and long trailer and the influence of disturbances are evaluated. The relative angular speed of the trailer, i.e., the angular speed of the trailer divided by the speed of the vehicle, is used as the controlled variable. An adaptive control law on the deviation of the the vehicle steered wheels to achieve the value of the controlled variable set by the driver using an implicit reference model is formed. Apriori uncertainty is eliminated by approximate estimates of trailer length and current parametric identification of the control object mathematical model. The current estimates deliv-

Keywords

Driver assistance system for a vehicle with a trailer, adaptive control system, current identification algorithm, uncontrolled external disturbances, reference model, trailer jackknifing angle

ered by the identifier are immediately used to synthesize the control law. The rationale for the operation of the adaptive control system is based on simplified adaptability conditions. The synthesized control law is aimed at preventing from reaching the folding angle with a short trailer and limiting the coupling angle with a long trailer. Automatic formation of warning signals, in particular about trailer folding, is proposed, and model examples showing efficiency of the proposed control system are given

Received 25.05.2020

Accepted 08.02.2021

© Author(s), 2021

REFERENCES

- [1] Bin Y., Shim T., Feng N., et al. Path tracking control for backing-up tractor-trailer system via model predictive control. *Proc. CCDC*, 2012, pp. 198–203.
DOI: <https://doi.org/10.1109/CCDC.2012.6242930>
- [2] Werling M., Reinish P., Heidingsfeld M., et al. Reversing the general one-trailer system: asymptotic curvature stabilization and path tracking. *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, 2014, vol. 15, no. 2, pp. 627–636.
DOI: <https://doi.org/10.1109/TITS.2013.2285602>
- [3] Lavoie E.M., Trombley R.A., Nave C., et al. Trailer backup assist system. Patent US 9248858. Appl. 22.10.2013, publ. 02.02.2016.
- [4] Josef V. Trailer backing-up assistant using ultrasound sensors based control units to safely back-up the car with trailer. *Proc. 17th Int. Conf. on Mechatronics — Mechatronika (ME)*. Prague, 2016, pp. 1–6.
- [5] Pilutti T.E., Trombley R.A., Hafner M., et al. Control for trailer backup assist system. Patent US 9493187. Appl. 15.11.2016, publ. 18.04.2018.
- [6] Hafner M., Pilutti T. Control for automated trailer backup. *SAE Tech. Paper*, 2017, no. 2017-01-0040. DOI: <https://doi.org/10.4271/2017-01-0040>
- [7] Lavoie E.M., Kyrtos C. Trailer curvature control with adaptive trailer length estimation. Patent US 9623904. Appl. 12.01.2015, publ. 18.04.2017.
- [8] Kruglov S.P., Kovyrshin S.V., Shornikov K.A. Adaptivnaya sistema pomoshchi pri dvizhenii zadnim khodom avtomobilya s pritsepom [Adaptive assistance system when reversing vehicle with trailer]. Patent RU 2702199. Appl. 12.03.2018, publ. 04.10.2019 (in Russ.).
- [9] Kratkiy avtomobil'nyy spravochnik NIIAT. T. 2, 4 [NIIAT short car guide. Vol. 2, 4]. Moscow, Transport Publ., 2004.
- [10] Litvinov A.S., Farobin Ya.E. Avtomobil'. Teoriya ekspluatatsionnykh svoystv [Automobile. Theory of operational properties]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989.
- [11] Bronshteyn I.N., Semendyaev K.A. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov [Mathematics handbook for engineers and students of technical colleges]. Moscow, Nauka Publ., 1986.

[12] Ljung L. System identification. Theory for the user. New Jersey, Prentice Hall Englewood Cliffs, 1987.

[13] Kruglov S.P. Convergence of the residual identification error in the control system with parametrical adaptation. *Informatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami* [Information Technology and Mathematical Modeling in The Management of Complex Systems], 2019, no. 1 (in Russ.). Available at: <https://ismm.irgups.ru/en/node/143>

[14] Kruglov S.P. Usloviya adaptiruемости sistem upravleniya s identifikatorom i etalonom. Saarbucken, LAMBERT Academic Publ., 2012.

[15] Denisenko V.V. Komp'yuternoe upravlenie tekhnologicheskim protsessom, eksperimentom, oborudovaniem [Computer control on technological process, experiment, equipment]. Moscow, Goryachaya liniya–Telekom Publ., 2009.

Kruglov S.P. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Automation of Production Processes, Irkutsk State Transport University (Chernyshevskogo ul. 15, Irkutsk, 664074 Russian Federation).

Kovyrshin S.V. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Automation of Production Processes, Irkutsk State Transport University (Chernyshevskogo ul. 15, Irkutsk, 664074 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Kruglov S.P., Kovyrshin S.V. Automatic adaptive control of the vehicle trailer when reversing. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2021, no. 4 (137), pp. 75–92 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2021-4-75-92>