УДК 519.8:004.942 DOI: 10.18698/0236-3933-2021-2-66-82

МОДЕЛЬ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА ЛЕОНТЬЕВА КАК ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

С.Н. Масаев faberi@list.ru

Институт нефти и газа, Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Российская Федерация

Аннотация

Определена проблема управления динамической системой большой размерности. На основе межотраслевого баланса Леонтьева формализована динамическая система и синтезировано управление системой. Создана математическая модель, объединяющая разные объекты (производства), потребляющие и выпускающие различные ресурсы. В матричное представление задачи введена величина штрафа по всем узлам и объектам с учетом различных вариантов их взаимодействия (задача наблюдения). Сформировано матричное представление задачи планирования на каждом объекте (производстве). Для сформированной системы создан контур управления, обозначены влияющие параметры внешней среды. Выполнен расчет заданного режима ее работы с учетом взаимодействия узлов объектов между собой при влиянии на них параметров внешней среды. Установлено, что без оптимального планирования с учетом матрицы штрафов взаимодействия узлов и объектов динамической системы между собой для достижения сложного результата система неэффективна. В конкретном примере для динамической системы размерностью 4,8 млн параметров выполнена оценка управления с учетом матрицы штрафов. Обеспечено увеличение в 2,4 раза притока дополнительных ресурсов со стороны в динамическую систему за 5 лет — с 130 до 310 млрд усл. ед. С учетом максимальной оптимизации управления в узлах обеспечено увеличение в 3,66 раза притока дополнительных ресурсов — с 200,46 до 726,62 млрд руб.

Ключевые слова

Теория управления, динамическая система, межотраслевой баланс, объект, управление, матрица, узел

Поступила 02.12.2020
Принята 29.01.2021

Введение. В теории динамических систем рассматривается математическая модель объекта управления и формализуются цели управления объектом, синтезируется контур управления влиянием на режимы работы объекта или их контроля. Таким образом, изучаются изменения свойств объекта под влиянием параметров внешней среды и сигналов управления.

Классиками теории динамических систем считаются Ж.В. Понселе, братья Вернер и Вильгельм Сименс, Д.К. Максвелл, Э.Д. Раус, А. Пуанкаре, А.Б. Стодола, А. Гурвиц, И.А. Вышнеградский, П.Л. Чебышев, А.М. Ляпунов, Н.Е. Жуковский, Н.Г. Четаев, И.Н. Вознесенский, А.И. Лурье, Л.С. Понтрягин, А.А. Фельдбаум и многие другие [1–15].

Рассмотрен вопрос управления динамической системой, характеризующейся несколькими миллионами параметров, в условиях влияния внешней среды. В качестве математической модели использована модель баланса Леонтьева [16]. Актуальным остается вопрос распределения ресурсов в динамической системе большой размерности в классическом виде [17, 18]. Работ в этой области не так много из-за нелинейности, нестационарности динамической системы и структуры ее параметров во времени. Приведены перспективные объекты с различным распределением ресурсов и существующие с конца XX и начала XXI в.

Цель работы — использовать модель баланса Леонтьева для управления динамической системой, учитывая распределение ресурсов между ее процессами (узлами), ее цели и влияние параметров внешней среды.

Материалы и методы решения задач, принятые допущения. Модели баланса Леонтьева, представляющие собой системы линейных уравнений, позволяют рассчитывать межотраслевые производственные взаимосвязи в денежной и натуральной формах. На практике возникает необходимость учитывать предприятия, участвующие в производстве 1 ед. продукции конечного предприятия или производстве 1 ед. продукции друг для друга. Предложено дополнить модель Леонтьева путем синтеза контура управления на каждом предприятии в рамках классических задач наблюдения и управления межотраслевым балансом. Это означает, что с экономической точки зрения существуют два уровня управления предприятием. Первый уровень управления осуществляется государством посредством ставки налогов для увеличения уплачиваемой суммы налогов от предприятий в бюджет, а также размера и оптимального распределения денежных субсидий предприятиям. Второй уровень управления вырабатывается децентрализованно в подразделениях предприятия за счет распределения денежных средств в свой бюджет. Бюджет формируется с учетом структуры производства и административных процессов, оценок влияния, установок первого уровня управления (регулятора), параметров внешней среды. Общий бюджет подразделений утверждается руководителем предприятия с учетом целей предприятия и человеческого фактора при децентрализованном управлении.

Научный результат настоящего исследования состоит в расширении управления межотраслевым балансом за счет введения универсальных единиц ресурса второго уровня управления предприятиями и оценок двух уровней управления. Состоятельность и значимость данного замысла подтверждаются масштабным внедрением в практику в виде моделирования взаимодействия цифровых копий предприятий нефтехимии, радиоэлектроники для управления деятельностью особой экономической зоны межотраслевого баланса Леонтьева в 4,8 млн параметров.

Модели Леонтьева составляются в денежном или натуральном выражении, поэтому в настоящей работе натуральные и денежные единицы обозначаются в виде общего ресурса. Существует система распределения общего ресурса n:

$$\begin{gathered}
X^1 = x_1^1 + x_2^1 + \ldots + x_j^1 + \ldots + x_n^1 + Y^1; \\
X^2 = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_j^2 + \ldots + x_n^2 + Y^2; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
X^i = x_1^i + x_2^i + \ldots + x_j^i + \ldots + x_n^i + Y^i; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
X^n = x_1^n + x_2^n + \ldots + x_j^n + \ldots + x_n^n + Y^n,
\end{gathered} \tag{1}$$

где $X^i = \left[i = 1, 2, \ldots, n\right]$ — сумма единиц ресурса; $Y^i = \left[i = 1, 2, \ldots, n\right]$ — сумма единиц ресурса в конечном узле; $x_j^i = \left[i = 1, 2, \ldots, n, j = 1, 2, \ldots, n\right]$ — число единиц ресурсов из i-го узла на создание ресурса j-го узла.

Ресурсы между системами сами перемещаться не могут, вернее, могут, но это система с неизвестной мерой хаоса. Бесконечное число комбинаций лишено смысла и логики.

На взаимодействие узлов введем ограничение в виде штрафа a_n^n (мера, коэффициент расхода дополнительной величины ресурса на одну единицу ресурса, затрачиваемого на взаимодействие одного узла с другим):

$$x_j^i = a_j^i X_j^j, \; i = 1, 2, \ldots, n, \; j = 1, 2, \ldots, n. \tag{2}$$

Тогда получаем

$$\begin{gathered}
X^1 = a_1^1 X^1 + a_2^1 X^2 + \ldots + a_j^1 X^j + \ldots + a_n^1 X^n + Y^1; \\
X^2 = a_1^2 X^1 + a_2^2 X^2 + \ldots + a_j^2 X^j + \ldots + a_n^2 X^n + Y^2; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
X^i = a_1^i X^1 + a_2^i X^2 + \ldots + a_j^i X^j + \ldots + a_n^i X^n + Y^i; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
X^n = a_1^n X^1 + a_2^n X^2 + \ldots + a_j^i X^j + \ldots + a_n^n X^n + Y^n
\end{gathered} \tag{3}$$

или

$$X^i = \sum_{j=1}^{n} a_j^i X^j + Y^i,\ i = 1, 2, \ldots, n. \tag{4}$$

В матричной форме система имеет вид

$$X = AX + Y, \tag{5}$$

где

$$X = \begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \\ \ldots \\ X^n \end{pmatrix}$$ — вектор сумм единиц ресурса;

$$Y = \begin{pmatrix} Y^1 \\ Y^2 \\ \ldots \\ Y^n \end{pmatrix}$$ — вектор сумм единиц ресурса, привлеченного со стороны;

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 a_2^1 \ldots\ a_j^1 \ldots\ a_n^1 \\ a_1^2 a_2^2 \ldots\ a_j^2 \ldots\ a_n^2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_1^i a_2^i \ldots\ a_j^i \ldots\ a_n^i \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_1^n a_2^n \ldots\ a_j^n \ldots\ a_n^n \end{pmatrix} = (a_j^i),\ \ i,\ j = \overline{1,\ n},$$ — нормальная матрица штрафов.

Во-первых, из матричного выражения $(E - A)X = Y$ (E — единичная матрица) можно представить общую сумму штрафа по всем узлам с учетом различных вариантов их взаимодействия (задача наблюдения); во-вторых, можно определить максимальное или минимальное значение общего штрафа, задавая необходимый уровень взаимодействия между узлами $(E-A)^{-1}Y = X$ (задача планирования). Данную задачу решают оптимизационным методом.

При планировании деятельности посредством $(E-A)^{-1}Y = X$ приток дополнительного ресурса обозначим как C_j^i, $i = 1, 2, ..., n$; $j = 1, 2, ..., n$ [17], тогда

$$\begin{gathered}
c_1^1 Y^1 + c_2^1 Y^2 + \ldots + c_j^1 Y^j + \ldots + c_n^1 Y^n = X^1; \\
c_1^2 Y^1 + c_2^2 Y^2 + \ldots + c_j^2 Y^j + \ldots + c_n^2 Y^n = X^2; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
c_1^i Y^1 + c_2^i Y^2 + \ldots + c_j^i Y^j + \ldots + c_n^i Y^n = X^i; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
c_1^n Y^1 + c_2^n Y^2 + \ldots + c_j^n Y^j + \ldots + c_n^n Y^n = X^n.
\end{gathered} \tag{6}$$

Если

$$Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{7}$$

то

$$X = \begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \\ \ldots \\ X^i \\ \ldots \\ X^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1^1 c_2^1 \ldots\ c_j^1 \ldots\ c_n^1 \\ c_1^2 c_2^2 \ldots\ c_j^2 \ldots\ c_n^2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ c_1^i c_2^i \ldots\ c_j^i \ldots\ c_n^i \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ c_1^n c_2^n \ldots\ c_j^n \ldots\ c_n^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1^1 \\ c_1^2 \\ \ldots \\ c_1^i \\ \ldots \\ c_1^n \end{pmatrix} \tag{8}$$

характеризует размер ресурсов во всех узлах на привлечение единицы ресурса первого узла.

Если

$$Y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix},$$

то

$$\begin{pmatrix} c_1^1 c_2^1 \dots c_j^1 \dots c_n^1 \\ c_1^2 c_2^2 \dots c_j^2 \dots c_n^2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ c_1^i c_2^i \dots c_j^i \dots c_n^i \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ c_1^n c_2^n \dots c_j^n \dots c_n^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_2^1 \\ c_2^2 \\ \dots \\ c_2^i \\ \dots \\ c_2^n \end{pmatrix}$$

характеризует движение ресурсов всех узлов на привлечение единицы ресурса второго узла.

Если

$$Y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{9}$$

то

$$X = \begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \\ \dots \\ X^i \\ \dots \\ X^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1^1 c_2^1 \dots c_j^1 \dots c_n^1 \\ c_1^2 c_2^2 \dots c_j^2 \dots c_n^2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ c_1^i c_2^i \dots c_j^i \dots c_n^i \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ c_1^n c_2^n \dots c_j^n \dots c_n^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_n^1 \\ c_n^2 \\ \dots \\ c_n^i \\ \dots \\ c_n^n \end{pmatrix}, \tag{10}$$

задействованы все узлы с потреблением ресурсов по всем узлам.

Матрицы $(E-A)^{-1}$ представляют собой расходы ресурса узла i, идущие на привлечение дополнительных ресурсов узлом j, ограниченных A.

С учетом динамики процесса t задача планирования $(E-A)^{-1}Y = X$ выглядит как

$$(E - A(t))^{-1} Y(t) = X(t), \tag{11}$$

где $t = \{t_0, t_0 + 1, \dots, T\}$ — множество моментов времени, t_0 — точка отсчета.

С учетом динамики процесса t в $(E-A)^{-1}Y = X$ преобразуется в задачу наблюдения

$$(E - A(t))^{-1} Y(t) = Y(t+1). \tag{12}$$

Задача наблюдения (12) имеет аналогичный вид

$$Y(t+1) = Y(t) + \Delta X(t). \tag{13}$$

Будем считать, что узлы стремятся взаимодействовать (1) так, чтобы при минимальных расходах ресурсов (4) получить максимальный приток нового ресурса (6) и (10).

В объекте исследования узлы наделены возможностью принимать решения о реализации достижения своей цели. Тогда $Y(t+1) = y(t+1)$, $Y(t) = A(t)x(t)$, а изменение состояния наблюдаемого объекта $\Delta X(t)$ представляется как управление с ошибкой $B(t)u(t) + e(t)$:

$$y(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + e(t), \tag{14}$$

где $x(t) = \left[x_1^i(t), x_2^i(t), ..., x_n^i(t)\right]^{\mathrm{T}} \in X$, $x_n^i(t)$ — значения положительных (поступление числа единиц ресурса) и отрицательных (отток числа единиц ресурса) последовательностей, исходя из формулы; n — вектор значений последовательностей; данные последовательности числа поступивших/израсходованных единиц ресурса характеризуют выполняемые работы/процессы, бизнес-процессы и мероприятия узлом X^i, наделенным полномочиями принятия решений; $u(t) = \left[u_1^i(t), u_2^i(t), ..., u_m^i(t)\right]^{\mathrm{T}} \in U$, $u_m^i(t)$ — управление/корректировка $x_j^i(t)$ узлом X^i, наделенным такими же полномочиями; m — вектор значений, обеспечивающий достижение целевого параметра j_c; $u(t) = K((y), \Delta j(t))$ или $u(t) = K(x^*(t), \Delta j(t))$, K — процедура управления в зависимости от отклонений по целям узла, наделенного полномочиями принимать решения; $x_j^{i*}(t)$ — желаемое состояние параметра; $j(t) = \left[j_1^i(t), j_2^i(t), ..., j_c^i(t)\right]^{\mathrm{T}} \in J$, j_c^i — целевые значения работы объекта; c — вектор значений; $y(t) = \left[y_1^i(t), y_2^i(t), ..., y_p^i(t)\right]^{\mathrm{T}} \in Y$, $y_p^i(t)$ — наблюдаемые суммы единиц ресурса объекта исследования, характеризующие его фактическое состояние, с функцией наблюдения $\psi(t)$, $y(t) = \psi(x(t))$; $H(t)$ — матрица размера $p \times j$, задающая структуру наблюдений состояния объекта, отчетная форма $x(t) \in X$; $\psi(t) = H(t)x(t)$, $p \le j$ — функция наблюдения по заданной структуре; $e(t) = \left[e_1^i(t), e_2^i(t), ..., e_p^i(t)\right]^{\mathrm{T}} \in E$ — помехи, действующие на $x_j^i(t)$; $A(t)$ —

диагональная матрица штрафов размера $j \times j$; a_j^i формируется из функции наблюдения $\psi(t)$; $B(t)$ — диагональная матрица $j \times m$, определяющая структуру управления.

На $y(t)$ можно влиять через два уровня управления.

Первый уровень — это укрупненное управление регулятором (6) матрицей $(E-A)^{-1}Y = X$. В нее регулятор включает свою систему штрафов через значения матрицы A. При этом данная матрица учитывает штрафы различной природы. Любые помехи, вызывающие дополнительный расход единиц ресурса, влияют на взаимодействие узлов. Например, доставка грузов между узлами принятия решений автомобильным транспортом требует больше единиц ресурсов, чем доставка железнодорожным транспортом и т. д. При этом часть штрафов, которые вызывают отток ресурсов в узлах, достается регулятору матрицы A. Для расчета матрицы A используется цифровая копия объекта и узлов. В каждый момент времени выполняется процесс идентификации матрицы A.

Второй уровень управления осуществляется через $u(t) = K((y), \Delta j(t))$ с максимизацией поступающих ресурсов и минимизацией штрафов, которые задает регулятор матрицы A. Человеческий фактор реализован в том, что управление в узле i выполняется децентрализованно, ответственным персоналом, по плановым формам, в заданные интервалы времени. Фактические данные и формы для планирования деятельности формируются в автоматическом режиме в заданные интервалы времени. Можно также выполнить оптимальное управление методом Р. Беллмана. Эффективность такого управления приведена в отдельной работе для узла X^i размерностью 417 элементов/параметров. Эксперимент проводился в режиме реального времени на реальном предприятии. В течение двух лет достигнуто оптимальное управление при децентрализованном управлении деятельностью строительного предприятия с точность прогноза 5…7 % [19].

При большом числе рассматриваемых параметров процессов, когда известна структура, определяющая их взаимодействие, целесообразно использовать балансовое представление процессов (1).

Эксперимент рассчитывался в авторском комплексе программ СРП ЭВМ № 2013614410. Идентификация матрицы A выполняется также в этом комплексе программ.

Результаты. Приведем параметры, представленные в настоящей работе, и их экономический смысл: Y — валовый региональный продукт; Y^i — выручка предприятия (узла); X^i — затраты на хозяйственную деятельность предприятия (узла); a^i_{ij} — налог (штраф) со стороны государства (регулятора), но матрица штрафов не ограничивается только налогами со стороны государства; $e^i_p(t)$ — влияние внешней среды в виде непредсказуемого изменения параметров работы предприятия из-за инфляции, санкций, технологии, рынка труда, собственника предприятия, инвестора, курса валют.

Смоделировано состояние производства на четырех узлах (10) в транспортно-логистическом центре аэропорта г. Красноярск.

Выполнено моделирование деятельности узлов с учетом влияния параметров внешней среды на узел i через $e^i_p(t)$ по следующим параметрам: e^i_1 — ежегодное + 4 % штрафа на все закупаемые ресурсы; e^i_2 — рост штрафа за неавтоматизированные функции (в модели + 4 % ежегодно); e^i_3 — поступление ресурсов от владельца системы (10); e^i_4 — технологические новинки; e^i_5 — состояние логистических путей; e^i_6 — мероприятия по улучшению логистики перемещения ресурсов; e^i_7 — трудовые ресурсы; e^i_8 — штрафы/санкции за технологию; e^i_9 — обесценивание ресурсов в узлах (в модели + 4 % ежегодно); e^i_{10} — штраф за привлечение более востребованных ресурсов (в модели 1 усл. ед. второго ресурса принята за 70 усл. ед.).

Моделирование деятельности узлов i через $A^i(t)$ с учетом штрафов от регулятора: a^i_{i1} — штраф 20 % за избыток привлеченного ресурса; a^i_{i2} — штраф 30 % на расходуемые ресурсы для выполняемых неавтоматизированных процедур; a^i_{i3} — штраф 2 % на расходуемые ресурсы для выполняемых автоматизированных процедур; a^i_{i4} — дополнительные ресурсы 3,2 усл. ед. на 1 кВт энергии; a^i_{i5} — 700 усл. ед. за доставку 1 м^3 ресурса; a^i_{i6} — штраф 200 000 усл. ед. за использование гектара земли.

Размерность системы $j = 4{,}8$ млн значений. Вектор $Y = (Y^1, Y^2, Y^3, Y^4)^{\text{т}}$ характеризует работу четырех узлов: деревообработки, изготовления сухих смесей, нефтехимии и изготовления радиотехнических изделий. Идентификация состояния узлов смоделирована из набора их состояний и взаимосвязи в каждом месяце на протяжении 5 лет. Рассматриваемые интервалы в работе: весь период $T = 5$ лет, $t = 1$ год.

Деятельность каждого узла смоделирована на основе реально действующих предприятий в виде их цифровых копий: деревообработка — ЗАО «Новоенисейский Лесохимический Комплекс», сухие смеси —

ООО «Данон Трейд», нефтехимия — АО «Ачинский НПЗ ВНК», радиоэлектроника — АО «НПП «Радиосвязь». Модели определяются процессами этих предприятий. Первый год смоделирован как стартовый, т. е. закупается оборудование для выполнения деятельности. Второй год определяется процессами развития, третий — процессами возврата кредитов, четвертый и пятый года определяются процессами нормальной работы производственных процессов на 85 % максимальной мощности и административными (вспомогательными) процессами. Максимальное привлечение ресурсов (валового регионального продукта) в Красноярский край формируется из привлеченных ресурсов этими узлами (выручки).

Укрупненно результат моделирования приведен в табл. 1.

Таблица 1

Параметры деятельности узлов (млрд усл. ед.)

i	Узлы X^i	Первый год	Второй год	Третий год	Четвертый год	Пятый год	Итого
		$Y^i(1)$	$Y^i(2)$	$Y^i(3)$	$Y^i(4)$	$Y^i(5)$	Y^i
1	Деревообработка	0,05	0,15	2,44	3,80	4,07	10,52
2	Сухие смеси	9,09	3,85	3,85	41,82	45,46	104,06
3	Нефтехимия	0,21	0,23	0,35	4,64	4,64	10,07
4	Радиоэлектроника	0,08	0,08	0,77	2,31	2,31	5,54
Итого X		9,44	4,31	7,41	52,56	56,47	130,18

Требуется найти Y при первом уровне управления через A и втором уровне управления $u(t)$ в узлах.

Ввиду того, что мы находимся на первом уровне управления, матрица штрафов принимает диагональный вид, так как регулятор не представляет, за счет каких параметров развивается узел, какое между ними взаимодействие. Относительно регулятора узел развивается за счет своей структуры, которую регулятор не представляет, но учитывает.

Нормальная матрица штрафов A (5) преобразуется в диагональную матрицу штрафов с учетом переходов в каждом t. Диагональная матрица штрафов приведена в табл. 2 (представлены только элементы диагонали, остальные элементы равны нулю).

Таблица 2

Нормальная матрица штрафов

$A(t)$	t				
	0	1	2	3	4
a_1^1	1	0,65	0,94	0,36	0,07

Окончание табл. 2

$A(t)$	t				
	0	1	2	3	4
a_2^2	1	–1,36	0	0,91	0,08
a_3^3	1	0,07	0,34	0,92	0
a_4^4	1	0	0,90	0,67	0

Реализация задач планирования и наблюдения на первом уровне управления с учетом t приведена в табл. 3.

Таблица 3

Динамика процесса (млрд усл. ед.)

Узлы X^i	$(E-A(t))^{-1}Y(t)=X(t)$ или $(E-A(t))^{-1}Y(t)=Y(t+1)$				
	t				
	0	1	2	3	4
Деревообработка	0,05	0,15	2,44	3,80	4,07
Сухие смеси	9,09	3,85	3,85	41,82	45,46
Нефтехимия	0,21	0,23	0,35	4,64	4,64
Радиоэлектроника	0,08	0,08	0,77	2,31	2,31

С учетом системы (1) матрица A — это структура ограничения взаимоотношений (потоков) ресурсов объектов системы (10); Y — выражение конечного дополнительного ресурса, привлеченного для узла (предприятия),

$$A=\begin{pmatrix} 0,85 & 0,01 & 0,1 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,85 & 0 \\ 0,01 & 0,01 & 0,05 & 0,3 \end{pmatrix}, \quad Y=\begin{pmatrix} 10,52 \\ 104,06 \\ 10,07 \\ 5,54 \end{pmatrix}.$$

Поскольку решается задача планирования $(E-A)^{-1}Y=X,$ то увеличение валового регионального продукта Y (сумма единиц в конечном узле) представлено как X (оборот ресурса). Результат расчета приведен в табл. 4.

Таблица 4

Баланс распределения ресурсов между объектами системы (млрд усл. ед.)

Узлы X^i	Узлы потребители				Привлеченный ресурс Y	Оборот ресурса X
	1	2	3	4		
Деревообработка	105	1	7	0,2	11	123
Сухие смеси	0	0	0	0	104	104
Нефтехимия	0	0	57	0	10	67

Окончание табл. 4

Узлы X^i	Узлы потребители				Привлеченный ресурс Y	Оборот ресурса X
	1	2	3	4		
Радиоэлектроника	1	1	3	5	6	16
Чистый оборот ресурса	17	102	0,00	11	130	–
Привлеченный ресурс X	123	104	67	16	–	310

Каждый узел стремится оптимизировать свою деятельность относительно штрафов a_{ij}^{i}, которые ему устанавливает регулятор. В рассматриваемом случае выполняется второй уровень управления в узле. Расчет дополнительного притока ресурсов за счет первого уровня управления и оптимизации второго уровня управления приведен в табл. 5.

Таблица 5

Оценка уровней управления (млрд усл. ед.)

Оптимизация управления $u(t)$	Деревообработка	Сухие смеси	Нефтехимия	Радиоэлектроника	Привлеченный ресурс Y	Оборот ресурса X
0	10,52	104,06	10,07	5,54	130,18	310,00
0,38	12,10	114,46	11,07	8,31	145,94	347,90
0,77	13,26	115,50	15,10	12,18	156,04	409,88
1,15	13,68	115,50	17,11	13,85	160,14	438,77
1,54	29,99	116,54	25,17	16,62	188,32	648,71
1,92	31,57	116,54	30,20	22,15	200,46	726,62

Обсуждение полученных результатов. В балансовой модели процессы взаимосвязаны между собой и между объектами, т. е. создание простого результата требует простых комбинаций процессов. Создание сложного результата требует объединения процессов нескольких объектов, вовлекая все больше процессов для его достижения. Данное утверждение можно продемонстрировать, задав нулевую матрицу A динамической системы. Работа выполняется в рамках объектов, но прироста дополнительного ресурса (привлечения ресурса в систему) не будет, т. е. без оптимального планирования взаимодействия узлов и объектов системы между собой для достижения сложного результата система неэффективна. В данном конкретном примере матрица A позволяет повысить в 2,4 раза приток дополнительных ресурсов со стороны с 130 до 310 млрд усл. ед. за 5 лет без оптимизации управления узлами своей деятельности. С максимальной оптимизацией управления удается обеспечить увеличения в 3,66 раза притока ресурсов со стороны с 200,46 до 726,62 млрд руб. Приведенное в работе уравнение (11) больше подходит для управления системой (10) на верхнем уровне, когда необходимо принимать решения быстро в условиях ограниченного времени, но не исключает переход на уровень управления объектами и узлами, что конечно же требует большего времени.

В работе выполнено управление по 4,8 млн параметров за 5 лет. Технически возможно оперативно управлять системой в 9,6 млн параметров за 5 лет. В работе учитывается человеческий фактор в децентрализованном управлении узлами при втором уровне управления и при моделировании вспомогательных (административных) процессов деятельности узлов.

Работа выполнена в цикле: идентификация состояния процессов узлов во всех режимах работы, борьба с оппонентами за ресурсы, производство в ограниченных режимах (санкциях), выбор методики для второго уровня управления (децентрализованного), реализация инфраструктурного развития для стимулирования развития узлов.

Заключение. Формализована задача наблюдения и управления (первого уровня) в классическом виде. Из классического представления задач формализована динамика процесса с учетом t, децентрализованного управления (управления второго уровня) в узлах и влияния параметров внешней среды. Выполнено моделирование деятельности узлов за 5 лет с реализацией управления на первом и втором уровнях. Следовательно, цель работы — использовать баланс ресурсов для управления динамической системой с распределением ресурсов между ее процессами (узлами) с учетом ее целей и влияния параметров внешней среды — достигнута.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Винер Н. Кибернетика. М., Советское радио, 1968.

[2] Красовский А.А. Исторический очерк развития и состояния теории управления. Современная прикладная теория управления. Ч. I. Таганрог, ТРТУ, 2000.

[3] Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М., Наука, 1968.

[4] Ressler O.E. Chemical turbulence: chaos in a small reaction-diffusion system. *Z. Naturforsch. A.*, 1976, vol. 31, no. 10, pp. 1168–1172.
DOI: https://doi.org/10.1515/zna-1976-1006

[5] Tyukin I. Adaptation in dynamical systems. Cambridge University Press, 2011.

[6] Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atoms. Sc.*, 1963, vol. 20, no. 2, pp. 130–141.
DOI: https://doi.org/10.1175/1520-0469(1963)020%3C0130:DNF%3E2.0.CO;2

[7] Биркгоф Дж. Динамические системы. Ижевск, Удмуртский университет, 1999.

[8] Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. М., Ижевск, ИКИ, 2002.

[9] Палис Ж., Ди Мелу В. Геометрическая теория динамических систем. М., Мир, 1986.

[10] Golestani M., Mohammadzaman I., Yazdanpanah M.J. Robust finite-time stabilization of uncertain nonlinear systems based on partial stability. *Nonlinear Dyn*., 2016, vol. 85, no. 1, pp. 87–96. DOI: https://doi.org/10.1007/s11071-016-2669-5

[11] Haddad W.M., L'Afflitto A. Finite-time partial stability and stabilization and optimal feedback control. *J. Franklin Inst*., 2015, vol. 352, no. 6, pp. 2329–2357. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2015.03.022

[12] Jammazi C., Abichou A. Controllability of linearized systems implies local finite-time stabilizability: applications to finite-time attitude control. *IMA J. Math. Control. Inf*., 2018, vol. 35, no. 1, pp. 249–277 DOI: https://doi.org/10.1093/imamci/dnw047

[13] Jenkins M., Larrain F., Esquivel G. Export processing zones in Latin America. Harvard Institute for International Development Working, 1998, no. 646. DOI: https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.168174

[14] Kumar A., Shankar R., Choudhary A., et al. A big data MapReduce framework for fault diagnosis in cloud-based manufacturing. *Int. J. Prod. Res.*, 2016, vol. 54, no. 23, pp. 7060–7073. DOI: https://doi.org/10.1080/00207543.2016.1153166

[15] L'Afflitto A. Differential games, finite-time partial-state stabilization of nonlinear dynamical systems, and optimal robust control. *Int. J. Control*, 2017, vol. 90, no. 9, pp. 1861–1878. DOI: https://doi.org/10.1080/00207179.2016.1226518

[16] Leontief W.W. The structure of American Economy, 1919–1939. Cambridge, Harvard University Press, 1941.

[17] Кротов В.Ф. Основы теории оптимального управления. М., Высшая школа, 1990.

[18] Schminke A., Van Biesebroeck J. Using export market performance to evaluate regional preferential policies in China. *Rev. World Econ.*, 2013, vol. 149, no. 2, pp. 343–367. DOI: https://doi.org/10.1007/s10290-012-0145-y

[19] Масаев С.Н. Методика комплексной оценки управленческих решений в производственных системах с применением корреляционной адаптометрии. Дис. … канд. техн. наук, Красноярск, СФУ, 2011.

Масаев Сергей Николаевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Пожарная безопасность» Института нефти и газа Сибирского федерального университета (Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, Свободный пр-т, д. 82, стр. 6).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Масаев С.Н. Модель межотраслевого баланса Леонтьева как задача управления динамической системой. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2021, № 2 (135), с. 66–82. DOI: https://doi.org/10.18698/0236-3933-2021-2-66-82

LEONTEV INPUT-OUTPUT BALANCE MODEL AS A DYNAMIC SYSTEM CONTROL PROBLEM

S.N. Masaev faberi@list.ru

Institute of Oil and Gas, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation

Abstract

The purpose of the study was to determine the problem of control of a dynamic system of higher dimension. Relying on Leontev input-output balance, we formalized the dynamic system and synthesized its control. Within the research, we developed a mathematical model that combines different working objects that consume and release various resources. The value of the penalty for all nodes and objects is introduced into the matrix representation of the problem, taking into account various options for their interaction, i.e., the observation problem. A matrix representation of the planning task at each working object is formed. For the formed system, a control loop is created; the influencing parameters of the external environment are indicated. We calculated the system operational mode, taking into account the interaction of the nodes of objects with each other when the parameters of the external environment influence them. Findings of research show that in achieving a complex result, the system is inefficient without optimal planning and accounting for the matrix of penalties for the interaction of nodes and objects of the dynamic system with each other. In a specific example, for a dynamic system with a dimension of 4.8 million parameters, we estimated the control taking into account the penalty matrix, which made it possible to increase the inflow of additional resources from the outside by 2.4 times from 130 billion conv. units up to 310 conv. units in 5 years. Taking into account the maximum optimization of control in the nodes, an increase of 3.66 times in the inflow of additional resources was ensured — from 200.46 to 726.62 billion rubles

Keywords

Control theory, dynamical systems, input-output balance, object, control, matrix, nod

Received 02.12.2020
Accepted 29.01.2021

REFERENCES

[1] Wiener N. Cybernetics or control and communication in the animal and the machine. New York, MIT Press, 1961.

[2] Krasovskiy A.A. Istoricheskiy ocherk razvitiya i sostoyaniya teorii upravleniya. Sovremennaya prikladnaya teoriya upravleniya. Ch. I [Historical development outline and state of control theory. Modern theory of applied control]. Taganrog, TRTU Publ., 2000.

[3] Tsypkin Ya.Z. Adaptatsiya i obuchenie v avtomaticheskikh sistemakh [Adaptation and training in automatic systems]. Moscow, Nauka Publ., 1968.

[4] Ressler O.E. Chemical turbulence: chaos in a small reaction-diffusion system. *Z. Naturforsch. A.*, 1976, vol. 31, no. 10, pp. 1168–1172.
DOI: https://doi.org/10.1515/zna-1976-1006

[5] Tyukin I. Adaptation in dynamical systems. Cambridge University Press, 2011.

[6] Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atoms. Sc.*, 1963, vol. 20, no. 2, pp. 130–141.
DOI: https://doi.org/10.1175/1520-0469(1963)020%3C0130:DNF%3E2.0.CO;2

[7] Birkhoff G.D. Dynamical systems. New York, American Mathematical Society, 1927.

[8] Guckenheimer J., Holmes P. Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields. New York, Springer, 1983.

[9] Palis J., De Melo W.Jr. Geometric theory of dynamical systems. New York, Springer, 1982.

[10] Golestani M., Mohammadzaman I., Yazdanpanah M.J. Robust finite-time stabilization of uncertain nononlinear systems based on partial stability. *Nonlinear Dyn.*, 2016, vol. 85, no. 1, pp. 87–96. DOI: https://doi.org/10.1007/s11071-016-2669-5

[11] Haddad W.M., L'Afflitto A. Finite-time partial stability and stabilization, and optimal feedback control. *J. Franklin Inst.*, 2015, vol. 352, no. 6, pp. 2329–2357.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2015.03.022

[12] Jammazi C., Abichou A. Controllability of linearized systems implies local finite-time stabilizability: applications to finite-time attitude control. *IMA J. Math. Control. Inf.*, 2018, vol. 35, no. 1, pp. 249–277. DOI: https://doi.org/10.1093/imamci/dnw047

[13] Jenkins M., Larrain F., Esquivel G. Export processing zones in Latin America. Harvard Institute for International Development Working, 1998, no. 646.
DOI: https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.168174

[14] Kumar A., Shankar R., Choudhary A., et al. A big data MapReduce framework for fault diagnosis in cloud-based manufacturing. *Int. J. Prod. Res.*, 2016, vol. 54, no. 23, pp. 7060–7073. DOI: https://doi.org/10.1080/00207543.2016.1153166

[15] L'Afflitto A. Differential games, finite-time partial-state stabilization of nonlinear dynamical systems, and optimal robust control. *Int. J. Control*, 2017, vol. 90, no. 9, pp. 1861–1878. DOI: https://doi.org/10.1080/00207179.2016.1226518

[16] Leontief W.W. The structure of American Economy, 1919–1939. Cambridge, Harvard University Press, 1941.

[17] Krotov V.F. Osnovy teorii optimal'nogo upravleniya [The basics of optimal management]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1990.

[18] Schminke A., Van Biesebroeck J. Using export market performance to evaluate regional preferential policies in China. *Rev. World Econ.*, 2013, vol. 149, no. 2, pp. 343–367.
DOI: https://doi.org/10.1007/s10290-012-0145-y

[19] Masaev S.N. Metodika kompleksnoy otsenki upravlencheskikh resheniy v proizvodstvennykh sistemakh s primeneniem korrelyatsionnoy adaptometrii. Dis. kand. tekh.

nauk [Methodology for integrated assessment of managerial decisions in production systems using correlation adaptometry. Cand. Sc. (Eng.). Diss.]. Krasnoyarsk, SFU, 2011 (in Russ.).

Masaev S.N. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Fire Safety, Institute of Oil and Gas, Siberian Federal University (Svobodniy prospekt 79, str. 6, Krasnoyarsk, 660041 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Masaev S.N. Leontev input-output balance model as a dynamic system control problem. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2021, no. 2 (135), pp. 66–82 (in Russ.).
DOI: https://doi.org/10.18698/0236-3933-2021-2-66-82