

## КОМПЕНСАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНТЕГРИРОВАННОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Н. Аль Битар  
А.И. Гаврилов

naderalbitar@gmail.com  
alexgavrilov@mail.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Предложен новый метод повышения точности интегрированной навигационной системы по координатам и скоростям при отключении сигнала спутниковой навигационной системы. Выполнено моделирование погрешности интегрированной навигационной системы при отсутствии сигнала спутниковой системы с использованием искусственных нейронных сетей. Приведена методика выбора входов искусственных нейронных сетей на основе критерия взаимной информации (МИ) и оценки лагового пространства. В качестве искусственных нейронных сетей использована нелинейная авторегрессионная нейронная сеть с внешними входами. Проведена оценка эффективности предлагаемого метода компенсации погрешностей интегрированной навигационной системы при отсутствии сигнала спутниковой навигационной системы

### Ключевые слова

*Инерциальные навигационные системы, спутниковые навигационные системы, нейронные сети, сигма-точечный фильтр Калмана*

Поступила 15.10.2019  
Принята 28.10.2019  
© Автор(ы), 2020

---

**Введение.** Традиционно инерциальная навигационная система (ИНС) [1] и спутниковая навигационная система (СНС) [2] объединяются в одной интегрированной навигационной системе (интегрированной ИНС/СНС), позволяющей сохранить преимущества и компенсировать недостатки, присущие каждой системе в отдельности. Для интеграции ИНС и СНС широко используются два варианта фильтра Калмана (Kalman filter) KF [3]: расширенный фильтр Калмана (extended Kalman filter) EKF [3, 4] и сигмatoчечный фильтр Калмана (sigma-point Kalman filter) SPKF [3–6]. В общем случае EKF и SPKF не позволяют получить оптимальную оценку вектора состояний ИНС, поскольку оптимальность достигается только в случае линейности моделей процесса и наблюдений. Необходимость наличия точной

стохастической модели измерений для каждого инерциального датчика является основной проблемой применения KF для интеграции ИНС и СНС. Стохастические погрешности навигационного и высококачественного тактического классов ИНС могут быть промоделированы с использованием KF, но проблема возникает в низкокачественных классах ИНС (например, МЭМС), где погрешности датчиков сложно или невозможно смоделировать с помощью KF. Неточное описание шумов системы и ошибки измерения приводят к ненадежной оценке и снижению точности определения навигационных параметров, особенно во время отключений сигнала СНС, когда KF работает в режиме прогнозирования на основе предопределенных моделей ошибок состояния, которые не всегда являются достоверными. Сигнал СНС может быть потерян полностью или частично при перемещении через туннели или в окрестности высоких зданий в городских районах. Плохие погодные условия также ухудшают качество сигнала СНС.

В литературе рассмотрены подходы, в которых используют модули искусственного интеллекта (artificial intelligence) AI [7] для компенсации погрешностей интегрированной ИНС/СНС системы при отсутствии сигнала СНС. Принцип функционирования всех предложенных методов можно резюмировать следующим образом: пока доступен сигнал СНС, осуществляется процесс обучения модулей AI. Целевыми значениями для обучения модуля AI являются погрешности ИНС/СНС системы при имитируемых отключениях СНС. Когда происходит реальное отключение СНС, модуль AI обеспечивает оценки погрешностей ИНС/СНС системы, которые затем вычитываются из прогнозируемых значений для формирования скорректированных значений. В действительности предложенные в литературе методы различаются выбором модулей AI и их входами. В работе [8] используются три многослойные нейронные сети (multilayer perceptron) MLP [9] для обеспечения оценки погрешностей ИНС/СНС системы по координатам. Входы сетей — время, прошедшее с момента потери сигнала СНС, кажущаяся ускорения и абсолютные угловые скорости. В работе [10] предложено использовать одну сеть типа адаптивной нейро-нечеткой системы вывода (adaptive neuro-fuzzy inference system) ANFIS [11] вместо сетей MLP. В качестве входов сети ANFIS в дополнение к упомянутым входам используются углы ориентации. В работе [12] приведены три сети типа ANFIS по одной сети для каждого компонента координат. Входами каждой сети являются компоненты координат и время, прошедшее с момента потери сигнала СНС. В работе [13] рассмотрены шесть сетей типа радиально-базисных функций (radial basis function) RBF [9] для обеспечения оценки погрешностей ИНС/СНС системы по координатам и скоростям, по одной сети для

каждого компонента. Входами каждой сети являются компоненты координат/скорости и время, прошедшее с момента потери сигнала СНС. В работе [14] приведены три вейвлет-нейронные сети (wavelet neural network) WNN [15] для моделирования погрешностей ИНС/СНС системы по координатам как временных рядов. Результаты применения методов [8, 10, 12–14] показали улучшение точности по сравнению с KF при отключении СНС. Однако при проектировании и исследовании ИНС/СНС с элементами AI возникает ряд проблем, не обеспеченных методически, алгоритмически или системно.

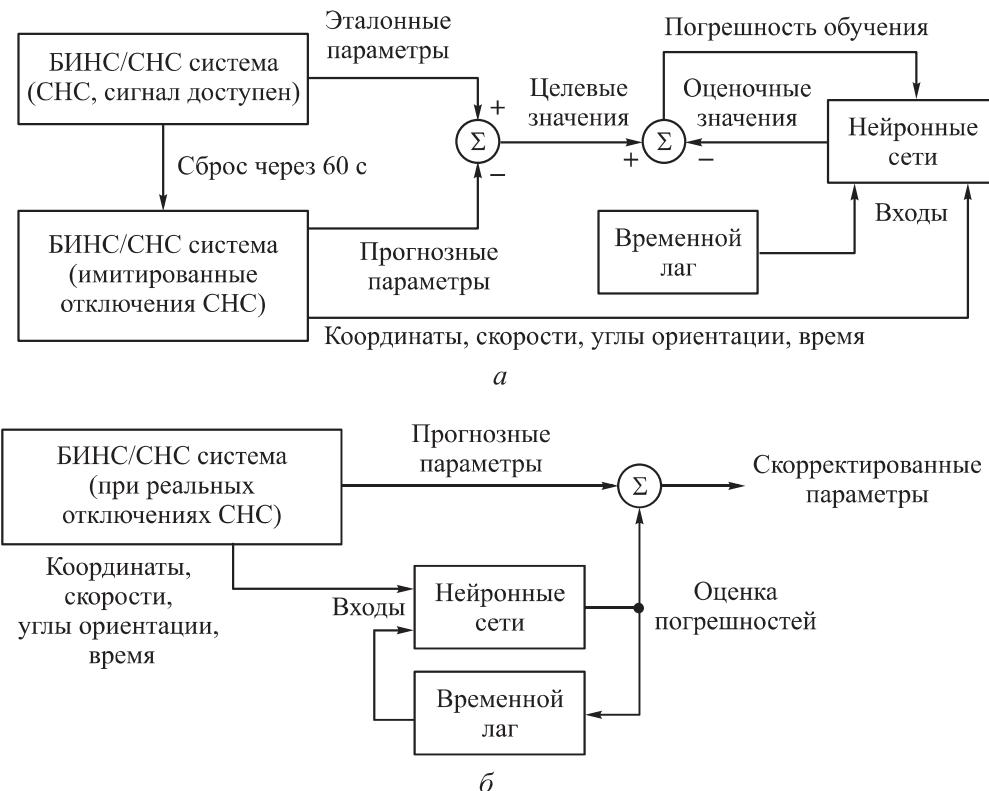
1. *Проблема оптимального выбора входов модулей AI.* Авторы работ [8, 10, 12–14] предлагают свою конфигурацию без каких-либо доказательств или сравнений с другими конфигурациями. Например, в [14] утверждается, что погрешности по координатам зависят только от их прошлых значений. В [10] утверждается, что эти погрешности зависят от времени, кажущегося ускорения, абсолютных угловых скоростей и углов ориентации. В [13] каждая погрешность состояния моделируется как функция соответствующего состояния. Однако задача выбора оптимальных входов модулей AI остается открытой и ее решение является одной из целей настоящей работы.

2. *Применение в качестве интегрирующего фильтра EKF.* Другие варианты, такие как SPKF, не рассмотрены.

**Постановка задачи.** Рассмотрим задачу компенсации погрешностей ИНС/СНС системы с использованием искусственных нейронных сетей. Системы ИНС и СНС интегрируются по слабосвязанной схеме комплексирования. В качестве интегрирующего фильтра используем SPKF, который, по сравнению с EKF, является менее чувствительным к нелинейностям моделей процесса и наблюдений. Кроме того, SPKF обеспечивает лучшую точность как при наличии сигнала СНС, так и при его отключении [5]. Предлагается методика для выбора входов модуля AI на основе критерия взаимной информации (mutual information) MI [16] и оценки лагового пространства (lag-space estimation) [17]. Для оценки погрешностей ИНС/СНС системы при отсутствии сигнала СНС используется нелинейная авторегрессионная нейронная сеть с внешними входами (non-linear autoregressive neural network with external inputs) NARX [18].

Для оценки эффективности предложенного метода (SPKF+NARX) применяется имитационное моделирование, в которое входит модель бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) на базе МЭМС. В качестве транспортного устройства выбрана модель движения беспилотного летательного аппарата (БПЛА).

**Структура системы.** Основная идея предлагаемой системы заключается в использовании искусственных нейронных сетей для прогнозирования разности между эталонными значениями — выходами системы БИНС/СНС при наличии сигнала СНС и прогнозируемыми значениями — выходами системы при отсутствии сигнала СНС. На рис. 1 приведена схема предлагаемой системы. Пока доступен сигнал СНС, система работает в режиме обновления (обучения) и осуществляется процесс обучения нейронных сетей. Для получения целевых значений для обучения искусственных нейронных сетей необходимо создать вторую версию системы БИНС/СНС, которая будет работать только в режиме прогнозирования. Это можно сделать, имитируя отключение сигнала СНС (рис. 1, а). Выходы этой системы корректируются каждые 60 с, что является максимальным периодом отключения сигнала, рассмотренным в настоящей работе. Алгоритм обучения искусственных нейронных сетей начинается после сбора определенного количества обучающих данных (называются окном размера  $W$ ). Используются шесть нейронных сетей для моделирования погрешностей системы по ко-



**Рис. 1.** Принцип функционирования предлагаемой системы в режимах обновления (а) и прогнозирования (б)

ординатам и скоростям. Входы каждой сети выбираются на основе критерия взаимной информации и оценки лагового пространства в онлайн-режиме.

Для обучения нейронных сетей в онлайн-режиме применяется метод неперекрывающегося перемещаемого окна (non-overlapping moving window). Внутренние параметры нейронных сетей обновляются на основе обучающих данных в окне. Для реализации в реальном времени нейронные сети обучаются до достижения определенной минимальной среднеквадратической погрешности оценки или по завершении определенного числа эпох обучения (определяется эмпирически). Эта процедура повторяется при получении нового окна. Во время реальных отсутствий сигнала СНС система работает в режиме прогнозирования и искусственные нейронные сети обеспечивают оценки погрешностей ИНС/СНС системы при отсутствии сигнала СНС. Эти оценки затем добавляются к прогнозируемым значениям для формирования скорректированных значений навигационных параметров (рис. 1, б).

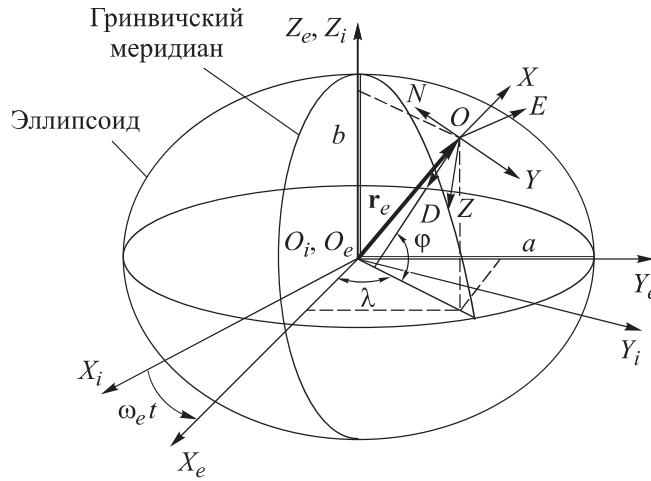
**Интегрированная БИНС/СНС система.** Рассмотрим задачу интеграции БИНС/СНС с использованием SPKF на основе слабосвязанной схемы комплексирования. Особенность указанной схемы заключается в том, что БИНС и СНС вырабатывают независимые решения. В SPKF заложена модель погрешностей БИНС и СНС, степень подробности которой определяется требованиями к точности вырабатываемых навигационных параметров. В модель погрешностей БИНС включены дрейфы и смещения нулей гироскопов и акселерометров, а также погрешности определения координат местоположения, скорости и параметров ориентации. Для применения алгоритма SPKF требуется записать навигационные уравнения и модель измерения инерциальных датчиков.

*Навигационные уравнения.* Введем в рассмотрение системы координат, показанные на рис. 2. Уравнения навигации в системе координат ONED имеют вид [19]:

$$\dot{\mathbf{V}}^n = -(\Omega_{in}^n + \Omega_{ie}^n)\mathbf{V}^n + \mathbf{f}^n + \bar{\mathbf{g}}^n; \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{V}^n, \quad \mathbf{P} = [\varphi \ \lambda \ h]^T. \quad (2)$$

Здесь  $\varphi, \lambda, h$  — широта, долгота и высота центра масс объекта;  $\mathbf{V}^n = [v_N \ v_E \ v_D]^T = C_e^n \dot{\mathbf{r}}^e$  — скорость объекта относительно системы  $O_eX_eY_eZ_e$  в системе ONED,  $\mathbf{r}^e$  — вектор координат центра масс объекта в системе  $O_eX_eY_eZ_e$ ,  $C_e^n$  — матрица направляющих косинусов из системы координат  $O_eX_eY_eZ_e$  в систему координат ONED;  $\mathbf{f}^n = C_b^n \mathbf{f}^b$  — вектор



**Рис. 2.** Системы координат:

$O_iX_iY_iZ_i$  и  $O_eX_eY_eZ_e$  — геоцентрические инерциальная и земная системы координат;  $ONED$  и  $OXYZ$  — сопровождающая и связанная системы координат;  $a$  и  $b$  — большая и малая полуоси эллипсоида;  $\omega_e$  — угловая скорость вращения Земли;  $t$  — время

кажущегося ускорения в системе  $ONED$ ,  $\mathbf{f}^b$  — вектор кажущегося ускорения в системе  $OXYZ$  (выходные сигналы триады акселерометров),  $C_b^n$  — матрица направляющих косинусов для перехода из системы координат  $OXYZ$  в систему координат  $ONED$ ;  $\Omega_{ie}^n = [\omega_{ie}^n \times]$ ,  $\Omega_{in}^n = [\omega_{in}^n \times]$  — кососимметрические матрицы, составленные из угловых скоростей ( $\omega_{ie}^n$ ,  $\omega_{in}^n$ ),  $\omega_{ie}^n$  — вектор угловой скорости системы координат  $O_eX_eY_eZ_e$  относительно системы задается  $O_iX_iY_iZ_i$  в сопровождающей системе координат  $ONED$ ,  $\omega_{in}^n$  — вектор угловой скорости системы координат  $ONED$  относительно системы  $O_iX_iY_iZ_i$  в системе координат  $ONED$ ;  $\bar{A} = \text{diag}([1/(M+h), 1/((N+h)\cos\varphi), -1])$ ,  $M, N$  — радиусы кривизны эллипсоида (фигура Земли описывается двухосным эллипсоидом [19]);  $\bar{\mathbf{g}}^n = \mathbf{g}^n - C_e^n \Omega_{ie}^n \Omega_{ie}^n \mathbf{r}^e$  — ускорение свободного падения,  $\mathbf{g}^n = [0 \ 0 \ g]^T$  — гравитационное ускорение и  $g$  задается согласно мировой геодезической системе (WGS-84). Матрица  $C_b^n = (C_b^n)^T$  может быть представлена параметрами Родрига — Гамильтона (кватернионы):  $\bar{\mathbf{q}} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T = [\mathbf{q}^T \ q_4]^T$ ,  $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$  — векторная часть,  $q_4$  — скалярная часть. Дифференциальное уравнение, описывающее изменение кватерниона, задается как

$$\frac{d\bar{\mathbf{q}}}{dt} = \dot{\bar{\mathbf{q}}} = \frac{1}{2} [\Omega^{(1)}(\boldsymbol{\omega}_{ib}^b) - \Omega^{(2)}(\boldsymbol{\omega}_{in}^n)] \cdot \bar{\mathbf{q}}, \quad (3)$$

где

$$\Omega^{(1)}(\boldsymbol{\omega}_{ib}^b) = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times] & \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \\ -(\boldsymbol{\omega}_{ib}^b)^T & 0 \end{bmatrix}_{(4 \times 4)}; \quad \Omega^{(2)}(\boldsymbol{\omega}_{in}^n) = \begin{bmatrix} [\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] & \boldsymbol{\omega}_{in}^n \\ -(\boldsymbol{\omega}_{in}^n)^T & 0 \end{bmatrix}_{(4 \times 4)};$$

$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$  — вектор угловой скорости связанной системы координат  $OXYZ$  относительно системы  $O_iX_iY_iZ_i$  (выходные сигналы триады гироскопов).

*Модели измерения инерциальных датчиков.* Неточные измерения инерциальных датчиков вызваны рядом причин, среди которых: неортогональность измерительных осей блоков акселерометров и гироскопов; смещения нулей, которые можно выразить в виде суммы систематической и случайной составляющих. Модель измерения акселерометров и гироскопов на базе МЭМС технологии может быть записана в обобщенном виде [20, 21] (индекс  $b$  обозначает связанную систему координат  $OXYZ$ ):

$$\tilde{\mathbf{f}}^b = (I_{3 \times 3} + S_a) \mathbf{f}^b + \mathbf{b}_{aS} + \mathbf{b}_{accrw} + \mathbf{b}_{ad} + \mathbf{W}_{vrrw}; \quad (4)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b = (I_{3 \times 3} + S_g) \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \mathbf{b}_{gS} + \mathbf{b}_{rrw} + \mathbf{b}_{gd} + \mathbf{W}_{arw}; \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_{aS} = 0; \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_{gS} = 0; \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_{accrw} = \mathbf{W}_{accrw}; \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_{rrw} = \mathbf{W}_{rrw}; \quad (9)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_{ad} = T_{ca} \mathbf{b}_{ad} + \mathbf{W}_{ad}; \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_{gd} = T_{cg} \mathbf{b}_{gd} + \mathbf{W}_{gd}, \quad (11)$$

где  $\tilde{\mathbf{f}}^b$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b$  — трехмерные векторы выходных сигналов акселерометров и гироскопов;  $\mathbf{f}^b$ ,  $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$  — истинные значения измеряемых величин;  $\mathbf{b}_{aS}$ ,  $\mathbf{b}_{gS}$  — систематические составляющие смещений нулей (называются постоянными дрейфами);  $\mathbf{b}_{accrw}$  — случайное блуждание ускорения (acceleration random walk);  $\mathbf{b}_{rrw}$  — случайное блуждание угловой скорости (rate random walk);  $\mathbf{b}_{ad}$ ,  $\mathbf{b}_{gd}$  — экспоненциально-коррелированные (марковские) шумы;  $\mathbf{W}_{vrrw}$ ,  $\mathbf{W}_{arw}$ ,  $\mathbf{W}_{accrw}$ ,  $\mathbf{W}_{rrw}$ ,  $\mathbf{W}_{ad}$ ,  $\mathbf{W}_{gd}$  — белые шумы с нулевыми средними;  $T_{ca}$ ,  $T_{cg}$  — матрицы корреляции;  $I_{3 \times 3}$  — единичная матрица;  $S_a$ ,  $S_g$  — матрицы коэффициентов, включающие масштабные

коэффициенты и другие коэффициенты, обусловленные неортогональностью измерительных осей блоков акселерометров и гироскопов.

*Сигма-точечный фильтр Калмана SPKF* является распространением линейной фильтрации Калмана на случай, когда уравнения динамики и наблюдения системы нелинейные и не могут быть адекватно линеаризованы. Этот алгоритм использует подход «сигма-точечного преобразования», который подразумевает выбор некоего минимального набора ( $2L+1$ ) сигма-точек ( $L$  — размерность вектора состояния) для вычисления математического ожидания и ковариации искомого вектора. По сигма-точкам строятся нелинейные функции прогноза, которые затем используются для вычисления матрицы ковариации ошибок прогноза состояния. Основная идея сигма-точечного преобразования основана на предположении, что при фиксированном числе заданных параметров плотность распределения удобнее аппроксимировать гауссовой кривой, чем произвольной нелинейной функцией [3, 6]. В дискретном времени уравнения состояния БИНС с учетом возмущений представляются в виде нелинейной системы:

$$\mathbf{X}_{k+1} = f(\mathbf{X}_k) + G_k \cdot \mathbf{W}_k, \quad (12)$$

где

$$\mathbf{X}_k = \left[ \bar{\mathbf{q}}_k^T \quad \mathbf{P}_k^T \quad (\mathbf{V}_k^n)^T \quad \mathbf{b}_{gS, k}^T \quad \mathbf{b}_{rrw, k}^T \quad \mathbf{b}_{gd, k}^T \quad \mathbf{b}_{aS, k}^T \quad \mathbf{b}_{accrw, k}^T \quad \mathbf{b}_{ad, k}^T \right]^T$$

— вектор состояния размерностью  $28 \times 1$ ;

$$\mathbf{W}_k = \left[ \mathbf{W}_{arw, k}^T \quad \mathbf{W}_{rrw, k}^T \quad \mathbf{W}_{gd, k}^T \quad \mathbf{W}_{vrw, k}^T \quad \mathbf{W}_{accrw, k}^T \quad \mathbf{W}_{ad, k}^T \right]^T$$

— вектор гауссовых белых последовательностей размерностью  $18 \times 1$  с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей  $Q_k$ ;  
 $f(\cdot)$  — нелинейная вектор-функция,

$$f(\mathbf{X}_k) = \begin{bmatrix} \left( I_{4 \times 4} + \frac{T_S}{2} \left( \Omega^{(1)} \left( \boldsymbol{\omega}_{ib, k}^b \right) - \Omega^{(2)} \left( \boldsymbol{\omega}_{in, k}^n \right) \right) \right) \bar{\mathbf{q}}_k \\ \mathbf{P}_k + T_S \bar{A}_k \mathbf{V}_k^n \\ \mathbf{V}_k^n + T_S \left( - \left( \Omega_{in, k}^n + \Omega_{ie, k}^n \right) \mathbf{V}_k^n + C_{b, k}^n \mathbf{f}_k^b + \bar{\mathbf{g}}_k^n \right) \\ \mathbf{b}_{gS, k} \\ \mathbf{b}_{rrw, k} \\ \left( I_{3 \times 3} + T_S T_{cg} \right) \mathbf{b}_{gd, k} \\ \mathbf{b}_{aS, k} \\ \mathbf{b}_{accrw, k} \\ \left( I_{3 \times 3} + T_S T_{ca} \right) \mathbf{b}_{ad, k} \end{bmatrix};$$

$$G_k = \begin{bmatrix} G_{W\bar{q}} & 0_{4 \times 15} \\ 0_{4 \times 18} & \\ 0_{3 \times 3} & C_b^n & 0_{3 \times 12} \\ & 0_{3 \times 18} & \\ 0_{3 \times 6} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} \\ 0_{3 \times 9} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 6} \\ & 0_{3 \times 18} & \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 12} \\ 0_{3 \times 15} & I_{3 \times 3} & \end{bmatrix}_{28 \times 18}; \quad G_{W\bar{q}} = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix}_{4 \times 3},$$

где  $k$  — дискретное время;  $T_S$  — шаг дискретизации, который принимается равным интервалу между измерениями БИНС (в настоящей работе  $T_S = 0,01$  с).

Уравнение измерений представляется в виде

$$\mathbf{Z}_k = h(\mathbf{X}_k) + \boldsymbol{\zeta}_k, \quad (13)$$

где  $\mathbf{Z}_k = \left[ \mathbf{P}_{\text{CHC}, k}^T \left( \mathbf{V}_{\text{CHC}, k}^n \right)^T \right]^T$  — измерения от СНС;  $h(\mathbf{X}_k) = \left[ \mathbf{P}_k^T \left( \mathbf{V}_k^n \right)^T \right]^T$ ;  $\boldsymbol{\zeta}_k$  — белые шумы с нулевыми средними размерностью  $6 \times 1$  с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей  $R_k$ .

Для инициализации SPKF вычисляются весовые коэффициенты для каждой из  $(2L + 1)$  точек, согласно правилу

$$W_j^{\text{mean}} = \begin{cases} \frac{1}{L + \eta}, & j = 0; \\ \frac{\eta}{2(L + \eta)}, & j = 2, \dots, 2L; \end{cases} \quad W_j^{\text{cov}} = \begin{cases} \frac{1}{L + \eta} + (1 - \alpha^2 + \beta), & j = 0; \\ \frac{\eta}{2(L + \eta)}, & j = 2, \dots, 2L; \end{cases}$$

$$\eta = \alpha^2(L + \kappa) - L,$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\kappa$  — параметры, определяющие положения сигма-точек в пространстве состояний. Согласно данным работы [3], параметры  $\alpha$  и  $\kappa$  регулируют разброс точек относительно математического ожидания. Параметр  $\beta$  отвечает за учет четвертого момента. Для нормального распределения принято задавать следующие значения этих параметров:  $\kappa = 0$ ,  $\beta = 2$ ,  $\alpha = 10^{-4} \dots 1$  [3]. В данной реализации  $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}$ . Реализация SPKF включает в себя два этапа: прогноз и коррекцию. На этапе прогноза осу-

ществляется генерирование  $(2L+1)$  сигма-точек, помещаемых в матрицу  $S_k$  по столбцам, согласно правилу

$$S_k = \left[ \hat{\mathbf{X}}_k^+, \hat{\mathbf{X}}_k^+ + \gamma\sqrt{P_k^+}, \hat{\mathbf{X}}_k^+ - \gamma\sqrt{P_k^+} \right], \gamma = \sqrt{L + \eta}.$$

Здесь  $P_k^+$  — матрицы ковариации ошибок прогноза. Эффективным методом вычисления квадратного корня матрицы  $P_k^+$  является разложение Холецкого. Надстрочный индекс «+» обозначает апостериорную оценку. Матрица  $S_k$  имеет размер  $n \times (2n + 1)$ . Далее для обозначения столбца матрицы  $S_k$  будем указывать его номер индексом  $j$ . Так, запись  $S_{k,j}$  означает вектор-столбец, сформированный из  $j$ -го столбца матрицы  $S_k$ . Далее, следуя алгоритму, столбцы матрицы  $S_k$  обрабатываются нелинейной функцией  $f(*)$ :

$$S_{k+1} = f(S_k).$$

Затем вычисляется прогноз оценки состояния с использованием взвешенной суммы

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^- = \sum_{j=0}^{2L} W_j^{mean} S_{k+1,j}.$$

Надстрочный индекс «-» обозначает априорную оценку. Матрица ковариации ошибок прогноза также вычисляется с использованием взвешенной суммы

$$P_{k+1}^- = \sum_{j=0}^{2L} W_j^{\text{cov}} (S_{k+1,j} - \hat{\mathbf{X}}_{k+1}^-)(S_{k+1,j} - \hat{\mathbf{X}}_{k+1}^-)^T + G_{k+1} Q_{k+1} G_{k+1}^T.$$

На этапе коррекции уточняем оценки вектора состояния и матрицы ковариации:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^+ = \hat{\mathbf{X}}_{k+1}^- + K_{k+1} (\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{Z}_{k+1}^-);$$

$$P_{k+1}^+ = P_{k+1}^- - K_{k+1} P_{k+1}^- K_{k+1}^T,$$

где

$$\mathbf{Z}_{k+1}^- = \sum_{j=0}^{2L} W_j^{mean} h(S_{k+1,j}); K_{k+1} = P_{k+1}^{XZ} (P_{k+1}^{ZZ})^{-1};$$

$$P_{k+1}^{XZ} = \sum_{j=0}^{2L} W_j^{\text{cov}} (S_{k+1,j} - \hat{\mathbf{X}}_{k+1}^-) (h(S_{k+1,j}) - \mathbf{Z}_{k+1}^-)^T;$$

$$P_{k+1}^{ZZ} = \sum_{j=0}^{2L} W_j^{\text{cov}} (h(S_{k+1,j}) - \mathbf{Z}_{k+1}^-) (h(S_{k+1,j}) - \mathbf{Z}_{k+1}^-)^T + R_{k+1}.$$

**Моделирование погрешностей БИНС/СНС системы с использованием искусственных нейронных сетей.** Конфигурация входов/выходов искусственных нейронных сетей. Выбор конфигурации входов/выходов нейронных сетей осуществляется в онлайн-режиме. Этот процесс объясняется следующим образом: получается набор данных от БИНС и СНС во время поездки, которая содержит как можно больше маневров. Сначала SPKF вырабатывает данные БИНС и СНС для формирования эталонных значений координат  $\mathbf{P} = [\varphi \ \lambda \ h]^T$  и скоростей  $\mathbf{V}^n = [v_N \ v_E \ v_D]^T$ . Затем вычисляем прогнозируемые значения координат  $\tilde{\mathbf{P}} = [\tilde{\varphi} \ \tilde{\lambda} \ \tilde{h}]^T$ , скоростей  $\tilde{\mathbf{V}}^n = [\tilde{v}_N \ \tilde{v}_E \ \tilde{v}_D]^T$  и углов ориентации  $\tilde{\mathbf{A}} = [\tilde{\phi} \ \tilde{\theta} \ \tilde{\psi}]^T$  при имитированных отключении сигнала СНС с периодом 60 с. Целевые значения для обучения нейронных сетей рассчитываются как разность между эталонными и прогнозируемыми значениями:

$$\begin{aligned}\delta\varphi &= \varphi - \tilde{\varphi}; \quad \delta\lambda = \lambda - \tilde{\lambda}; \quad \delta h = h - \tilde{h}; \quad \delta v_N = v_N - \tilde{v}_N; \\ \delta v_E &= v_E - \tilde{v}_E; \quad \delta v_D = v_D - \tilde{v}_D.\end{aligned}\quad (14)$$

Далее необходимо выбрать набор входов из группы  $I = \{\tilde{\varphi}, \tilde{\lambda}, \tilde{h}, \tilde{v}_N, \tilde{v}_E, \tilde{v}_D, \tilde{\phi}, \tilde{\theta}, \tilde{\psi}, t\}$ , которые влияют на каждую погрешность из группы  $O = \{\delta\varphi, \delta\lambda, \delta h, \delta v_N, \delta v_E, \delta v_D\}$ , где  $t$  — время, прошедшее с момента потери сигнала СНС и варьирующееся в интервале [0, 60 с]. Кажущиеся ускорения и абсолютные угловые скорости исключены из входной группы, поскольку координаты, скорость и углы ориентации являются результатом их интегрирования. Отношение между входами и выходами не является линейным, поэтому применение методов, основанных на линейной модели (например, корреляции), могут привести к ошибкам и не обеспечивают точного результата. Критерий взаимной информации MI является хорошим кандидатом для решения этой задачи, поскольку он измеряет произвольные (линейные или нелинейные) зависимости между переменными. Критерий MI широко используется в машинном обучении в таких задачах, как классификация, кластеризация и выделение признаков. Подробное объяснение критерия MI выходит за рамки настоящей статьи, для получения дополнительной информации о MI читателю рекомендуется ознакомиться с работой [16]. Критерий MI применяется для каждой из шести погрешностей в группе O. Результаты оценки критерия MI представляются в виде баллов, далее выбираются входы с наиболее высокими баллами.

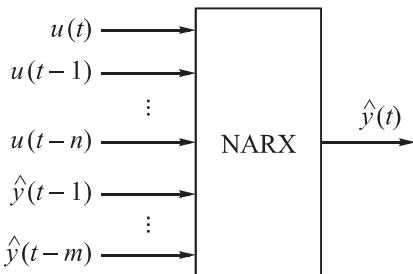
Следующим шагом является исследование зависимости каждой погрешности в группе  $O$  от прошлых значений самой погрешности и входов, т. е. выполняется оценка лагового пространства (порядка модели). Нелинейная динамическая система традиционно описывается дифференциальными или разностными уравнениями, которые представляют собой отношения входов/выходов. Однако во многих практических ситуациях трудно записать точные уравнения состояния и наблюдения для непрерывных или дискретных систем, так как доступны только входные и выходные данные неизвестной динамической системы, т. е.  $u(t)$  и  $y(t)$ , которые получаются во время дискретизации:  $t_i = iT$ ,  $i = 0, \dots, N-1$ , где  $T$  — время дискретизации,  $N$  — число выборок. При некоторых нестрогих предположениях следующая модель может представлять нелинейные динамические системы, описываемые дифференциальными или разностными уравнениями

$$y(t) = g(y(t-1), \dots, y(t-m), u(t), u(t-1), \dots, u(t-n)), \quad (15)$$

где  $g(\cdot)$  — нелинейная функция;  $m, n$  — порядки модели, которые необходимо определить. В настоящей работе  $u(t)$  — подмножество группы  $I$ ,  $y(t)$  — одна из шести погрешностей в группе  $O$ . Для оценки порядков  $m, n$  используется метод, предложенный в работе [17]. Учитывая соответствующие входные и выходные последовательности, метод вычисляет индекс порядка (order index) на основе коэффициентов Липшица. Этот индекс затем используется для определения лагового пространства (порядки  $m, n$ ). Недостаточное лаговое пространство приводит к большому индексу. При увеличении лагового пространства индекс будет уменьшаться до достижения определенного значения, где дальнейшее увеличение лагового пространства существенно не изменит индекс [17].

*Выбор типа нейронной сети.* До этого момента определены только входы и выходы нейронных сетей. Учитывая уравнение (15), подходящим выбором типа нейронной сети является нелинейная авторегрессионная нейронная сеть с внешними входами NARX, так как она подчиняется тому же системному уравнению. Сеть типа NARX представляет собой рекуррентную динамическую нейронную сеть, которая используется для моделирования широкого спектра нелинейных динамических систем, применяется в различных задачах, включая идентификацию динамической системы типа «черный ящик» и моделирование временных рядов [18]. Архитектура сети NARX показана на рис. 3.

Шесть сетей типа NARX используются для прогнозирования погрешностей БИНС/СНС системы при отключениях сигнала СНС. Число нейронов и слоев было выбрано и проверено в онлайн-режиме. Для обучения

**Рис. 3.** Архитектура сети NARX

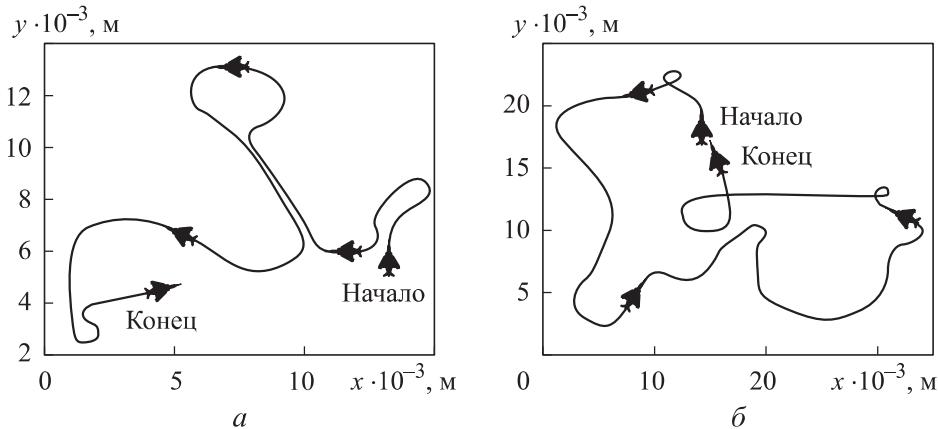
сетей NARX используется алгоритм Левенберга — Марквардта (Levenberg — Marquardt) LM [22]. Алгоритм LM широко используется для оптимизации обучения. Он превосходит другие методы во многих задачах из-за быстрой и стабильной сходимости.

**Результаты моделирования.** В данном разделе представлена информация об имитационной модели, проектировании сетей NARX и результатах применения предложенного метода.

**Имитационная модель.** В настоящей работе используется имитационная модель движения БПЛА Aerosonde (рис. 4, а) в среде MATLAB. В качестве БИНС выбрана модель измерения БИНС на базе технологии МЭМС Ekinox INS (рис. 4, б). В качестве измерений СНС используется модель приемника СНС с точностью определения координат 0,5 м (для широты и долготы) и 1 м (для высоты) и 0,1 м/с (для скорости). Частоты дискретизации данных БИНС и СНС — 100 и 5 Гц. Имитационная модель используется для создания двух наборов данных: первый — для оффлайн-режима; второй — для проверки предложенного метода SPKF+NARX. На рис. 5 приведены траектории движения БПЛА во время первого и второго полетов. Продолжительность первого полета 1500 с, второго 3100 с.

**Рис. 4.** БПЛА Aerosonde (а), Ekinox INS (б)

**Проектирование сетей NARX.** Проектирование сетей NARX осуществляется в оффлайн-режиме. Для этого используется первый набор данных (первый полет). Сначала вычисляются эталонные значения координат  $\mathbf{P}$  и скоростей  $\mathbf{V}^n$  путем интеграции данных БИНС и СНС с ис-



**Рис. 5.** Траектории движения БПЛА во время первого (а) и второго (б) полетов

пользованием SPKF. Затем вычисляются прогнозируемые значения координат  $\tilde{\mathbf{P}}$ , скоростей  $\tilde{\mathbf{V}}^n$  и углов ориентации  $\tilde{\mathbf{A}}$  при имитированных отключениях сигнала СНС с периодом 60 с. Погрешности системы формируются как разность между эталонными и прогнозируемыми решениями (уравнения (14)).

На второй стадии выбираются входы из группы  $I = \{\tilde{\phi}, \tilde{\lambda}, \tilde{h}, \tilde{v}_N, \tilde{v}_E, \tilde{v}_D, \tilde{\phi}, \tilde{\theta}, \tilde{\psi}, t\}$ , которые влияют на погрешности из группы  $O = \{\delta\phi, \delta\lambda, \delta h, \delta v_N, \delta v_E, \delta v_D\}$ . Критерий MI применяется для каждой погрешности из группы  $O$ . Результаты применения критерия MI приведены в табл. 1. Отрицательная оценка означает высокую избыточность входа, т. е. информация,ложенная в этот вход, находится в других входах, поэтому нет необходимости добавления этого входа. Положительная оценка (показана полужирным шрифтом) означает высокую relevance и низкую избыточность входа [16]. Оценки, близкие к нулю (подчеркнуты), отражают незначительное влияние входов. Входы с оценкой, близкой к нулю, могут быть проигнорированы. В результате выбираются входы с положительными оценками.

Следующая задача — исследовать зависимость погрешностей  $\delta\phi, \delta\lambda, \delta h, \delta v_N, \delta v_E, \delta v_D$  от прошлых значений самих погрешностей и выбранных входов с помощью метода оценки лагового пространства [17]. Результаты применения метода оценки лагового пространства показали, что значения  $m = 2, n = 0$  являются хорошим выбором для всех погрешностей  $\delta\phi, \delta\lambda, \delta h, \delta v_N, \delta v_E, \delta v_D$  (рис. 6).

Таблица 1

## Результаты применения критерия MI

Выходы	Входы									
	$\tilde{\phi}$	$\tilde{\lambda}$	$\tilde{h}$	$\tilde{v}_N$	$\tilde{v}_E$	$\tilde{v}_D$	$\tilde{\phi}$	$\tilde{\theta}$	$\tilde{\psi}$	$t$
$\delta\phi$	-0,52	-0,47	<b>0,22</b>	<b>0,09</b>	-0,39	-0,24	<b>0,07</b>	-0,17	-0,18	<b>0,47</b>
$\delta\lambda$	-0,50	-0,44	<b>0,27</b>	-0,29	<b>0,24</b>	-0,20	-0,22	-0,08	<b>0,18</b>	<b>0,39</b>
$\delta h$	-0,27	-0,24	<b>0,56</b>	-0,14	-0,30	<b>0,43</b>	-0,15	<b>0,21</b>	-0,01	<b>0,35</b>
$\delta v_N$	-0,52	-0,43	<b>0,12</b>	<b>0,14</b>	-0,39	-0,25	-0,18	<b>0,07</b>	-0,08	<b>0,25</b>
$\delta v_E$	-0,30	-0,38	<b>0,27</b>	-0,28	<b>0,26</b>	-0,12	-0,24	-0,06	<b>0,21</b>	<b>0,26</b>
$\delta v_D$	<b>0,06</b>	<b>0,12</b>	<b>0,59</b>	<b>0,23</b>	<u>0,002</u>	<b>0,38</b>	-0,02	<b>0,15</b>	<b>0,17</b>	<b>0,09</b>

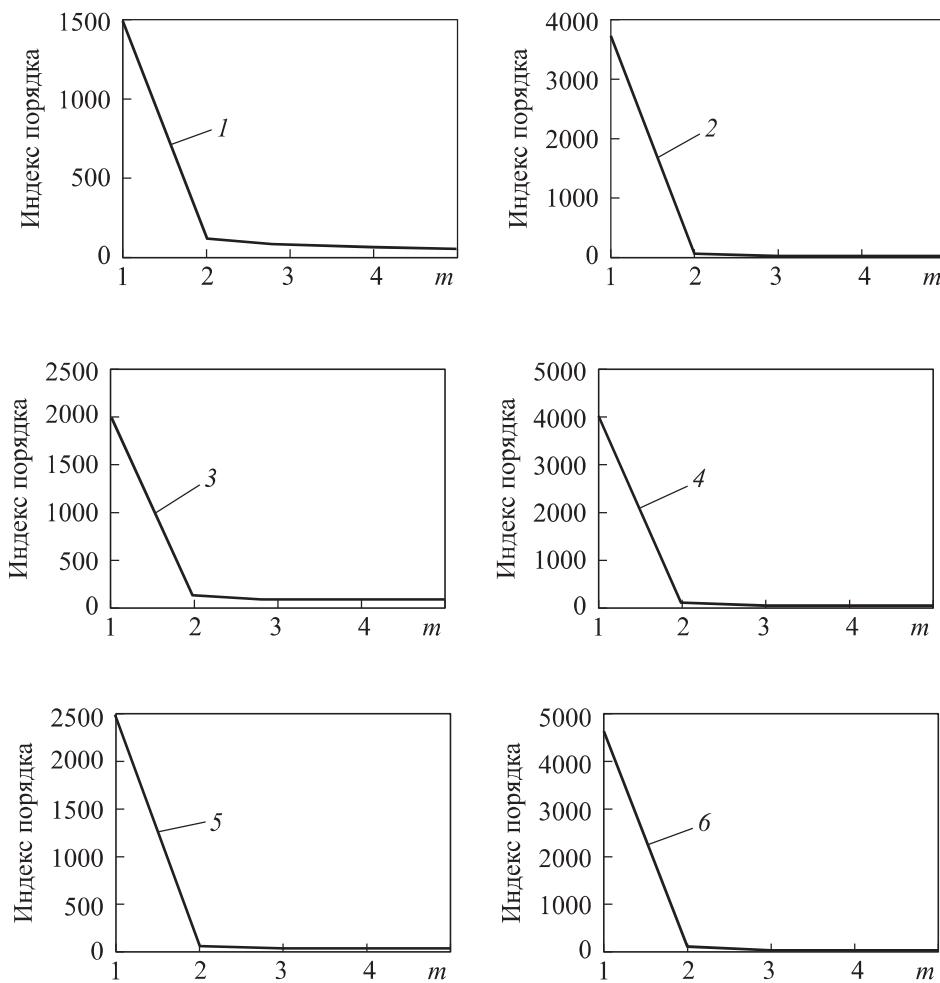


Рис. 6. Результаты применения метода оценки лагового пространства:

1 —  $\delta\phi$ ; 2 —  $\delta\lambda$ ; 3 —  $\delta h$ ; 4 —  $\delta v_N$ ; 5 —  $\delta v_E$ ; 6 —  $\delta v_D$

Из табл. 1 и рис. 6 можно определить все входы шести сетей NARX. Например, входы сети для моделирования ошибки  $\delta\phi(t)$  —  $\{\tilde{h}, \tilde{v}_N, \tilde{\phi}, t, \delta\phi(t-1), \delta\phi(t-2)\}$ . Внутренняя структура сетей NARX выбрана и проверена в онлайн-режиме на основе данных первого полета. Каждая сеть NARX имеет два скрытых слоя с пятью нейронами в каждом слое. Число нейронов было выбрано на основе эмпирических правил [23, 24]. Размер окна  $W = 300$  выборок, этот размер представляет собой запись 60 с данных, так как частота дискретизации СНС составляет 5 Гц. В действительности существует компромисс в выборе размера окна: большие размеры окна гарантируют достоверное описание изменений погрешностей, что обеспечивает лучшую точность при длительных отключениях СНС; небольшой размер окна гарантирует быстрое обучение, но система обеспечивает высокую точность оценки только при коротких отключениях СНС.

*Проверка предложенного метода в онлайн-режиме.* Для оценивания эффективности предложенного метода в онлайн-режиме используются необработанные данные второго полета. Имитируется шесть отключений сигнала СНС продолжительностью 60 с. Сети NARX обучаются, когда доступен сигнал СНС, и прогнозируют погрешности по координатам и скоростям при отключении сигнала СНС. На рис. 7 приведены три траектории БПЛА: первая — эталонная траектория при наличии сигнала СНС (черный цвет); вторая — при отсутствии сигнала СНС с использованием только SPKF (синий цвет); третья — при отсутствии сигнала СНС с компенсацией погрешностей по координатам сетями NARX (красный цвет). Для лучшего визуального восприятия участки отключения СНС увеличены.

Для обоснования выбора входов сетей NARX, предложенный метод SPKF+NARX сравнивается с двумя методами, в которых используются другие входы нейронных сетей. Первый метод [13] (M1) использует информацию о координатах  $\tilde{\phi}, \tilde{\lambda}, \tilde{h}$  для оценки величин  $\delta\phi, \delta\lambda, \delta h$  и информацию о скорости  $\tilde{v}_N, \tilde{v}_E, \tilde{v}_D$  для оценки  $\delta v_N, \delta v_E, \delta v_D$ . Во втором методе [14] (M2) погрешности  $\delta\phi, \delta\lambda, \delta h, \delta v_N, \delta v_E, \delta v_D$  моделируются как временные ряды. В табл. 2 приведены результаты применения методов: SPKF, SPKF+NARX, M1 и M2. Ошибки  $\delta\phi, \delta\lambda$  указаны в метрах, где угловые величины умножаются на соответствующие радиусы кривизны меридиана и параллели.

Результаты в табл. 2 можно резюмировать следующим образом: метод SPKF+NARX повысил точность оценки координат и скоростей до 80 %

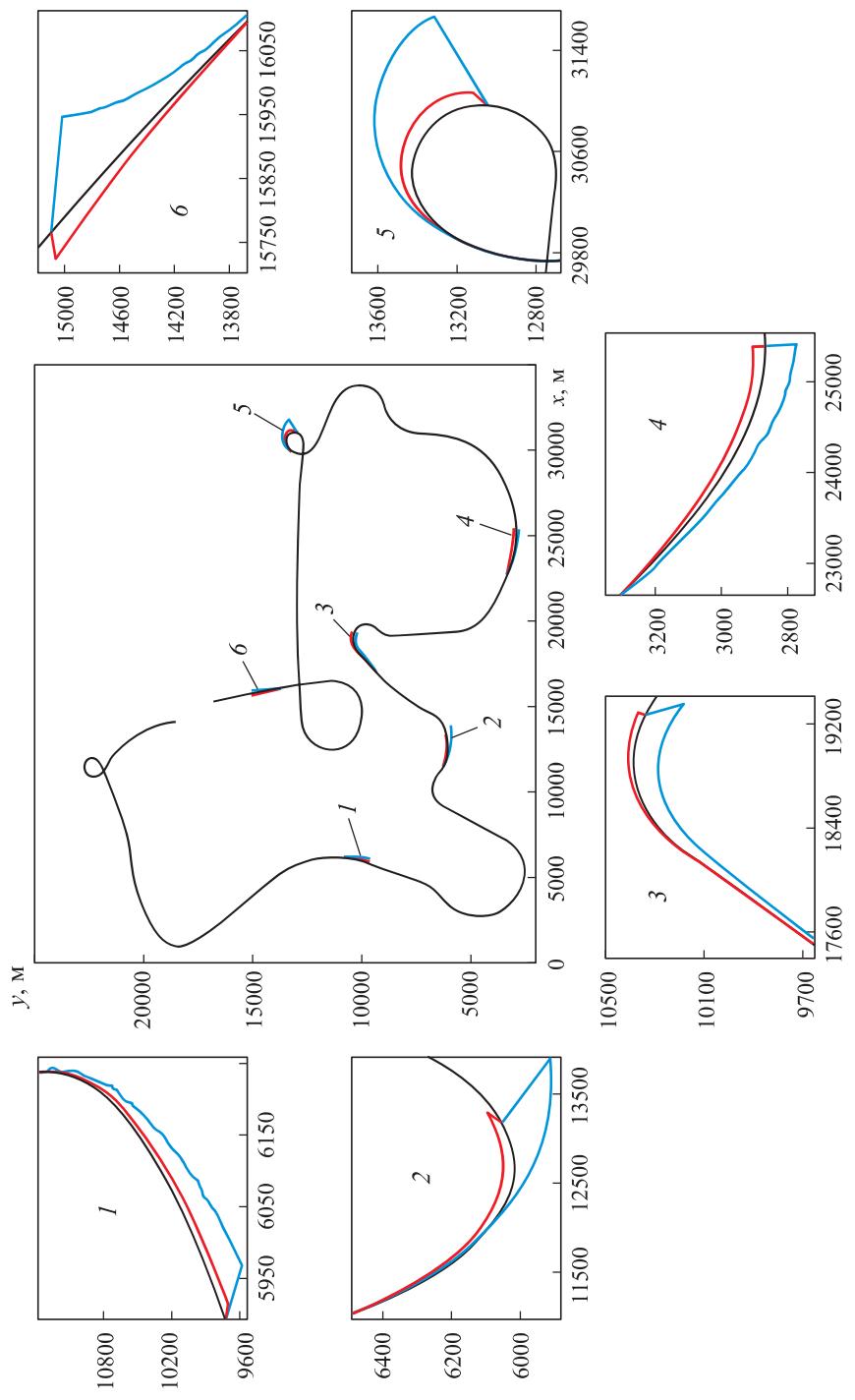


Рис. 7. Результаты применения предложенного метода для компенсации погрешности БИНС/ЧНС при шести (1–6) отключениях сигнала ЧНС

по сравнению с SPKF для продолжительности отключения СНС 60 с, а методы M1 и M2 показали повышение точности до 40 и 60 %. Фактически можно рассмотреть метод SPKF+NARX как сочетание методов M1 и M2 с оптимизированным выбором входов, что объясняет повышение точности.

Таблица 2

**Результаты применения методов SPKF, SPKF+NARX,  
M1 и M2 для шести отключений сигнала СНС**

Погрешности	Отключение 1				Отключение 4			
	SPKF	M1	M2	SPKF+NARX	SPKF	M1	M2	SPKF+NARX
$\delta\varphi$ , м	150,8	90,3	60,7	<b>30,2</b>	93,2	60,2	49,2	<b>37,2</b>
$\delta\lambda$ , м	80,2	50,1	25,3	<b>19,5</b>	43,3	27,6	19,4	<b>5,9</b>
$\delta h$ , м	75,6	40,2	20,6	<b>7,6</b>	54,8	38,1	21,6	<b>10,8</b>
$\delta v_N$ , м/с	1,5	0,6	0,4	<b>0,3</b>	1,2	0,9	0,7	<b>0,4</b>
$\delta v_E$ , м/с	1,3	0,7	0,5	<b>0,2</b>	0,9	0,6	0,5	<b>0,1</b>
$\delta v_D$ , м/с	1,1	0,5	0,4	<b>0,2</b>	0,8	0,5	0,4	<b>0,2</b>
Погрешности	Отключение 2				Отключение 5			
	SPKF	M1	M2	SPKF+NARX	SPKF	M1	M2	SPKF+NARX
$\delta\varphi$ , м	139,3	80,6	62,8	<b>46,0</b>	265,5	120,6	98,4	<b>79,6</b>
$\delta\lambda$ , м	125,9	62,7	34,8	<b>23,9</b>	127,2	67,9	41,9	<b>17,8</b>
$\delta h$ , м	90,7	33,4	24,1	<b>18,1</b>	81,6	34,3	21,6	<b>7,3</b>
$\delta v_N$ , м/с	0,9	0,5	0,4	<b>0,3</b>	1,8	1,1	0,6	<b>0,5</b>
$\delta v_E$ , м/с	1,8	1,1	0,6	<b>0,4</b>	1,5	1,0	0,7	<b>0,2</b>
$\delta v_D$ , м/с	0,8	0,4	0,4	<b>0,2</b>	1,6	0,9	0,6	<b>0,1</b>
Погрешности	Отключение 3				Отключение 6			
	SPKF	M1	M2	SPKF+NARX	SPKF	M1	M2	SPKF+NARX
$\delta\varphi$ , м	164,2	54,6	39,8	<b>21,3</b>	74,2	44,9	31,9	<b>26,0</b>
$\delta\lambda$ , м	111,1	60,8	40,5	<b>31,1</b>	91,5	51,1	41,5	<b>21,9</b>
$\delta h$ , м	85,5	44,3	44,7	<b>12,8</b>	50,6	34,0	25,0	<b>12,6</b>
$\delta v_N$ , м/с	1,4	0,8	0,6	<b>0,2</b>	0,8	0,5	0,4	<b>0,2</b>
$\delta v_E$ , м/с	0,9	0,7	0,5	<b>0,3</b>	1,1	0,7	0,4	<b>0,3</b>
$\delta v_D$ , м/с	1,0	0,6	0,4	<b>0,2</b>	0,6	0,3	0,2	<b>0,1</b>

**Заключение.** Предложен новый метод для компенсации погрешностей БИНС/СНС системы при отсутствии сигнала СНС с использованием нейронных сетей. Интеграция осуществлена на основе слабосвязанной схемы комплексирования с использованием алгоритма SPKF. Предложе-

на методика для выбора входов нейронных сетей на основе критерия MI и оценки лагового пространства. Использованы нейронные сети NARX для моделирования и прогноза поведения погрешностей БИНС/ЧНС системы при отсутствии сигнала ЧНС. Учитывая полученные результаты, можно отметить, что предложенный метод SPKF+NARX обеспечивает лучшую точность по сравнению с SPKF и недавно предложенными в литературе методами M1 и M2.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Grewal M.S., Weill L.R., Andrews A.P. Global positioning systems, inertial navigation, and integration. New York, Wiley, 2007.
- [2] Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E. GNSS — global navigation satellite systems. Springer, 2007.
- [3] Crassidis J.L., Junkins J.L. Optimal estimation of dynamic systems. New York, CRC press, 2011.
- [4] Аль Битар Н., Гаврилов А.И. Интеграция бесплатформенной инерциальной и спутниковой навигационных систем на основе слабосвязанной схемы комплексирования с использованием расширенного фильтра Калмана. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, № 4.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-4-1870>
- [5] Аль Битар Н., Гаврилов А.И. Сравнительный анализ алгоритмов комплексирования в слабосвязанной инерциально-спутниковой системе на основе обработки реальных данных. *Гирокопия и навигация*, 2019, т. 27, № 3, с. 31–52.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.17285/0869-7035.0001>
- [6] Wan E.A., Van Der Merwe R. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation. *Proc. IEEE AS-SPCC*, 2000, pp. 153–158.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/ASSPCC.2000.882463>
- [7] Потапов А.С. Технологии искусственного интеллекта. СПб., СПбГУ ИТМО, 2010.
- [8] Noureldin A., Osman A., El-Sheimy N. A neuro-wavelet method for multi-sensor system integration for vehicular navigation. *Meas. Sc. Technol.*, 2003, vol. 15, no. 2, pp. 404–412. DOI: <https://doi.org/10.1088/0957-0233/15/2/013>
- [9] Rojas R. Neural networks. A systematic introduction. Springer, 2013.
- [10] Taha M.R., Noureldin A., El-Sheimy N. Improving INS/GPS positioning accuracy during GPS outages using fuzzy logic. *Proc. 16th ION GPS/GNSS*. Portland, 2003, pp. 499–508.
- [11] Jang J.S. ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, 1993, vol. 23, no. 3, pp. 665–685.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/21.256541>

- [12] Noureldin A., Karamat T.B., Eberts M.D., et al. Performance enhancement of MEMS-based INS/GPS integration for low-cost navigation applications. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2009, vol. 58, no. 3, pp. 1077–1096.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/TVT.2008.926076>
- [13] Wang X., Chen J.X., Ni W. A hybrid prediction method and its application in the distributed low-cost INS/GPS integrated navigation system. *18th Int. Conf. Information Fusion*. Washington, DC, 2015, pp. 1205–1212.
- [14] Chen X., Shen C., Zhang W.B., et al. Novel hybrid of strong tracking Kalman filter and wavelet neural network for GPS/INS during GPS outages. *Measurement*, 2013, vol. 46, no. 10, pp. 3847–3854. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2013.07.016>
- [15] Zhang J., Walter J.J., Miao Y., et al. Wavelet neural networks for function learning. *IEEE Trans. Signal Process.*, 1995, vol. 43, no. 6, pp. 1485–1497.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/78.388860>
- [16] Brown G. A new perspective for information theoretic feature selection. *Proc. 12th AISTATS*. Vol. 5. Clearwater Beach, Florida, 2009, pp. 49–56.
- [17] He X., Asada H. A new method for identifying orders of input-output models for nonlinear dynamic systems. *American Control Conf.*, 1993, pp. 2520–2523.  
DOI: <https://doi.org/10.23919/ACC.1993.4793346>
- [18] Xie H., Tang H., Liao Y.H. Time series prediction based on NARX neural networks: an advanced approach. *Int. Conf. Machine Learning and Cybernetics*, 2009, vol. 3, pp. 1275–1279. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICMLC.2009.5212326>
- [19] Jekeli C. Inertial navigation systems with geodetic applications. Walter de Gruyter, 2012.
- [20] Емельянцев Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб., Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016.
- [21] Матвеев В.В. Инерциальные навигационные системы. Тула, Изд-во ТулГУ, 2012.
- [22] Moré J.J. The Levenberg — Marquardt algorithm: implementation and theory. In: Numerical Analysis. Springer, 1978, pp. 105–116.
- [23] Karsoliya S. Approximating number of hidden layer neurons in multiple hidden layer BPNN architecture. *IJETT*, 2012, vol. 3, no. 6, pp. 714–717.
- [24] Stathakis D. How many hidden layers and nodes? *Int. J. Remote Sens.*, 2009, vol. 30, no. 8, pp. 2133–2147. DOI: <https://doi.org/10.1080/01431160802549278>

**Аль Битар Надер** — аспирант кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

**Гаврилов Александр Игоревич** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Аль Битар Н., Гаврилов А.И. Компенсация погрешностей интегрированной навигационной системы с использованием искусственных нейронных сетей. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2020, № 2, с. 4–26.  
DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2020-2-4-26>

## USING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS TO COMPENSATE FOR THE ERROR IN AN INTEGRATED NAVIGATION SYSTEM

N. Al Bitar

naderalbitar@gmail.com

A.I. Gavrilov

alexgavrilov@mail.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

### Abstract

The paper presents a new method for improving the accuracy of an integrated navigation system in terms of coordinate and velocity when there is no signal received from the global navigation satellite system. We used artificial neural networks to simulate the error occurring in an integrated navigation system in the absence of the satellite navigation system signal. We propose a method for selecting the inputs for the artificial neural networks based on the mutual information (MI) criterion and lag-space estimation. The artificial neural network employed is a non-linear autoregressive neural network with external inputs. We estimated the efficiency of using our method to solve the problem of compensating for the error in an integrated navigation system in the absence of the satellite navigation system signal

### Keywords

*Inertial navigation systems, global navigation satellite systems, neural networks, unscented Kalman filter*

Received 15.10.2019

Accepted 28.10.2019

© Author(s), 2020

## REFERENCES

- [1] Grewal M.S., Weill L.R., Andrews A.P. Global positioning systems, inertial navigation, and integration. New York, Wiley, 2007.
- [2] Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E. GNSS — global navigation satellite systems. Springer, 2007.
- [3] Crassidis J.L., Junkins J.L. Optimal estimation of dynamic systems. New York, CRC press, 2011.
- [4] Al Bitar N., Gavrilov A.I. SINS/SNS integration based on loosely coupled scheme using extended Kalman filter. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2019, no. 4 (in Russ.).  
DOI: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-4-1870>

- [5] Al Bitar N., Gavrilov A.I. Comparative analysis of fusion algorithms in a loosely-coupled integrated navigation system on the basis of real data processing. *Giroskopiya i navigatsiya*, 2019, vol. 27, no. 3, pp. 31–52 (in Russ.).  
DOI: <http://dx.doi.org/10.17285/0869-7035.0001>
- [6] Wan E.A., Van Der Merwe R. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation. *Proc. IEEE AS-SPCC*, 2000, pp. 153–158.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/ASSPCC.2000.882463>
- [7] Potapov A.S. Tekhnologii iskusstvennogo intellekta [Artificial intelligence technologies]. St. Petersburg, SPbGU ITMO Publ., 2010.
- [8] Noureddin A., Osman A., El-Sheimy N. A neuro-wavelet method for multi-sensor system integration for vehicular navigation. *Meas. Sc. Technol.*, 2003, vol. 15, no. 2, pp. 404–412. DOI: <https://doi.org/10.1088/0957-0233/15/2/013>
- [9] Rojas R. Neural networks. A systematic introduction. Springer, 2013.
- [10] Taha M.R., Noureddin A., El-Sheimy N. Improving INS/GPS positioning accuracy during GPS outages using fuzzy logic. *Proc. 16th ION GPS/GNSS*. Portland, 2003, pp. 499–508.
- [11] Jang J.S. ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, 1993, vol. 23, no. 3, pp. 665–685.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/21.256541>
- [12] Noureddin A., Karamat T.B., Eberts M.D., et al. Performance enhancement of MEMS-based INS/GPS integration for low-cost navigation applications. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2009, vol. 58, no. 3, pp. 1077–1096.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/TVT.2008.926076>
- [13] Wang X., Chen J.X., Ni W. A hybrid prediction method and its application in the distributed low-cost INS/GPS integrated navigation system. *18th Int. Conf. Information Fusion*. Washington, DC, 2015, pp. 1205–1212.
- [14] Chen X., Shen C., Zhang W.B., et al. Novel hybrid of strong tracking Kalman filter and wavelet neural network for GPS/INS during GPS outages. *Measurement*, 2013, vol. 46, no. 10, pp. 3847–3854.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2013.07.016>
- [15] Zhang J., Walter J.J., Miao Y., et al. Wavelet neural networks for function learning. *IEEE Trans. Signal Process.*, 1995, vol. 43, no. 6, pp. 1485–1497.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/78.388860>
- [16] Brown G. A new perspective for information theoretic feature selection. *Proc. 12th AISTATS*. Vol. 5. Clearwater Beach, Florida, 2009, pp. 49–56.
- [17] He X., Asada H. A new method for identifying orders of input-output models for nonlinear dynamic systems. *American Control Conf.*, 1993, pp. 2520–2523.  
DOI: <https://doi.org/10.23919/ACC.1993.4793346>
- [18] Xie H., Tang H., Liao Y.H. Time series prediction based on NARX neural networks: an advanced approach. *Int. Conf. Machine Learning and Cybernetics*, 2009, vol. 3, pp. 1275–1279. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICMLC.2009.5212326>

- 
- [19] Jekeli C. Inertial navigation systems with geodetic applications. Walter de Gruyter, 2012.
  - [20] Emel'yanov G.I., Stepanov A.P. Integrirovannye inertsial'no-sputnikovye sistemy orientatsii i navigatsii [Integrated inertial navigation satellite systems]. St. Petersburg, Kontsern "TsNII "Elektropribor" Publ., 2016.
  - [21] Matveev V.V. Inertsial'nye navigatsionnye sistemy [Inertial navigation systems]. Tula, TulGU Publ., 2012.
  - [22] Moré J.J. The Levenberg — Marquardt algorithm: implementation and theory. In: Numerical Analysis. Springer, 1978, pp. 105–116.
  - [23] Karsoliya S. Approximating number of hidden layer neurons in multiple hidden layer BPNN architecture. *IJETT*, 2012, vol. 3, no. 6, pp. 714–717.
  - [24] Stathakis D. How many hidden layers and nodes? *Int. J. Remote Sens.*, 2009, vol. 30, no. 8, pp. 2133–2147. DOI: <https://doi.org/10.1080/01431160802549278>

**Al Bitar N.** — Post-Graduate Student, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Gavrilov A.I.** — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Al Bitar N., Gavrilov A.I. Using artificial neural networks to compensate for the error in an integrated navigation system. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2020, no. 2, pp. 4–26 (in Russ.).  
DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2020-2-4-26>