

КАРТА ВАРИАТИВНОСТИ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ АНАЛИЗА ХАРАКТЕРНЫХ ПРИЗНАКОВ ЗАДАЧИ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Т.А. Агасиев

agtaleh@mail.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Методы ландшафтного анализа разработаны для оценки различных характерных признаков целевой функции в задаче оптимизации. Точность оценок во многом зависит от выбранного метода планирования эксперимента для составления ландшафтной выборки, т. е. от числа и расположения в пространстве поиска точек, которые формируют дискретное представление ландшафта целевой функции. Метод информационного содержания является наиболее устойчивым к изменению плана эксперимента, но требует построения маршрута обхода полученных точек ландшафтной выборки. Предложена методика характеристики целевой функции задачи оптимизации на основе ландшафтной выборки без построения маршрута обхода ее точек. Введено понятие карты вариативности целевой функции. Сформулированы критерии информативности групп точек ландшафтной выборки. Предложен метод построения так называемой полной карты вариативности и функция обобщенного информационного содержания для анализа характерных признаков целевой функции. Метод позволяет получить более точные и устойчивые к вариациям плана эксперимента оценки характерных признаков целевой функции

Ключевые слова

Глобальная оптимизация, целевая функция, характерные признаки задачи оптимизации, ландшафтный анализ, ландшафтная выборка, информационное содержание, карта вариативности

Поступила 22.10.2018

© Автор(ы), 2019

Введение. Современные системы автоматизированного проектирования и инженерного анализа включают в себя программы, в том числе реализующие алгоритмы непрерывной глобальной оптимизации. Рассматриваем задачу глобальной оптимизации

$$\min_{X \in D_X} f(X) = f(X^*) = f^*, \quad (1)$$

где X — n -мерный вектор варьируемых параметров (размерность задачи); D_X — область поиска; $f(X)$ — целевая функция; X^*, f^* — искомые оптимальный вектор X и значение функции $f(X)$.

При решении практически значимых задач оптимизации широко применяют методы предварительного анализа задачи (1) для эффективного распределения вычислительных ресурсов при ее решении [1]. Результатом оценки свойств задачи является вектор $C = (c_1, \dots, c_{|c|})$ характерных признаков (ХП) этой задачи [2]. К числу ХП задачи (1) относят и ХП ее целевой функции. Далее рассматриваем только ХП целевой функции задачи (1).

Различают априорные и апостериорные ХП [3]. Априорные ХП прямо вытекают из постановки задачи оптимизации, например ее размерность n . Апостериорные ХП, в отличие от априорных, требуют предварительного вычисления значений целевой функции в некоторых точках области поиска D_X в целях последующей экспертной и/или автоматической оценки полученных результатов. Точки для вычислений выбирают в соответствии с некоторым методом планирования эксперимента (например, на основе полного факторного эксперимента [4]). В условиях высокой вычислительной сложности целевой функции целесообразно применять адаптивные методы планирования эксперимента [5]. После определения значений ХП результаты вычислительного эксперимента используют на этапе инициализации алгоритма оптимизации, например, для построения начальной аппроксимирующей модели целевой функции [6].

Методы автоматической оценки значений апостериорных ХП целевой функции называют методами ландшафтного анализа [7]. Эти методы применяют, чтобы различить и классифицировать задачи оптимизации при исследовании эффективности алгоритмов их решения. Наиболее пригодными для проведения подобных исследований являются тестовые оптимизационные задачи ввиду малой вычислительной сложности их целевой функции. Собранную информацию затем используют для прогнозирования эффективности алгоритма оптимизации на основании вектора ХП целевой функции решаемой задачи. Это позволяет настраивать алгоритм оптимизации перед решением практически значимых задач [8].

Набор точек $X_i \in D_X, i \in [1 : m]$, выбранных в соответствии с методом планирования эксперимента, называем ландшафтной выборкой. Результаты оценки ХП целевой функции зависят от числа и расположения точек ландшафтной выборки.

Известно большое число методов ландшафтного анализа, оценивающих различные ХП целевой функции [9–11]. Метод анализа информационного содержания (ICoFiS) [12] является наиболее устойчивым к вариациям ландшафтной выборки, но требует построения маршрута обхода ее точек. В общем случае необходимо построить маршрут обхода произвольной и, скорее всего, нерегулярной ландшафтной выборки. Актуальна проблема выбора наиболее репрезентативного маршрута обхода, сохраняющего основные особенности исследуемого ландшафта для получения наиболее точных оценок ХП целевой функции. Объем ландшафтной выборки для анализа ХП практически значимых оптимизационных задач также ограничен высокой вычислительной сложностью этих задач.

В настоящей работе предложен метод вычисления ХП целевой функции на основе ландшафтной выборки без построения маршрута обхода ее точек, рассмотрен исходный метод ICoFiS. Предложена альтернативная интерпретация метода ICoFiS, на основе которой определена карта вариативности целевой функции, и сформулированы критерии информативности групп точек ландшафтной выборки, а также предложен метод составления полной карты вариативности целевой функции. Представлена функция обобщенного информационного содержания, которая является расширенным аналогом функции информационного содержания исходного метода ICoFiS.

Метод ICoFiS позволяет вычислять ХП целевой функции, оценивающие степени зашумленности и мультимодальности ее ландшафта по следующей схеме.

1. Тем или иным образом строим маршрут обхода точек X_i , $i \in [1:m]$ (например, случайно либо двигаясь по ближайшим непройденным точкам).
2. Вычисляем разность соответствующих значений f_i , $i \in [1:m]$, целевой функции в соседних точках маршрута с учетом евклидова расстояния между ними:

$$\delta_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\|X_{i+1} - X_i\|}, \quad i \in [1:m-1]. \quad (2)$$

3. Полученную последовательность значений δ_i преобразуем в символичный набор $S(\varepsilon) = \{s_1(\varepsilon), \dots, s_{m-1}(\varepsilon)\}$ по правилу

$$s_i(\varepsilon) = \begin{cases} \bar{1}, & \delta_i < -\varepsilon, \\ 0, & |\delta_i| \leq \varepsilon, \\ \bar{1}, & \delta_i > \varepsilon, \end{cases} \quad (3)$$

где ε — параметр, определяющий чувствительность метода ICoFiS.

4. Последовательность символов $S(\varepsilon)$ используем для вычисления искомого ХП целевой функции на основании значений функции информационного содержания

$$ic(\varepsilon) = - \sum_{a \neq b} p_{ab}(\varepsilon) \log_6 p_{ab}(\varepsilon), \quad (4)$$

$$p_{ab}(\varepsilon) = \frac{n_{ab}(\varepsilon)}{m-1}, \quad (5)$$

где p_{ab} — оценка вероятности обнаружения блока типа ab в наборе $S(\varepsilon)$; n_{ab} — число блоков типа ab в наборе $S(\varepsilon)$. Тип блока определяется значениями $a, b \in \{\bar{1}, 0, 1\}$ последовательных символов S_i, S_{i+1} из набора $S(\varepsilon)$. Всего имеем девять различных типов блоков ab , для шести из которых выполняется условие $a \neq b$. Например, последовательность $S(\varepsilon) = \{\bar{1}, \bar{1}, 0, 1, 0, 1\}$ состоит из блоков $1\bar{1}, \bar{1}0, 01, 10, 01$. Оцениваем вероятность обнаружения блока типа 01 в этой последовательности как $p_{01} = n_{01} / (m-1) = 2 / 5 = 0,4$.

5. Определяем значения функции частичного информационного содержания

$$icp(\varepsilon) = \frac{|S'(\varepsilon)|}{m-1}, \quad (6)$$

где $S'(\varepsilon)$ — последовательность символов, полученная путем удаления из последовательности $S(\varepsilon)$ всех символов 0 и всех повторяющихся символов. Например, для $S(\varepsilon) = \{\bar{1}, \bar{1}, 0, 1, 0, 1\}$ получаем $S'(\varepsilon) = \{\bar{1}, 1\}$.

Координаты наиболее информативных точек функций $ic(\varepsilon)$ и $icp(\varepsilon)$ используют в качестве компонентов вектора ХП. На рис. 1 изображены примеры таких точек для тестовых функций Экли и Розенброка [13]: точки перегиба; точки, в которых достигаются максимальные и минимальные значения функций, и т. д. Различные способы определения информативных точек и их интерпретации предложены в работе [12].

Результаты оценки ХП методом ICoFiS зависят от выбранного маршрута обхода точек ландшафтной выборки. На рис. 2 приведены различные маршруты, построенные с помощью заполняющих пространство кривых [14] по точкам полного факторного эксперимента. Маршрут определяет развертку целевой функции в одномерную дискретную функцию $f(x')$, где x' — расстояние, пройденное в пространстве X по направлению построенного маршрута. На рис. 3 представлены развертки двумерной функции Розенброка, соответствующие построенным маршрутам, с линейной интерполяцией значений функции $f(X)$ между точками ландшафтной выборки.

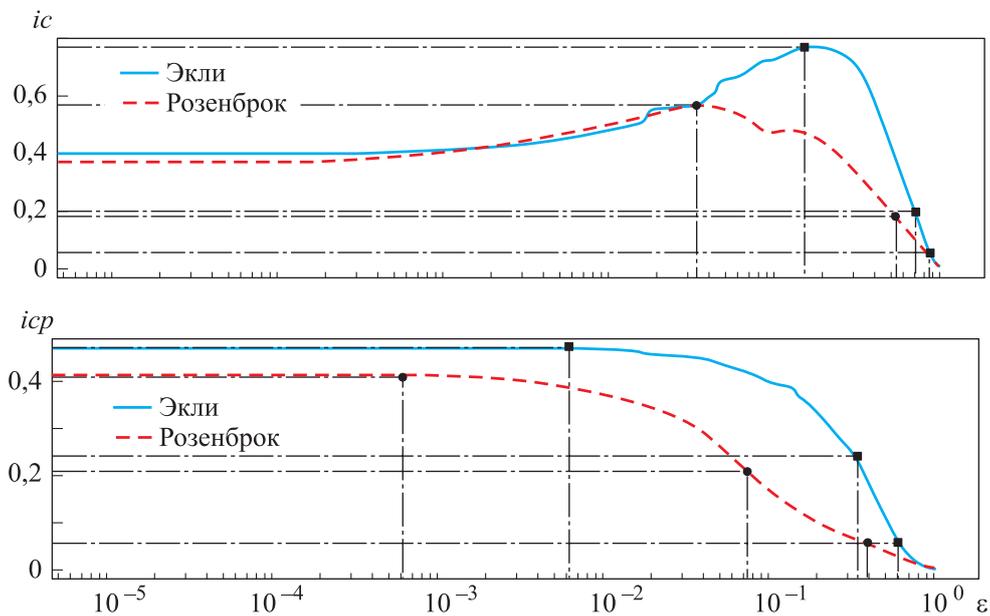


Рис. 1. Информативные точки функций $ic(\epsilon)$ и $icp(\epsilon)$, полученных на основе результатов полного факторного эксперимента для тестовых функций Экли и Розенброка

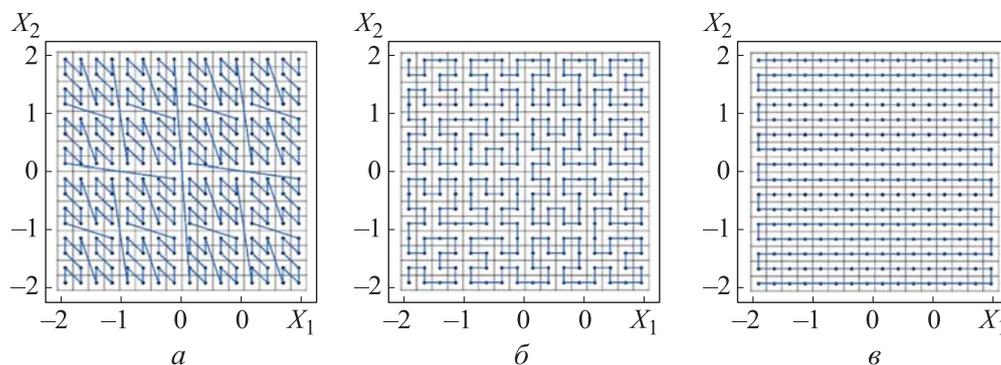


Рис. 2. Маршруты обхода точек полной факторной выборки на основе кривых Мортона (а) и Гильберта (б) и покоординатного обхода точек (в)

Низкая вычислительная сложность тестовой функции Розенброка позволяет выполнить обширное исследование ее ландшафта, используя результаты достаточно большого числа вычисленных значений целевой функции (см. рис. 2). Однако объем ландшафтной выборки для ландшафтного анализа практически значимых оптимизационных задач ограничен высокой вычислительной сложностью их целевой функции, поэтому актуальной является проблема выбора наиболее репрезентативного маршрута обхода.

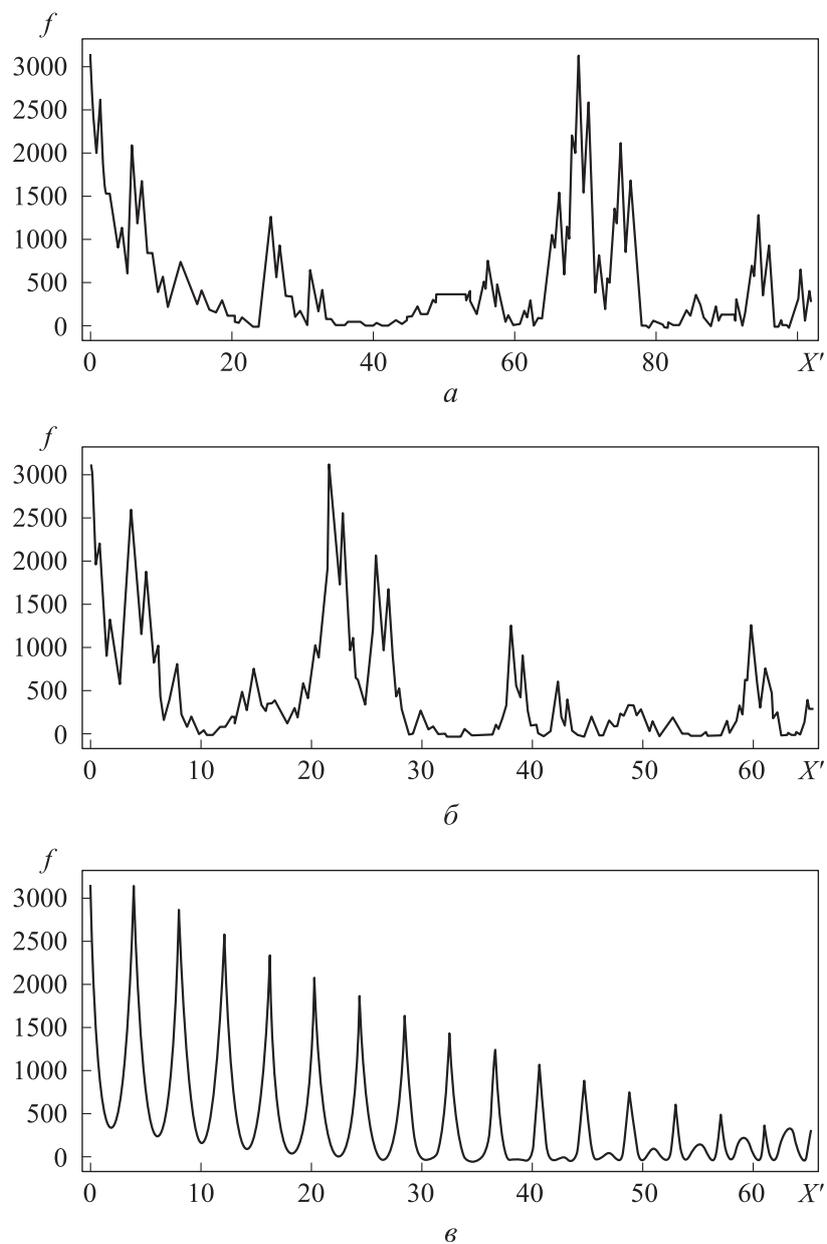


Рис. 3. Развертка двумерной функции Розенброка в одномерное пространство (а, б, в — см. рис. 2)

Карта вариативности целевой функции. Рассмотрим альтернативную интерпретацию метода ICoFiS. В качестве примера используем ландшафтную выборку, состоящую из точек $X_i, i \in [1:6]$, упорядоченных в порядке прохождения маршрута. На основании вычисленных величин $\delta_i, i \in [1:5]$, и некоторого значения параметра ε получим, например, сим-

вольную последовательность $S(\varepsilon) = \{1, \bar{1}, 0, 1, 1\}$. Для построения функции $ic(\varepsilon)$ анализируем блоки, содержащие по два последовательных элемента S_i, S_{i+1} . Набор $S(\varepsilon)$ можно представить в виде таблицы.

Блоки символьной последовательности

| Номер блока | δ_i | δ_{i+1} | s_i | s_{i+1} | X_i, X_{i+1}, X_{i+2} |
|-------------|------------|----------------|-----------|-----------|-------------------------|
| 1 | δ_1 | δ_2 | 1 | $\bar{1}$ | X_1, X_2, X_3 |
| 2 | δ_2 | δ_3 | $\bar{1}$ | 0 | X_2, X_3, X_4 |
| 3 | δ_3 | δ_4 | 0 | 1 | X_3, X_4, X_5 |
| 4 | δ_4 | δ_5 | 1 | 1 | X_4, X_5, X_6 |

Блоком называем упорядоченный триплет точек X_i, X_{i+1}, X_{i+2} ландшафтной выборки и соответствующие значения величин δ_i, δ_{i+1} . Из таблицы и формулы (1) следует, что порядок рассмотрения блоков не влияет на результат оценки значений функции $ic(\varepsilon)$. Необходимым условием корректности оценок ХП целевой функции является построение наиболее репрезентативного маршрута обхода точек ландшафтной выборки, который определяет порядок точек X_i, X_{i+1}, X_{i+w_2} в пределах каждого блока. Вообще говоря, любые три точки ландшафтной выборки могут быть использованы в качестве блока для оценки признаков целевой функции методом ICoFiS. Отметим, что можно анализировать блоки, состоящие из большего числа точек.

Введем новые обозначения для оценки ХП целевой функции без предварительного построения маршрута обхода точек ландшафтной выборки. Блок, состоящий из трех упорядоченных точек X_1^j, X_2^j, X_3^j , обозначим $t_j, j \in [1:l]$, где l — общее число рассматриваемых блоков. В методе ICoFiS величина l равняется $m-1$ для ландшафтной выборки $X_i, i \in [1:m]$.

Корректность оценок ХП во многом зависит от степени информативности рассматриваемых блоков. Критерии информативности блоков ландшафтной выборки определены в следующем пункте. Каждому блоку t_j соответствуют значения δ_1^j, δ_2^j и s_1^j, s_2^j (для некоторого выбранного ε), определяемые формулами

$$s_1^j(\varepsilon) = \begin{cases} \bar{1}, & \delta_1^j < -\varepsilon, \\ 0, & |\delta_1^j| \leq \varepsilon, \\ 1, & \delta_1^j > \varepsilon, \end{cases} \quad s_2^j(\varepsilon) = \begin{cases} \bar{1}, & \delta_2^j < -\varepsilon, \\ 0, & |\delta_2^j| \leq \varepsilon, \\ 1, & \delta_2^j > \varepsilon, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\delta_1^j = \frac{f_2^j - f_1^j}{\|X_2^j - X_1^j\|}, \quad \delta_2^j = \frac{f_3^j - f_2^j}{\|X_3^j - X_2^j\|}, \quad j \in [1:l]. \quad (8)$$

Представление значений величин $\delta_1^j, \delta_2^j, j \in [1:l]$, на плоскости $0\delta_1\delta_2$ называем картой вариативности целевой функции. Границы карты вариативности определяются максимальными и минимальными значениями величин δ_1^j, δ_2^j . На рис. 4 приведены карты вариативности функции Розенброка, соответствующие различным типам маршрутов обхода точек полной факторной ландшафтной выборки. Видно, что кривой Гильберта соответствуют точки, наиболее равномерно распределенные по карте вариативности, что свидетельствует о большей информативности данного маршрута.

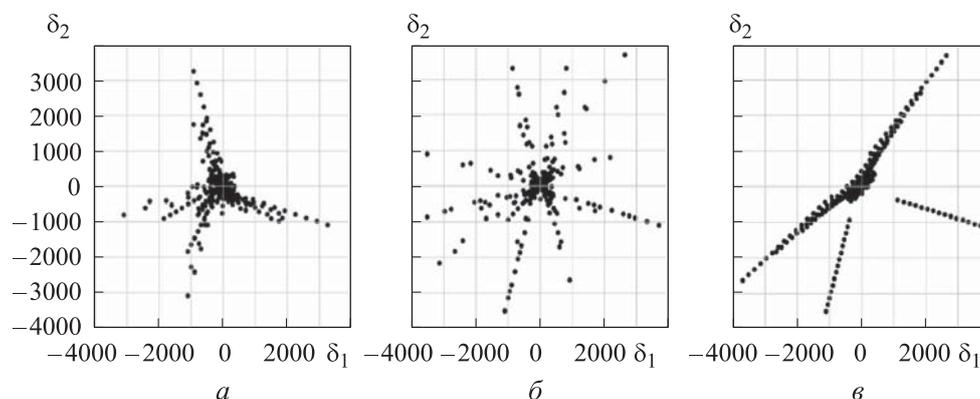


Рис. 4. Карты вариативности двумерной функции Розенброка, построенные на основе полной факторной ландшафтной выборки (*а, б, в* — см. рис. 2)

Можно предложить много других способов характеристики многомерных целевых функций на основе карт вариативности. Например, по карте вариативности можно оценить степень мультимодальности многомерной целевой функции. Если точки рассматриваемых блоков равномерно рассредоточены по карте вариативности, то ландшафт функции $f(X)$ имеет большое число локальных экстремумов. Если же большая часть блоков представлена точками, сосредоточенными в центральной области карты вариативности, то, вероятнее всего, функция $f(X)$ гладкая и имеет малое число локальных экстремумов. Для сравнения на рис. 5 приведены карты вариативности мультимодальной функции Экли.

В соответствии с методом ICoFiS параметр ε определяет разбиение плоскости $0\delta_1\delta_2$ на девять областей, соответствующих различным типам блоков t_j (рис. 6). Например, для всех блоков t_j , соответствующих точкам

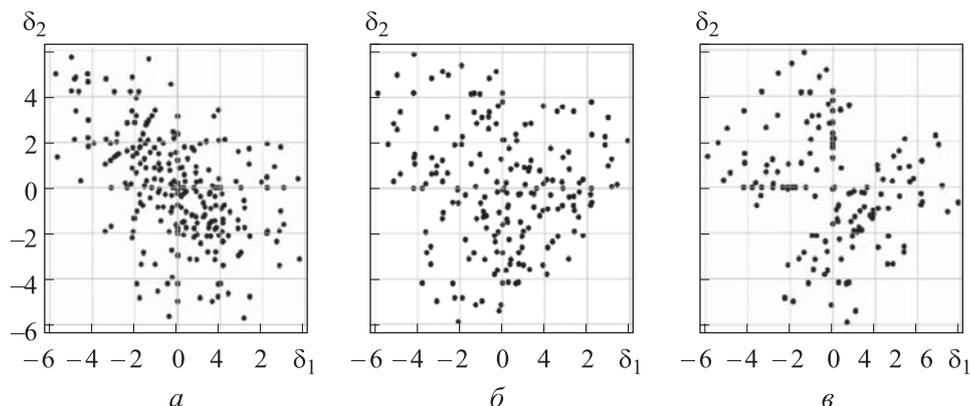


Рис. 5. Карты вариативности двумерной функции Экли, построенные на основе полной факторной ландшафтной выборки (*a*, *б*, *в* — см. рис. 2)

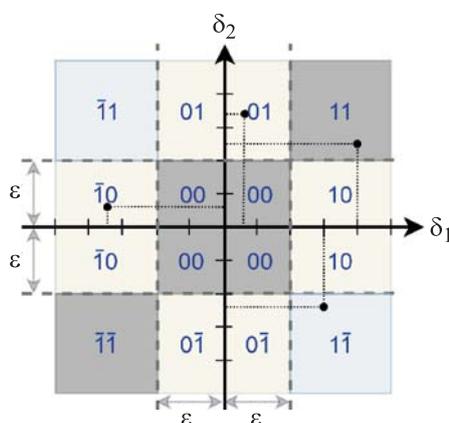


Рис. 6. Схема разбиения карты вариативности целевой функции на девять областей, соответствующих различным типам блоков, определяемых значениями $S_1 S_2$ для заданного ε

δ_1^j, δ_2^j в центральной области карты, оба символа S_1, S_2 равны нулю (блоки типа 00). Черными точками на рис. 6 обозначены блоки из таблицы при условии, что $\delta_1^j = \delta_i,$

$\delta_2^j = \delta_{i+1}, i, j \in [1:5].$

Полная карта вариативности целевой функции. Точность оценки ХП целевой функции зависит как от выбранного метода планирования эксперимента, так и от способа составления блоков точек ландшафтной выборки. Например, авторы исходного метода ICoFiS [12] предложили составлять блоки на основе маршрута обхода точек ландшафтной выборки.

Введем критерии информативности блока на основе расстояния между его точками и угла, образуемого блоками из этих точек.

Критерий минимального расстояния. Пусть d_s — максимальное расстояние между точками X_1^j, X_2^j и X_2^j, X_3^j , составляющими рассматриваемый блок $t_j, j \in [1:l]$. Обозначим $d_{1,2}^j = d(X_1^j, X_2^j)$ евклидово расстояние между точками X_1^j и X_2^j , а $d_{2,3}^j = d(X_2^j, X_3^j)$ — между точками X_2^j

и X_3^j . Тогда справедливы неравенства $d_{1,2}^j < d_S$, $d_{2,3}^j < d_S$, $j \in [1:l]$. В соответствии с критерием минимального расстояния для максимизации информативности блока t_j необходимо минимизировать величину d_S так, чтобы этот блок состоял из локальной группы точек, близких друг к другу в пространстве поиска:

$$\min_{i_1, i_2, i_3 \in [1:m]} d_S(X_{i_1}^j, X_{i_2}^j, X_{i_3}^j), \quad j \in [1:l]. \quad (9)$$

Критерий максимального угла. Значимость информации о ландшафте целевой функции, предоставляемой блоком t_j , зависит от угла α_j , образуемого точками X_1^j, X_2^j, X_3^j этого блока. Например, всякий блок t_j наименее информативен в случае, если точка X_3^j лежит близко к точке X_1^j и угол α_j стремится к 0. В соответствии с критерием максимального угла для максимизации информативности блоков t_j необходимо минимизировать косинусное расстояние между векторами $X_2^j X_1^j$ и $X_2^j X_3^j$ так, чтобы величина угла α_j стремилась к π :

$$\min_{i_1, i_2, i_3 \in [1:m]} \frac{\langle X_{i_2}^j X_{i_1}^j, X_{i_2}^j X_{i_3}^j \rangle}{\|X_{i_2}^j X_{i_1}^j\| \|X_{i_2}^j X_{i_3}^j\|}, \quad j \in [1:l]. \quad (10)$$

Степень информативности блоков t_j , полученных методом ICoFiS, удобно проиллюстрировать с помощью карты вариативности, задавая степень интенсивности цвета соответствующей блоку t_j точки значением α_j / π блока (рис. 7). Черные точки соответствуют блокам, для которых $\alpha_j = \pi$.

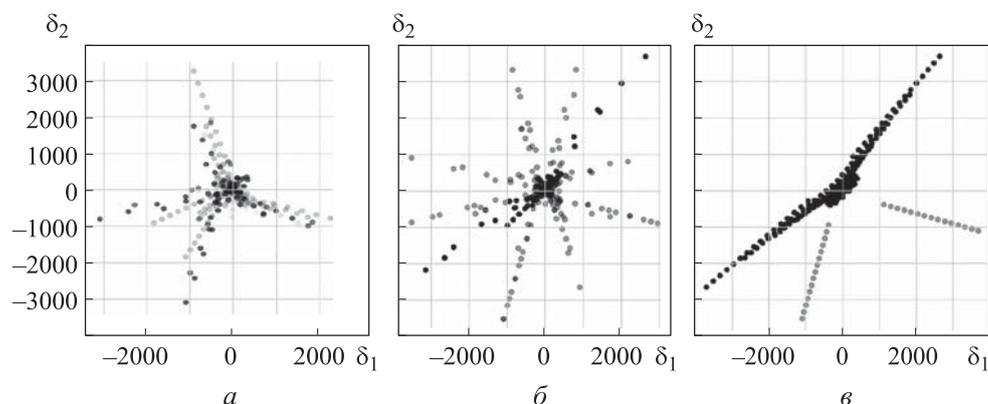


Рис. 7. Карта вариативности двумерной функции Розенброка, построенная с помощью маршрута обхода точек ландшафтной выборки (*а, б, в* — см. рис. 2)

Из рис. 7 также следует, что маршрут обхода точек ландшафтной выборки на основе кривой Гильберта (рис. 7, б) позволяет получить блоки, имеющие в среднем больший угол α_j , чем блоки, полученные с помощью кривой Мортон (рис. 7, а). Наибольшее число информативных блоков составлено в результате покоординатного обхода (рис. 7, в) точек ландшафтной выборки в ущерб разнообразию учитываемых приращений целевой функции $f(X)$. Необходимо разработать метод составления наиболее информативных блоков t_j , включающих в себя большее число переходов по соседним точкам ландшафтной выборки.

Метод составления блоков. С учетом критериев (9), (10) для каждой точки $X_i, i \in [1:m]$, ландшафтной выборки составляем наиболее информативные блоки по следующей схеме.

1. Находим ближайшие к X_i точки $X_{p_k}, k \in [1:K]$, для которых выполнено неравенство $d_{i,p_k} < d_s$, где d_s определяем как максимальное расстояние между соседними точками

$$d_s = \max_{i_1} \min_{i_2} d_{i_1, i_2}, \quad i_1, i_2 \in [1:m], \quad i_1 \neq i_2. \quad (11)$$

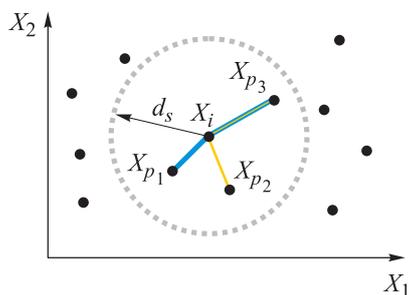


Рис. 8. Составление блоков из точек X_{p_1}, X_i, X_{p_3} и X_{p_2}, X_i, X_{p_3} ландшафтной

2. Если $K > 1$, то составляем блоки $t_k, k \in [1:K-1]$ из точек $X_{p_k}, X_i, X_{p_{k+1}}$ и/или точек $X_{p_{k+1}}, X_i, X_{p_k}$, образующих угол $\alpha_k > \pi/2$ (рис. 8). Если $K \leq 1$ либо все найденные триплеты точек образуют угол $\alpha_k \leq \pi/2$, то отсутствуют подходящие точки для составления блоков.

От способа упорядочения точек $X_{p_k}, X_i, X_{p_{k+1}}$ в составе блока зависят знаки величин δ_1^k, δ_2^k . Таким образом, каждому триплету $X_{p_k}, X_i, X_{p_{k+1}}$ соответствуют две точки на карте вариативности, расположенные симметрично относительно линии $\delta_1^k = -\delta_2^k$. На рис. 9 приведено три возможных случая с точки зрения угла, образуемого точками $(x_1^k, f_1^k), (x_2^k, f_2^k), (x_3^k, f_3^k)$ блока t_k , на примере одномерной целевой функции $f(X)$. Каждому из этих случаев на рис. 9, а соответствуют две точки карты вариативности в зависимости от выбранного порядка обхода триплета: первая точка выше линии симметрии ($\delta_1^k + \delta_2^k > 0$); вторая точка ниже линии симметрии ($\delta_1^k + \delta_2^k < 0$).

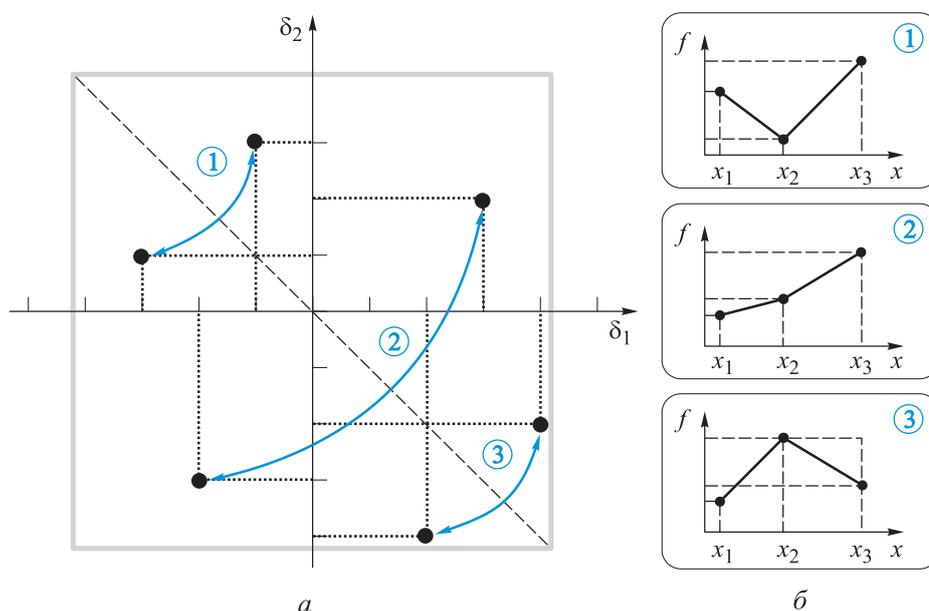


Рис. 9. Карта вариативности целевой функции (а) с симметричными точками, соответствующими различным способам упорядочения триплетов (б)

Для составления полной карты вариативности рассмотрим оба способа упорядочения каждого составленного триплета точек ландшафтной выборки.

На рис. 10 синими точками представлены полные карты вариативности функции Розенброка, составленные на основе полной факторной ландшафтной выборки (см. рис. 2). Черным точкам соответствуют блоки t_j , полученные исходным методом ICoFiS с применением различных способов построения маршрута обхода точек ландшафтной выборки.

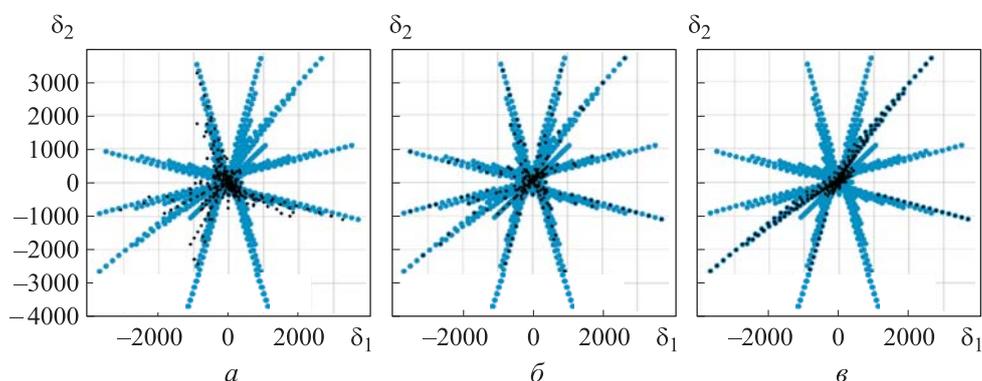


Рис. 10. Полные карты вариативности двумерной функции Розенброка (синие точки) и карты, полученные методом ICoFiS (черные точки) (а, б, в — см. рис. 2)

На основе анализа этих карт можно сделать вывод, что маршруты обхода в методе ICoFiS не включают большую часть возможных переходов по точкам ландшафтной выборки. Также из рис. 10, а следует, что не все блоки t_j в составе маршрута, проложенного с помощью кривой Мортон, удовлетворяют критерию (9): соответствующие черные точки на карте вариативности не покрыты синими точками. Наличие таких неинформативных блоков t_j , полученных методом ICoFiS, состоящих из удаленных друг от друга точек (см. рис. 2, а), искажает результаты оценки ХП целевой функции. Таким образом, блоки t_j , полученные предложенным методом составления

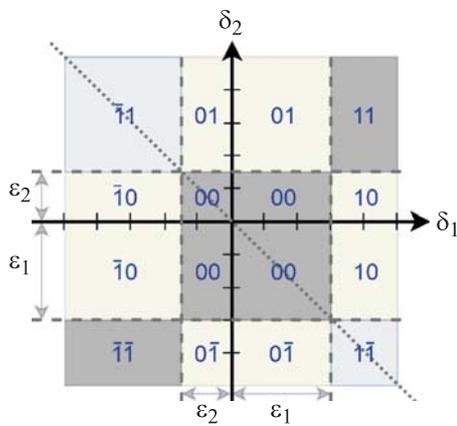


Рис. 11. Карта вариативности целевой функции, разбитая на подобласти, соответствующие различным типам блоков t_j , при некоторых значениях ε_1 и ε_2

полной карты вариативности целевой функции, дают более полную и достоверную информацию о возможных приращениях значений целевой функции $f(X)$ между соседними точками ландшафтной выборки.

Функция обобщенного информационного содержания. С учетом симметричности карты вариативности целевой функции введем новые параметры $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ для управления чувствительностью метода информационного содержания и разбиения карты вариативности на подобласти (рис. 11). Каждая подобласть карты соответствует некоторому типу блоков, определяемому символами $s_1^j(\varepsilon_1, \varepsilon_2), s_2^j(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, значения которых определяем по формулам:

Каждая подобласть карты соответствует некоторому типу блоков, определяемому символами $s_1^j(\varepsilon_1, \varepsilon_2), s_2^j(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, значения которых определяем по формулам:

$$s_1^j(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \begin{cases} \bar{1}, & \delta_1^j < -\varepsilon_2, \\ 0, & -\varepsilon_2 \leq \delta_1^j \leq \varepsilon_1, \\ 1, & \delta_1^j > \varepsilon_1, \end{cases} \quad s_2^j(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \begin{cases} \bar{1}, & \delta_2^j < -\varepsilon_1, \\ 0, & -\varepsilon_1 \leq \delta_2^j \leq \varepsilon_2, \\ 1, & \delta_2^j > \varepsilon_2, \end{cases} \quad j \in [1:l]. \quad (12)$$

Символы $s_1^j, s_2^j, j \in [1:l]$, используем для оценки искомым ХП на основании значений функции обобщенного информационного содержания с помощью модифицированной формулы (4):

$$gic(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = - \sum_{a \neq b} p_{ab}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \log_6 p_{ab}(\varepsilon_1, \varepsilon_2), \quad a, b \in \{\bar{1}, 0, 1\}. \quad (13)$$

Здесь $p_{ab}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ — оценка вероятности обнаружения блока типа ab , которую рассчитываем с учетом угла α_j , образуемого блоками из точек X_1^j, X_2^j, X_3^j , по модифицированной формуле (5)

$$p_{ab}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{\sum_{k=1}^{n_{ab}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)} \alpha_k}{\sum_{j=1}^l \alpha_j}, \quad a, b \in \{\bar{1}, 0, 1\}, \quad (14)$$

где l — общее число рассматриваемых блоков; n_{ab} — число блоков типа ab ; α_j — угол, образуемый блоками из точек X_1^j, X_2^j, X_3^j соответствующего блока t_j типа ab . Если $\alpha_j = \pi$ для всех рассматриваемых блоков t_j , то получаем исходную формулу (5) оценки величины p_{ab} .

Предложенные параметры функции $gic(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ позволяют более точно анализировать ХП целевой функции $f(X)$, управляя разбиением карты вариативности на области, содержащие блоки t_j различных типов. В соответствии с критерием максимального угла (10) целесообразно составлять блоки t_j из точек, образующих угол α_j , близкий к π . Данное требование в совокупности с критерием минимального расстояния (9), вообще говоря, невыполнимо при анализе нерегулярной ландшафтной выборки. В связи с этим учитываем в формуле (14) значения α_j рассматриваемых блоков t_j при оценке величины $p_{ab}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$.

Заключение. В работе на основании альтернативной интерпретации метода ICoFiS введено понятие карты вариативности целевой функции, предложены способы ее анализа и интерпретации. Сформулированы критерии информативности блоков точек ландшафтной выборки для составления карты вариативности целевой функции без построения маршрута обхода точек ландшафтной выборки. Предложен метод построения полной карты вариативности, учитывающей большую часть информации о приращениях значений целевой функции между соседними точками ландшафтной выборки. Выполнено сравнение результатов работы предложенного метода составления блоков и исходного метода составления блоков на основе маршрута обхода точек ландшафтной выборки. Предложена функция обобщенного информационного содержания для анализа полной карты вариативности с учетом ее симметричности для получения более точных оценок ХП целевой функции.

Карта вариативности ландшафта функции может быть использована другими способами, которые будут рассмотрены в последующих работах, для определения различий и классификации целевых функций задач оптимизации. Будучи наглядным способом анализа ХП целевой функции, карта вариативности также позволяет косвенно оценить степень мульти-модальности ландшафта многомерных целевых функций.

На основе предложенного метода ландшафтного анализа можно сформировать вектор ХП задачи оптимизации, используя оценки наиболее значимых с точки зрения алгоритма оптимизации особенностей ландшафта целевой функции. Проблема составления вектора ХП выходит за рамки настоящей работы. «Правильно» сформированный вектор ХП является основой для сбора, анализа и обобщения информации об эффективности оптимизационного алгоритма с учетом значений его свободных параметров и особенностей решаемых задач.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Shan S., Wang G.G. Survey of modeling and optimization strategies to solve high-dimensional design problems with computationally-expensive black-box functions. *Struct. Multidisc. Optim.*, 2010, vol. 41, no. 2, pp. 219–241. DOI: 10.1007/s00158-009-0420-2
- [2] Kerschke P. Comprehensive feature-based landscape analysis of continuous and constrained optimization problems using the R-Package flacco. *arXiv.org*: веб-сайт. URL: <https://arxiv.org/abs/1708.05258v1> (дата обращения: 28.12.2018).
- [3] Агасиев Т.А., Карпенко А.П. Современные техники глобальной оптимизации. Обзор. *Информационные технологии*, 2018, т. 6, № 24, с. 363–370. DOI: 10.17587/it.24.370-386
- [4] Cavazzuti M. Design of experiments. *Optimization methods*. Springer, 2013, pp. 13–42.
- [5] Li G., Aute V., Azarm S. An accumulative error based adaptive design of experiments for offline metamodeling. *Struct. Multidisc. Optim.*, 2010, vol. 40, no. 1, pp. 137–155. DOI: 10.1007/s00158-009-0395-z
- [6] Forrester A.I.J., Keane A.J. Recent advances in surrogate-based optimization. *Prog. Aerosp. Sci.*, 2009, vol. 45, no. 1-3, pp. 50–79. DOI: 10.1016/j.paerosci.2008.11.001
- [7] Mersmann O., Bischl B., Trautmann H., et al. Exploratory landscape analysis. *Proc. 13th Ann. Conf. Genetic and Evolutionary Comp.* ACM, 2011, pp. 829–836. DOI: 10.1145/2001576.2001690
- [8] Hoos H.H., Neumann F., Trautmann H. Automated algorithm selection and configuration (Dagstuhl Seminar 16412). *Dagstuhl Reports*, 2017, vol. 6, no. 10, pp. 34–74.
- [9] Kerschke P., et al. Cell mapping techniques for exploratory landscape analysis. *EVOLVE — A bridge between probability, set oriented numerics, and evolutionary computation*. Springer, 2014, pp. 115–131.

- [10] Flamm C., Hofacker I.L., Stadler P.F. Barrier trees of degenerate landscapes. *Zeitschrift für Physikalische Chemie*, 2002, vol. 216, no. 2, p. 155. DOI: 10.1524/zpch.2002.216.2.155
- [11] Kerschke P., Preuss M., Wessing S., et al. Detecting funnel structures by means of exploratory landscape analysis. *Proc. 2015 Ann. Conf. Genetic and Evolutionary Comp. ACM*, 2015, pp. 265–272. DOI: 10.1145/2739480.2754642
- [12] Muñoz M.A., Kirley M., Halgamuge S.K. Exploratory landscape analysis of continuous space optimization problems using information content. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2015, vol. 19, no. 1, pp. 74–87. DOI: 10.1109/TEVC.2014.2302006
- [13] Momin J., Yang X.S. A literature survey of benchmark functions for global optimization problems. *IJMMNO*, 2013, vol. 4, no. 2, pp. 150–194. DOI: 10.1504/IJMMNO.2013.055204
- [14] Lawder J.K., King P.J.H. Using space-filling curves for multi-dimensional indexing. *British National Conf. on Databases*. Springer, 2000, pp. 20–35.

Агасиев Талех Азер оглы — аспирант кафедры «Системы автоматизированного проектирования» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Агасиев Т.А. Карта вариативности целевой функции для анализа характерных признаков задачи глобальной оптимизации. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2019, № 2, с. 4–21. DOI: 10.18698/0236-3933-2019-2-4-21

VARIABILITY MAP OF OBJECTIVE FUNCTION FOR ANALYSIS OF GLOBAL OPTIMIZATION PROBLEM CHARACTERISTIC FEATURES

T.A. Agasiev

agtaleh@mail.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

Methods of landscape analysis are developed to estimate various characteristic features of the objective function in the optimization problem. The accuracy of the estimates largely depends on the chosen method of experiment design for the landscape sampling, i.e. on the number and location of points in the search space forming a discrete representation of the objective function landscape. The method of information content is the most resistant to changes in the experiment

Keywords

Global optimization, objective function, characteristic features of optimization problem, landscape analysis, landscape sample, information content, variability map

design but requires route building to bypass the obtained points of landscape sampling. A method of characterization of the optimization problem objective function is proposed on the base of landscape sampling without building a route to bypass its points. The notion of a variability map of objective function is introduced. The informativeness criteria are formulated for groups of points of a landscape sample. A method of constructing the so-called full variability map is proposed as well as the function of generalized information content for the analysis of the characteristic features of the objective function. The method allows obtaining more accurate estimates of target function characteristics which are resistant to variations of the experiment design

Received 22.10.2018

© Author(s), 2019

REFERENCES

- [1] Shan S., Wang G.G. Survey of modeling and optimization strategies to solve high-dimensional design problems with computationally-expensive black-box functions. *Struct. Multidisc. Optim.*, 2010, vol. 41, no. 2, pp. 219–241. DOI: 10.1007/s00158-009-0420-2
- [2] Kerschke P. Comprehensive feature-based landscape analysis of continuous and constrained optimization problems using the R-Package flacco. *arXiv.org*: website. Available at: <https://arxiv.org/abs/1708.05258v1> (accessed: 28.12.2018).
- [3] Agasiev T.A., Karpenko A.P. Modern techniques of global optimization. Review. *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2018, vol. 6, no. 24, pp. 363–370 (in Russ.). DOI: 10.17587/it.24.370-386
- [4] Cavazzuti M. Design of experiments. *Optimization methods*. Springer, 2013, pp. 13–42.
- [5] Li G., Aute V., Azarm S. An accumulative error based adaptive design of experiments for offline metamodeling. *Struct. Multidisc. Optim.*, 2010, vol. 40, no. 1, pp. 137–155. DOI: 10.1007/s00158-009-0395-z
- [6] Forrester A.I.J., Keane A.J. Recent advances in surrogate-based optimization. *Prog. Aerosp. Sci.*, 2009, vol. 45, no. 1-3, pp. 50–79. DOI: 10.1016/j.paerosci.2008.11.001
- [7] Mersmann O., Bischl B., Trautmann H., et al. Exploratory landscape analysis. *Proc. 13th Ann. Conf. Genetic and Evolutionary Comp.* ACM, 2011, pp. 829–836. DOI: 10.1145/2001576.2001690
- [8] Hoos H.H., Neumann F., Trautmann H. Automated algorithm selection and configuration (Dagstuhl Seminar 16412). *Dagstuhl Reports*, 2017, vol. 6, no. 10, pp. 34–74.
- [9] Kerschke P., et al. Cell mapping techniques for exploratory landscape analysis. *EVOLVE — A bridge between probability, set oriented numerics, and evolutionary computation*. Springer, 2014, pp. 115–131.

- [10] Flamm C., Hofacker I.L., Stadler P.F. Barrier trees of degenerate landscapes. *Zeitschrift für Physikalische Chemie*, 2002, vol. 216, no. 2, p. 155.
DOI: 10.1524/zpch.2002.216.2.155
- [11] Kerschke P., Preuss M., Wessing S., et al. Detecting funnel structures by means of exploratory landscape analysis. *Proc. 2015 Ann. Conf. Genetic and Evolutionary Comp.* ACM, 2015, pp. 265–272. DOI: 10.1145/2739480.2754642
- [12] Muñoz M.A., Kirley M., Halgamuge S.K. Exploratory landscape analysis of continuous space optimization problems using information content. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2015, vol. 19, no. 1, pp. 74–87. DOI: 10.1109/TEVC.2014.2302006
- [13] Momin J., Yang X.S. A literature survey of benchmark functions for global optimization problems. *IJMMNO*, 2013, vol. 4, no. 2, pp. 150–194.
DOI: 10.1504/IJMMNO.2013.055204
- [14] Lawder J.K., King P.J.H. Using space-filling curves for multi-dimensional indexing. *British National Conf. on Databases*. Springer, 2000, pp. 20–35.

Agasiev T.A. — Post-Graduate Student, Department of Computer-Aided Design Systems, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Agasiev T.A. Variability map of objective function for analysis of global optimization problem characteristic features. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2019, no. 2, pp. 4–21 (in Russ.).
DOI: 10.18698/0236-3933-2019-2-4-21