

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ ТРЕХМЕРНЫХ СЦЕН

**А.Н. Божко**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

e-mail: abozhko@inbox.ru

*Рассмотрена формализация задачи геометрической разрешимости трехмерных сцен. Эта распространенная проблема, с которой сталкиваются специалисты в различных областях техники и технологии, представлена на примере сборки технических систем. Предложена теоретико-игровая модель, позволяющая сократить трудоемкость проверки тестовых конфигураций деталей на геометрическую разрешимость. Апостериорную информацию о расположении элементов можно использовать для повышения эффективности геометрического анализа трехмерных сцен. Показателем сложности геометрической ситуации служит глубина вложения элемента. Носителем информации об иерархии вложенности может быть топологическая модель, называемая деформационным ретрактом.*

**Ключевые слова:** трехмерная сцена, сборка, деформационный ретракт, упорядоченное множество, геометрический доступ, геометрическая разрешимость.

## GEOMETRICAL RESOLVABILITY OF THREE-DIMENSIONAL SCENES

**A.N. Bozhko**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

e-mail: abozhko@inbox.ru

*The formalization of problems on geometrical resolvability of three-dimensional scenes is discussed. This widespread problem facing the specialists in different fields of technology is considered by an example of assembling of technical systems. A theoretically-gaming model is offered which makes it possible to reduce laboriousness of checking the test configurations of details for geometric resolvability. A posteriori data on the element disposition can be used for increasing the efficiency of geometrical analysis of three-dimensional scenes. A depth of the element nesting is an index of difficulty of the geometrical situation. A topological model called the deformation retract can be a carrier of data on the nesting hierarchy.*

**Keywords:** three-dimensional scene, assembling, deformation retract, ordered set, geometrical access, geometrical resolvability.

Специалисты в области информационных технологий часто сталкиваются с задачей моделирования геометрических препятствий в трехмерных сценах. Качественная постановка такой задачи проста. Задана статическая конфигурация трехмерных тел, которые рассматриваются как абсолютно жесткие, требуется определить возможность (или невозможность) перемещения некоторого подвижного элемента сцены из стартовой позиции в финальную. В некоторых частных случаях необходимо получить еще и траекторию допустимого перемещения, оптимизированную по метрическим, стоимостным или иным критериям.

Множество проектных и производственных задач связаны с необходимостью расчета геометрической разрешимости трехмерных сцен, например, планирование перемещений промышленного робота в среде с препятствиями, программирование автомобильных и авиационных симуляторов, планирование производственных помещений, проектирование траектории движения режущего инструмента в обрабатывающих системах с ЧПУ, оперативное управление логистическими системами, моделирование систем виртуальной реальности и многое другое.

Не будет преувеличением сказать, что самой распространенной задачей этого типа является описание геометрических препятствий при сборке машин и механических приборов. В публикациях по автоматизации конструкторского и технологического проектирования ее часто называют задачей *геометрического доступа* [1, 2]. Приведем содержательную постановку такой задачи. Существует собранный фрагмент изделия (машины или прибора), в котором есть все необходимые конструкторские базы для установки некоторой детали или сборочной единицы (статическая часть трехмерной сцены). Требуется определить, существует ли движение, переводящее деталь в служебное положение в составе изделия, или такое перемещение запрещено совокупной геометрией ранее установленных элементов. Естественной целью компьютерного моделирования задачи геометрического доступа является выбор такой последовательности сборки изделия, которая не содержит геометрических препятствий для всех устанавливаемых элементов (деталей или сборочных единиц).

Задачу геометрического доступа при сборке сложных изделий можно рассматривать как репрезентативный частный случай общей проблемы геометрической разрешимости трехмерных сцен. Она демонстрирует все источники сложности задач этого класса в их предельном выражении. Назовем главное: комбинаторная сложность сцены (изделия машиностроения могут состоять из нескольких тысяч комплекствующих), полноценная трехмерная геометрия деталей и сборочных единиц, наличие корпуса, плотный монтаж составных частей, жесткие ограничения на свободу перемещений и допустимых положений элементов, сложная геометрическая конфигурация статического и динамического фрагментов сцены. Перечисленные факторы сложности присущи многим классам технических устройств, например гироскопическим приборам, часовым механизмам, двигателям внутреннего сгорания и пр.

Способы формального описания геометрических препятствий при сборке обсуждаются с самого начала работ по автоматизации проектирования. Подавляющее большинство предложенных подходов основывается на методе прямого моделирования. Формируется упрощенная

трехмерная модель детали и собранного фрагмента изделия, задается направление перемещения детали и проверяются условия непересечения следа детали и геометрической модели препятствия. Основные различия заключаются в способах описания геометрической информации и степени интерактивности данной процедуры. В простейшем случае трехмерная геометрия аппроксимируется посредством системы параллелепипедов; самое точное, но ресурсоемкое приближение дают сплайновые поверхности. В вычислительном эксперименте участвует лицо, принимающее решение (ЛПР), которое обязано указать состав статической части модели и множество допустимых траекторий динамической составляющей. Эта идея описана в многочисленных публикациях по автоматизации проектирования и реализована в нескольких современных системах автоматизированного проектирования, например САПР, NX и др. [3]. В общем случае метод прямого моделирования требует очень высоких вычислительных затрат, основным источником которых является перебор в комбинаторном пространстве тестовых конфигураций.

Отдельное направление составляют работы, основанные на использовании различных модификаций волнового алгоритма в трехмерном пространстве [4–6]. Трехмерная сцена квантуется на элементарные пространственные элементы изображения — воксели. В дискретном трехмерном пространстве запускается волна из стартовой точки до финальной. Глубокая постпроцессорная обработка результатов трассировки позволяет найти не только путь, соединяющий стартовую позицию с финальной, но и оценить его техническую реализуемость, например: посчитать число поворотов, метрические характеристики трассы, наличие узостей, карманов и др. Недостатком этого подхода является очень высокая сложность воксельного представления полноценных трехмерных конструкций.

В многочисленных публикациях обсуждаются интерактивные методы расчета геометрической разрешимости, в которых функции геометрического решателя выполняются человеком. В этих работах основным источником проектной информации служит специально организованная человеко-машинная процедура, которая в диалоге с экспертом позволяет выбрать допустимую последовательность сборки, удовлетворяющую условиям доступа. Например, в ключевой работе этого направления [3] эксперт исследует так называемую диаграмму связей (liason diagram) изделия и задает допустимую последовательность реализации связей с учетом отношения геометрического предшествования между носителями. В ряде работ, например [7–9], для этих целей используется иной носитель — block graph, который служит для записи геометрических ограничений, связывающих детали в выбранном направлении сборки или разборки. Общий недостаток

исследований этого направления — это высокая доля “ручного труда”, поскольку геометрическая разрешимость сцены здесь получается не в результате машинных расчетов, а как следствие громоздкой процедуры опроса ЛПР.

Более перспективный подход к анализу геометрической разрешимости предложен в работах [10, 11]. Проблема геометрического доступа формулируется как игровая задача, в которой участвуют два игрока: ЛПР и природа. Первый игрок выбирает для проверки на геометрическую разрешимость тестовую конфигурацию объектов, второй игрок реализует эту проверку и выносит заключение о тестовой конфигурации разрешимости или неразрешимости. Рациональная стратегия ЛПР в этой игре позволяет существенно ограничить перебор в комбинаторном пространстве тестовых геометрических конфигураций.

В настоящей работе рассматриваются рациональные стратегии ЛПР в ситуациях полной неопределенности, когда первый игрок не обладает никакой априорной информацией о возможном исходе проверки. Ситуацию выбора можно упростить, используя апостериорную информацию о топологических и структурных характеристиках элементов сцены. В работе предлагается эффективно вычисляемая оценка глубины вложенности деталей и топологическая модель, которая в компактном виде хранит данные о структурной иерархии составных частей изделия по критерию их доступности.

**Игровая модель геометрического доступа.** Совокупность деталей изделия, которые можно собрать независимо, будем называть *собираемым множеством* или *s-множеством*. Назовем *геометрической ситуацией* (или просто ситуацией) пару  $(Y, x)$ , где  $x$  — устанавливаемая деталь, а  $Y$  — собираемое множество деталей, причем  $Y$  является носителем полного комплекта баз для  $x$ . Кроме того, установка  $x$  на собираемое множество  $Y$  дает новое *s-множество*  $Y \cup x$ . Иными словами, ситуация — это такая конфигурация деталей, для которой оправдана проверка на геометрическую разрешимость с технологической и конструкторской точек зрения. Любая конфигурация деталей, которая не является ситуацией, должна быть исключена из обсуждения при анализе этой проблемы.

Пусть имеется некоторое изделие  $X$ . Рассмотрим все ситуации, связанные с установкой одной детали  $x$ , и обозначим это множество как  $Q(x)$ . Отношение геометрической разрешимости делит  $Q(x)$  на два непересекающихся класса, которые назовем разрешенным и запрещенным. Если геометрическая конфигурация не препятствует установке элемента  $x$  на собираемое множество  $Y$ , то такую ситуацию назовем разрешенной. Если установка  $x$  на  $Y$  запрещена наличными геометрическими препятствиями, то ситуацию будем называть запрещенной.

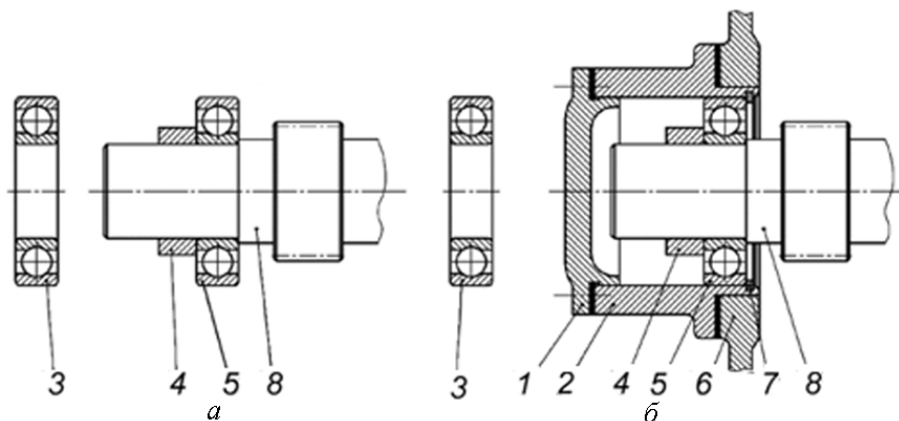


Рис. 1. Примеры разрешенной (а) и запрещенной (б) ситуаций

Понятие геометрической ситуации и ее разрешимости проиллюстрируем двумя простыми примерами (рис. 1). Вал 8 и втулка 4 в сборе доставляют подшипнику 3 полный комплект конструкторских баз, поэтому испытание на разрешимость обеих ситуаций имеет смысл. Совершенно очевидно, что преждевременная установка крышки 1 отсекает подшипник 3 и превращает ситуацию, показанную на рис. 1, б, в запрещенную.

Введем на  $Q(x)$  отношение частичного порядка  $\leq$ , которое индуцируется теоретико-множественным включением первых координат ситуаций, т.е.  $(Y_n, x) \leq (Y_m, x)$  в том случае, если  $Y_n \subseteq Y_m$ . Частично упорядоченное множество  $(Q(x), \leq)$  будем изображать диаграммой Хассе, в которой каждой вершине соответствует ситуация  $(Y, x) \in Q(x)$ . Если  $(Y_n, x) \leq (Y_m, x)$ , то вершина, отвечающая ситуации  $(Y_m, x)$ , будет расположена выше вершины, представляющей  $(Y_n, x)$ . Кроме того, если не существует такой пары  $(Z, x)$ , что  $(Y_n, x) \leq (Z, x) \leq (Y_m, x)$ , то соответствующие вершины соединятся ребром.

На рис. 2 показана конструкция крепления промежуточного вала цилиндрического редуктора внутреннего зацепления, а на рис. 3 — диаграмма Хассе  $Q(x)$  всех ситуаций этой конструкции, связанных с установкой детали 8. Это относительно простое упорядоченное множество, но его простота объясняется малосоставностью конструкции. В общем случае частичные порядки данного типа могут иметь высокую размерность, сложную организацию и несколько компонент связности.

**Утверждение 1.** Пусть ситуация  $(Y, x) \in Q(x)$  является разрешенной. Тогда любая ситуация  $(Z, x) \in Q(x)$  такая, что  $Z \subseteq Y$ , также является разрешенной.

Действительно, если собираемое множество  $Y$  не содержит геометрических препятствий для установки детали  $x$ , то не может их быть

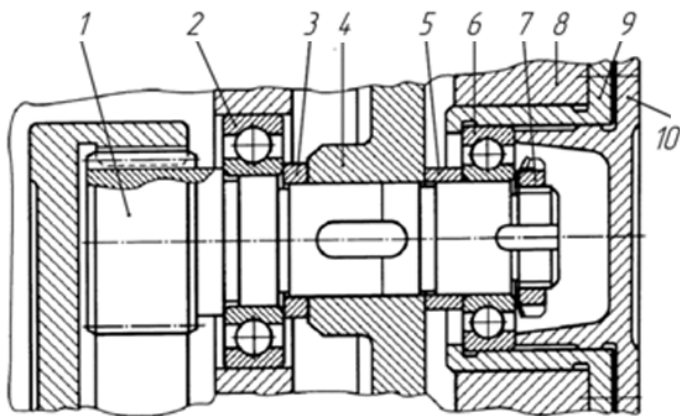


Рис. 2. Конструкция крепления вала цилиндрического редуктора

и в меньшем по составу собираемом множестве  $Z$ . Редукция  $Y$  до состояния  $Z$  сохраняет базы, делающие установку детали  $x$  возможной, и упрощает геометрическую конфигурацию собираемого множества  $Z$ .

**Утверждение 2.** Пусть ситуация  $(Y, x) \in Q(x)$  является запрещенной. Тогда любая ситуация  $(Z, x) \in Q(x)$  такая, что  $Y \subseteq Z$ , является запрещенной.

Если собираемое множество  $Y$  имеет геометрические препятствия для установки детали  $x$  в служебное положение, то добавление новых деталей способно только усложнить конфигурацию  $Y$  и не может устранить наличные запреты.

Далее вершины упорядоченного множества  $Q(x)$ , отвечающие разрешенным ситуациям, будем изображать белыми кружками и называть белыми. Вершины, соответствующие запрещенным ситуациям, будем представлять черными кружками и для краткости именовать черными. Ситуации, для которых проблема геометрического доступа еще не решена (цвет которых не определен), будем называть нераскрытыми, и на диаграмме Хассе помечать серым цветом. Используя метафору цвета, нераскрытые ситуации удобно называть неокрашенными. Вершину, выбранную для проверки цвета, будем изображать квадратом.

Пусть ситуация  $(Y, x) \in Q(x)$ , предъявленная для анализа, такова, что установка детали  $x$  на  $Y$  возможна. Тогда вершина диаграммы Хассе  $p$ , отвечающая паре  $(Y, x)$ , будет окрашена в белый цвет. Согласно

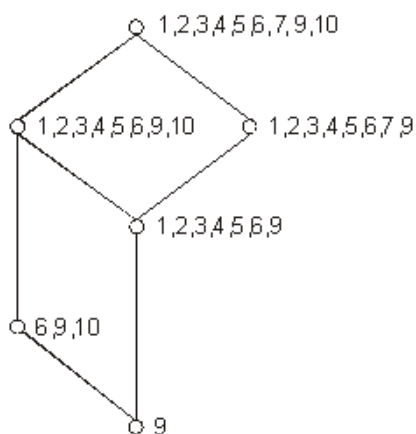


Рис. 3. Диаграмма Хассе множества  $Q(8)$

утверждению 1, для всех ситуаций  $(Z, x)$  таких, что  $Z \subseteq Y$ , установка  $x$  на множество  $Z$  возможна. Из определения порядка в упорядоченном множестве  $Q(x)$  следует, что каждой паре  $(Z, x)$  соответствует вершина белого цвета диаграммы Хассе  $g$ , причем  $g \leq p$ .

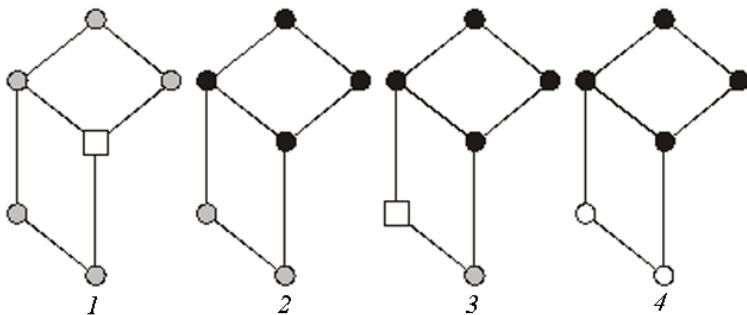
Если установка  $x$  на  $Y$  невозможна, то ситуации  $(Y, x)$  отвечает черная вершина  $p$  диаграммы Хассе, а все вершины  $g$  ( $g \geq p$ ), соответствующие большим запрещенным ситуациям, должны быть окрашены в черный цвет согласно утверждению 2.

Таким образом, если некоторая вершина  $q \in Q(x)$  является белой, то все элементы, принадлежащие порядковому идеалу  $I(q) = \{q' \in Q(x) | q' \leq q\}$ , также белые. Если  $q$  — черная, то и все элементы порядкового фильтра  $F(q) = \{q'' \in Q(x) | q'' \geq q\}$  имеют это свойство.

Итак, задачу определения условий геометрического доступа для элемента  $x$  можно представить в форме игры двух игроков — ЛПР и природы. Игра ведется по следующим правилам. Дано частично-упорядоченное множество  $(Q, \leq)$ , все вершины которого являются неокрашенными. Первый ход ЛПР заключается в выборе неокрашенной вершины из этого множества. Ответ второго игрока состоит в определении цвета предложенной для проверки вершины. Если вершина получила черный цвет, то все вершины порядкового фильтра (верхнего конуса) окрашиваются в черный цвет. Если проверяемая вершина получила белый цвет, то все вершины порядкового идеала (нижнего конуса) окрашиваются в белый цвет. Второй ход ЛПР делает на неокрашенном фрагменте исходного частичного порядка и т.д. Требуется полностью окрасить данный частичный порядок за наименьшее число ходов.

Например, для частичного порядка  $Q(8)$  (см. рис. 3) процедура окраски может быть выполнена за два приема. На рис. 4 приведены ходы первого игрока (1, 3) и ответы природы (2, 4).

Описанная игра относится к классу неантагонистических, поскольку второй игрок не заинтересован в проигрыше первого и в процессе



**Рис. 4. Окраска частичного порядка  $Q(8)$ :  
1, 3 — ходы ЛПР; 2, 4 — ответы природы**

разыгрывания партии демонстрирует нейтральное поведение. В играх данного типа ЛПР может действовать в двух информационных ситуациях: полной и частичной неопределенности. В первом случае ЛПР не обладает никакой априорной информацией о возможном цвете вершин. Во втором – он располагает предварительными данными о возможной окраске, выраженными в форме распределения вероятностей или заданными в виде функции принадлежности нечеткого множества.

Рассмотрим возможные рациональные стратегии поведения ЛПР в ситуации полной неопределенности. С точки зрения первого игрока на каждом шаге игры ситуацию принятия решения можно представить в виде, как принято говорить в теории принятия решений, платежной матрицы (табл. 1, 2). Иногда этот носитель информации называют матрицей решений или матрицей выигрышей [12].

Таблица 1

**Обобщенная форма платежной матрицы игры по окрашиванию вершин упорядоченного множества**

		$X$	$x_1$	$x_2$	$\dots$	$x_n$
		$Z$	$z_1$	$y_{11}$	$y_{12}$	$\dots$
$z_2$	$y_{21}$		$y_{22}$	$\dots$	$y_{2n}$	

Таблица 2

**Платежная матрица окрашивания вершин упорядоченного множества (рис. 5)**

		$X$	$a$	$b$	$c$	$e$	$f$	$g$	$h$
		$Z$	Белый	7	5	4	3	3	2
Черный	1		2	2	4	3	6	7	

Здесь  $X$  – ЛПР;  $Z$  – природа;  $x_j, j = \overline{1, n}$ , – ходы ЛПР;  $z_1, z_2$  – ответы природы (цвет вершин);  $y_{ij}, i = \overline{1, 2}; j = \overline{1, n}$ , – выигрыш первого игрока при собственном ходе  $x_j$  и ответе природы  $z_i$ . Выигрыш первого игрока – это число вершин порядкового фильтра или порядкового идеала, которые наследуют свой цвет от вершины, выбранной ЛПР и окрашенной природой.

Теория принятия решений предлагает несколько рецептов рационального выбора альтернатив в условиях неопределенности. Это, прежде всего, классические решающие правила Вальда, Лапласа, Севиджа, Гурвица и других, которые можно применить для выбора лучшего хода в описанной игре. В [11] рассмотрена стратегия окрашивания частичного порядка, в которой выбор очередной неокрашенной вершины выполняется по перечисленным критериям.



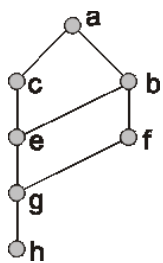


Рис. 5. Упорядоченное множество

Во многих случаях можно ослабить предположение о полной неопределенности выбора ЛПР, используя предварительные данные о разрешимости геометрических ситуаций (цвете вершин частичного порядка). Предлагаемая модель открыта для внесения любых качественных или количественных данных, которые переводят информационную ситуацию в категорию принятия решений в условиях риска.

Например, если в роли ЛПР выступает эксперт с опытом чтения машиностроительных чертежей, то ему может быть достаточно поверхностного знакомства с конструкцией для оценки перспектив испытания ее на геометрическую разрешимость. Экспертная оценка может быть задана распределением вероятностей появления краски (например, черной) на вершинах частичного порядка. В общем случае чем выше ранг вершины упорядоченного множества (рис. 5), тем более вероятно, что она получит черный цвет.

Современные программы пока не обладают способностью человека понимать текст, изображение, чертеж и т.д. В большинстве случаев они оценивают информационный источник по формальным признакам. Если в качестве ЛПР выступает система автоматизированного проектирования, то для прогноза цвета неокрашенной вершины она должна использовать некоторые алгоритмически вычисляемые показатели.

**Моделирование иерархии вложенности.** Рассмотрим способ, который позволяет оценить глубину вложения детали в конструкцию. Чем глубже инкорпорирована деталь в состав конструкции технической системы, тем больше геометрических связей детерминируют ее поведение при сборке изделия. Для глубоко вложенных деталей множество всех геометрических ситуаций  $Q(x)$  окрашено преимущественно в черный цвет. Проверку таких порядков следует начинать с нижних вершин.

Предположим, что геометрические препятствия, запрещающие сборку изделия в данной последовательности, имеют преимущественно топологический, а не метрический (размерный) характер. Это значит, что ограничения, накладываемые на возможные последовательности сборки условиями доступа, вызваны тем, что некоторые детали или их совокупности вложены в замкнутые отсеки пространства, ограниченные другими элементами изделия. Геометрические препятствия, связанные с несовпадением отдельных размеров или комплексов размеров, либо не влияют на последовательность разборки, либо могут быть сведены к топологическим.

Предположение о преимущественно топологическом, а не метрическом характере геометрических препятствий выполняется для большого класса изделий общего машиностроения, двигателестроения, точного приборостроения и др. К этому классу можно отнести двигатели, редукторы, вариаторы, коробки передач, фрикционные, зубчатые, центробежные муфты, гироскопические узлы и т.п. Этому неявно заданному классу трудно дать точное эксплицитное описание, поэтому попытаемся определить его имплицитно — перечислением некоторых геометрических и конструктивных признаков. Полноценная трехмерная геометрия конструкции, наличие корпуса, высокая плотность монтажа элементов, фиксированное направление сборки и разборки, глубокая вложенность деталей, сложная геометрия элементов — это признаки, свидетельствующие о справедливости приведенного предположения. Если геометрические препятствия в изделии имеют топологический характер, то для моделирования условия доступа громоздкую геометрическую модель изделия можно заменить существенно более компактной топологической моделью, называемой деформационным ретрактом.

Непрерывное отображение  $\varphi : X \rightarrow A$ , где  $A \subseteq X$ , называется деформационной ретракцией, если композиция отображений  $X \xrightarrow{\varphi} A \xrightarrow{in} X$  гомотопна  $idX$ . Здесь  $in$  обозначает вложение пространства  $A$  в  $X$ , а  $idX$  обозначает тождественное отображение. Если пространство  $X$  допускает деформационную ретракцию на  $A$ , то  $A$  называется его деформационным ретрактом [13].

Допуская некоторую смысловую неточность, можно сказать, что ретракт представляет собой результат непрерывной деформации (без разрезов и склеиваний) множества на собственное подмножество, сохраняющее близость точек. Так, замкнутая двумерная кривая является деформационным ретрактом кольца, а трехмерный цилиндр можно продеформировать в кольцо. Деформационная ретракция отбрасывает значительную часть несущественной геометрической информации, сохраняя при этом такие топологические инварианты, как соседство, близость, вложенность, замкнутость и пр.

На рис. 6 представлена конструкция шарового вариатора ВБ-40. Конструкция вариатора обладает осевой симметрией, поэтому изделие разбирается в одном направлении (в направлении главной оси). Для моделирования глубины вложенности деталей в конструкцию достаточно иметь деформационный ретракт продольного разреза. Этот объект показан на рис. 7. Топологическая размерность ретракта равняется единице. Образ каждой детали при деформационной ретракции  $X \xrightarrow{\varphi} A \xrightarrow{in} X$  помечен номером ее позиции на чертеже вариатора (см. рис. 6). В общем случае, если изделие не имеет оси или плоскости

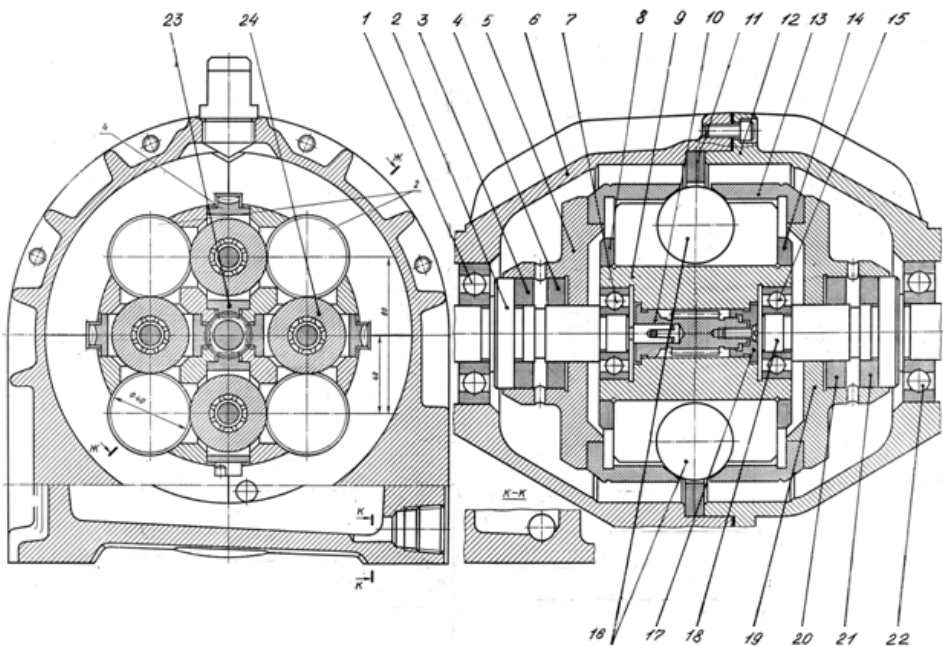


Рис. 6. Шаровой вариатор

симметрии и имеет несколько различных направлений разборки, то размерность деформационного ретракта, сопоставленного этому изделию, превышает два.

Деформационный ретракт можно использовать для оценки глубины вложения отдельных элементов и разбиения пространства на замкнутые отсеки. Точную числовую характеристику глубины вложения можно получить при помощи нескольких топологических инвариантов. С вычислительной точки зрения самым простым из них является порядок цикла относительно точки [13].

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow R^2$  — замкнутая кривая на плоскости,  $y$  — некоторая точка  $y \in R^2$ , не лежащая на этой кривой, и для каждого  $t \in [a, b]$  пусть  $L_t$  — луч с вершиной в  $y$ , проходящий

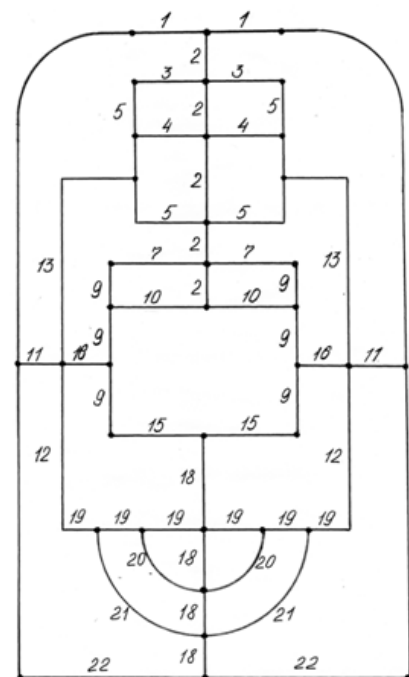
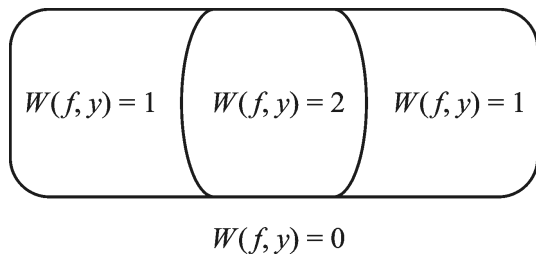


Рис. 7. Деформационный ретракт шарового вариатора

через  $f(t)$ . Когда  $t$  меняется от  $a$  до  $b$ , то луч совершает некоторое движение относительно своей неподвижной вершины  $y$ . Число оборотов



**Рис. 8.** Значение порядков для различных областей кривой

луча  $L_t$  вокруг точки  $y$  при движении  $t$  от  $a$  до  $b$  называется порядком цикла относительно точки и обозначается  $W(f, y)$ . Если точка  $y$  расположена вне замкнутой кривой  $f$ , то  $W(f, y) = 0$ , если внутри, то  $W(f, y) > 0$ . Значение этого показателя растёт с увеличением глубины вложения точки. Так, на рис. 8 показана кривая, разбивающая плоскость на четыре (вместе с внешней) области. Точки, принадлежащие каждой области, имеют равные значения  $W(f, y)$  относительно кривой  $f$ , и эти значения зависят от глубины вложения областей.

Деформационный ретракт изделия является циклом. Порядок этого цикла относительно любой своей точки является репрезентатором глубины вложения этой точки в изделие  $X$ . Если точка принадлежит образу детали при ретракции  $X \xrightarrow{\varphi} A \xrightarrow{\xi} X$ , число  $W(A, y)$  будет показателем глубины вложения детали в изделие. Чем выше это значение, тем больше препятствий надо устранить, чтобы вывести ее за пределы изделия при его разборке. Из того, что  $W(A, y_1) < W(A, y_2)$ ,  $y_1 \in \phi(x_1)$ ,  $y_2 \in \phi(x_2)$  следует, что с высокой степенью вероятности деталь  $x_2$  при сборке устанавливается раньше или при разборке снимается позже детали  $x_1$ .

**Заключение.** Геометрическая разрешимость трехмерных сцен представляет собой массовую задачу, которую приходится решать в различных проектных и производственных ситуациях. Геометрический доступ при сборке машин и механических приборов можно рассматривать как репрезентативный частный случай общей проблемы геометрической разрешимости. Трехмерные сцены, которые возникают при сборке технических систем, отличаются высоким комбинаторном разнообразием и сложностью геометрии, поэтому анализ их геометрической разрешимости — это задача высокой трудоемкости, вне зависимости от агента (ЛПР или системы геометрического моделирования), который выполняет функции геометрического решателя. Сложность задачи можно существенно сократить за счет рациональной стратегии проверки совокупности тестовых конфигураций. В работе предлагается игровая модель, допускающая минимизацию числа проверок на геометрическую разрешимость. Эта модель представляет собой неантагонистическую игру двух партнеров (ЛПР и

природы) по окрашиванию вершин упорядоченного множества в два цвета. Для выбора рациональной пошаговой стратегии ЛПР в условиях полной неопределенности применяются известные решающие правила Вальда, Гурвица, Севиджа и др. Чтобы сократить совокупную трудоемкость проверки, следует использовать апостериорную информацию, которая позволяет сделать надежные предположения о возможном цвете вершин. Для этого предлагается использовать глубину вложения элемента в состав статического фрагмента трехмерной сцены. Числовая оценка глубины может быть вычислена по деформационному ретракту, который является носителем топологических отношений, существующих между элементами сцены.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Диалоговое проектирование технологических процессов* / Н.М. Капустин, В.В. Павлов, Л.А. Козлов и др. М.: Машиностроение, 1988.
2. *Павлов В.В. Математическое обеспечение САПР в производстве летательных аппаратов*. М.: МФТИ, 1978.
3. *De Fazio T.L., Whitney D.E.* Simplified generation of all mechanical assembly sequences // *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987. No. 3 (6).
4. *Baldwin D.F., Abell T.E., Lui M.M., De Fazio T.L., Whitney D.E.* An integrated computer aid for generating and evaluating assembly sequences for mechanical products // *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991. No. 7.
5. *Daniel E. Whitney.* Mechanical assemblies: their design, manufacture, and role in product development. Oxford University Press, 2004.
6. *Dini G., Failli F., Lazzarini B., Marcelloni F.* Generation of optimized assembly sequences using genetic algorithms // *Annals of the CIRP*. 1999. Vol. 48.
7. *Erik K. Antonsson, Jonathan Cagan.* Formal engineering design synthesis, Cambridge University Press, 2005.
8. *Lee Y.Q., Kumara S.R.T.* Individual and group disassembly sequence generation through freedom and interference spaces // *Journal of Design and Manufacturing*, 1992. No. 2.
9. *Penev K., Ron A.J.* Determination of a disassembly strategy // *International Journal of Production Research*, 1996. No. 34.
10. *Божко А.Н.* Игровое моделирование геометрического доступа // *Электронное научно-техническое издание "Наука и образование"*. 2009. № 12.
11. *Божко А.Н., Муаммер С., Рогова О.Б.* Моделирование геометрических препятствий при разбиении изделия на сборочные единицы // *Электронное научно-техническое издание "Наука и образование"*. 2012. № 5.
12. *Черноруцкий И.Г.* Методы принятия решений. СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
13. *Болтянский В.Г., Ефремович В.А.* Наглядная топология. М.: Наука, 1982.

## REFERENCES

- [1] Kapustin N.M., Pavlov V.V., Kozlov L.A. Dialogovoe proektirovanie tekhnologicheskikh protsessov [Dialog design of technological processes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 255 p.
- [2] Pavlov V.V. Matematicheskoe obespechenie SAPR v proizvodstve letatel'nykh apparatov [CAD software in aircraft production]. Moscow, MFTI Publ., 1978. 68 p.

- [3] De Fazio T.L., Whitney D.E. Simplified generation of all mechanical assembly sequences. *IEEE J. Rob. Autom.*, 1987, vol. 3, no. 6, pp. 640–658.
- [4] Baldwin D.F., Abell, T.E., Lui M.M., De Fazio T.L., Whitney D.E. An integrated computer aid for generating and evaluating assembly sequences for mechanical products. *IEEE Trans. Rob. Autom.*, 1991, vol. 7, no. 1, pp. 78–94.
- [5] Whitney D.E. Mechanical assemblies: their design, manufacture, and role in product development. Oxford Univ. Press, 2004. 518 p.
- [6] Dini G., Failli F., Lazzerini B., Marcelloni F. Generation of optimized assembly sequences using genetic algorithms. *Annals of the CIRP*, 1999, vol. 48, pp. 17–20.
- [7] Antonsson E.K., Cagan J. Formal engineering design synthesis. Cambridge Univ. Press, 2005. 500 p.
- [8] Lee Y.Q., Kumara S.R.T. Individual and group disassembly sequence generation through freedom and interference spaces. *J. Des. Manuf.*, 1992, no. 2, pp. 143–154.
- [9] Penev K., Ron A.J. Determination of a disassembly strategy. *Int. J. Prod. Res.*, 1996, vol. 34, pp. 507–523.
- [10] Bozhko A.N. Game modeling of a geometrical access. *Nauka Obraz. MGTU im. N.E. Baumana. Elektron. Zh.* [Sci. Educ. Bauman Moscow State Tech. Univ. Electron. J.], 2009, no. 12 (in Russ.).
- [11] Bozhko A.N., Muammer S., Rogova O.B. Simulation of geometrical constraints in partitioning products on assembly units. *Nauka Obraz. MGTU im. N.E. Baumana. Elektron. Zh.* [Sci. Educ. Bauman Moscow State Tech. Univ. Electron. J.], 2012, no. 5 (in Russ.).
- [12] Chernorutskiy I.G. Metody prinyatiya resheniy [Methods for decision making]. St. Petersburg, BKhV-Peterburg Publ., 2005. 408 p.
- [13] Boltyanskiy V.G., Efremovich V.A. Naglyadnaya topologiya [Graphical topology]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 149 p.

Статья поступила в редакцию 26.11.2012

Аркадий Николаевич Божко — канд. техн. наук, доцент кафедры “Системы автоматизированного проектирования” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 научных работ в области математического обеспечения процедур структурного синтеза технических систем.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

A.N. Bozhko — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Systems of Computer-Aided Design” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 50 publications in the field of software of procedures of structural synthesis of technical systems.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul., 5, Moscow, 105005 Russian Federation.