

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООВОГО ДРЕЙФА ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА И ЕЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ВЕРИФИКАЦИЯ

И.А. Есипенко<sup>1</sup>

esipenkoivan@gmail.com

Д.А. Лыков<sup>1,2</sup>

lykovdaperm@gmail.com

<sup>1</sup> АО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания», Пермь, Российская Федерация

<sup>2</sup> Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация

---

### Аннотация

Представлена математическая модель теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа, вызываемого термопереходным процессом, включающая в себя влияние термо- и упругооптического эффектов. Для нахождения полей температуры и деформаций в волоконном контуре поставлена несвязанная квазистационарная задача термоупругости. В качестве воздействия рассмотрен нагрев окружающей среды со скоростью 1 °С/мин с последующим выходом на стационарный режим. Численное решение поставленной задачи выполнено методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS. Представлены распределения скоростей температуры и деформаций вдоль волокна с течением времени. Анализ расчетных данных позволил установить качественные и количественные особенности составляющих дрейфа, вызванных указанными выше эффектами, и принять упрощающие гипотезы для рабочей модели дрейфа. Проведены эксперименты с тремя волоконными контурами, показавшие удовлетворительное соответствие расчетным данным

### Ключевые слова

*Волоконно-оптический гироскоп, тепловой дрейф, термопереходный процесс, метод конечных элементов*

Поступила в редакцию 18.01.2017  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

---

**Введение.** Волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) — высокоточный оптико-электронный прибор для измерения угловой скорости объекта, на котором он установлен [1, 2]. Широкое применение ВОГ в системах стабилизации, управления и навигации стало возможным вследствие большого динамического диапазона и высокой чувствительности измеряемых угловых скоростей.

Принцип действия ВОГ основан на эффекте Саньяка [3, 4]. Суть эффекта состоит в том, что разность фаз двух световых волн, распространяющихся по замкнутому контуру в противоположных направлениях при вращении контура вокруг оси, нормальной к его плоскости, пропорциональна угловой скорости вращения:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi LD}{\lambda_{с.в}c} \Omega, \quad (1)$$

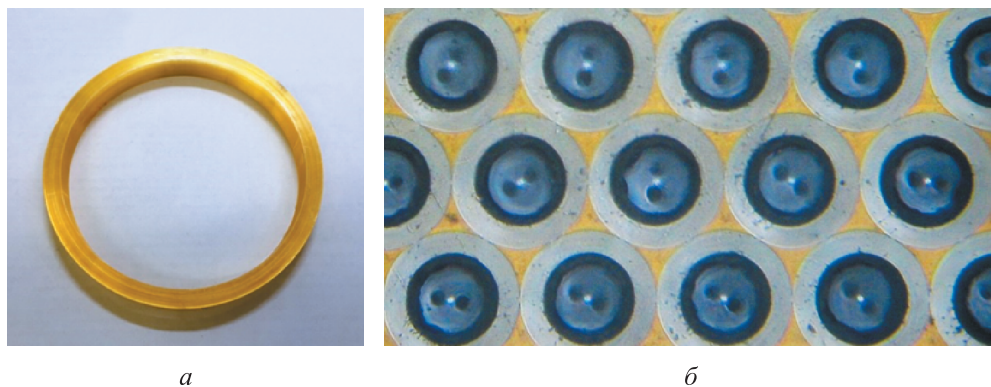
где  $\Delta\Phi$  — разность фаз (фаза Саньяка);  $L$  — длина оптического волокна;  $D$  — диаметр витка волоконного контура;  $\lambda_{с.в}$  — длина световой волны;  $c$  — скорость света;  $\Omega$  — угловая скорость вращения.

В процессе эксплуатации ВОГ подвержен воздействию внешних возмущающих факторов. Нестационарные воздействия приводят к возникновению кажущейся угловой скорости (дрейфа), которая снижает точность прибора [5]. К таким факторам относятся изменение температуры окружающей среды, акустические шумы, вибрации и удары, воздействие электромагнитных и радиационных возмущений. Влияние каждого воздействия разработчики ВОГ конструктивно снижают. Например, воздействие электромагнитных полей снижает экран из прецизионного магнитно-мягкого сплава, от вибраций и ударов ВОГ защищают амортизацией. Для обеспечения постоянства температуры в волоконном контуре используют системы теплоизоляции и термостабилизации [6]. Однако полностью избавиться от температурного воздействия невозможно, так как ВОГ очень чувствителен даже к минимальным изменениям температуры. Поэтому для коррекции показаний готового изделия применяют алгоритмическую компенсацию дрейфа в режиме реального времени, используя показания с термодатчиков, установленных на приборе [7, 8]. Чем ниже исходная амплитуда кажущейся угловой скорости, тем ниже значение нескомпенсированного дрейфа, а, следовательно, точнее прибор. Для создания конструкции точного гироскопа необходимо оценивать дрейф на этапе проектирования, что невозможно сделать без математического моделирования процесса поведения ВОГ в условиях температурной нестабильности. В связи с этим использование математической модели дрейфа для анализа поведения гироскопа является актуальной задачей для проектировщиков.

Первая модель температурного дрейфа [9] учитывала зависимость разности фаз встречно распространяющихся световых волн от скорости изменения температуры в жиле кварцевого оптического волокна (термооптический эффект). В последующем эту модель различные авторы использовали для оценки дрейфа при различных способах намотки волокна. Авторы работы [10] впервые обращают внимание на влияние напряженно-деформированного состояния на дрейф ВОГ: изменение температуры приводит к изменению упругих деформаций в волокне, которые вносят дополнительный вклад в разность фаз (упруго-оптический эффект). В работе [11] приведены качественные представления форм дрейфов от влияния обоих эффектов. Оказалось, что форма дрейфа, вызванного термооптическим эффектом, значительно отличается от формы дрейфа, вызванного упругооптическим эффектом, а их амплитуды будут зависеть от геометрии и физико-механических характеристик компонентов, входящих в прибор. Например, в работе [12] при расчете дрейфа ВОГ учтены оба эффекта, показано влияние каждого эффекта на величину и форму дрейфа, представлено

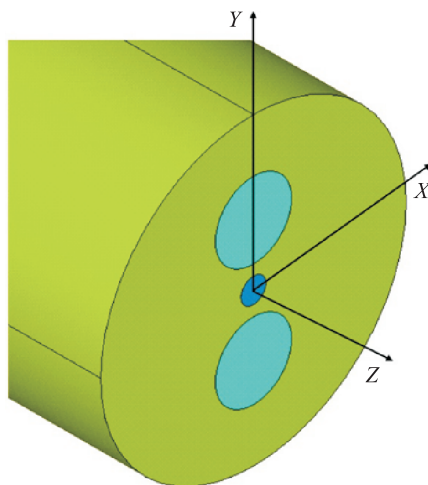
совпадение именно термооптического эффекта с экспериментальными данными. Поэтому в работах [13, 14] при расчете дрейфа упругооптический эффект не учтен. Вклад упомянутых эффектов в суммарный дрейф для конкретной конструкции гироскопа может быть оценен только с помощью полной математической модели объекта. Таким образом, *целью настоящей работы* является расчет дрейфа ВОГ на основе построенной математической модели и ее верификация путем сопоставления с экспериментальными данными.

**Модель дрейфа.** В ВОГ свет распространяется по жиле кварцевого оптического волокна, смотанного в контур (рис. 1, а). В контурах, выпускаемых АО «ПНППК», используют одномодовое кварцевое волокно типа *Panda*, на которое наносят два защитно-упрочняющих покрытия. Намотка осуществляется квадратным способом, а в качестве связующего применяется эпоксидный компаунд (рис. 1, б).



**Рис. 1.** Волоконный контур (а) и его поперечное сечение (б)

Оптическое волокно типа *Panda* состоит из кварцевой оболочки, жилы и силовых стержней. Стержни в процессе вытяжки волокна формируют в светопроводящей жиле поля напряжений [15] для обеспечения разности коэффициентов преломления в двух взаимно перпендикулярных плоскостях (эффект двулучепреломления). Таким образом, волокно этого типа имеет две ортогональные плоскости поляризации: быструю ( $XOZ$ ) и медленную ( $YOZ$ ), вдоль одной из которых распространяется свет. Схема волокна с системой координат, в которой ось  $Z$  локального репера направлена по касательной к осевой линии волокна, приведена на рис. 2.



**Рис. 2.** Схема волокна

Световая волна длиной  $\lambda_{с.в}$  при прохождении в жиле оптического волокна длиной  $L$  по быстрой плоскости поляризации с коэффициентом преломления  $n$  имеет фазу [2]

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_{с.в}} \int_0^L n dZ.$$

Изменение фазы световой волны, распространяющейся вдоль волокна, при изменении температуры  $\Delta T$  [16] имеет вид

$$\Delta\Phi_{\Delta T} = \frac{2\pi}{\lambda_{с.в}} \int_0^L \left( n \frac{\partial(dZ)}{\partial Z \partial T} + \frac{\partial n}{\partial T} \right) \Delta T dZ,$$

где  $\frac{\partial(dZ)}{\partial Z \partial T} = \alpha$  — коэффициент линейного температурного расширения жилы, которым пренебрежем [10–14];  $\frac{\partial n}{\partial T}$  — термооптический коэффициент [17]. Следовательно, запишем выражение для фазы, вызванное изменением показателя преломления при воздействии температуры:

$$\Delta\Phi_{\Delta n T} = \frac{2\pi}{\lambda_{с.в}} \int_0^L \frac{\partial n}{\partial T} \Delta T dZ. \quad (2)$$

Изменение фазы световой волны, распространяющейся вдоль волокна, при изменении упругих деформаций  $\Delta \varepsilon$  определяем как

$$\Delta\Phi_{\Delta \varepsilon} = \frac{2\pi}{\lambda_{с.в}} \int_0^L \left( n \frac{\partial(dZ)}{\partial Z \partial \varepsilon} + \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \right) \Delta \varepsilon dZ.$$

Изменение длины при действии упругих деформаций [18]:

$$\frac{\partial(dZ)}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon = dZ \Delta \varepsilon_{ZZ}.$$

Изменение фазы, вызванное изменением длины от действия упругих деформаций, имеет вид

$$\Delta\Phi_{\Delta L \varepsilon} = \frac{2\pi}{\lambda_{с.в}} \int_0^L n \Delta \varepsilon_{ZZ} dZ. \quad (3)$$

Изменение показателя преломления при действии упругих деформаций для быстрой поляризационной моды можно найти по выражению [19]

$$\frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon = -\frac{n^3}{2} (p_{11} \Delta \varepsilon_{XX} + p_{12} \Delta \varepsilon_{YY} + p_{12} \Delta \varepsilon_{ZZ}),$$

где  $p_{11}$ ,  $p_{12}$  — упругооптические константы светопроводящей жилы.

Изменение фазы, вызванное изменением коэффициента преломления от действия упругих деформаций,

$$\Delta\Phi_{\Delta n^{\varepsilon}} = -\frac{\pi}{\lambda_{c.v.0}} \int_0^L n^3 (p_{11}\Delta\varepsilon_{XX} + p_{12}\Delta\varepsilon_{YY} + p_{12}\Delta\varepsilon_{ZZ}) dZ. \quad (4)$$

В интерферометре Саньяка задержку по времени двух световых волн противоположно распространяющихся лучей определяют по выражению

$$\Delta t = \frac{L-Z}{c/n} - \frac{Z}{c/n} = \frac{L-2Z}{c/n}.$$

Изменение температуры и упругих деформаций за время пробега луча:

$$\Delta T = \frac{L-2Z}{c/n} \dot{T}; \quad \Delta\varepsilon_{XX} = \frac{L-2Z}{c/n} \dot{\varepsilon}_{XX}; \quad \Delta\varepsilon_{YY} = \frac{L-2Z}{c/n} \dot{\varepsilon}_{YY}; \quad \varepsilon_{ZZ} = \frac{L-2Z}{c/n} \dot{\varepsilon}_{ZZ}. \quad (5)$$

Подстановка (5) в (2)–(4) с учетом (1) позволяет записать выражения для угловых скоростей, вызванных изменениями длины и коэффициента преломления от скоростей изменения температуры и деформаций в волноводе:

$$\Omega_{\Delta n^T} = \frac{1}{LD} \int_0^L n \frac{\partial n}{\partial T} \dot{T} (L-2Z) dZ; \quad (6)$$

$$\Omega_{\Delta n^{\varepsilon}} = \frac{1}{LD} \int_0^L n^2 \dot{\varepsilon}_{ZZ} (L-2Z) dZ; \quad (7)$$

$$\Omega_{\Delta n^{\varepsilon}} = -\frac{1}{2LD} \int_0^L n^4 (p_{11}\dot{\varepsilon}_{XX} + p_{12}\dot{\varepsilon}_{YY} + p_{12}\dot{\varepsilon}_{ZZ}) (L-2Z) dZ. \quad (8)$$

Формулы (6)–(8) позволяют вычислить кажущуюся угловую скорость ВОГ по известному распределению параметров  $T$ ,  $\varepsilon_{XX}$ ,  $\varepsilon_{YY}$ ,  $\varepsilon_{ZZ}$  в жиле волокна в каждый момент времени.

**Постановка задачи термоупругости.** Для теоретического исследования и экспериментального подтверждения дрейфа ВОГ была создана конструкция приспособления (рис. 3, а), в которой волоконный контур удерживается корпусными деталями приспособления посредством резиновых прокладок.

В качестве расчетной схемы объекта исследования рассматривают сечение осесимметричного приспособления (рис. 3, б), поскольку геометрия, физико-механические свойства и температурная нагрузка не изменяются вдоль окружной координаты. В предположении, что физико-механические свойства жилы, нагружающих стержней и оболочки оптического волокна слабо отличаются друг от друга, последнее представляется в виде однородного изотропного тела со свойствами чистого кварцевого стекла. Остальные компоненты волоконного контура имеют геометрию согласно конструкторской документации и физико-

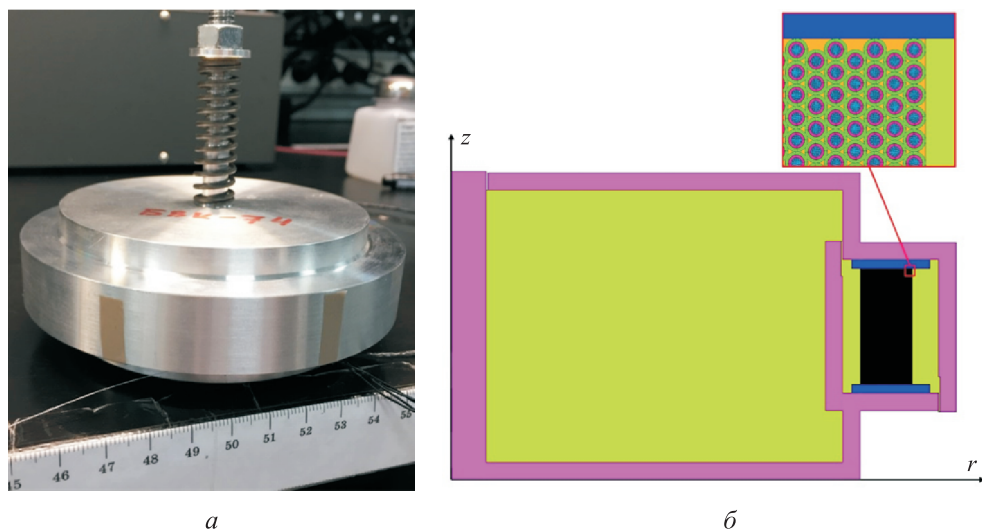


Рис. 3. Внешний вид приспособления для теоретического исследования и экспериментального подтверждения дрейфа ВОГ (а) и расчетная схема объекта исследования (б)

механические свойства, заявленные производителями. Внутреннее пространство между приспособлением, прокладками и волоконным контуром заполнено материалом, теплофизические характеристики которого имитируют воздух.

Корпусные детали приспособления, резиновые прокладки, компаунд, волокно, первичное и вторичное покрытия, занимают объем  $V_p$ , который имеет границы контакта с воздухом и окружающей средой  $S_{pv}$ ,  $S_{pc}$ , а заполненное воздухом пространство объемом  $V_v$  — границы с объемом  $V_p$  и окружающей средой  $S_{pv}$ ,  $S_{vc}$ .

Предположим, что воздействующее температурное поле изменяется медленно, вследствие чего оказывается возможным пренебречь инерционными членами в уравнениях движения и дилатационным членом в уравнении теплопроводности. В цилиндрической системе координат (см. рис. 3, б) система уравнений несвязанной квазистационарной задачи термоупругости для изотропного тела с учетом осевой симметрии принимает вид [20]

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0;$$

$$\sigma_{rr} = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{rr} + \lambda (\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{zz}) - 3K\alpha T;$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{\varphi\varphi} + \lambda (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}) - 3K\alpha T;$$

$$\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{zz} + \lambda (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) - 3K\alpha T;$$

$$\sigma_{rz} = 2\mu\varepsilon_{rz};$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), \quad r, z \in V_p; \quad (9)$$

$$\rho c_{уд} \dot{T} = k \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad r, z \in V_p \cup V_v. \quad (10)$$

Здесь  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензоров напряжений и малых деформаций;  $u_i$  — компоненты вектора перемещений;  $T$  — температура;  $\rho$  — плотность;

$c_{уд}$  — удельная теплоемкость;  $k$  — теплопроводность;  $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ ,

$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$  — коэффициенты Ламе;  $E$  — модуль упругости;  $\nu$  — коэффициент

Пуассона;  $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$  — модуль объемного сжатия;  $\alpha$  — коэффициент линейного температурного расширения.

Для формирования условий свободного опирания приспособления при  $z = 0$  поставлены граничные условия:

$$\begin{aligned} u_z \Big|_{z=0} &= 0; \\ \sigma_{rz} \Big|_{z=0} &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

На остальных границах с воздухом и окружающей средой напряжения отсутствуют:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} l_r + \sigma_{rz} l_z &= 0; \\ \sigma_{rz} l_r + \sigma_{zz} l_z &= 0, \\ r, z \in S_{pv}, S_{pc}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $l_r, l_z$  — направляющие косинусы вектора нормали к соответствующим поверхностям.

Для уравнения теплопроводности на всех наружных поверхностях приспособления используют граничные условия

$$-k \left( \frac{\partial T}{\partial r} l_r + \frac{\partial T}{\partial z} l_z \right) = h(T - T_c), \quad r, z \in S_{pc}, S_{vc}. \quad (13)$$

Здесь  $h$  — коэффициент теплоотдачи;  $T_c$  — температура окружающей среды.

Начальное условие для уравнения теплопроводности имеет вид

$$T \Big|_{t=0} = T_0. \quad (14)$$

Коэффициент теплоотдачи принимался равным  $h = 12$  Вт/(м<sup>2</sup>·К), начальная температура —  $T_0 = 20$  °С.

Будем полагать, что оптические характеристики светопроводящей жилы и физико-механические свойства материалов являются постоянными в рассматриваемом диапазоне значений температуры. Оптические константы для волокна приняты равными  $n = 1,444$ ,  $\partial n / \partial T = 1,24 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ,  $p_{11} = 0,113$ ,  $p_{12} = 0,252$  [17]. Физико-механические свойства используемых компонентов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Физико-механические свойства компонентов

Характеристика	Волокно	Первичное покрытие	Вторичное покрытие	Компаунд	Резина	Д16	Воздух
$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	2200	987	1130	1140	1100	2800	1,2
$E$ , МПа	69000	1,20	1500	3000	5	72200	–
$\nu$	0,17	0,49	0,33	0,33	0,499	0,3	–
$k$ , Вт/(м·К)	1,4	0,18	0,25	0,34	0,25	115	0,025
$c$ , Дж/(кг·К)	750	2200	1500	1200	2000	900	1000
$\alpha \cdot 10^{-6}$ , К <sup>-1</sup>	0,55	660	60	60	100	28	–

**Численное решение задачи термоупругости.** Для численного решения поставленной задачи (9)–(10) с краевыми условиями (11)–(14) использован программный комплекс ANSYS, в котором реализован метод конечных элементов. Для дискретизации расчетной геометрии выбран конечный элемент с тремя степенями свободы PLANE223, учитывающий осевую симметрию и имеющий квадратичную аппроксимацию функций формы. Поскольку задача термоупругости решается в цилиндрической системе координат  $(r\varphi z)$ , а математическая модель дрейфа записана в декартовой системе координат  $(XYZ)$ , далее все результаты вычислений будут представлены в локальной системе координат для волокна, причем  $\varepsilon_{XX} = \varepsilon_{rr}$ ,  $\varepsilon_{YY} = \varepsilon_{zz}$ ,  $\varepsilon_{ZZ} = \varepsilon_{\varphi\varphi}$ .

В качестве воздействия  $T_c(t)$  рассмотрен термопереход от 20 до 60 °С со скоростью изменения температуры  $\dot{T} = 1 \text{ °С/мин}$  с последующей выдержкой 1 ч при максимальной температуре. Зависимость скорости изменения температуры вдоль волокна от времени приведена на рис. 4. Максимальное различие искомого параметра вдоль волокна наблюдается на участках «разгона» (от 0 до 5 мин) и «торможения» (от 40 до 45 мин). Во временном диапазоне 35...40 мин темп нагрева практически однороден по сечению волоконного контура и выходит на стационарное значение  $\dot{T}_c$ .

Распределения диагональных компонент тензора деформаций вдоль волокна в момент времени  $t = 40$  мин, которые показывают, что  $\varepsilon_{XX} = \varepsilon_{YY} = -\nu\varepsilon_{ZZ}$ , приведены на рис. 5.



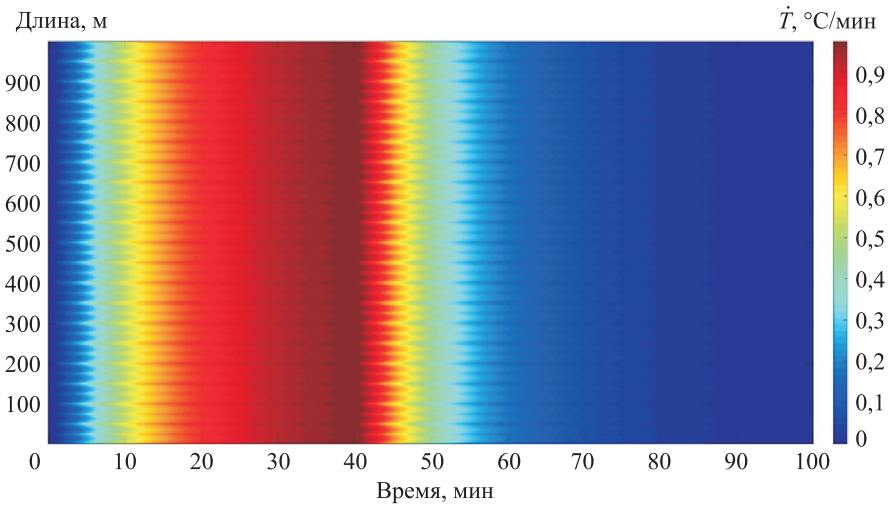


Рис. 4. Зависимость скорости изменения температуры вдоль волокна от времени

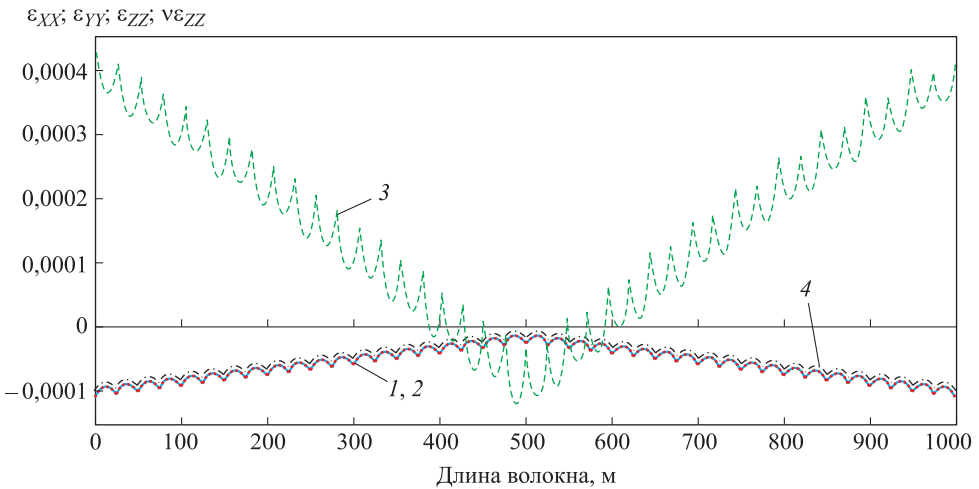


Рис. 5. Зависимость деформаций  $\epsilon_{xx}$  (1),  $\epsilon_{yy}$  (2),  $\epsilon_{zz}$  (3) и  $-\nu\epsilon_{zz}$  (4) от длины волокна

Для объяснения этого факта отметим, что окружающее волокно первичное покрытие является податливым, следовательно, в сечении волокна возникают пренебрежимо малые напряжения  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{yy}$  по сравнению с продольной компонентой  $\sigma_{zz}$ . Если принять  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 0$ , то физические соотношения примут вид

$$\epsilon_{xx} = -\frac{\nu\sigma_{zz}}{E}, \quad \epsilon_{yy} = -\frac{\nu\sigma_{zz}}{E}, \quad \epsilon_{zz} = \frac{\sigma_{zz}}{E}. \tag{15}$$

Из соотношений (15) следует равенство

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = -\nu\epsilon_{zz}. \tag{16}$$

Подстановка (16) в выражение (8) дрейфа, вызванного изменением показателя преломления от действия упругих деформаций, дает упрощенное выражение

$$\Omega_{\Delta n^e} = \frac{1}{2LD} \int_0^L n^4 [v(p_{11} + p_{12}) - p_{12}] \dot{\varepsilon}_{ZZ} (L - 2Z) dZ. \quad (17)$$

Суммарная фиктивная угловая скорость составляет

$$\Omega = \frac{1}{LD} \int_0^L \left[ n \frac{\partial n}{\partial T} \dot{T} + n^2 \dot{\varepsilon}_{ZZ} + \frac{n^4}{2} [v(p_{11} + p_{12}) - p_{12}] \dot{\varepsilon}_{ZZ} \right] (L - 2Z) dZ. \quad (18)$$

Зависимость скорости деформации  $\dot{\varepsilon}_{ZZ}$  вдоль волокна от времени приведена на рис. 6. В отличие от скорости изменения температуры скорость деформации вдоль волокна изменяется на протяжении всего участка нагрева и максимальное различие наблюдается во время максимального темпа нагрева ( $t = 40$  мин).

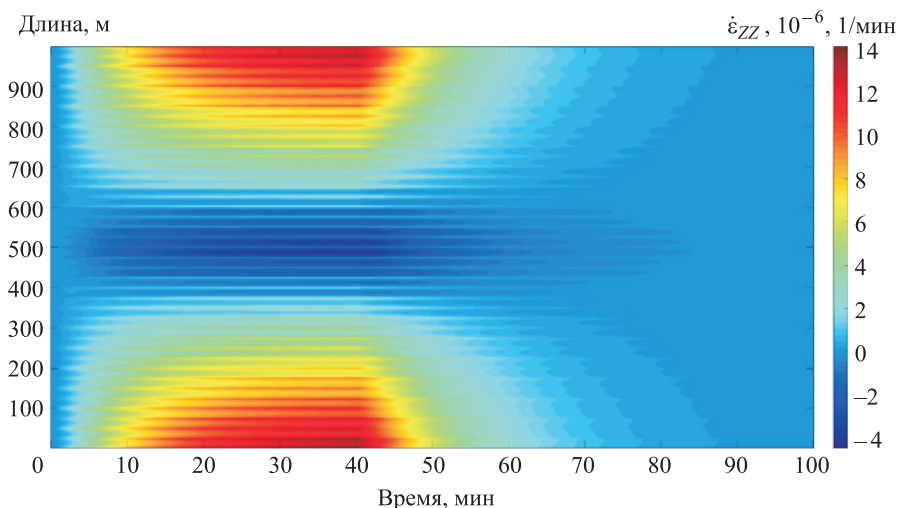


Рис. 6. Зависимость скорости деформации  $\dot{\varepsilon}_{ZZ}$  вдоль волокна от времени

**Расчет теплового дрейфа.** Подстановка скорости изменения температуры  $\dot{T}$  в выражение (6) и скорости деформации  $\dot{\varepsilon}_{ZZ}$  в выражения (7) и (17) дает кажущиеся угловые скорости ВОГ (рис. 7).

Дрейф, вызванный скоростью изменения температуры, имеет форму, качественно отличающуюся от компонент дрейфа, вызванного скоростями деформаций (см. рис. 7). Его максимальные по амплитуде значения приходятся на участки «разгона» и «торможения», тогда как на участке с постоянным темпом нагрева по сечению  $\Omega_{\Delta n^T} = 0$ . Компоненты дрейфа, вызванного упругими деформациями, имеют разные знаки и различные абсолютные значения амплитуды при максимальном темпе нагрева.

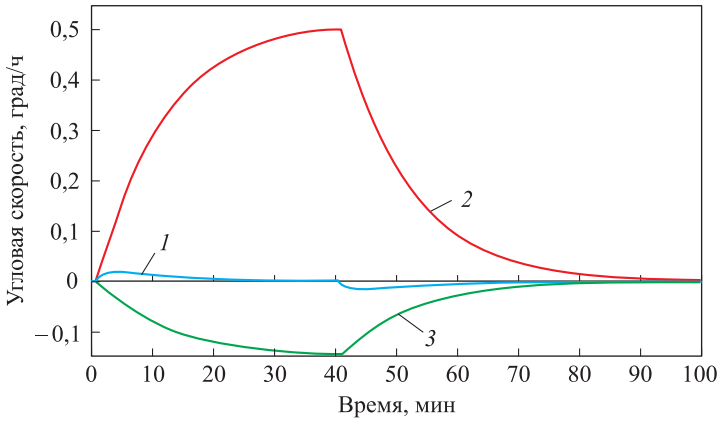


Рис. 7. Зависимость угловой скорости от времени для  $\Omega_{\Delta iT}$  (1),  $\Omega_{\Delta I\epsilon}$  (2) и  $\Omega_{\Delta I\epsilon}$  (3)

**Экспериментальное подтверждение модели.** Для экспериментальной проверки достоверности математической модели были изготовлены три волоконных контура. Контур поочередно устанавливали в приспособление (см. рис. 3, а). В термокамере задавали режим нагрева от 20 до 60 °С со скоростью изменения температуры  $\dot{T} = 1$  °С/мин и последующей выдержкой 1 ч при максимальной температуре.

Результаты экспериментальных данных были сглажены скользящим средним на интервале 100 с. Из сигнала также была исключена постоянная составляющая скорости вращения Земли. Суммарная угловая скорость (18), вызванная термо- и упругооптическими эффектами, и угловые скорости волоконных контуров при натуральных испытаниях в приспособлении приведены на рис. 8.

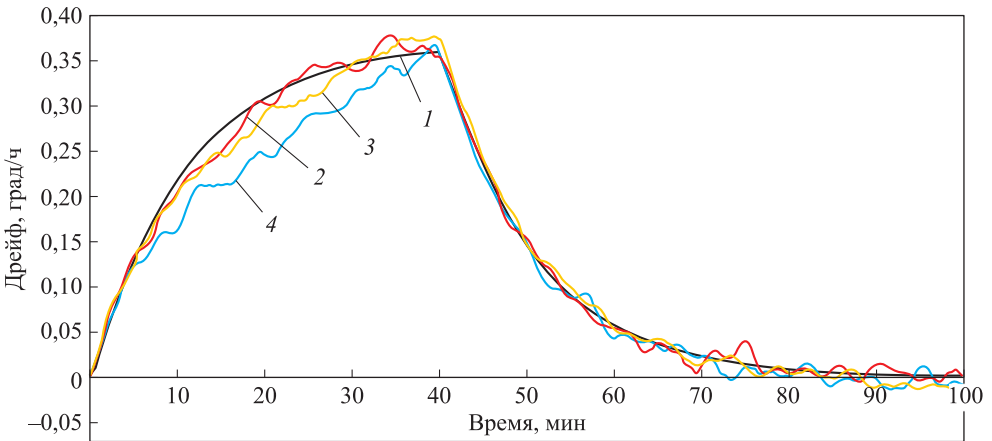


Рис. 8. Сравнение расчетного (1) и экспериментальных (2–4) дрейфов

Для количественной оценки достоверности математической модели использован функционал невязки (отклонений)

$$\delta_m = \frac{\int_0^{100} |\Omega(t) - \Omega_m(t)| dt}{\int_0^{100} \Omega(t) dt} \cdot 100 \%, \quad (19)$$

где  $m$  — номер волоконного контура.

Значения невязки (отклонений) для различных продолжительностей участков термоперехода приведены в табл. 2. На участках «разгона», «торможения» и стабилизации температуры погрешности не превышают 6 %. На участке продолжительностью 5...40 мин погрешность относительно волоконного контура № 1 составляет 13,2 %, что привело к 10 % невязке на всем термопереходе.

Таблица 2

**Значения невязки, %, для различных участков термоперехода**

Невязка	Продолжительность участка термоперехода, мин				
	0...5	5...40	40...45	45...100	0...100
$\delta_1$	4,8	13,2	0,6	2,8	10,0
$\delta_2$	5,7	1,3	1,6	0,5	0,6
$\delta_3$	4,1	3,5	5,1	5,3	1,0

**Заключение.** Решение несвязанной квазистационарной задачи термоупругости для сечения многокомпонентного волоконного контура позволило получить скорость изменения температуры и скорости деформаций. Сравнение диагональных компонент тензора деформаций между собой в такой конструкции позволило проанализировать составляющие выражения для дрейфа, вызванного изменением показателя преломления от действия упругих деформаций, и оставить одну компоненту, действующую вдоль волокна. В рассмотренной конструкции волоконного контура амплитуда кажущейся угловой скорости, вызванной упругооптическим эффектом, в 20 раз превосходит амплитуду дрейфа, вызванного термооптическим эффектом. Сравнение расчетных и экспериментальных значений позволяет сделать следующий вывод: математическая модель (18) адекватно описывает процесс поведения волоконного контура и в дальнейшем может быть использована для оптимизации конструкции ВОГ в целях снижения его дрейфа. Следует отметить, что от принятой гипотезы о постоянстве оптических характеристик волокна и физико-механических свойств используемых материалов можно отказаться и вероятно улучшить достоверность результатов расчета.

*Авторы выражают благодарность д-ру физ.-мат. наук И.Э. Келлеру за ценные советы по написанию настоящей статьи.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шереметьев А.Г. Волоконный оптический гироскоп. М.: Радио и связь, 1987. 152 с.
2. Herve C. Lefevre. The fiber-optic gyroscope. Boston: Artech House, 2014. 343 p.

3. Sagnac G. L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme // Comptes rendus de l'Académie des Sciences. 1913. Vol. 95. P. 708–710.
4. Sagnac G. Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant // Comptes rendus de l'Académie des Sciences. 1913. Vol. 95. P. 1410–1413.
5. Андропова И.А., Малыкин Г.Б. Физические проблемы волоконной гироскопии на эффекте Саньяка // Успехи физических наук. 2002. Т. 172. № 8. С. 849–873.
6. Громов Д.С. Тепловая защита и термостабилизация волоконно-оптических гироскопов. Дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2014. 134 с.
7. Антонова М.В., Матвеев В.А. Модель погрешности волоконно-оптического гироскопа при воздействии тепловых и магнитных полей // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2014. № 3. С. 73–80.
8. Вахрамеев Е.И., Галягин К.С., Ивонин А.С., Ошивалов М.А. Прогноз и коррекция теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2013. Т. 56. № 5. С. 79–84.
9. Shupe D.M. Thermally induced non-reciprocity in the fiber-optic interferometer // Appl. Opt. 1980. Vol. 19. No. 5. P. 654–655. DOI: 10.1364/AO.19.000654
10. Mohr F., Schadt F. Bias error in fiber optic gyroscopes due to elasto-optic interactions in the sensor fiber // Proc. SPIE. 2004. Vol. 5502. P. 410–413. DOI: 10.1117/12.566654 URL: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?articleid=848587>
11. Schadt F., Mohr F. Error signal formation in FOGs through thermal and elasto-optical environment influence on the sensing coil // Proc. Inertial Sensors and Systems. 2011. P. 2.1–2.13.
12. Thermal effects of fiber sensing coils in different winding pattern considering both thermal gradient and thermal stress / W. Ling, X. Li, Z. Xu, Z. Zhang, Y. Wei // Optics Communications. 2015. Vol. 356. P. 290–295. DOI: 10.1016/j.optcom.2015.08.002
13. Ling W., Li X., Xu Z., Wei Y. A dicyclic method for suppressing the thermal-induced bias drift of I-FOGs // IEEE Photonics Technology Letters. 2016. Vol. 28. No. 3. P. 272–275. DOI: 10.1109/LPT.2015.2494623
14. Reduction of the Shupe effect in interferometric fiber optic gyroscopes: The double cylinder-wound coil / W. Ling, X. Li, H. Yang, P. Liu, Z. Xu, Y. Wei // Optics Communications. 2016. Vol. 370. P. 62–67. DOI: 10.1016/j.optcom.2016.02.064
15. Trufanov A.N., Smetannikov O.Y., Trufanov N.A. Numerical analysis of residual stresses in pre-form of stress applying part for PANDA-type polarization maintaining optical fibers // Opt. Fiber Technol. 2010. Vol. 16. No. 3. P. 156–161. DOI: 10.1016/j.yofte.2010.02.001
16. Hocker G.B. Fiber-optic sensing of pressure and temperature // Appl. Opt. 1979. Vol. 18. No. 9. P. 1445–1448. DOI: 10.1364/AO.18.001445
17. Fiber Bragg grating sensors toward structural health monitoring in composite materials: Challenges and solutions / D. Kinet, P. Mégret, K.W. Goossen, L. Qiu, D. Heider, C. Caucheteur // Sensors. 2014. No. 14. P. 7394–7419. DOI: 10.3390/s140407394
18. Butter C.D., Hocker G.B. Fiber optics strain gauge // Appl. Opt. 1978. Vol. 17. No. 18. P. 2867–2869. DOI: 10.1364/AO.17.002867
19. Narasimhamurthy T.S. Photoelastic and electro-optic properties of crystals. New York, London: Plenum Press, 1981. 514 p.
20. Новацкий В. Вопросы термоупругости. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 364 с.

**Есипенко Иван Александрович** — инженер-конструктор АО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания» (Российская Федерация, 614990, Пермь, ул. 25 Октября, д. 106).

**Лыков Даниил Андреевич** — инженер-конструктор АО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания» (Российская Федерация, 614990, Пермь, ул. 25 Октября, д. 106), студент магистратуры кафедры «Вычислительная математика и механика» Пермского национального исследовательского политехнического университета (Российская Федерация, 614990, Пермь, Комсомольский пр-т, д. 29).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Есипенко И.А., Лыков Д.А. Математическая модель теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа и ее экспериментальная верификация // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2017. № 5. С. 31–46. DOI: 10.18698/0236-3933-2017-5-31-46

**MATHEMATICAL MODEL OF THERMAL DRIFT OF A FIBER-OPTIC GYROSCOPE AND ITS EXPERIMENTAL VERIFICATION**

**I.A. Esipenko<sup>1</sup>**

esipenkoivan@gmail.com

**D.A. Lykov<sup>1,2</sup>**

lykovdaperm@gmail.com

<sup>1</sup> JSC Perm Scientific and Production Instrument Company, Perm, Russian Federation

<sup>2</sup> Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

**Abstract**

The article presents a model of thermal drift of a fiber-optic gyroscope (FOG), caused by the thermal transition process. The model includes thermo-optical and elasto-optical effects. To find the temperature and strain fields in the fiber circuit, we set up an uncoupled quasistationary thermoelasticity problem. As an impact, we considered the environment heating at a rate of 1 °C / min, followed by a steady-state output. We performed the numerical solution of the problem by the finite element method in the ANSYS software package. The study also shows the distributions of the temperature and strain rates along the fiber over time. The analysis of the calculated data allowed us to establish the qualitative and quantitative features of the drift components caused by the above effects, and to adopt simplifying hypotheses for the working drift model. The experiments performed with three fiber circuits showed satisfactory compliance with the calculated data

**Keywords**

*Fiber-optic gyroscope, thermal drift, thermal transition process, finite element method*

Received 18.01.2017

© BMSTU, 2017

**REFERENCES**

[1] Sheremet'yev A.G. Volokonnyy opticheskiy giroskop [The fiber-optic gyroscope]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1987. 152 p.

- [2] Herve C. Lefevre. The fiber-optic gyroscope. Boston, Artech House, 2014. 343 p.
- [3] Sagnac G. L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1913, vol. 95, pp. 708–710.
- [4] Sagnac G. Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1913, vol. 95, pp. 1410–1413.
- [5] Andronova I.A., Malykin G.B. Physical problems of fiber gyroscopy based on the Sagnac effect. *Physics–Uspekhi*, 2002, vol. 45, no. 8, pp. 793–817.  
DOI: 10.1070/PU2002v045n08ABEH001073
- [6] Gromov D.S. Teplovaya zashchita i termostabilizatsiya volokonno-opticheskikh giroskopov. Dis. kand. tekhn. nauk [Thermal protection and thermal stabilization of fiber-optic gyroscopes. Kand. tech. sci. diss.]. Saint-Petersburg, 2014. 134 p. (in Russ.).
- [7] Antonova M.V., Matveev V.A. Model of error of a fiber-optic gyro exposed to thermal and magnetic fields. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2014, no. 3, pp. 73–80 (in Russ.).
- [8] Vakhrameev E.I., Galyagin K.S., Ivonin A.S., Oshivalov M.A. Prediction and correction of fiber-optic gyroscope thermal drift. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie* [Journal of Instrument Engineering], 2013, vol. 56, no. 5, pp. 79–84 (in Russ.).
- [9] Shupe D.M. Thermally induced non-reciprocity in the fiber-optic interferometer. *Appl. Opt.*, 1980, vol. 19, no. 5, pp. 654–655. DOI: 10.1364/AO.19.000654
- [10] Mohr F., Schadt F. Bias error in fiber optic gyroscopes due to elasto-optic interactions in the sensor fiber. *Proc. SPIE*, 2004, vol. 5502, pp. 410–413. DOI: 10.1117/12.566654 Available at: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?articleid=848587>
- [11] Schadt F., Mohr F. Error signal formation in FOGs through thermal and elasto-optical environment influence on the sensing coil. *Proc. Inertial Sensors and Systems*, 2011, pp. 2.1–2.13.
- [12] Ling W., Li X., Xu Z., Zhang Z., Wei Y. Thermal effects of fiber sensing coils in different winding pattern considering both thermal gradient and thermal stress. *Optics Communications*, 2015, vol. 356, pp. 290–295. DOI: 10.1016/j.optcom.2015.08.002
- [13] Ling W., Li X., Xu Z., Wei Y. A dicyclic method for suppressing the thermal-induced bias drift of I-FOGs. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2016, vol. 28, no. 3, pp. 272–275.  
DOI: 10.1109/LPT.2015.2494623
- [14] Ling W., Li X., Yang H., Liu P., Xu Z., Wei Y. Reduction of the Shupe effect in interferometric fiber optic gyroscopes: The double cylinder-wound coil. *Optics Communications*, 2016, vol. 370, pp. 62–67. DOI: 10.1016/j.optcom.2016.02.064
- [15] Trufanov A.N., Smetannikov O.Y., Trufanov N.A. Numerical analysis of residual stresses in preform of stress applying part for PANDA-type polarization maintaining optical fibers. *Opt. Fiber Technol.*, 2010, vol. 16, no. 3, pp. 156–161. DOI: 10.1016/j.yofte.2010.02.001
- [16] Hocker G.B. Fiber-optic sensing of pressure and temperature. *Appl. Opt.*, 1979, vol. 18, no. 9, pp. 1445–1448. DOI: 10.1364/AO.18.001445
- [17] Kinet D., Mégret P., Goossen K.W., Qiu L., Heider D., Caucheteur C. Fiber Bragg grating sensors toward structural health monitoring in composite materials: Challenges and solutions. *Sensors*, 2014, no. 14, pp. 7394–7419. DOI: 10.3390/s140407394

[18] Butter C.D., Hocker G.B. Fiber optics strain gauge. *Appl. Opt.*, 1978, vol. 17, no. 18, pp. 2867–2869. DOI: 10.1364/AO.17.002867

[19] Narasimhamurthy T.S. Photoelastic and electro-optic properties of crystals. New York, London, Plenum Press, 1981. 514 p.

[20] Novatskiy V. Voprosy termouprugosti [Thermoelasticity issues]. Moscow, AN SSSR Publ., 1962. 364 p.

**Esipenko I.A.** — Design Engineer, JSC Perm Scientific and Production Instrument Company (25 Oktyabrya ul. 106, Perm, 614990 Russian Federation).

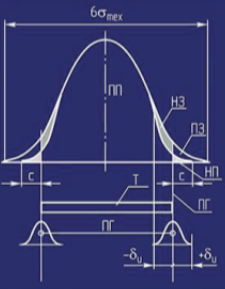
**Lykov D.A.** — Design Engineer, JSC Perm Scientific and Production Instrument Company (25 Oktyabrya ul. 106, Perm, 614990 Russian Federation), Master's student of Computational Mathematics and Mechanics Department, Perm National Research Polytechnic University (Komsomolskiy prospekt 29, Perm, 614990 Russian Federation).

### Please cite this article in English as:

Esipenko I.A., Lykov D.A. Mathematical Model of Thermal Drift of a Fiber-Optic Gyroscope and its Experimental Verification. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2017, no. 5, pp. 31–46. DOI: 10.18698/0236-3933-2017-5-31-46

Ю.А. Кокорев, Ф.В. Звягина

**Способы расчета  
точностных характеристик  
деталей и узлов приборов**



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
МГТУ ИМ. Н.Э. БАУМАНА

В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
вышло в свет учебное пособие авторов  
**Ю.А. Кокорев, Ф.В. Звягина**

**«Способы расчета точностных характеристик  
деталей и узлов приборов»**

Изложены вопросы обоснования выбора точностных характеристики, рассмотрены возможные методы расчета на точность сложных и взаимосвязанных деталей и узлов. Приведены справочные материалы, необходимые для расчета на точность деталей и узлов приборных устройств с учетом их назначения, условий эксплуатации, требований к разработке, а также примеры расчетов приборных устройств различного назначения и рационального оформления конструкторской документации. Материалы подготовлены с учетом новых ГОСТов.

**По вопросам приобретения обращайтесь:**  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1  
+7 (499) 263-60-45  
press@bmstu.ru  
www.baumanpress.ru