УДК 519.216.1/2 DOI: 10.18698/0236-3933-2017-2-98-117

ГАРМОНИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ИМИТАЦИИ СИГНАЛОВ В РАМКАХ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ТЕОРИИ

В.В. Сюзев v.suzev@bmstu.ru
В.В. Гуренко wgurenko@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Предложены эффективные алгоритмы имитации детерминированных сигналов в рамках корреляционной теории в целях повышения качества процессов разработки и исследования информационно-управляющих систем реального времени различного назначения методами математического моделирования. В основу построения алгоритмов положено спектральное представление непрерывных и дискретных сигналов в гармонических базисах Фурье и Хартли. Получена аналитическая связь спектров в этих базисах с функцией спектральной плотности мощности, определяющая простую процедуру настройки предложенных алгоритмов имитации на заданные спектрально-корреляционные свойства. Предложен оригинальный способ преобразования алгоритмов имитации детерминированных сигналов в алгоритмы имитации стационарных эргодических псевдослучайных сигналов в тех же базисах с сохранением процедуры их настройки. Проведена оценка вычислительной сложности предложенных алгоритмов и получены их быстрые модификации

Ключевые слова

Детерминированные сигналы, псевдослучайные сигналы, спектральная плотность мощности, автокорреляционная функция, имитация сигналов, спектр, базисная функция

Поступила в редакцию 08.09.2016
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России (проект 2.7782.2017/Б4)

Актуальность и постановка задачи исследования. Одним из важных и эффективных методов разработки и исследования сложных информационно-управляющих и вычислительных систем реального времени различного назначения является имитационное моделирование с привлечением средств цифровой вычислительной техники. Решаемые при этом научные и технические задачи носят самый разнообразный характер, причем решение преимущественного большинства из них требует воспроизведения детерминированных и случайных процессов, составляющих математическую основу как детерминированных сигналов, несущих полезную информацию, так и различного рода помех, шумов и искажений, что подтверждается совокупностью известных публикаций последних лет [1–5]. Например, в работе [1] при исследовании особенностей применения шумоподобных сигналов в радиолокационных системах дистанционного зондирования и разработки эффективных алгоритмов первичной и вторичной обработки информации активно использовались математические модели детерминированных и случайных сигналов как в рамках корреляционной теории, так и в рамках многомерных законов распределений. Особое внимание было уделено задаче имитации сигналов с заданной функцией спектральной плотности мощности при нормальном законе распределения амплитуд сигналов.

В работе [2] имитационное моделирование применялось для решения задач контроля и диагностики вычислительной системы гидролокационного комплекса. Использованные здесь модели сигналов опираются на положения корреляционной теории и носят как детерминированный, так и случайный характер.

В работе [3] математические модели применялись при исследовании надежности компьютерных систем и сетей. Используемые в них имитационные сигналы предназначались для тестирования и динамического исследования надежности аппаратного и программного обеспечения данных систем. При этом области имитации сигналов затрагивали как рамки корреляционной теории, так и рамки законов распределения.

В работе [4] методы математического моделирования были задействованы при создании общей модели данных видеопотока, формируемого в процессе съемки поверхности Земли с типичным ландшафтным сюжетом. Передача изображений от различных видеодатчиков, установленных на космических и атмосферных летательных аппаратах, потребовала совершенствования алгоритмов кодирования данных в высокоскоростных каналах передачи информации и формирования случайных потоков с заданными временными корреляционными связями и законами распределения значений яркости.

В работе [5] имитационное моделирование проводилось в целях отладки алгоритмов и повышения надежности аппаратуры бортового инфракрасного фурье-спектрометра, предназначенного для температурно-влажностного зондирования атмосферы Земли. При решении задач отладки были использованы модели сигналов различных типов.

В приведенных примерах информационно-управляющих систем обработка сигналов осуществлялась в жестком реальном времени и ограниченном диапазоне изменения входных и выходных величин. Это, в свою очередь, предъявляло к алгоритмам имитации сигналов в моделях таких систем особенно высокие требования по точности, простоте настройки на заданные характеристики и времени имитации. Существующие классические алгоритмы имитации, наиболее широко применяемые в статистических исследованиях, построены на основе методов формирующих фильтров и канонических разложений. В методе формирующих фильтров [6] алгоритм имитации сводится к реализации линейного дискретного рекурсивного или нерекурсивного фильтра, который преобразует белый шум в коррелированный случайный сигнал с заданными корреляционно-спектральными характеристиками. Подготовительный этап настройки такого алгоритма состоит в расчете импульсной характеристики фильтра, причем все способы его реализации отличаются большой вычислительной трудоемкостью даже при использовании средств компьютерной техники [6, 7]. Сам процесс имитации требует формирования исходной последовательности отсчетов белого шума и реализации алгоритма фильтрации. При этом выбор рекурсивной структуры формирующего фильтра является предпочтительным, поскольку позволяет достичь минимальных затрат вычислительных ресурсов. Однако следует иметь в виду, что для метода формирующих фильтров существуют ограничения на форму задаваемых спектральных плотностей. Так, с его помощью плохо воспроизводятся случайные сигналы с негладкими функциями спектральной плотности мощности, встречающиеся в практике цифровой обработки [1, 2, 5–8].

Из возможных алгоритмов имитации стационарных эргодических случайных сигналов по методу канонических разложений наиболее предпочтительным является алгоритм, предложенный В.С. Пугачевым, в основе математического описания которого — тригонометрические ряды со случайными коэффициентами и простая процедура настройки [6, 9]. В отличие от алгоритмов, построенных по методу формирующих фильтров, он не имеет ограничений на функции спектральной плотности мощности и может использоваться для имитации сигналов с любым теоретическим и экспериментальным спектром. Единственный его недостаток — высокая вычислительная сложность, связанная с необходимостью формирования в процессе имитации некоррелированных случайных коэффициентов и реализацией тригонометрического ряда.

Задачей настоящей работы является совершенствование подхода В.С. Пугачева в целях получения новых простых и быстродействующих спектральных алгоритмов имитации сигналов в рамках корреляционной теории для всех ортогональных базисов гармонических функций. При этом реализуется оригинальный подход, основанный на алгоритмической взаимосвязи моделей псевдослучайных и детерминированных сигналов, что позволяет строить общие имитационные модели сигналов на едином математическом и программном обеспечении.

Алгоритмы имитации детерминированных сигналов в комплексном экспоненциальном базисе. Рассмотрим сначала решение задачи имитации детерминированных сигналов в рамках корреляционной теории в спектральной области комплексного экспоненциального базиса Фурье. Пусть задана функция спектральной плотности мощности (ФСПМ) непрерывного сигнала $x(t)$, определенного на двухстороннем бесконечном интервале времени [10, 11]:

$$S(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{X(\omega)X^{*}(\omega)}{T}=\lim_{T\to\infty}\frac{\left|X(\omega)\right|^{2}}{T}, \quad (1)$$

где ω — циклическая частота, а

$$X(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\exp(-j\omega t)\,dt \quad (2)$$

представляет собой интегральное преобразование Фурье сигнала $x(t)$ $\left(j=\sqrt{-1}\right)$. Спектр $X^{*}(\omega)$ в выражении (1) является комплексно сопряженным спектру $X(\omega)$, а $\left|X(\omega)\right|=\sqrt{\mathrm{Re}\left[X(\omega)\right]^{2}+\mathrm{Im}\left[X(\omega)\right]^{2}}$ — его амплитудным спектром (здесь Re и Im обозначают действительную и мнимую части комплексной величины).

Если же из сигнала $x(t)$ формируется сигнал $x_T(t)$, являющийся интегрируемой с квадратом функцией, обладающий конечной средней мощностью и определенный на конечном симметричном интервале времени длительностью *T*, то для него бесконечный интервал в спектре (2) заменяется конечным, и предельный переход в выражении ФСПМ (1) исключается. Поэтому для такого сигнала

$$S(\omega)=S_T(\omega)=\frac{1}{T}\left|X_T(\omega)\right|^2=\frac{1}{T}\left\{\mathrm{Re}\left[X_T(\omega)\right]^2+\mathrm{Im}\left[X_T(\omega)\right]^2\right\},$$

где

$$X_T(\omega)=\int\limits_{-T/2}^{T/2}x_T(t)\exp(-j\omega t)\,dt.$$

Рассмотрим ФСПМ и интегральный спектр Фурье в выборочных точках частотной оси, взятых с постоянным интервалом дискретизации $\Delta\omega=2\pi/T$. В них они будут соответственно равны

$$S_T(k\Delta\omega)=\frac{1}{T}\left|X_T(k\Delta\omega)\right|^2,\ \ k=0,\,1,\,2,\ldots; \tag{3}$$

$$X_T(k\Delta\omega)=\int\limits_{-T/2}^{T/2}x_T(t)\exp\left(-j\frac{2\pi}{T}kt\right)dt,\ \ k=0,\,1,\,2,\ldots\,. \tag{4}$$

Формула (4) для спектра $X_T(k\Delta\omega)$ показывает, что по форме записи он близок к спектру прямого преобразования Фурье ограниченного во времени сигнала $x_T(t)$ в базисе комплексных экспоненциальных функций Фурье $\left\{\exp\left(j\frac{2\pi}{T}kt\right)\right\}$ [10, 11]

$$X_\Phi(k)=\frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2}x_T(t)\exp\left(-j\frac{2\pi}{T}kt\right)dt$$

и отличается только нормирующим множителем $1/T$. Отсюда следует, что

$$X_T(k\Delta\omega)=TX_\Phi(k), \tag{5}$$

$$S_T(k\Delta\omega)=T\left|X_\Phi(k)\right|^2=T\left\{\mathrm{Re}\left[X_\Phi(k)\right]^2+\mathrm{Im}\left[X_\Phi(k)\right]^2\right\}. \tag{6}$$

Если теперь учесть, что действительная составляющая спектра Фурье является четной функцией

$$X_{\Phi\text{ч}}(k)=\mathrm{Re}\left[X_\Phi(k)\right]=\frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2}x_T(t)\cos\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)dt, \tag{7}$$

его мнимая составляющая — нечетной функцией

$$X_{\Phi\text{н}}(k) = \mathrm{Im}\left[X_{\Phi}(k)\right] = \frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} x_T(t)\sin\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)dt, \tag{8}$$

а полный спектр

$$X_{\Phi}(k) = X_{\Phi\text{ч}}(k) - jX_{\Phi\text{н}}(k), \tag{9}$$

то из выражения (6) окончательно получаем

$$S_T(k\Delta\omega) = T\left|X_{\Phi}(k)\right|^2 = T\left[X^2_{\Phi\text{ч}}(k) + X^2_{\Phi\text{н}}(k)\right]. \tag{10}$$

Зависимость (10) задает одно уравнение для вычисления двух неизвестных составляющих $X_{\Phi\text{ч}}(k)$ и $X_{\Phi\text{н}}(k)$ спектра Фурье. Второе уравнение можно получить из фазовой плотности (ФП):

$$\psi(\omega) = \mathrm{arctg}\left\{\mathrm{Im}\left[X_T(\omega)\right] / \mathrm{Re}\left[X_T(\omega)\right]\right\}.$$

Если она задана, то квантуя ее с тем же частотным интервалом $\Delta\omega$, получаем

$$\mathrm{tg}\psi(k\Delta\omega) = \mathrm{Im}\left[X_T(k\Delta\omega)\right] / \mathrm{Re}\left[X_T(k\Delta\omega)\right] =$$

$$= \mathrm{Im}\left[X_{\Phi}(k)\right] / \mathrm{Re}\left[X_{\Phi}(k)\right] = X_{\Phi\text{н}}(k) / X_{\Phi\text{ч}}(k) = \lambda_k,\ k = 0,\ 1,\ 2, \ldots \tag{11}$$

Выражение (11) для фазовых соотношений λ_k определяет второе уравнение для нахождения спектра (9). Решая систему уравнений (10) и (11), получаем замкнутые формулы для составляющих $X_{\Phi\text{ч}}(k)$ и $X_{\Phi\text{н}}(k)$ общего спектра Фурье (9):

$$X_{\Phi\text{ч}}(0) = \sqrt{\frac{S_T(0)}{T}},\quad X_{\Phi\text{ч}}(k) = \sqrt{\frac{S_T(k\Delta\omega)}{T\left(1+\lambda_k^2\right)}},$$
$$X_{\Phi\text{н}}(k) = \lambda_k\sqrt{\frac{S_T(k\Delta\omega)}{T\left(1+\lambda_k^2\right)}},\quad k = 1, 2, \ldots \tag{12}$$

Соотношения (12) определяют математическое описание процедуры настройки алгоритма имитации сигнала в базисе комплексных экспоненциальных функций Фурье на заданную ФСПМ и ФП. Если ФП не известна, то фазовые соотношения λ_k для моделирования следует задать. В простейшем случае все λ_k можно принять равными единице.

Сам алгоритм имитации сигнала $x_T(t)$ представляется обратным непрерывным преобразованием (рядом) Фурье в комплексном экспоненциальном базисе и имеет вид

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} X_{\Phi}(k)\exp\left(j\frac{2\pi}{T}kt\right),\quad -\frac{T}{2} \le t < \frac{T}{2}. \tag{13}$$

При бесконечном числе членов ряд (13) сходится к сигналу $x_T(t)$. Наличие в нем отрицательных значений времени не имеет для имитации принципиального значения. При практической реализации алгоритма (13) ряд Фурье ограничивают до N членов, и сигнал с его помощью вычисляется на совокупности M дискретных временных точек $i \in [-M/2, M/2)$, где $i = t/\Delta t$, а $M = T/\Delta t$. Интервал дискретизации по времени Δt выбирается из условий требуемой точности воспроизведения сигнала $x_T(t)$, а число N членов ряда — из требуемой точности воспроизведения спектрально-корреляционных свойств сигнала.

Ряд (13) будет иметь принципиально усеченный характер в случае ограниченного частотного спектра имитируемого процесса. При этом

$$N = \left[\frac{\omega_{\text{в}} T}{2\pi}\right], \tag{14}$$

где $\omega_{\text{в}}$ — верхняя частота (частота среза) частотного спектра, а квадратные скобки обозначают операцию выделения целой части числа.

Алгоритм (13) примечателен еще и тем, что его ряд Фурье обладает интерполяционным свойством. Усеченный до N членов, он позволяет воспроизводить сигнал $x_T(t)$ с ФСПМ, которая в точках $k\Delta\omega$ точно совпадает с заданной $S_T(\omega)$. В промежуточных же частотных значениях теоретическая и практическая плотности будут различаться. С увеличением N число совпадающих точек возрастает, и погрешность представления $S_T(\omega)$ между точками уменьшается. В частном случае величины N и M в ряде (13) могут совпадать.

Рассмотренный способ имитации может быть использован и для воспроизведения дискретных сигналов $x_N(i)$, определенных на интервале $[-N/2, N/2)$. В этом случае алгоритм имитации принимает вид дискретного ряда Фурье в решетчатом комплексном экспоненциальном базисе $\left\{\exp\left(j\frac{2\pi}{N}ki\right)\right\}$:

$$x(i) = \sum_{k=0}^{N-1} X_{\Phi}(k) \exp\left(j\frac{2\pi}{N}ki\right), \quad -\frac{N}{2} \le i < \frac{N}{2}, \tag{15}$$

где спектр $X_{\Phi}(k)$ по-прежнему состоит из четных $X_{\Phi\text{ч}}(k)$ и нечетных $X_{\Phi\text{н}}(k)$ составляющих (см. (9)), которые вычисляются по соотношениям (12) с учетом того, что $T = N\Delta t$, а $\Delta\omega = 2\pi / N\Delta t$.

В дискретном ряде (15) величины N и M совпадают, а интервал дискретизации по времени Δt должен быть согласован по теореме Найквиста — Котельникова [10, 11] с частотой среза $\omega_{\text{в}}$ частотного спектра непрерывного сигнала. Величина N выбирается из условия требуемой точности воспроизведения $S_T(\omega)$ между точками $S_T(k\Delta\omega)$.

Следует иметь в виду, что $S_T(0)$ в ФСПМ определяет мощность, приходящуюся на постоянную составляющую сигнала. Если имитируется сигнал с нулевой постоянной составляющей, то $S_T(0)$ должна равняться нулю, и нулевые коэффициенты $X_{\text{Фч}}(0)$ из рядов (13) и (15) исключаются.

В приведенных алгоритмах имитации сигналов характер преобразования ФСПМ относительно прост: она дискретизируется с частотой $\Delta\omega$ на интервале своего определения. Непрерывная ФСПМ по своим отсчетам восстанавливается с помощью дельта-функций $\delta(\omega - k\Delta\omega)$:

$$S_T(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} S_T(k\Delta\omega)\,\delta(\omega - k\Delta\omega). \tag{16}$$

Через те же отсчеты можно выразить автокорреляционную функцию (АКФ) того же сигнала $x_T(t)$. Для этого запишем АКФ сигнала $x_T(t)$ во временной области

$$R_T(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_T(t)\,x_T(t+\tau)\,dt \tag{17}$$

и выразим в ней сигнал $x_T(t)$ через двухсторонний ряд Фурье в комплексном экспоненциальном базисе, тогда получим

$$R_T(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_{\Phi}(k)\exp(jk\Delta\omega t)\right]x(t+\tau)\,dt =$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_{\Phi}(k)\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t+\tau)\exp(jk\Delta\omega t)\,dt.$$

Умножим подынтегральное выражение в этой формуле на произведение базисных функций $\exp(jk\Delta\omega\tau)\exp(-jk\Delta\omega\tau)$, численно равное единице. Тогда после преобразования получаем, что

$$R_T(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_{\Phi}(k)\left[\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t+\tau)\exp\big(jk\Delta\omega(t+\tau)\big)\,dt\right]\exp(-jk\Delta\omega\tau).$$

Часть последнего выражения, заключенная в квадратные скобки, определяет комплексно-сопряженный спектр $X^{*}_{\Phi}(k)$ исходного сигнала. Поэтому

$$R_T(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_{\Phi}(k)\,X^{*}_{\Phi}(k)\exp(-jk\Delta\omega\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left|X_{\Phi}(k)\right|^2 \exp(-jk\Delta\omega\tau).$$

Учитывая четность суммируемых функций относительно индекса k, этот ряд можно упростить и записать АКФ следующим образом:

$$R_T(\tau) = X^2_{\Phi}(0) + 2\sum_{k=1}^{\infty}\left|X_{\Phi}(k)\right|^2 \cos(k\Delta\omega\tau) =$$

$$= X^2_{\text{Фч}}(0) + 2\sum_{k=1}^{\infty}\left[X^2_{\text{Фч}}(k) + X^2_{\text{Фн}}(k)\right]\cos(k\Delta\omega\tau). \tag{18}$$

Если теперь использовать взаимосвязь спектров (5) и формулу (3) ФСПМ, то АКФ можно представить в виде

$$R_T(\tau)=\frac{X_T^2(0)}{T^2}+\frac{2}{T}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\left|X_T(k\Delta\omega)\right|^2}{T}\cos(k\Delta\omega\tau)=$$

$$=\frac{S_T(0)}{T}+\frac{2}{T}\sum_{k=1}^{\infty}S_T(k\Delta\omega)\cos(k\Delta\omega\tau). \tag{19}$$

Выражения (18) и (19) могут быть применены для экспериментального исследования АКФ сигнала $x_T(t)$.

Алгоритмы имитации детерминированных сигналов в тригонометрическом базисе. Вторым гармоническим базисом является тригонометрический базис Фурье, в котором чередуются четные косинусные и нечетные синусные функции одного порядка (номера) $\left\{\cos\frac{2\pi}{T}kt,\ \sin\frac{2\pi}{T}kt\right\}$ [10, 11]. Этот базис является вещественным с интервалом ортогональности $[-T/2, T/2)$ и ненормированным, поскольку мощность каждой k-й базисной функции для $k=1,2,\ldots$ равна 0,5. Мощность же нулевой функции равна единице.

Сигнал конечной мощности, определенный на том же интервале времени, может быть представлен тригонометрическим рядом Фурье:

$$x_T(t)=X_{\text{ч}}(0)+\sum_{k=1}^{\infty}\left[X_{\text{ч}}(k)\cos\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)+X_{\text{н}}(k)\sin\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)\right], \tag{20}$$

где

$$\begin{gathered}X_{\text{ч}}(0)=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x_T(t)\,dt,\quad X_{\text{ч}}(k)=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x_T(t)\cos\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)dt,\\ X_{\text{н}}(k)=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x_T(t)\sin\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)dt,\quad k=1,2,\ldots\end{gathered} \tag{21}$$

Чтобы использовать этот ряд Фурье для имитации сигнала с заданной $S_T(\omega)$, необходимо связать его тригонометрический спектр $\{X_{\text{ч}}(k),\ X_{\text{н}}(k)\}$ с действительной и мнимой частями комплексного спектра Фурье $\{X_{\Phi\text{ч}}(k),\ X_{\Phi\text{н}}(k)\}$, зависящими от $S_T(k\Delta\omega)$ (см. формулы (12)). Это нетрудно сделать, если сравнить между собой соотношения (7), (8) и (21). В результате имеем

$$X_{\text{ч}}(0)=X_{\Phi\text{ч}}(0),\ X_{\text{ч}}(k)=2X_{\Phi\text{ч}}(k),\ X_{\text{н}}(k)=2X_{\Phi\text{н}}(k),\ k=1,2,\ldots, \tag{22}$$

и ряд Фурье (20) примет следующий вид:

$$x_T(t)=X_{\Phi\text{ч}}(0)+2\sum_{k=1}^{\infty}\left[X_{\Phi\text{ч}}(k)\cos\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)+X_{\Phi\text{н}}(k)\sin\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)\right], \tag{23}$$

где $-T/2\le t<T/2$.

Вычисляя спектральные коэффициенты этого ряда по формулам (12), получаем алгоритм имитации сигнала $x_T(t)$ в непрерывном тригонометрическом базисе Фурье. При этом воспроизводимый сигнал $x_T(t)$ будет иметь такие же ФСПМ и АКФ, как у сигнала $x_T(t)$ (13) в комплексном экспоненциальном базисе Фурье.

Для подтверждения этого подставим в формулу АКФ (17) представление сигнала $x_T(t+\tau)$ в виде тригонометрического ряда (23):

$$R_T(\tau)=\frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} x_T(t)\left\{X_{\text{Фч}}(0)+2\sum_{k=1}^{\infty}\left[\begin{array}{l} X_{\text{Фч}}(k)\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}k(t+\tau)\right)+ \\ +X_{\text{Фн}}(k)\sin\left(\dfrac{2\pi}{T}k(t+\tau)\right)\end{array}\right]\right\}dt=$$

$$=X_{\text{Фч}}(0)\frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} x_T(t)\,dt+\sum_{k=1}^{\infty}X_{\text{Фч}}(k)\frac{2}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} x_T(t)\cos\left(\frac{2\pi}{T}k(t+\tau)\right)dt+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}X_{\text{Фн}}(k)\frac{2}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} x_T(t)\sin\left(\frac{2\pi}{T}k(t+\tau)\right)dt.$$

Используя известные тригонометрические формулы для косинуса и синуса суммы двух аргументов и соотношения (21) и (22), из последнего выражения после преобразования получаем:

$$R_T(\tau)=X^2_{\text{Фч}}(0)+2\sum_{k=1}^{\infty}X^2_{\text{Фч}}(k)\cos\left(\frac{2\pi}{T}k\tau\right)-2\sum_{k=1}^{\infty}X_{\text{Фч}}(k)X_{\text{Фн}}(k)\sin\left(\frac{2\pi}{T}k\tau\right)+$$

$$+2\sum_{k=1}^{\infty}X^2_{\text{Фн}}(k)\cos\left(\frac{2\pi}{T}k\tau\right)+2\sum_{k=1}^{\infty}X_{\text{Фч}}(k)X_{\text{Фн}}(k)\sin\left(\frac{2\pi}{T}k\tau\right)=$$

$$=X^2_{\text{Фч}}(0)+2\sum_{k=1}^{\infty}\left[X^2_{\text{Фч}}(k)+X^2_{\text{Фн}}(k)\right]\cos\left(\frac{2\pi}{T}k\tau\right).$$

Эта запись АКФ полностью совпадает с ее представлением (18) в комплексном экспоненциальном базисе.

При реализации алгоритма (23) тригонометрический ряд также усекается до N членов, а время квантуется с шагом $\Delta t=T/M.$ Требования к N, Δt и M остаются здесь такими же, как и в экспоненциальном базисе.

При имитации дискретных сигналов $x_N(i)$ тригонометрический ряд становится дискретным:

$$x_N(i)=X_{\text{Фч}}(0)+2\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1}\left[X_{\text{Фч}}(k)\cos\left(\frac{2\pi}{N}ki\right)+X_{\text{Фн}}(k)\sin\left(\frac{2\pi}{N}ki\right)\right]+$$

$$+X_{\text{Фч}}\left(\frac{N}{2}\right)\cos(\pi i),\ i=-N/2,-N/2+1,\ldots,N/2-1. \qquad (24)$$

В этом случае $M = N$ и $N = T/\Delta t$, $X_{\text{Фч}}\left(\frac{N}{2}\right) = \sqrt{S_T\left(\pi/\Delta t\right)/\left[N\Delta t\left(1+\lambda_{N/2}^2\right)\right]}$, а все остальные спектральные коэффициенты определяются по формулам (12) при $\Delta\omega = \frac{2\pi}{N\Delta t}$ и $T = N\Delta t$.

Алгоритмы имитации детерминированных сигналов в базисе Хартли. Третьей базисной системой, образованной из тригонометрических гармонических функций, является система Хартли $\left\{\operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)\right\}$ [12]. В ней каждая базисная функция k-го порядка представляется в виде суммы четной косинусной и нечетной синусной функций того же порядка. В непрерывном варианте для $t \in \left[-T/2, T/2\right)$ запишем

$$\operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{T}kt\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{T}kt\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{T}kt\right), \quad k = 0, 1, 2, \ldots \tag{25}$$

Система таких функций является ортонормированной и полной и может быть использована для представления любого непрерывного сигнала $x_T\left(t\right)$ ограниченной мощности в виде следующего ряда Фурье — Хартли:

$$x\left(t\right) = X_{\text{Х}}\left(0\right) + \sum_{k=1}^{\infty} X_{\text{Х}}\left(k\right)\operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{T}kt\right), \quad t \in \left[-T/2, T/2\right), \tag{26}$$

где коэффициенты

$$X_{\text{Х}}\left(0\right) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_T\left(t\right)dt, \quad X_{\text{Х}}\left(k\right) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_T\left(t\right)\operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)dt, \quad k = 1, 2, \ldots, \tag{27}$$

являются составляющими общего спектра Хартли. Если учесть формулу (25) для функций Хартли, то каждую спектральную составляющую Хартли, кроме нулевой, можно записать в виде суммы четной $X_{\text{Хч}}\left(k\right)$ и нечетной $X_{\text{Хн}}\left(k\right)$ частей:

$$X_{\text{Х}}\left(k\right) = X_{\text{Хч}}\left(k\right) + X_{\text{Хн}}\left(k\right), \; k = 1, 2, \ldots, \tag{28}$$

где

$$X_{\text{Хч}}\left(k\right) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_T\left(t\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)dt, \quad X_{\text{Хн}}\left(k\right) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_T\left(t\right)\sin\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)dt. \tag{29}$$

Сравнение спектров Хартли и Фурье приводит к полезным соотношениям между ними

$$\begin{gathered} X_{\text{Х}}\left(0\right) = X_{\text{Фч}}\left(0\right), \; X_{\text{Хч}}\left(k\right) = X_{\text{Фч}}\left(k\right), \; X_{\text{Хн}}\left(k\right) = X_{\text{Фн}}\left(k\right); \\ X_{\text{Х}}\left(k\right) = X_{\text{Фч}}\left(k\right) + X_{\text{Фн}}\left(k\right), \; k = 1, 2, \ldots, \end{gathered} \tag{30}$$

которые позволяют записать итоговый алгоритм имитации сигнала $x_T(t)$ в базисе Хартли следующим образом:

$$x_T(t) = X_{\text{Х}}(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[X_{\text{Хч}}(k) + X_{\text{Хн}}(k) \right] \operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{T} kt \right) =$$

$$= X_{\text{Фч}}(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[X_{\text{Фч}}(k) + X_{\text{Фн}}(k) \right] \operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{T} kt \right), \ t \in [-T/2, T/2). \qquad (31)$$

Если все составляющие $X_{\text{Фч}}(k)$ и $X_{\text{Фн}}(k)$ по-прежнему определять по формулам (12), то с помощью этого алгоритма можно также воспроизвести сигнал $x_T(t)$ с заданными ФСПМ и АКФ. Для доказательства этого перепишем первое выражение соотношения (18) для АКФ $R_T(\tau)$, раскрыв в нем квадрат модуля комплексного спектра Фурье:

$$R_T(\tau) = X_{\Phi}^2(0) + 2\sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \operatorname{Re}\left[X_{\Phi}(k) \right]^2 + \operatorname{Im}\left[X_{\Phi}(k) \right]^2 \right\} \cos(k\Delta\omega\tau).$$

Если теперь учесть, что [13]

$$\operatorname{Re}\left[X_{\Phi}(k) \right] = \left[X_{\text{Х}}(k) + X_{\text{Х}}(-k) \right]/2, \ \operatorname{Im}\left[X_{\Phi}(k) \right] = \left[X_{\text{Х}}(k) - X_{\text{Х}}(-k) \right]/2,$$

то после преобразования получим:

$$R_T(\tau) = X_{\text{Х}}^2(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[X_{\text{Х}}^2(k) + X_{\text{Х}}^2(-k) \right] \cos(k\Delta\omega\tau). \qquad (32)$$

Используя в последнем выражении представление спектров Хартли $X_{\text{Х}}(k)$ и $X_{\text{Х}}(-k)$ в виде суммы и разности четных $X_{\text{Хч}}(k)$ и нечетных $X_{\text{Хч}}(k)$ составляющих, АКФ (32) можно записать следующим образом:

$$R_T(\tau) = X_{\text{Хч}}^2(0) + 2\sum_{k=1}^{\infty} \left[X_{\text{Хч}}^2(k) + X_{\text{Хн}}^2(k) \right] \cos(k\Delta\omega\tau).$$

Учитывая соотношения связи составляющих спектров Фурье и Хартли (30), можно представить ее в окончательном виде

$$R_T(\tau) = X_{\text{Фч}}^2(0) + 2\sum_{k=1}^{\infty} \left[X_{\text{Фч}}^2(k) + X_{\text{Фн}}^2(k) \right] \cos(k\Delta\omega\tau),$$

совпадающем с записью (18) в базисе Фурье.

При реализации ряд Хартли (31) ограничивается до N членов, непрерывная величина t дискретизируется: $t = i\Delta t$, $i = -M/2, \ -M/2+1, \ldots, M/2-1$, а значения величин N, M и Δt выбираются, следуя тем же требованиям, что и в рассмотренных базисах.

Для имитации дискретных сигналов $x_N(i)$ ряд Хартли также становится дискретным, и алгоритм имитации в базисе Хартли записывается следующим образом:

$$x_N(i) = X_{\text{Фч}}(0) + \sum_{k=1}^{N-1}\left[X_{\text{Фч}}(k) + X_{\text{Фн}}(k)\right]\operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{N}ki\right). \tag{33}$$

В этом случае $\Delta\omega = 2\pi / N\Delta t, M = N = T / \Delta t$ и $i = -N/2, -N/2+1, \ldots, N/2-1$.

Приведенные спектральные алгоритмы имитации детерминированных сигналов используют одну и ту же аналитическую связь между спектром имитирующего ряда и задаваемыми спектрально-корреляционными характеристиками, а также базисные системы, основанные на одних и тех же гармонических четных и нечетных функциях. В этом смысле рассмотренные алгоритмы имитации являются родственными, воспроизводят одинаковые сигналы и различаются только своей вычислительной сложностью. Они имеют важное самостоятельное значение и могут эффективно применяться для формирования различных тестовых и эталонных сигналов. Кроме того, данные алгоритмы могут служить математической основой для разработки алгоритмов генерации псевдослучайных сигналов с заданными ФСПМ и АКФ.

Алгоритмы имитации псевдослучайных сигналов. Возьмем рассмотренные детерминированные имитационные спектральные алгоритмы в качестве базовых и будем случайным образом варьировать в них знаки при коэффициентах Фурье без изменения модуля последних. В результате получим алгоритмы имитации псевдослучайных сигналов (ПСС), имеющие ту же процедуру настройки на частотные энергетические характеристики, что и их детерминированные прототипы. Покажем это на примере всех трех гармонических базисов.

Для комплексного экспоненциального базиса Фурье запись имитирующего ряда ПСС $y_T(t)$ принимает в этом случае следующий вид:

$$y_T(t) = X_{\text{Фч}}(0) + \sum_{k=1}^{\infty}\left[\mu_k X_{\text{Фч}}(k) - j\gamma_k X_{\text{Фн}}(k)\right]\exp\left(j\frac{2\pi}{T}kt\right),\ t \in \left[-T/2, T/2\right), \tag{34}$$

где параметры μ_k и γ_k являются независимыми случайными величинами, принимающими равновероятно значения +1 и –1. Чтобы получаемый при этом сигнал представлял собой эргодический стационарный процесс, параметры μ_k и γ_k должны удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{aligned} &M\left[\mu_k\right] = M\left[\gamma_k\right] = 0,\ M\left[\mu_k^2\right] = M\left[\gamma_k^2\right] = 1; \\ &M\left[\mu_k\mu_m\right] = M\left[\gamma_k\gamma_m\right] = M\left[\mu_k\gamma_m\right] = 0,\ k \neq m, \end{aligned} \tag{35}$$

а

$$M\left[y_T(t)\right] = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_T(t)\,dt = X_{\text{Фч}}(0). \tag{36}$$

Буквой M в формулах (35) и (36) обозначена операция вычисления математического ожидания.

Для центрированного ПСС $\overset{\circ}{y}_T(t)$ математическое ожидание должно равняться нулю, поэтому $X_{Фч}(0)$ в нем принимается нулевым и

$$\overset{\circ}{y}_T(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\mu_k X_{Фч}(k) - j\gamma_k X_{Фн}(k) \right] \exp\left(j\frac{2\pi}{T}kt \right), \quad t \in [-T/2, T/2). \tag{37}$$

Если коэффициенты случайных рядов (34) и (37) будут вычислены по формулам (12), а параметры μ_k и γ_k будут удовлетворять условиям (35), то ФСПМ и АКФ детерминированного $x_T(t)$ и случайного $y_T(t)$ сигналов совпадут, что позволит при их имитации использовать одинаковые процедуры настройки. Действительно, в этом случае, например, для ряда (34):

$$S_T(\omega) = TX^2_{Фч}(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[\mu_k X_{Фч}(k) \right]^2 + \left[\gamma_k X_{Фн}(k) \right]^2 \right\} \delta(\omega - k\Delta\omega) =$$

$$= TX^2_{Фч}(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[X^2_{Фч}(k) + X^2_{Фн}(k) \right] \delta(\omega - k\Delta\omega), \tag{38}$$

$$R_T(\tau) = X^2_{Фч}(0) + 2\sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[\mu_k X_{Фч}(k) \right]^2 + \left[\gamma_k X_{Фн}(k) \right]^2 \right\} \cos(k\Delta\omega\tau) =$$

$$= X^2_{Фч}(0) + 2\sum_{k=1}^{\infty} \left[X^2_{Фч}(k) + X^2_{Фн}(k) \right] \cos(k\Delta\omega\tau), \tag{39}$$

полученные формулы совпадают с соответствующими формулами (10), (16) и (18) для детерминированных сигналов. При выводе формул (38) и (39) учтено, что $\mu_k^2 = \gamma_k^2 = 1.$ Зависимость АКФ ПСС только от расстояния τ между двумя выделенными точками подтверждает их стационарность в широком смысле.

На практике случайные ряды (34) и (37) должны быть усечены до N членов. Они будут носить принципиально усеченный характер для ФСПМ, ограниченной по частоте. С помощью усеченных рядов ПСС могут быть воспроизведены в M дискретных временных точках $i \in [-M/2, M/2)$, где по-прежнему, как и в случае детерминированных сигналов, $i = t/\Delta t$ и $M = T/\Delta t.$

Алгоритмы (34) и (37) могут обеспечить в общем случае $2^{2(N-1)}$ независимых реализаций ПСС для каждого конкретного набора чисел $\{\lambda_k\}.$ Их можно упростить, уменьшив при этом число независимых реализаций, если принять

$$\mu_k = \gamma_k = \alpha_k. \tag{40}$$

В этом случае случайный параметр α_k можно вынести из структуры комплексных коэффициентов имитирующих рядов, записав алгоритмы формирования ПСС в следующем виде:

$$y_T(t) = X_Ф(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k X_Ф(k) \exp\left(j\frac{2\pi}{T}kt \right), \ -\frac{T}{2} \le t < \frac{T}{2}, \tag{41}$$

где коэффициенты $X_\Phi(k)$ определяются по формулам (9) и (12). Число независимых реализаций в усеченном варианте случайного ряда (41) составит 2^{N-1}.

При воспроизведении дискретных ПСС алгоритм имитации примет вид дискретного ряда

$$y_N(i) = X_\Phi(0) + \sum_{k=1}^{N-1} \alpha_k X_\Phi(k) \exp\left(j\frac{2\pi}{N} ki \right), \ -\frac{N}{2} \le i < \frac{N}{2}. \tag{42}$$

Процедура настройки в этом случае остается такой же, как в алгоритме (15) имитации дискретных детерминированных сигналов $x_N(i)$.

В тригонометрическом базисе непрерывные эргодические стационарные ПСС могут быть воспроизведены с помощью случайного ряда Фурье

$$y_T(t) = X_{\Phi\text{ч}}(0) + 2\sum_{k=1}^{\infty}\left[\mu_k X_{\Phi\text{ч}}(k)\cos\left(\frac{2\pi}{T}kt\right) + \gamma_k X_{\Phi\text{н}}(k)\sin\left(\frac{2\pi}{T}kt\right)\right], \tag{43}$$

в котором $-T/2 \le t < T/2$, коэффициенты $X_{\Phi\text{ч}}(k)$ и $X_{\Phi\text{н}}(k)$ определяются по соотношениям (12), а случайные параметры μ_k и γ_k удовлетворяют условиям (35). На практике этот ряд ограничивается до N членов и позволяет воспроизвести 2^{N-1} независимых реализаций. Ряд, имитирующий дискретные ПСС $y_N(i)$, подобен ряду (43):

$$y_N(i) = X_{\Phi\text{ч}}(0) + 2\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1}\left[\mu_k X_{\Phi\text{ч}}(k)\cos\left(\frac{2\pi}{N}ki\right) + \gamma_k X_{\Phi\text{н}}(k)\sin\left(\frac{2\pi}{N}ki\right)\right] +$$

$$+\mu_{N/2} X_{\Phi\text{ч}}\left(\frac{N}{2}\right)\cos(\pi i), \tag{44}$$

где $i = -N/2, -N/2+1, \ldots, N/2-1,$ а его коэффициенты находятся по соотношениям (12) при $T = N\Delta t.$ Такой ряд также воспроизводит 2^{N-1} независимых реализаций ПСС для каждого набора чисел $\{\lambda_k\}$.

В базисе Хартли случайный ряд Хартли, имитирующий ПСС с заданными ФСПМ или АКФ, по форме записи близок к ряду в комплексном экспоненциальном базисе Фурье и представляется в двух вариантах:

$$y_T(t) = X_{\Phi\text{ч}}(0) + \sum_{k=1}^{\infty}\left[\mu_k X_{\Phi\text{ч}}(k) + \gamma_k X_{\Phi\text{н}}(k)\right]\operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{T}kt\right), \ t \in [-T/2, T/2), \tag{45}$$

$$y_T(t) = X_{\Phi\text{ч}}(0) + \sum_{k=1}^{\infty}\alpha_k X_{\text{Х}}(k)\operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{T}kt\right), \ t \in [-T/2, T/2), \tag{46}$$

где коэффициенты $X_{\Phi\text{ч}}(k)$, $X_{\Phi\text{н}}(k)$ и $X_{\text{Х}}(k)$ вычисляются по формулам (12) и (30), а случайные параметры α_k удовлетворяют соотношениям (35) и (40).

При практическом применении ряды (45) и (46) усекаются до N членов и позволяют воспроизвести $2^{2(N-1)}$ и 2^{N-1} независимых реализаций соответственно.

Для дискретных ПСС алгоритмы имитации на основе случайных рядов Хартли также имеют два варианта записи:

$$y_N(i) = X_{\text{Фч}}(0) + \sum_{k=1}^{N-1} \left[\mu_k X_{\text{Фч}}(k) + \gamma_k X_{\text{Фн}}(k) \right] \operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{N} ki \right), \quad -\frac{N}{2} \le i < \frac{N}{2}, \tag{47}$$

$$y_N(i) = X_{\text{Фч}}(0) + \sum_{k=1}^{N-1} \alpha_k X_{\text{X}}(k) \operatorname{cas}\left(\frac{2\pi}{N} ki \right), \quad -\frac{N}{2} \le i < \frac{N}{2}. \tag{48}$$

Процедура их настройки остается такой же, как в комплексном экспоненциальном базисе.

Вычислительная сложность алгоритмов имитации сигналов. Процессы воспроизведения детерминированных и псевдослучайных сигналов с использованием гармонических имитационных алгоритмов включают в себя этапы настройки и собственно имитации. Этапы настройки для детерминированных и ПСС полностью совпадают, поскольку сводятся к предварительному вычислению спектральных коэффициентов рядов Фурье. Математическую основу этого этапа составляют соотношения (12), а исходными данными являются ФСПМ, заданные в аналитическом либо табличном виде, их характеристики (частоты среза, интервалы дискретизации по времени и частоте и связанные с ними интервалы определения сигналов), а также фазовые соотношения. В вычислительном плане этап настройки прост и легко программируется для выполнения на ЭВМ.

Этап самой имитации в случае детерминированных сигналов представляет собой непосредственно процесс их воспроизведения по выбранному ряду Фурье, а в случае ПСС к нему добавляется еще и процедура генерации случайных параметров с последующим изменением на их основе знаков коэффициентов имитационных рядов. Поскольку случайные параметры принимают значения ± 1, то при их генерации могут быть использованы простые алгоритмы формирования случайных событий [13], трудоемкость которых практически не влияет на сложность этапа имитации. Не влияет на его сложность и совокупность изменений знаков спектральных коэффициентов, которая задается с помощью коротких логических операций. Таким образом, сложность этапа имитации детерминированных сигналов близка к сложности этапа имитации ПСС и зависит от способа реализации рядов Фурье в гармонических базисах.

Так, при прямой реализации усеченных непрерывных комплексных рядов Фурье (41) необходимо выполнить NM умножений действительных чисел на комплексные константы, NM сложений комплексных величин и хранить в памяти NM комплексных значений базисных функций. Если учесть, что умножение одного действительного числа на комплексную константу выполняется за два действительных умножения, одно комплексное сложение — за два действительных сложения, и каждая комплексная константа состоит из двух действительных чисел, то общие затраты на прямую реализацию ряда (41) составят по $2NM$ действительных умножений, сложений и констант. Прямая же реализация действительных усеченных рядов в тригонометрическом базисе (43) и базисе Хартли (46) будет более экономной, так как потребует в 2 раза меньшего объема вычислительных операций и констант.

Иная ситуация складывается при реализации дискретных алгоритмов имитации. Это связано с тем, что в базисах дискретных экспоненциальных функций Фурье и функций Хартли, в отличие от тригонометрического базиса, существуют специальные быстрые вычислительные процедуры, которые позволяют сократить затраты вычислительных ресурсов на реализацию рядов (42) и (48). Например, если выбрать $N = 2^n$, где n — любое целое положительное число, то используя быстрый алгоритм Кули — Тьюки с основанием 2 [8, 9], можно получить алгоритм имитации в базисе Фурье с Nn и $N(n-1)/2$ комплексных сложений и комплексных умножений. При выполнении одного комплексного сложения за два действительных сложения и одного комплексного умножения за три действительных умножения и три действительных сложения [10] получим модификацию быстрого алгоритма имитации в базисе Фурье с $N(7n-3)/2$ действительных сложений и $3Nn/2$ действительных умножений. Применение того же быстрого алгоритма к вычислениям в алгоритме имитации в базисе Хартли приводит к его быстрой модификации с $1{,}5N(n-1)$ действительных сложений и $N(n-3)$ действительных умножений. Анализ показывает, что при достаточно больших значениях $N(N > 256)$ быстрые алгоритмы имитации сигналов в базисе Хартли в 1,5–2,5 раза экономичнее своих аналогов в базисе Фурье по совокупности общего числа вычислительных операций.

Вычислительную эффективность алгоритмов Фурье и Хартли можно существенно повысить за счет использования в них более быстрых, но аналитически более сложных алгоритмов преобразования Фурье гнездового типа (например, алгоритма Винограда, сокращающего число умножений по сравнению с алгоритмом Кули — Тьюки примерно в 5 раз) [10, 12], что, однако, приведет к усложнению программирования общей имитационной модели сигналов.

Заключение. В настоящей работе рассмотрено семейство эффективных спектральных алгоритмов имитации детерминированных и ПСС, обладающих простотой настройки на задаваемые частотные энергетические характеристики и детерминированной сходимостью к ним, зависящей только от длительности временного интервала определения имитируемого сигнала. Единое математическое представление этих алгоритмов в виде рядов Фурье в различных гармонических базисах определяет их общую структурную организацию, удобную для практической программной реализации. Использование различных методов вычисления рядов Фурье, включая и быстрые преобразования, позволило получить имитирующие алгоритмы различной вычислительной эффективности.

Высокая гибкость и точность спектральных алгоритмов делает их перспективными для использования в имитационных моделях систем различного назначения, а их высокобыстродействующие модификации в экспоненциальном базисе и базисе Хартли могут быть рекомендованы для применения в полунатурных испытательных стендах реального времени в качестве источников различных сигналов и шумов.

Дальнейшее совершенствование рассмотренных алгоритмов может быть осуществлено в направлении применения других базисных систем, в том числе параметрического типа, приводящих к повышению функциональной и вычислительной эффективности имитирующих алгоритмов. Решение различных задач синтеза и анализа таких алгоритмов поставлено целью последующих исследований авторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кравченко В.Ф.* Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях. М.: Физматлит, 2007. 544 с.

2. *Сотников А.А., Якупов Ш.З., Романовский А.С.* Применение имитационного моделирования для контроля вычислительных систем гидролокационных комплексов // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2013. № 6. С. 351–364. DOI: 10.7463/0613.0570096 URL: http://technomag.bmstu.ru/doc/570096.html

3. *Андреев А.М., Березкин Д.В., Можаров Г.П., Свирин Ил.С.* Математическое моделирование надежности компьютерных систем и сетей // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2012. Спец. вып. «Моделирование и идентификация компьютерных систем и сетей». С. 3–46.

4. *Костров Б.В., Гринченко Н.Н., Баюков К.И.* Моделирование распределения яркостей в видеопотоке серии ландшафтных изображений // Известия. ТулГУ. Технические науки. 2015. № 9. С. 70–78.
URL: http://cyberleninka.ru/article/n/
modelirovanie-raspredeleniya-yarkostey-v-videopotoke-serii-landshaftnyh-izobrazheniy

5. *Бортовые* инфракрасные фурье-спектрометры для температурно-влажностного зондирования атмосферы Земли / Ю.М. Головин, Ф.С. Завелевич, А.Г. Никулин, Д.А. Козлов, Д.А. Морохов, И.А. Козлов, С.А. Архипов, А.С. Романовский // Исследование Земли из космоса. 2013. № 6. С. 35–37.

6. *Быков В.В.* Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Советское радио, 1971. 328 с.

7. *Peled A., Lim B.* Digital signal processing. Theory, design and implementation. John Wiley & Sons, 1976. 304 p.

8. *Лобусов Е.С., Тыонг Хоанг Мань.* Генерирование случайных воздействий при исследовании устройств и систем управления // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 3. С. 102–113. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-3-102-113

9. *Пугачев В.С.* Введение в теорию вероятностей. М.: Наука, 1968. 246 с.

10. *Oppenhein A., Schafer R.* Digital signal processing. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 2012. 1120 p.

11. *Ifeachor E., Jervis B.* Digital signal processing. A Practical Approach. Pearson Education, 2002. 992 p.

12. *Bracewell R.* The Hartley transform. Oxford University Press, 1990. 175 p.

13. *Четвериков В.Н., Бананович Э.А., Меньков А.В.* Вычислительная техника для статистического моделирования / под ред. В.Н. Четверикова. М.: Советское радио, 1978. 309 с.

Сюзев Владимир Васильевич — д-р техн. наук, профессор кафедры «Компьютерные системы и сети» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Гуренко Владимир Викторович — доцент кафедры «Компьютерные системы и сети» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Сюзев В.В., Гуренко В.В. Гармонические алгоритмы имитации сигналов в рамках корреляционной теории // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2017. № 4. С. 98–117. DOI: 10.18698/0236-3933-2017-4-98-117

HARMONIC ALGORITHMS OF SIGNAL SIMULATION WITHIN CORRELATION THEORY

V.V. Syuzev v.suzev@bmstu.ru
V.V. Gurenko wgurenko@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The article presents efficient simulation algorithms of deterministic signals which were proposed within the correlation theory in order to improve the quality of development and research processes of different purpose real-time systems by mathematical modeling methods. Spectral representation of continuous and discrete signals in Fourier and Hartley harmonic bases was laid in the foundation of algorithms development. In our research we obtained an analytical relationship of the spectra in these bases with function of spectral power density that determines a simple tuning procedure of the proposed simulation algorithms on specified spectral-correlation properties. As a result, we suggest an original method of transformation from deterministic signal simulation algorithms to simulation algorithms of stationary ergodic pseudorandom signals in the same bases with saving their tuning procedures. We performed computing complexity evaluation of the proposed algorithms and obtained their fast modifications

Keywords

Deterministic signals, pseudorandom signals, spectral power density, autocorrelation function, signal simulation, spectrum, basis function

REFERENSES

[1] Kravchenko V.F., ed. Tsifrovaya obrabotka signalov i izobrazheniy v radiofizicheskikh prilozheniyakh [Digital signal and image processing in radiophysical applications]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2007. 544 p.

[2] Sotnikov A.A., Yakupov Sh.Z., Romanovskiy A.S. Controlling computing systems of sonar complexes with the use of simulation modeling. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education: Scientific Publication of BMSTU], 2013, no. 6, pp. 351–364 (in Russ.). DOI: 10.7463/0613.0570096
Available at: http://technomag.bmstu.ru/doc/570096.html

[3] Andreev A.M., Berezkin D.V., Mozharov G.P., Svirin Il.S. Mathematical simulation of reliability of computer systems and networks. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr. Spets. vyp. "Modelirovanie i identifikatsiya komp'yuternykh sistem i setey"* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng. Spec. iss. "Computer networks modelling and indentification"], 2012, pp. 3–46.

[4] Kostrov B.V., Grinchenko N.N., Bayukov K.I. Simulation of brightness distribution within video flow of set of landscape images. *Izvestiya. TulGU. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula State University. Technical Sciences], 2015, no. 9, pp. 70–78.
Available at: http://cyberleninka.ru/article/n/
modelirovanie-raspredeleniya-yarkostey-v-videopotoke-serii-landshaftnyh-izobrazheniy

[5] Golovin Yu.M., Zavelevich F.S., Nikulin A.G., Kozlov D.A., Morokhov D.A., Kozlov I.A., Arkhipov S.A., Romanovskiy A.S. Spaceborne infrared Fourier-transform spectrometers for temperature and humidity sounding of the Earth's atmosphere. *Izvestiya. Atmospheric and Oceanic Physics*, 2014, vol. 50, no. 9, pp. 1004–1015. DOI: 10.1134/S0001433814090096
Available at: http://link.springer.com/article/10.1134/S0001433814090096

[6] Bykov V.V. Tsifrovoe modelirovanie v statisticheskoy radiotekhnike [Digital modelling in statistical radiotechnics]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1971. 328 p.

[7] Peled A., Lim B. Digital signal processing. Theory, design and implementation. John Wiley & Sons, 1976. 304 p.

[8] Lobusov E.S., Tuong Hoang Manh. Generation of random signals in control units and systems research. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Ser. Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2016, no. 3, pp. 102–113.
DOI: 10.18698/0236-3933-2016-3-102-113

[9] Pugachev V.S. Vvedenie v teoriyu veroyatnostey [Introduction to probability theory]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 246 p.

[10] Oppenhein A., Schafer R. Digital signal processing. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 2012. 1120 p.

[11] Ifeachor E., Jervis B. Digital signal processing. A practical approach. Pearson Education, 2002. 992 p.

[12] Bracewell R. The Hartley transform. Oxford University Press, 1990. 175 p.

[13] Chetverikov V.N., Bananovich E.A., Men'kov A.V. Vychislitel'naya tekhnika dlya statisticheskogo modelirovaniya [Computing tools for statistic modelling]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1978. 309 p.

Syuzev V.V. — Dr. Sc. (Eng.), Professor of Computer Systems and Networks Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Gurenko V.V. — Assoc. Professor of Computer Systems and Networks Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Syuzev V.V., Gurenko V.V. Harmonic Algorithms of Signal Simulation within Correlation Theory. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Ser. Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2017, no. 4, pp. 98–117.
DOI: 10.18698/0236-3933-2017-4-98-117

В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет учебное пособие автора
Л.Н. Лысенко

«Наведение баллистических ракет»

Изложены научные и методологические основы наведения баллистических ракет. Рассмотрены вопросы программирования движения (задачи наведения) и информационно-навигационного обеспечения управления (задачи навигации), а также проблемы определения точности стрельбы (задачи оценки точности возмущенного движения). Показаны направления решений соответствующих задач при создании ракетных комплексов тактического, оперативно-тактического и стратегического назначения, возможные пути совершенствования баллистико-навигационного обеспечения полета ракет указанных классов.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1
+7 (499) 263-60-45
press@bmstu.ru
www.baumanpress.ru