УДК 62.50:681.51 DOI: 10.18698/0236-3933-2017-2-111-122

АДАПТИВНЫЕ ФУНКЦИИ ПРИГОДНОСТИ В ЭВОЛЮЦИОННЫХ ИГРОВЫХ МОДЕЛЯХ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ В СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

В.А. Серов[1, 2] ser_off@inbox.ru

[1] Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Российская Федерация
[2] РАНХиГС, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Разработана эволюционная вычислительная технология многокритериальной оптимизации структурно-сложных систем в условиях конфликта и неопределенности, позволяющая построить множество конфликтно-оптимальных решений с заданными свойствами. В основе предложенной вычислительной технологии лежит механизм формирования адаптивной функции пригодности, использующий обобщение ε-вариационного принципа Экланда на класс задач многокритериальной конфликтной оптимизации

Ключевые слова

Многокритериальная оптимизация, конфликт, неопределенность, эволюционная вычислительная технология, генетический алгоритм, адаптивная функция пригодности, ε-вариационный принцип Экланда

Поступила в редакцию 09.06.2016

Игровые модели управления в структурно-сложных системах (ССС) представляют собой достаточно широкий класс задач многокритериальной оптимизации в условиях конфликта и неопределенности. Особенность указанных задач заключается в том, что в основе теоретико-игрового анализа ССС лежат различные концепции конфликтного равновесия, имеющие множество интерпретаций в виде конкретных принципов оптимальности и их комбинаций в зависимости от степени конфликтности, структурной и информационной сложности решаемых задач [1–7]. Кроме того, для подобных конфликтных оптимизационных задач в большей степени, чем для известных многокритериальных задач, характерны высокая размерность пространства поиска, нелинейность, многоэкстремальность, наличие точек разрыва показателей эффективности, сложная топология области достижимых векторных оценок и области варьируемых параметров ССС и т. д.

Все перечисленные особенности предопределяют высокую вычислительную сложность решаемых задач и в сочетании с проблемой глобальной оптимизации существенно ограничивают возможности, а часто делают невозможным применение известных оптимизационных методов и алгоритмов для комплексирования принципов оптимальности и поиска конфликтно-оптимальных решений с заданными свойствами.

В настоящее время в теории и практике поисковых алгоритмов активно развиваются качественно новые подходы, основанные на принципах и механизмах, заимствованных из живой природы (Nature-Inspired Algorithms, NIA — алгоритмы, вдохновленные природой). В работах [8–14] приведены содержательные обзоры, в которых основное внимание уделено эволюционным алгоритмам многокритериальной оптимизации и показано, что они имеют неоспоримые преимущества по сравнению с классическим алгоритмами и являются эффективным и перспективным инструментом для решения сложных оптимизационных задач. Однако на основе упомянутых обзоров можно сделать вывод о том, что достигнутый уровень эволюционных вычислительных технологий не позволяет решать задачи оптимизации управления ССС в условиях конфликтных взаимодействий подсистем.

Кроме того, в практических задачах нередко к свойствам конфликтно-оптимальных решений предъявляются дополнительные требования, когда, например:

– достаточно (или необходимо, в случае отсутствия оптимальных решений) ограничиться поиском множества субоптимальных ($\boldsymbol{\varepsilon}$-эффективных, $\boldsymbol{\varepsilon}$-равновесных, $\boldsymbol{\varepsilon}$-стабильно-эффективных и т. д.) решений;

– на множестве $\boldsymbol{\varepsilon}$-оптимальных решений необходимо выделить решения, для которых чувствительность к изменению варьируемых параметров не превышает заданного уровня (обеспечивается требуемое локальное робастное качество);

– на множестве $\boldsymbol{\varepsilon}$-оптимальных решений необходимо выделить решения, обеспечивающие требуемое глобальное робастное качество на множестве допустимых значений неопределенных факторов;

– требуется исключить из множества $\boldsymbol{\varepsilon}$-оптимальных решений заведомо неприемлемые значения компонентов векторного показателя эффективности, в частности, «крайние» участки множества Парето (причем это целесообразно осуществлять в процессе поиска, что существенно сокращает временные затраты).

Поэтому разработка эволюционной вычислительной технологии многокритериальной оптимизации в условиях конфликта и неопределенности (МОУКН) представляет собой актуальное направление исследований.

В работах [12–19] рассмотрены особенности построения генетических алгоритмов МОУКН, результаты тестирования и их комплексного применения для решения ряда прикладных задач. В [20, 21] приведены формулировки и доказательства обобщений $\boldsymbol{\varepsilon}$-вариационного принципа Экланда [22, 23] на класс задач многокритериальной конфликтной оптимизации, что позволяет существенно расширить возможности эволюционных алгоритмов при поиске оптимальных решений с заданными свойствами.

Постановка задачи. Рассмотрим модель ССС в виде бескоалиционной игры:

$$\Gamma = \left\langle \mathbf{N},\ \{\mathbf{U}_i\}_{i\in\mathbf{N}},\ \{\mathbf{J}_i(\mathbf{u})\}_{i\in\mathbf{N}},\ \{\boldsymbol{\Omega}_i\}_{i\in\mathbf{N}} \right\rangle. \tag{1}$$

В (1) приняты следующие обозначения: $\mathbf{N}=\left\{\overline{1,n}\right\}$ — множество участников конфликта (подсистем); $J^{\mathrm{T}}(u)=\left[J_1^{\mathrm{T}}(u), \ldots, J_n^{\mathrm{T}}(u)\right]$ — векторный показатель эффективности ССС, где $\mathbf{J}_i(\mathbf{u}) \in \mathbf{E}^{m_i}$ — векторный целевой функционал i-го участника, определенный на декартовом произведении $\mathbf{U} = \prod_{i \in \mathbf{N}} \mathbf{U}_i \subset \mathbf{E}^r$; вектор $u^{\mathrm{T}} = \left[u_1^{\mathrm{T}}, \ldots, u_n^{\mathrm{T}}\right] \in U$ объединяет управляющие параметры (решения) $\mathbf{u}_i \in \mathbf{U}_i \subset \mathbf{E}^{r_i}$ участников; замкнутый выпуклый конус $\mathbf{\Omega}_i \subset \mathbf{E}^{m_i}$ порождает частичное отношение предпочтения на множестве достижимых векторных оценок $\mathbf{J}_i(\mathbf{U}) = \bigcup_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \mathbf{J}_i(\mathbf{u}) \subset \mathbf{E}^{m_i}$, $i \in \mathbf{N}$. Требуется определить допустимое решение $\mathbf{u}^* \in \mathbf{U}$, обеспечивающее оптимальное значение векторному показателю эффективности $\mathbf{J}(\mathbf{u}^*)$ при условиях бескоалиционного взаимодействия между участниками конфликта.

Известно, что для решения задачи (1) может быть использована концепция обобщенного равновесия (ОР) [1] (в частности, векторного равновесия по Нэшу).

Определение 1. Допустимое решение $\mathbf{u}^g \in \mathbf{U}$ называется ОР задачи (1), если для любого допустимого $\mathbf{u}_i \in \mathbf{U}_i$ имеет место:

$$\mathbf{J}_i\left(\mathbf{u}^g \| \mathbf{u}_i\right) - \mathbf{J}_i\left(\mathbf{u}^g\right) \notin \Omega_i, \quad i \in \mathbf{N}, \tag{2}$$

где вектор $\left[\mathbf{u}^g \| \mathbf{u}_i\right]^{\mathrm{T}} = \left[\mathbf{u}_1^{g\mathrm{T}}, \ldots, \mathbf{u}_{i-1}^{g\mathrm{T}}, \mathbf{u}_i^{\mathrm{T}}, \mathbf{u}_{i+1}^{g\mathrm{T}}, \ldots, \mathbf{u}_n^{g\mathrm{T}}\right]$.

Однако, как уже отмечалось, в практических приложениях часто приходится использовать понятия $\boldsymbol{\varepsilon}$-равновесности, $\boldsymbol{\varepsilon}$-эффективности, $\boldsymbol{\varepsilon}$-оптимальности в случае отсутствия равновесных решений, когда экстремумы в определении равновесных решений не достигаются на допустимом множестве, а также при поиске приближенных решений.

Определение 2. Допустимое решение $\mathbf{u}^{g\varepsilon} \in \mathbf{U}$ называется обобщенным $\boldsymbol{\varepsilon}$-равновесием ($\boldsymbol{\varepsilon}$-ОР) задачи (1), где $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} = \left[\boldsymbol{\varepsilon}_1^{\mathrm{T}}, \ldots, \boldsymbol{\varepsilon}_m^{\mathrm{T}}\right] \in \mathbf{E}^m$, $\boldsymbol{\varepsilon}_i \in \mathbf{E}^{m_i}$, $i \in \mathbf{N}$, если для любого допустимого $\mathbf{u}_i \in \mathbf{U}_i$ имеет место:

$$\mathbf{J}_i\left(\mathbf{u}^{g\boldsymbol{\varepsilon}} \| \mathbf{u}_i\right) - \left(\mathbf{J}_i\left(\mathbf{u}^{g\boldsymbol{\varepsilon}}\right) - \boldsymbol{\varepsilon}_i\right) \notin \mathbf{\Omega}_i, \; i \in \mathbf{N}. \tag{3}$$

В настоящей работе формулируются и доказываются $\boldsymbol{\varepsilon}$-вариационные принципы, что дает возможность сформировать конструктивные подходы к поиску множества обобщенных равновесий и $\boldsymbol{\varepsilon}$-равновесий задачи (1).

$\boldsymbol{\varepsilon}$–$\mathbf{\Omega}$-вариационный принцип. Рассмотрим задачу многокритериальной оптимизации вида

$$\underset{\mathbf{u} \in \mathbf{U}}{\operatorname{opt}} \left\{\mathbf{J}(\mathbf{u}) \mid \mathbf{\Omega}\right\}, \tag{4}$$

где $\mathbf{J}(\mathbf{u}) \in \mathbf{E}^m$ – векторная целевая функция; $\mathbf{U} \subseteq \mathbf{E}^r$ — множество допустимых решений; $\mathbf{\Omega}$ — замкнутый выпуклый полиэдральный конус доминирования вида

$$\mathbf{\Omega}=\left\{\mathbf{z}\in\mathbf{E}^m \,\middle|\, \mathbf{Bz}\ \leq \mathbf{0}_p\right\}, \tag{5}$$

формализующий бинарное отношение предпочтения на множестве достижимых векторных оценок $\mathbf{J}(\mathbf{U})=\bigcup\limits_{\mathbf{u}\in\mathbf{U}}\mathbf{J}(\mathbf{u})$; $\mathbf{B}=[p\times m]$ — матрица полиэдрального конуса доминирования $\mathbf{\Omega}$; $\mathbf{0}_p\in\mathbf{E}^p$ — нулевой вектор.

Определение 3. Пусть вектор $(-\boldsymbol{\varepsilon})\in\mathbf{\Omega}$. Допустимое решение $\mathbf{u}^{\varepsilon}\in\mathbf{U}$ будем называть $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\mathbf{\Omega}$-оптимальным решением задачи (4), если для любого допустимого $\mathbf{u}\neq\mathbf{u}^{\varepsilon}$ имеет место

$$\mathbf{J}(\mathbf{u})-\left(\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^{\varepsilon}\right)-\boldsymbol{\varepsilon}\right)\notin\mathbf{\Omega}. \tag{6}$$

Как следует из *определений 2, 3,* структура обобщенного $\boldsymbol{\varepsilon}$-равновесия задачи (1) такова, что для каждого участника $i\in\mathbf{N}$ решение $\mathbf{u}^{g\varepsilon}\in\mathbf{U}$ является $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\mathbf{\Omega}$-оптимальным на множестве $\left\{\mathbf{u}^{g\varepsilon}\middle\|\mathbf{U}_i\right\}=\bigcup\limits_{\mathbf{u}_i\in\mathbf{U}_i}\left\{\mathbf{u}^{g\varepsilon}\middle\|\mathbf{u}_i\right\}$. Поэтому представляется целесообразным исследование свойств $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\mathbf{\Omega}$-оптимальных решений задачи многокритериальной оптимизации вида (4), (5) и условий, которым эти решения удовлетворяют. Ключевую роль при изучении свойств $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\mathbf{\Omega}$-оптимальных решений играют следующие теоремы [23–25].

Теорема 1. Пусть $\mathbf{U}\subset\mathbf{E}^r$ — замкнутое подмножество полного метрического пространства; $\mathbf{J}(\mathbf{u})\in\mathbf{E}^m$ — векторная положительная полунепрерывная снизу функция; $\mathbf{B}=[p\times m]$ — матрица полиэдрального конуса доминирования Ω с элементами $b_{ij}\geq 0$; $d(\mathbf{u},\mathbf{v})$ — расстояние между точками $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{E}^r$. Рассмотрим $\mathbf{u}_0\in\mathbf{U}$ и $\mathbf{c}>\mathbf{0}_m\in\mathbf{E}^m$.

Определим на множестве $\mathbf{U}$ бинарное отношение предпочтения $\Re$ следующего вида:

$$\mathbf{u}^2\ \Re\ \mathbf{u}^1 \Leftrightarrow \mathbf{B}\left(\left(\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^2\right)+\mathbf{c}\,d\left(\mathbf{u}^1,\mathbf{u}^2\right)\right)-\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^1\right)\right)\leq\mathbf{0}. \tag{7}$$

Тогда: 1) существует точка $\bar{\mathbf{u}}\in\mathbf{U}$, такая, что выполняется отношение предпочтения $\bar{\mathbf{u}}\ \Re\ \mathbf{u}^0$ вида (7);

2) $\forall\mathbf{u}\in\mathbf{U},\mathbf{u}\neq\bar{\mathbf{u}}$ не выполняется отношение $\mathbf{u}\ \Re\ \bar{\mathbf{u}}$ вида (7), т. е. не выполняется система неравенств

$$\mathbf{B}\left(\left(\mathbf{J}(\mathbf{u})+cd\left(\bar{\mathbf{u}},\mathbf{u}\right)\right)-\mathbf{J}(\bar{\mathbf{u}})\right)\leq\mathbf{0}_p. \tag{8}$$

Следствием теоремы 1 является следующее.

Теорема 2 ($\boldsymbol{\varepsilon}$–$\mathbf{\Omega}$-вариационный принцип). Пусть:

1) выполнены условия теоремы 1;

2) вектор $\boldsymbol{\varepsilon}>\mathbf{0}_m$ фиксирован и $(-\boldsymbol{\varepsilon})\in\mathbf{\Omega}$;

3) $\mathbf{u}^{\varepsilon}\in\mathbf{U}$ — слабо $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\mathbf{\Omega}$-оптимальное решение задачи (4), т. е. для любого $\mathbf{v}\in\mathbf{U}$ не выполняется система неравенств

$$\mathbf{B}\left(\mathbf{J}(\mathbf{v})-\left(\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^{\varepsilon}\right)-\boldsymbol{\varepsilon}\right)\right)<\mathbf{0}_p.$$

Определим на множестве $\mathbf{U}$ бинарное отношение предпочтения $\Re$ следующего вида:

$$\mathbf{u}^2 \ \Re \ \mathbf{u}^1 \Leftrightarrow \mathbf{B}\left(\left(\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^2\right)+\mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon} d\left(\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2\right)\right)-\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^1\right)\right) \leq \mathbf{0}, \tag{9}$$

где $\mathbf{K}=\left\{k_{ij} \geq 0,\ i, j=\overline{1, m}\right\}$ — квадратная матрица.

Тогда существует $\mathbf{v}^{\varepsilon} \in \mathbf{U}$, такой, что

1) $$\mathbf{B}\left(\mathbf{J}\left(\mathbf{v}^{\boldsymbol{\varepsilon}}\right)-\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^{\boldsymbol{\varepsilon}}\right)\right) \leq \mathbf{0}_p; \tag{10}$$

2) $$d\left(\mathbf{u}^{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{v}^{\boldsymbol{\varepsilon}}\right) \leq \delta, \tag{11}$$

где

$$\delta=\max \left\{\frac{\mathbf{b}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}}{\mathbf{b}_j^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \boldsymbol{\varepsilon}},\ j=\overline{1, p}\right\}; \tag{12}$$

3) для любого $v \neq v^{\boldsymbol{\varepsilon}}$, $v \in V$ не выполняется отношение предпочтения $\mathbf{v} \ \Re \ \mathbf{v}^{\boldsymbol{\varepsilon}}$ вида (9), т. е. не выполняется система неравенств

$$\mathbf{B}\left(\left(\mathbf{J}(\mathbf{v})+\mathbf{K} \varepsilon d\left(\mathbf{v}^{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{v}\right)\right)-\mathbf{J}\left(\mathbf{v}^{\boldsymbol{\varepsilon}}\right)\right) \leq \mathbf{0}_p. \tag{13}$$

При определенных обстоятельствах неравенство (13) может стать достаточным условием $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\boldsymbol{\Omega}$-оптимальности.

Теорема 3. Пусть:

1) выполнены условия теоремы 2;

2) задана положительная диагональная матрица $\mathbf{C}=\operatorname{diag}\left(c_{ii},\ i=\overline{1, m}\right)$ с элементами

$$c_{ii}=\frac{1}{Diam\ \mathbf{U}},\quad i=\overline{1, m}, \tag{14}$$

где $Diam\ \mathbf{U}$ — диаметр множества $\mathbf{U}$;

3) $\mathbf{u}^* \in \mathbf{U}$ — допустимое решение задачи (4), такое, что для любого $\mathbf{u} \in \mathbf{U}$, $\mathbf{u} \neq \mathbf{u}^*$ не выполняется система неравенств

$$\mathbf{B}\left(\left(\mathbf{J}(\mathbf{u})+\mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}\left\|\mathbf{u}-\mathbf{u}^*\right\|\right)-\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^*\right)\right) \leq \mathbf{0}_{\mathrm{p}}. \tag{15}$$

Тогда $\mathbf{u}^*$ является $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\boldsymbol{\Omega}$-оптимальным решением задачи (4).

$\boldsymbol{\varepsilon}$–G-вариационный принцип. Исследование условий, которым удовлетворяет обобщенное $\boldsymbol{\varepsilon}$-равновесие задачи (1), а также изучение его свойств возможно на основе $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\boldsymbol{\Omega}$-вариационного принципа, являющегося следствием $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\boldsymbol{\Omega}$-вариационного принципа.

Теорема 4 ($\boldsymbol{\varepsilon}$–**G**-вариационный принцип). Пусть в постановке задачи (1) выполняются следующие условия:

1) $\mathbf{U}_i \subset \mathbf{E}^{r_i}$ — замкнутое подмножество полного метрического пространства, $i \in \mathbf{N}$;

2) $\mathbf{J}_i(\mathbf{u}) \in \mathbf{E}^{m_i}$ — векторная полунепрерывная снизу функция, $i \in \mathbf{N}$;

3) $\mathbf{B}_i = [p_i \times m_i]$ — матрица замкнутого выпуклого полиэдрального конуса доминирования $\mathbf{\Omega}_i \in \mathbf{E}^{m_i}$, $i \in \mathbf{N}$, с неотрицательными элементами $b^i_{kj} \geq 0$;

4) вектор $\boldsymbol{\varepsilon} > \mathbf{0}_m$ фиксирован, а его компоненты удовлетворяют включению $(-\boldsymbol{\varepsilon}_i) \in \mathbf{\Omega}_i$, $i \in \mathbf{N}$;

5) $\mathbf{u}^{g\varepsilon} \in \mathbf{U}$ — обобщенное $\boldsymbol{\varepsilon}$-равновесие задачи (1).

Тогда для любого $i \in \mathbf{N}$ и любой матрицы $\mathbf{K}_i = \left\{ k^i_{lj} \geq 0,\ l, j = \overline{1, m_i} \right\}$ существует допустимое решение $\mathbf{v}^{\varepsilon\mathrm{T}} = \left[\mathbf{v}_1^{\varepsilon\mathrm{T}}, \ldots, \mathbf{v}_n^{\varepsilon\mathrm{T}} \right] \in \mathbf{U}$, обладающее следующими свойствами:

1) $$\mathbf{B}_i \left(\mathbf{J}_i \left(\mathbf{u}^{g\varepsilon} \middle\| \mathbf{v}_i^{\varepsilon} \right) - \mathbf{J}_i \left(\mathbf{u}^{g\varepsilon} \right) \right) \leq \mathbf{0}_{m_i}; \tag{16}$$

2) $$d\left(\mathbf{v}^{\varepsilon}, \mathbf{u}^{g\varepsilon} \right) \leq \delta, \tag{17}$$

где

$$\delta = \sum_{i \in \mathbf{N}} \max \left\{ \frac{\mathbf{b}_j^{i\mathrm{T}} \varepsilon_i}{\mathbf{b}_j^{i\mathrm{T}} \mathbf{K}_i \varepsilon_i},\ j = \overline{1, p_i} \right\}, \tag{18}$$

$\mathbf{b}^i_j$ — вектор, образованный из j-й строки матрицы $\mathbf{B}_i$;

3) для любого $i \in \mathbf{N}$ и любого $\mathbf{v} \neq \mathbf{v}^{\varepsilon}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{U}$, не выполняется система неравенств

$$\mathbf{B}_i \left(\mathbf{J}_i \left(\mathbf{u}^{g\varepsilon} \middle\| \mathbf{v}_i \right) + \mathbf{K}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i d\left(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_i^{\varepsilon} \right) \right) - \mathbf{B}_i \mathbf{J}_i \left(\mathbf{u}^{g\varepsilon} \middle\| \mathbf{v}_i^{\varepsilon} \right) \leq \mathbf{0}_{p_i}. \tag{19}$$

Вопросы обобщения $\boldsymbol{\varepsilon}$-вариационного принципа Экланда [26, 27] на класс задач многокритериальной оптимизации исследуются также в работах [28–31]. Однако необходимо сделать следующие замечания.

1. Утверждения **теорем 1, 2** являются более общими по сравнению с результатами, приведенными в работах [28, 29], поскольку, во-первых, здесь использован более общий по сравнению с оптимальностью по Парето принцип оптимальности по конусу доминирования Ω, во-вторых, утверждения доказаны для любой матрицы $\mathbf{K} = \left\{ k_{ij} \geq 0,\ i, j = \overline{1, m} \right\}$, характеризующей требования к чувствительности компонентов векторного показателя эффективности к изменениям параметров.

2. Работы [30, 31] также обобщают $\boldsymbol{\varepsilon}$-вариационный принцип Экланда на класс многокритериальных задач. Однако результаты автора, приведенные в [23–25], опубликованы значительно раньше, чем работы [30, 31]. Кроме того, использование в [23–25] полиэдрального конуса доминирования $\mathbf{\Omega}$, а также матрицы $\mathbf{K}$, позволяет сформулировать условия оптимальности в конструктивном виде, и построить эффективные алгоритмы глобальной оптимизации, обеспечивающие поиск оптимальных решений с заданными свойствами.

3. В [23, 25] дано обобщение $\boldsymbol{\varepsilon}$-вариационного принципа Экланда на класс игровых моделей оптимизации управления в ССС (**теорема** 4 — $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\mathbf{G}$-вариационный принцип), что отсутствует в упомянутых работах зарубежных авторов.

Адаптивные функции пригодности в генетических алгоритмах. Сформулированные утверждения являются базой для построения генетических алгоритмов (ГА) МОУКН, позволяющих осуществлять поиск оптимальных решений с заданными свойствами. Основой ГА данного класса являются адаптивные функции пригодности (АФП), конструкция которых содержит в явном виде следующие параметры поиска:

• $\boldsymbol{\varepsilon}$ — степень оптимальности решений поставленной задачи (эффективности, равновесности, стабильности в зависимости от вида оптимизационной задачи);

• матрица $\mathbf{K}$ — требуемый уровень чувствительности компонентов векторного показателя эффективности к изменениям варьируемых параметров ССС;

• матрица $\mathbf{B}$ полиэдрального конуса доминирования Ω, характеризующая предпочтения проектировщика на множестве оптимальных решений;

• q — параметр, определяющий вид схемы селекции и устанавливающий баланс между стохастической и детерминированной составляющей ГА, что в конечном итоге определяет скорость сходимости ГА и степень достоверности глобально оптимального решения.

Адаптивные функции пригодности в задаче многокритериальной оптимизации. Задача решается в постановке (4). Рассмотрим текущую популяцию точек–особей (ТО) $\tilde{\mathbf{U}}(t)=\left\{\mathbf{u}^i(t)\in\mathbf{U},\ i=\overline{1,P}\right\}$, где t — номер поколения. Для каждой точки $\mathbf{u}^j(t)\in\tilde{\mathbf{U}}(t)$ формируем функцию пригодности $\Phi\left(\mathbf{u}^i(t)\right)$ по следующему правилу.

1. Фиксируем $\mathbf{u}^j(t)$. Для каждого $\mathbf{u}^i(t)$, $i=\overline{1,P}$, $i\neq j$ проверяем выполнение бинарного отношения предпочтения (9) $\mathbf{u}^i\ \mathfrak{R}\ \mathbf{u}^j$, т. е. выполнение системы неравенств (13) в виде

$$\mathbf{B}\left(\left(\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^i\right)+\mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}d\left(\mathbf{u}^j,\mathbf{u}^i\right)\right)-\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^j\right)\right)\leq\mathbf{0}. \tag{20}$$

Обозначим b_j — число точек $\mathbf{u}^i(t)$, для которых выполняется (18).

2. Вычисляем функцию пригодности в виде

$$\boldsymbol{\Phi}\left(\mathbf{u}^j(t)\right)=\frac{1}{\left(1+\dfrac{b_j(t)}{P-1}\right)^q}, \tag{21}$$

где q — параметр, определенный ранее.

Функция пригодности (21) имеет следующие свойства.

1. Максимальное значение функции пригодности $\Phi\left(\mathbf{u}^i(t)\right)=1$ достигается при $b_j(t)=0$. Это означает, что решение $\mathbf{u}^j(t)$ является оптимальным по отношению предпочтения $\mathfrak{R}$ в пределах популяций ТО.

2. Минимальное значение функции пригодности $\boldsymbol{\Phi}\left(\mathbf{u}^j(t)\right)=1/2^q$ достигается при $b_j(t)=P-1$. В этом случае решение $\mathbf{u}^j(t)$ имеет наихудшие свойства в пределах популяций ТО.

Содержательный смысл оптимальности решения $\mathbf{u}^*$ по отношению предпочтения $\mathfrak{R}$ состоит в следующем.

1. Решение $\mathbf{u}^*$ является $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\boldsymbol{\Omega}$-оптимальным.

2. Требования к чувствительности значений компонентов векторного показателя эффективности $\mathbf{J}\left(\mathbf{u}^*\right)$ удовлетворяются в соответствии с матрицей $\mathbf{K}$.

Механизмы формирования АФП в задачах многокритериальной оптимизации в условиях неопределенности, многокритериальной оптимизации в условиях конфликта, МОУКН основаны также на рассмотренных вариационных принципах и аналогичны по форме.

Заключение. Рассмотрены $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\boldsymbol{\Omega}$-вариационный и $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\mathbf{G}$-вариационный принципы, в которых сформулированы необходимые условия $\boldsymbol{\varepsilon}$–$\boldsymbol{\Omega}$-оптимальности в задаче многокритериальной оптимизации вида (4) и необходимые условия $\boldsymbol{\varepsilon}$-равновесия по конусу в бескоалиционной игровой модели оптимизации вида (1) соответственно.

На основе рассмотренных вариационных принципов разработаны методы формирования АФП в ГА, обеспечивающих адаптацию ГА по точности решения, чувствительности, конусу доминирования в многокритериальных игровых задачах.

Применение АФП в эволюционных вычислительных технологиях позволяет осуществлять поиск оптимальных решений игровых оптимизационных задач с заданными свойствами, а также существенно повысить эффективность вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Воронов Е.М.* Методы оптимизации управления многообъектными многокритериальными системами на основе стабильно-эффективных игровых решений. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 576 с.

2. *Семенов С.С., Воронов Е.М., Полтавский А.В., Крянев А.В.* Методы принятия решений в задачах оценки качества и технического уровня сложных технических систем. М.: ЛЕНАНД, 2016. 520 с.

3. *Жуковский В.И., Жуковская Л.В.* Риск в многокритериальных и конфликтных системах при неопределенности / под ред. В.С. Молоствова. М.: Едиториал УРСС, 2004. 272 с.

4. *Харшаньи Дж.* Общая теория выбора равновесия в играх. СПб.: Экономическая школа, 2001. 424 с.

5. *Гусев М.И., Куржанский А.Б.* О ситуациях равновесия в многокритериальных игровых задачах // Доклады АН СССР. 1976. Т. 229. № 6. С. 1295–1298.

6. *Моисеев Н.Н.* Математические методы системного анализа. М.: Наука, 1981. 487 с.

7. *Мулен Э.* Теория игр с примерами из математической экономики. М.: Мир, 1985. 200 с.

8. *Карпенко А.П.* Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. М.: Изд-во МГТУ им Н.Э. Баумана, 2014. 446 с.

9. *Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л.* Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. М.: Горячая линия–Телеком, 2006. 452 с.

10. *Курейчик В.В., Курейчик В.М., Родзин С.И.* Теория эволюционных вычислений. М.: Физматлит, 2012. 260 с.

11. *Ashlock D.* Evolutionary computation for modeling and optimization. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2006. 571 p.

12. *Kita E.*, ed. Evolutionary algorithms. InTech, 2011. 596 p.

13. *Dos Santos W.P.*, ed. Evolutionary computation. InTech, 2009. 582 p.

14. *Zitzler E., Deb K., Thiele L.* Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results // Evolutionary Computation. 2000. Vol. 8. No. 2. P. 173–195.
DOI: 10.1162/106365600568202 URL: http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1108876

15. *Серов В.А., Бабинцев Ю.Н., Кондаков Н.С.* Нейроуправление многокритериальными конфликтными системами. Монография. М.: МосГУ, 2011. 136 с.

16. *Серов В.А., Бабинцев Ю.Н., Чечурин А.В.* Программное средство обучения искусственных нейронных сетей на основе комплекса генетических алгоритмов многокритериальной оптимизации в условиях конфликта и неопределенности (МОНС) // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011618436 от 26.10.2011 г.

17. *Серов В.А., Хитрин В.В.* Нейрогенетическая технология многокритериальной стабилизации режима функционирования технологического процесса в условиях неопределенности // Промышленные АСУ и контроллеры. 2011. № 6. С. 38–42.

18. *Серов В.А., Хитрин В.В.* Комбинированный эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации программного режима биотехнологического процесса // Промышленные АСУ и контроллеры. 2010. № 8. С. 13–16.

19. *Серов В.А., Бабинцев Ю.Н., Чечурин А.В.* Нейроэволюционная технология многокритериальной оптимизации управления потоками данных в автоматизированной системе мониторинга в условиях конфликта и неопределенности // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. 2008. № 9. С. 65–71.

20. *Серов В.А.* Генетические алгоритмы оптимизации управления многокритериальными системами в условиях неопределенности на основе конфликтных равновесий // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2007. № 4. С. 70–80.

21. *Серов В.А.* Особенности вычислительной технологии поиска множества стабильных равновесий в коалиционной игровой модели функционирования структурно-сложной системы в условиях неопределенности // Труды Института системного анализа РАН. Динамика неоднородных систем. Т. 10. № 2. М.: КомКнига, 2006. С. 57–65.

22. *Серов В.А., Иванова Г.И., Суханова Н.И.* Исследование теоретико-игровой модели эксплуатации экосистемы с векторными целевыми функционалами участников // Вестник РУДН. Сер. Инженерные исследования. 2003. № 2. С. 99–103.

23. *Серов В.А.* Об условиях ε-оптимальности по конусу в задаче многокритериальной оптимизации // Вестник РУДН. Сер. Кибернетика. 1998. № 1. С. 49–54.

24. *Серов В.А.* О вариационном принципе в задачах многокритериальной оптимизации и принятия решений // Актуальные проблемы теории и практики инженерных исследований: Сб. науч. трудов. М.: Машиностроение, 1999. С. 18–22.

25. *Серов В.А.* ε-вариационные принципы в теоретико-игровых моделях структурно-сложных систем // Вестник РУДН. Сер. Кибернетика. 1999. № 1. С. 3–11.

26. *Ekeland I.* On the variational principle // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 1974. Vol. 47. No. 2. P. 324–353. DOI: 10.1016/0022-247X(74)90025-0
URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022247X74900250

27. *Обен Ж.-П., Экланд И.* Прикладной нелинейный анализ. М.: Мир, 1988. 512 с.

28. *Isac G.* The Ekeland principle and Pareto ε-efficiency // Multiobjective programming and goal programming: theory and applications. Ser: Lecture notes in economics and mathematical systems. Vol. 432. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1996. P. 148–163.

29. *Loridan P.* ε-solutions in vector minimization problems // JOTA. 1984. Vol. 43. No. 2. P. 265–276.

30. *Chen G.Y., Huang X.X., Hou S.H.* General Ekeland's variational principle for set-valued mappins // JOTA. 2000. Vol. 106. No. 1. P. 151–164.

31. *Zhu J., Zhong C., Cho Y.* Generalized variational principle and vector optimization // JOTA. 2000. Vol. 106. No. 1. P. 201–217.

Серов Владимир Александрович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Управление и моделирование систем» Московского технологического университета (МИРЭА) (Российская Федерация, 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 78), доцент Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации (Российская Федерация, 119571, Москва, пр-т Вернадского, д. 82).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Серов В.А. Адаптивные функции пригодности в эволюционных игровых моделях оптимизации управления в структурно-сложных системах // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2017. № 2. С. 111–122. DOI: 10.18698/0236-3933-2017-2-111-122

ADAPTIVE FITNESS FUNCTIONS IN EVOLUTIONARY GAME CONTROL OPTIMIZATION MODELS IN STRUCTURAL-COMPLICATED SYSTEMS

V.A. Serov [1, 2] ser_off@inbox.ru

[1] **Moscow Technological University (MIREA), Moscow, Russian Federation**
[2] **RANEPA, Moscow, Russian Federation**

Abstract

The purpose of this work was to develop an evolutionary computing technology of multictiteria optimization of structural-complicated systems under conditions of conflict and uncertainty. Such technology allows us to find a variety of conflict-optimal solutions with required properties. The proposed computing technology is based on the adaptive fitness function mechanism, which uses Ekeland ε-variational principle generalization in multicriteria conflict optimization problems

Keywords

Multicriteria optimization, conflict, uncertainty, evolutionary computing technology, genetic algorithm, adaptive fitness function, Ekeland ε-variational principle

REFERENCES

[1] Voronov E.M. Metody optimizatsii upravleniya mnogoob"ektnymi mnogokriterial'nymi sistemami na osnove stabil'no-effektivnykh igrovykh resheniy [Optimization methods of control on multiobject mulricriteria systems based on stable-effective game solution]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2001. 576 p.

[2] Semenov S.S., Voronov E.M., Poltavskiy A.V., Kryanev A.V. Metody prinyatiya resheniy v zadachakh otsenki kachestva i tekhnicheskogo urovnya slozhnykh tekhnicheskikh system [Decision-making technique in quality and engineering level evaluation problems in complex technical systems]. Moscow, LENAND Publ., 2016. 520 p.

[3] Zhukovskiy V.I., Zhukovskaya L.V. Risk v mnogokriterial'nykh i konfliktnykh sistemakh pri neopredelennosti [Risk in multiobjective and conflict systems under uncertainty conditions]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2004. 272 p.

[4] Harsanyi J.C. A general theory of equilibrium selection in games. MIT Press, 1988. 365 p. (Russ. ed.: Obshchaya teoriya vybora ravnovesiya v igrakh. Sankt-Petersburg, Ekonomicheskaya shkola Publ., 2001. 424 p.).

[5] Gusev M.I., Kurzhanskiy A.B. On equilibrium situations in multi-criteria game problems. *Dokl. AN SSSR,* 1976, vol. 229, no. 6, pp. 1295–1298 (in Russ.).

[6] Moiseev N.N. Matematicheskie metody sistemnogo analiza [Mathematical methods of system analysis]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 487 p.

[7] Hervé Moulin. Théorie des jeux pour l'économie et la politique. Hermann, Paris, Collection methodes, 1981. (Russ. ed.: Teoriya igr s primerami iz matematicheskoy ekonomiki. Moscow, Mir Publ., 1985. 200 p.).

[8] Karpenko A.P. Sovremennye algoritmy poiskovoy optimizatsii. Algoritmy, vdokhnovlennye prirodoy [Modern search optimization algorithms. Algorithms, inspired by nature]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014. 446 p.

[9] Rutkovskaya D., Pilin'skiy M., Rutkovskiy L. Neyronnye seti, geneticheskie algoritmy i nechetkie sistemy [Neural networks, genetic algorithms and fuzzy systems]. Moscow, Goryachaya liniya–Telekom Publ., 2006. 452 p.

[10] Kureychik V.V., Kureychik V.M., Rodzin S.I. Teoriya evolyutsionnykh vychisleniy [Evolutionary computations theory]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 260 p.

[11] Ashlock D. Evolutionary computation for modeling and optimization. Berlin, Germany, Springer-Verlag, 2006. 571 p.

[12] Kita E., ed. Evolutionary algorithms. InTech, 2011. 596 p.

[13] Dos Santos W.P., ed. Evolutionary computation. InTech, 2009. 582 p.

[14] Zitzler E., Deb K., Thiele L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results. *Evolutionary Computation*, 2000, vol. 8, no. 2, pp. 173–195. DOI: 10.1162/106365600568202 Available at: http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1108876

[15] Serov V.A., Babintsev Yu.N., Kondakov N.S. Neyroupravlenie mnogokriterial'nymi konfliktnymi sistemami [Neurocontrol on multicriteria conflict systems]. Moscow, MosGU Publ., 2011. 136 p.

[16] Serov V.A., Babintsev Yu.N., Chechurin A.V. Programmnoe sredstvo obucheniya iskusstvennykh neyronnykh setey na osnove kompleksa geneticheskikh algoritmov mnogokriterial'noy optimizatsii v usloviyakh konflikta i neopredelennosti (MONS) [Software educational tool for artificial neural networks based on complex of multicriteria optimization genetic algorithms under conditions of conflict and uncertainty (MONS)]. Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2011618436 ot 26.10.2011 g. [Computer program certificate of registration № 2011618436 dated 26.10.2011] (in Russ.).

[17] Serov V.A., Khitrin V.V. Neurogenetic technology of multicriteria stabilization of technological process operating mode under uncertainty conditions. *Promyshlennye ASU i kontrollery,* 2011, no. 6, pp. 38–42 (in Russ.).

[18] Serov V.A., Khitrin V.V. Hybrid evolutionary algorithm for multicriteria optimization of biotechnological process software mode. *Promyshlennye ASU i kontrollery*, 2010, no. 8, pp. 13–16 (in Russ.).

[19] Serov V.A., Babintsev Yu.N., Chechurin A.V. Neurogenetic technology of technological process multi-criteria stabilization under uncertainty. *Neyrokomp'yutery: razrabotka i primenenie* [Industrial Automatic Control Systems and Controllers], 2008, no. 9, pp. 65–71 (in Russ.).

[20] Serov V.A. Genetic algorithms of optimizing control of multiobjective systems under condition of uncertainty based on conflict equilibrium. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2007, no. 4, pp. 70–80.

[21] Serov V.A. Osobennosti vychislitel'noy tekhnologii poiska mnozhestva stabil'nykh ravnovesiy v koalitsionnoy igrovoy modeli funktsionirovaniya strukturno-slozhnoy sistemy v usloviyakh neopredelennosti [Features of search computational technologies of the many stable equilibriums in cooperative game model of the structural-complicated system functioning under uncertainty conditions]. *Trudy ISA RAN. Dinamika neodnorodnykh system.* T. 10. Vyp. 2 [Proceedings of ISP RAS. Geterogeneous system dynamics. Vol. 10. Iss. 2]. Moscow, Komkniga Publ., 2006, pp. 57–65.

[22] Serov V.A., Ivanova G.I., Sukhanova N.I. Investigation of ecosystem exploitation of theoretical game model with vector valued goal functional. *Vestnik RUDN. Ser. Inzhenernye issledovaniya* [RUDN Journal of Engineering Researches], 2003, no. 2, pp. 99–103 (in Russ.).

[23] Serov V.A. On conditions ε-optimality on cone in multicriteria optimization problem. *Vestnik RUDN. Ser. Kibernetika*, 1998, no. 1, pp. 49–54 (in Russ.).

[24] Serov V.A. O variatsionnom printsipe v zadachakh mnogokriterial'noy optimizatsii i prinyatiya resheniy. *Aktual'nye problemy teorii i praktiki inzhenernykh issledovaniy: Sb. nauch. trudov.* [On variational principle in multicriteria optimization and decision making problems. In: Contemporary problems of theory and practice of engineering research]. Moscow, Mashinostroenie, 1999, pp. 18–22.

[25] Serov V.A. ε-variational principles in game-theoretical problems of complex-structure systems. *Vestnik RUDN. Ser. Kibernetika*, 1999, no. 1, pp. 3–11 (in Russ.).

[26] Ekeland I. On the variational principle. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1974, vol. 47, no. 2, pp. 324–353. DOI: 10.1016/0022-247X(74)90025-0
Available at: http://www.sciencedirect. com/science/article/pii/0022247X74900250

[27] Aubin J.-P., Ekeland I. Applied nonlinear analysis. New York, Wiley. 1984 (Russ. ed.: Prikladnoy nelineynyy analiz. Moscow, Mir Publ., 1988. 512 p.).

[28] Isac G. The Ekeland principle and Pareto ε-efficiency. In: *Multiobjective programming and goal programming: theory and applications. Ser: Lecture notes in economics and mathematical systems.* Vol. 432. Berlin, Germany, Springer Verlag, 1996, pp. 148–163.

[29] Loridan P. ε-solutions in vector minimization problems. *JOTA*, 1984, vol. 43, no. 2, pp. 265–276.

[30] Chen G.Y., Huang X.X., Hou S.H. General Ekeland's variational principle for set-valued mappins. *JOTA*, 2000, vol. 106, no. 1, pp. 151–164.

[31] Zhu J., Zhong C., Cho Y. Generalized variational principle and vector optimization. *JOTA*, 2000, vol. 10, no. 1, pp. 201–217.

Serov V.A. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor of System Control and Modeling Department, Moscow Technological University (MIREA) (Vernadskiy prosp. 78, Moscow, 119454 Russian Federation), Assoc. Professor of RANEPA (Vernadskiy prosp. 82, str. 1, Moscow, 119571 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Serov V.A. Adaptive Fitness Functions in Evolutionary Game Control Optimization Models in Structural-Complicated Systems. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2017, no. 2, pp. 111–122.
DOI: 10.18698/0236-3933-2017-2-111-122