УДК 681.51 DOI: 10.18698/0236-3933-2017-1-67-74

СИНТЕЗ АСТАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОЙ ФОРМУЛЫ АККЕРМАННА

Н.Е. Зубов[1, 2] Nikolay.Zubov@rsce.ru
nezubov@bmstu.ru

Е.А. Микрин[1, 2]
В.Н. Рябченко[1, 2]

[1] ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королёва», Королёв, Московская обл., Российская Федерация
[2] МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация
Рассмотрен синтез астатического закона управления линейной системой со многими входами и многими выходами. В основе алгоритма синтеза лежит обобщенная формула регулятора Аккерманна для астатического управления. Обобщение достигнуто за счет использования специального разбиения матрицы входов и техники матричных делителей нуля

Ключевые слова
Линейная MIMO-система, формула Аккерманна, астатическое управление, матричные делители нуля

Поступила в редакцию 14.03.2016

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект №14-11-00046)

Введение. Пусть задана линейная многомерная система со многими входами и многими выходами (Multi Input Multi Output System, MIMO-система) [1, 2]

$$\dot{x}(t) = \boldsymbol{A}x(t) + \boldsymbol{B}u(t) \tag{1}$$

с астатическим законом управления

$$\dot{u}(t) = \boldsymbol{D}v(t), \tag{2}$$

обеспечивающим управление скоростью перемещения исполнительных органов. Здесь $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния системы; $u \in \mathbb{R}^r$ — вектор входа системы; $v \in \mathbb{R}^r$ — вектор внешнего управления; $\mathbb{R}$ — множество вещественных чисел.

Предполагается, что система (1) с парой матриц $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ является полностью управляемой, а матрица $\boldsymbol{D}$ — обратимой.

Требуется определить управляющую функцию

$$v(t) = -\boldsymbol{K}x(t), \tag{3}$$

такую, что замкнутая MIMO-система

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \boldsymbol{A}x(t) + \boldsymbol{B}u(t); \\ \dot{u}(t) &= \boldsymbol{DK}x(t) \end{aligned} \tag{4}$$

имеет заданный (устойчивый) характеристический полином

$$p(\lambda) = \lambda^{n+r} + p_{n+r-1}\lambda^{n+r-1} + \ldots + p_1\lambda + p_0, \quad \lambda \in \mathbb{C}, \tag{5}$$

где $\mathbb{C}$ — поле комплексных чисел.

Обобщение формулы Аккерманна. Для решения поставленной задачи применим известную *формулу Аккерманна* [3], обобщая ее на случай систем со многими входами и многими выходами по аналогии, как это сделано в работах [4, 5]. Предварительно перепишем систему (1), (2) в следующей блок-матричной форме:

$$\left(\begin{array}{c} \dot{x}(t) \\ \hline \dot{u}(t) \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \hline \boldsymbol{0}_{r\times n} & \boldsymbol{0}_{r\times r} \end{array}\right)\left(\begin{array}{c} x(t) \\ \hline u(t) \end{array}\right) + \left(\begin{array}{c} \boldsymbol{0}_{n\times m} \\ \hline \boldsymbol{D} \end{array}\right) v(t). \tag{6}$$

Нетрудно показать, что при полной управляемости пары матриц $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ и обратимости матрицы $\boldsymbol{D}$ пара матриц из (6)

$$\left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \hline \boldsymbol{0}_{r\times n} & \boldsymbol{0}_{r\times r} \end{array}\right), \left(\begin{array}{c} \boldsymbol{0}_{n\times r} \\ \hline \boldsymbol{D} \end{array}\right) \tag{7}$$

также является управляемой.

Для полной управляемости пары (7) наряду с полной управляемостью пары матриц $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ необходимо и достаточно, чтобы квадратная матрица $\boldsymbol{D} \in \mathbb{R}^{r\times r}$ порядка r имела полный ранг (была обратимой)

$$\operatorname{rank} \boldsymbol{D} = r, \tag{8}$$

и выполнялось условие [1]

$$\operatorname{rank}\left(\begin{array}{c|c|c|c} \boldsymbol{BD} & \boldsymbol{ABD} & \cdots & \boldsymbol{A}^{n-1}\boldsymbol{BD} \end{array}\right) = n. \tag{9}$$

Действительно, согласно критерию управляемости Калмана, имеем

$$\begin{gathered} \operatorname{rank}\left(\left(\begin{array}{c} \boldsymbol{0}_{n\times r} \\ \hline \boldsymbol{D} \end{array}\right) \middle| \left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \hline \boldsymbol{0}_{r\times n} & \boldsymbol{0}_{r\times r} \end{array}\right)\left(\begin{array}{c} \boldsymbol{0}_{n\times r} \\ \hline \boldsymbol{D} \end{array}\right) \middle| \cdots \middle| \left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \hline \boldsymbol{0}_{r\times n} & \boldsymbol{0}_{r\times r} \end{array}\right)^{n+r-1}\left(\begin{array}{c} \boldsymbol{0}_{n\times r} \\ \hline \boldsymbol{D} \end{array}\right)\right) = \\ = \operatorname{rank}\left(\begin{array}{c|c|c|c} \boldsymbol{0}_{n\times r} & \boldsymbol{BD} & \cdots & \boldsymbol{A}^{n-1}\boldsymbol{BD} \\ \hline \boldsymbol{D} & \boldsymbol{0}_{r\times r} & \cdots & \boldsymbol{0}_{r\times r} \end{array}\right) = \\ = \operatorname{rank} \boldsymbol{D} + \operatorname{rank}\left(\begin{array}{c|c|c|c} \boldsymbol{BD} & \boldsymbol{ABD} & \cdots & \boldsymbol{A}^{n-1}\boldsymbol{BD} \end{array}\right) = r + n. \end{gathered} \tag{10}$$

Рассмотрим характеристический полином матрицы

$$\left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \hline \boldsymbol{0}_{r\times n} & \boldsymbol{0}_{r\times r} \end{array}\right). \tag{11}$$

В силу структуры матрицы (11) он равен полиному

$$f(\lambda) = \lambda^r \det\left(\lambda \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A}\right), \tag{12}$$

где

$$\det\left(\lambda \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A}\right) = \lambda^n + f_{n-1}\lambda^{n-1} + \ldots + f_1\lambda + f_0. \tag{13}$$

Введем разбиение матрицы $\boldsymbol{D}$ следующего вида:

$$\boldsymbol{D} = \left(D \,\middle|\, \mathbf{d}\right) = \left(\mathbf{d}_1 \quad \mathbf{d}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{d}_{r-1} \,\middle|\, \mathbf{d}_r\right) \in \mathbb{R}^{r\times r}, \tag{14}$$

$$D = \left(\mathbf{d}_1 \quad \mathbf{d}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{d}_{r-1}\right), \ \mathbf{d} = \mathbf{d}_r,$$

и вычислим делитель нуля максимального ранга $D^{\perp}$ [6]. В таком случае его ранг всегда не превосходит 1, т. е. делитель нуля является вектором-строкой. Тогда делитель нуля максимального ранга матрицы

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0}_{n\times r} \\ \hline \boldsymbol{D} \end{pmatrix} \tag{15}$$

будет равен

$$\left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{I}_n & \mathbf{0}_{n\times n} \\ \hline \mathbf{0}_{1\times n} & D^{\perp} \end{array}\right). \tag{16}$$

Действительно, вычисляя произведение матриц

$$\left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{I}_n & \mathbf{0}_{n\times n} \\ \hline \mathbf{0}_{1\times n} & D^{\perp} \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{n\times r} \\ \hline \boldsymbol{D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{n\times r} \\ \hline \mathbf{0}_{r\times r} \end{pmatrix},$$

определяем произведение матриц

$$\begin{aligned} &\left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{I}_n & \mathbf{0}_{n\times n} \\ \hline \mathbf{0}_{1\times n} & D^{\perp} \end{array}\right)\left(\omega \boldsymbol{I}_{n+r} - \left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \hline \mathbf{0}_{r\times n} & \mathbf{0}_{r\times r} \end{array}\right)\right) = \left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{I}_n & \mathbf{0}_{n\times n} \\ \hline \mathbf{0}_{1\times n} & D^{\perp} \end{array}\right)\left(\begin{array}{c|c} \omega \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \hline \mathbf{0}_{r\times n} & \omega \boldsymbol{I}_r \end{array}\right) = \\ &= \left(\begin{array}{c|c} \omega \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \hline \mathbf{0}_{1\times n} & \omega D^{\perp} \end{array}\right). \end{aligned} \tag{17}$$

Следовательно, управляющая функция (3), обеспечивающая замкнутой MIMO-системе характеристический полином (5), будет иметь вид

$$v(t) = -\begin{pmatrix} \mathbf{K} \\ \hline \mathbf{k}^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} x(t), \tag{18}$$

где

$$\begin{aligned} &\mathbf{K} = \left(\mathbf{K}_1 \,\middle|\, \mathbf{K}_2\right) = \\ &= \left(\Theta_1 \,\middle|\, \Theta_2\right)\left(\begin{array}{c|c} \omega \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \hline \mathbf{0}_{1\times n} & \omega D^{\perp} \end{array}\right) = \left(\Theta_1\left(\omega \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A}\right) \,\middle|\, \Theta_1 \boldsymbol{B} + \omega \Theta_2 D^{\perp}\right); \end{aligned} \tag{19}$$

$$\mathbf{k}^{\mathrm{T}}=\left(\mathbf{k}_1^{\mathrm{T}}\;\middle|\;\mathbf{k}_2^{\mathrm{T}}\right)=\left(0\;\vdots\;\cdots\;\vdots\;0\;\vdots\;1\right)\cdot\Omega_C^{-1}\cdot\Xi; \tag{20}$$

$$\begin{gathered}\Omega_C=\left(\left(\begin{array}{c}\mathbf{0}_{n\times1}\\ \hline \mathbf{d}\end{array}\right)\;\vdots\;\left(\begin{array}{c|c}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}\\ \hline D\Theta_1\left(\omega\boldsymbol{I}_n-\boldsymbol{A}\right) & \Theta_1\boldsymbol{B}+\omega\Theta_2D^{\perp}\end{array}\right)\left(\begin{array}{c}\mathbf{0}_{n\times1}\\ \hline \mathbf{d}\end{array}\right)\;\vdots\;\cdots\right.\\ \left.\cdots\;\vdots\;\left(\begin{array}{c|c}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}\\ \hline D\Theta_1\left(\omega\boldsymbol{I}_n-\boldsymbol{A}\right) & \Theta_1\boldsymbol{B}+\omega\Theta_2D^{\perp}\end{array}\right)^{n+r-1}\left(\begin{array}{c}\mathbf{0}_{n\times1}\\ \hline \mathbf{d}\end{array}\right)\right);\end{gathered} \tag{21}$$

$$\begin{gathered}\Xi=\left(\begin{array}{c|c}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}\\ \hline D\Theta_1\left(\omega\boldsymbol{I}_n-\boldsymbol{A}\right) & \Theta_1\boldsymbol{B}+\omega\Theta_2D^{\perp}\end{array}\right)^{n+r}+\\ +p_{n+r-1}\left(\begin{array}{c|c}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}\\ \hline D\Theta_1\left(\omega\boldsymbol{I}_n-\boldsymbol{A}\right) & \Theta_1\boldsymbol{B}+\omega\Theta_2D^{\perp}\end{array}\right)^{n+r-1}+\\ +\ldots+p_1\left(\begin{array}{c|c}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}\\ \hline D\Theta_1\left(\omega\boldsymbol{I}_n-\boldsymbol{A}\right) & \Theta_1\boldsymbol{B}+\omega\Theta_2D^{\perp}\end{array}\right)^{n+r}+p_0\boldsymbol{I}_{n+r}.\end{gathered} \tag{22}$$

Здесь матрица полного ранга $\Theta=\left(\Theta_1\;\vdots\;\Theta_2\right)$ и скаляр ω являются произвольными величинами, кроме того, величина ω не совпадает с каким-либо собственным числом матрицы

$$\left(\begin{array}{c|c}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}\\ \hline \mathbf{0}_{r\times n} & \mathbf{0}_{r\times r}\end{array}\right). \tag{23}$$

Формулы (18)–(22) представляют собой аналитический закон астатического управления — *обобщенную формулу Аккерманна для астатического управления*.

Числовой пример. Пусть в уравнениях (1), (2) имеют место матрицы

$$\boldsymbol{A}=\left(\begin{array}{c|c|c}0 & 1 & 0\\ \hline 0 & 0 & 0\\ \hline 0 & 0 & 0\end{array}\right),\quad \boldsymbol{B}=\left(\begin{array}{c|c}0 & 0\\ \hline 1 & 0\\ \hline 0 & 1\end{array}\right),\quad \boldsymbol{D}=\boldsymbol{I}_2, \tag{24}$$

и пусть требуется обеспечить замкнутой астатическим законом управления системе характеристический полином вида

$$p(\lambda)=\lambda^5+5\lambda^4+10\lambda^3+10\lambda^2+5\lambda+1. \tag{25}$$

Это соответствует случаю, когда все собственные значения матрицы

$$\left(\begin{array}{c|c}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}\\ \hline -\boldsymbol{D}\mathbf{K}_1-\mathbf{d}\mathbf{k}_1^{\mathrm{T}} & -\boldsymbol{D}\mathbf{K}_2-\mathbf{d}\mathbf{k}_2^{\mathrm{T}}\end{array}\right) \tag{26}$$

(полюсы замкнутой системы) равны –1.

Отметим, что все собственные значения матрицы (23) (полюсы исходной системы) равны 0:

$$f(\lambda) = \lambda^5. \tag{27}$$

При этом их алгебраическая кратность равна 6, а геометрическая — 4, т. е. матрица (11) с матрицей $\boldsymbol{A}$ из (24) содержит четыре жордановых клетки [7] (одну размером 2×2 и четыре размером 1×1).

Введем следующее разбиение матрицы $\boldsymbol{D}$ (24):

$$\boldsymbol{D} = \left(D \mid \mathbf{d} \right) = \left(\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right). \tag{28}$$

Тогда делитель нуля $D_L^{\perp}$ можно записать так

$$D^{\perp} = \left(0 \mid 1 \right), \tag{29}$$

при этом матрица (19) будет равна

$$\mathbf{K} = \left(\mathbf{K}_1 \mid \mathbf{K}_2 \right) = \left(\omega\Theta_{11} \mid \omega\Theta_{12} - \Theta_{11} \mid \omega\Theta_{13} \mid -\Theta_{12} \mid \omega\Theta_{14} - \Theta_{13} \right), \tag{30}$$

где Θ_{ij}, ω — произвольные элементы с учетом приведенного выше замечания.

Для простоты предположим

$$\omega = 1, \quad \Theta = \left(1 \mid 1 \mid 1 \mid 1 \right), \tag{31}$$

тогда матрица (30) будет равна

$$\mathbf{K} = \left(\mathbf{K}_1 \mid \mathbf{K}_2 \right) = \left(1 \mid 0 \mid 1 \mid 0 \mid -1 \right), \tag{32}$$

а вектор (20) —

$$\mathbf{k}^{\mathrm{T}} = \left(\mathbf{k}_1^{\mathrm{T}} \mid \mathbf{k}_2^{\mathrm{T}} \right) = \left(15 \mid 1 \mid 16 \mid -25 \mid 6 \right). \tag{33}$$

С помощью непосредственных вычислений можно убедиться, что закон управления (18) с матрицами (32), (33)

$$v(t) = -\left(\begin{array}{c} \mathbf{K} \\ \hline \mathbf{k}^{\mathrm{T}} \end{array} \right) x(t) = -\left(\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ \hline 15 & 1 & 16 & -25 & 6 \end{array} \right) x(t)$$

обеспечивает матрице (26) характеристический полином (25).

Отметим, что, если в соответствии с постановкой задачи желательно обеспечить сохранение исходного характеристического полинома системы (27), то в таком случае это будут обеспечивать матрица (32) и

$$\mathbf{k}^{\mathrm{T}} = \left(\mathbf{k}_1^{\mathrm{T}} \mid \mathbf{k}_2^{\mathrm{T}} \right) = 0{,}5\left(-1 \mid -1 \mid -1 \mid 1 \mid 0 \right),$$

т. е.

$$v(t) = -\left(\begin{array}{c} \mathbf{K} \\ \hline \mathbf{k}^{\mathrm{T}} \end{array} \right) x(t) = -\left(\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right) x(t).$$

Осуществить численный синтез астатического закона обратной связи MIMO-системы можно с помощью элементарной модификации функции ***acker*** программного продукта *Matlab*.

Отметим также, что изменение значений в параметрах (31) будет приводить к формированию других астатических законов, которые также обеспечивают замкнутой системе полином (25).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kailath T.* Linear systems. New Jersey: Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1980. 682 p.
2. *Zhou K.* Essentials of robust control. New Jersey: Prentice Hall, 1998. 425 p.
3. *Дорф Р., Бишоп Р.* Современные системы управления / пер. с англ. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2004. 832 с.
4. *Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н.* Модальный синтез управления энергосистемой на основе обобщенной формулы Аккерманна // Автоматика 2008: Доклады XV международной конференции по автоматическому управлению. Т. 1. Одесса: ОНМА, 2008. С. 362–365.
5. *Синтез* стабилизирующего управления космическим аппаратом на основе обобщенной формулы Аккерманна / Е.А. Воробьева, Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов, В.Н. Рябченко, С.Н. Тимаков // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 1. С. 116–126.
6. *Терминальное* релейно-импульсное управление линейными стационарными динамическими системами / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов, А.С. Олейник, В.Н. Рябченко // Известия РАН. Теория и системы управления. 2014. № 3. С. 134–149.
7. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1967. 576 с.

Зубов Николай Евгеньевич — д-р техн. наук, заместитель руководителя по науке научно-технического центра ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва» (Российская Федерация, 141070, Королёв, Московская обл., ул. Ленина, д. 4-а), профессор кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Микрин Евгений Анатольевич — д-р техн. наук, академик РАН, генеральный конструктор ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва» (Российская Федерация, 141070, Королёв, Московская обл., ул. Ленина, д. 4-а), заведующий кафедрой «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Рябченко Владимир Николаевич — д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник научно-технического центра ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва» (Российская Федерация, 141070, Королёв, Московская обл., ул. Ленина, д. 4-а), профессор кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н. Синтез астатического управления линейной системой на основе обобщенной формулы Аккерманна // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2017. № 1. С. 67–74. DOI: 10.18698/0236-3933-2017-1-67-74

SYNTHESIS OF ASTATIC LINEAR SYSTEMS CONTROL BASED ON GENERALIZED ACKERMANN'S FORMULA

N.E. Zubov[1, 2] Nikolay.Zubov@rsce.ru nezubov@bmstu.ru

E.A. Mikrin[1, 2]
V.N. Ryabchenko[1, 2]

[1] S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Moscow Region, Russian Federation
[2] Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract
The main purpose of the article was to examine the synthesis of astatic law of linear multiple-input and output system control. The synthesis algorithm hinges upon the generalized formula of Ackermann's controller for astatic control. Generalization is achieved by using an input matrix special partition and the use of matrix zero divisors technique

Keywords
Linear MIMO-system, Ackermann's formula, astatic control, matrix zero divisors

REFERENCES

[1] Kailath T. Linear systems. New Jersey, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1980. 682 p.

[2] Zhou K. Essentials of robust control. New Jersey, Prentice Hall, 1998. 425 p.

[3] Dorf R.C., Bishop R.H. Modern control systems. Addison-Wesley (Russ. ed.: Sovremennye sistemy upravleniya. Moscow, Laboratoriya Bazovykh Znaniy Publ., 2004. 832 p.).

[4] Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. Modular synthesis of power system control using generalized Ackermann's formula. *Avtomatika 2008: doklady XV mezhdunarodnoy konferentsii po avtomaticheskomu upravleniyu. T. 1* [Automatics 2008: Proc. XV int. conf. on automatic control. Vol. 1]. Odessa, ONMA Publ., 2008, pp. 362–365 (in Russ.).

[5] Vorob'yeva E.A., Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Timakov S.N. Synthesis of stabilizing spacecraft control based on generalized Ackermann's formula. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2011, vol. 50, no. 1, pp. 93–103. Available at: http://link.springer.com/article/10.1134/S1064230711060189
DOI: 10.1134/S1064230711010199

[6] Zubov N.E., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Oleynik A.S., Ryabchenko V.N. Terminal bang-bang impulsive control of linear time invariant dynamic systems. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2014, vol. 53, no. 3, pp. 430–444.
Available at: http://link.springer.com/article/10.1134%2FS1064230714030174
DOI: 10.1134/S1064230714030174

[7] Gantmakher F.R. Teoriya matrits [Matrix theory]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 576 p.

Zubov N.E. — Dr. Sci. (Eng.), Deputy Director for Science, Research and Development Centre, S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia (Lenina ul. 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation), Professor of Automatic Control System Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Mikrin E.A. — Dr. Sci. (Eng.), Academician of the Russian Academy of Sciences, General Designer of S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia (Lenina ul. 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation), Head of Automatic Control System Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Ryabchenko V.N. — Dr. Sci. (Eng.), Leading Researcher, Research and Development Centre, S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia (Lenina ul. 4-a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation), Professor of Automatic Control System Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Zubov N.E., Mikrin E.A., Ryabchenko V.N. Synthesis of Astatic Linear Systems Control Based on Generalized Ackermann's Formula. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2017, no. 1, pp. 67–74. DOI: 10.18698/0236-3933-2017-1-67-74