

СИНТЕЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СХЕМЫ КОСТАСА

На основе теории нелинейной оптимальной фильтрации выполнен синтез системы синхронизации, построенной по схеме Костаса. Получена двухконтурная система, содержащая прямой (информационный) и квадратурный каналы, а также корректирующий фильтр в цепи обратной связи и каналные фильтры. Создана имитационная модель. Проведен анализ работы схемы Костаса. Выявлены основные факторы, влияющие на вероятность срыва слежения за фазой, и предложены способы их уменьшения.

E-mail: shakhtarin@mail.ru; fomenko_alexey@mail.ru

Синтез схемы Костаса. В качестве критерия оптимальности будем использовать критерий максимума апостериорной вероятности сообщения. В практических расчетах апостериорная плотность распределения вероятности (ПРВ) предполагается гауссовой.

Рассмотрим частный случай, когда на входе системы присутствует сигнал с 2-ФМ манипуляцией:

$$x(t) = s(t, \varphi, \alpha) + n(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \alpha\pi] + n(t), \quad (1)$$

где α принимает значение 0 или 1. Таким образом, здесь сигналы $s_1(t)$ и $s_2(t)$ определяются равенствами

$$s_1(t, \varphi) = -s_2(t, \varphi) = A_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t)].$$

Функция Стратоновича имеет вид [1]

$$F_1(t, \varphi) = \frac{2A_0}{N_0} x(t) \cos[\omega_0 t + \varphi] = -F_2(t, \varphi).$$

Поэтому уравнения схемы Костаса определяются как

$$\frac{d\hat{\varphi}}{dt} + \frac{2A_0}{N_0} \sigma_{\hat{\varphi}}^2 z x(t) \sin[\omega_0 t + \hat{\varphi}] = 0;$$

$$\frac{d\sigma_{\hat{\varphi}}^2}{dt} = \frac{N_{\varphi}}{2} - \sigma_{\hat{\varphi}}^4 z \frac{2A_0}{N_0} x(t) \cos[\omega_0 t + \hat{\varphi}] = \frac{N_{\varphi}}{2} - \sigma_{\hat{\varphi}}^4 z F_1(t, \hat{\varphi}); \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = -z + (1 - z^2) \left(1 - \frac{1}{2} \sigma_{\hat{\varphi}}^2\right) \frac{2A_0}{N_0} x(t) \cos[\omega_0 t + \hat{\varphi}] =$$

$$= -z + (1 - z^2) \left(1 - \frac{1}{2} \sigma_{\hat{\varphi}}^2\right) F_1(t, \hat{\varphi}),$$

при этом $1 - z^2 \geq 0$.

Отметим, что при

$$z = \text{th} \left[\int_{t_k}^t F_1(t, \hat{\varphi}) d\hat{\varphi} \right]$$

структурная схема алгоритма (рис. 1) практически совпадает со схемой приемника, оптимального по критерию максимума апостериорной вероятности (МАВ), и при $\text{th } x \approx x$ (при слабых сигналах) выродается в схему Костаса.

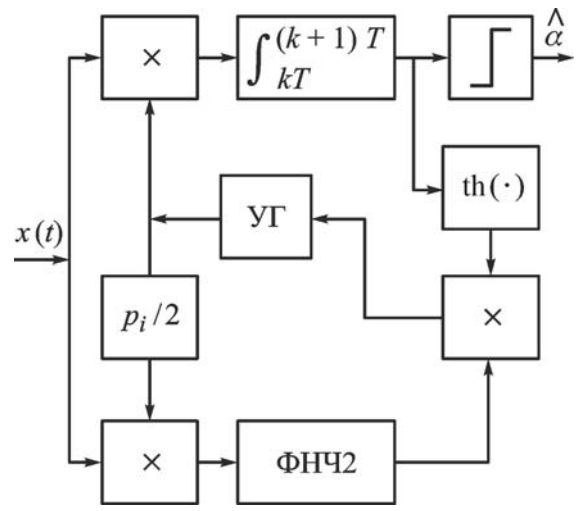


Рис. 1. Схема Костаса

Найдем стационарное значение дисперсии оценки в виде

$$\sigma_{\hat{\varphi}}^2 = \sqrt{N_{\varphi} / (2\bar{z}\bar{F}_1)},$$

где \bar{z} — стационарное решение третьего уравнения (2).

Пренебрегая второй гармоникой, получаем

$$\bar{F}_1 \approx \frac{2A_0^2}{N_0} \cos[\omega_0 t + \varphi + \alpha\pi] \cos[\omega_0 t + \hat{\varphi}] \cong \frac{A_0^2}{N_0} \cos[\varphi - \hat{\varphi}] \cos[\alpha\pi].$$

Полагая $\alpha = 0$, а синхронизацию совершенной, когда $\varphi - \hat{\varphi} \approx 0$, получаем

$$\bar{F}_1 \approx \frac{A_0^2}{N_0}.$$

Тогда значение дисперсии определится выражением

$$\sigma_{\hat{\varphi}}^2 = \sqrt{N_0 N_{\varphi} / (2A_0^2 z)}.$$

Полагая $C = (1 - 0,5\sigma_{\hat{\varphi}}^2)$, $\bar{F}_1 = (A_0^2/N_0) (1 - 0,5\sigma_{\hat{\varphi}}^2) = q(1 - 0,5\sigma_{\hat{\varphi}}^2)$, находим стационарное значение \bar{z} из квадратного уравнения

$$\bar{z}^2 + \frac{1}{C}\bar{z} - 1 = 0.$$

При ОСШ $q \rightarrow \infty$ находим $\bar{z} = \pm 1$, также $z = \text{th}(\pm q)$ при $q_1 \gg 2$.

Структурная схема приемника сигналов фазовой телеграфии (2-ФМ) принимает вид, приведенный на рис. 2, где Φ_z — формирователь z , ФД — фазовый детектор, СД — синхронный детектор, ФАП — фазовая автоподстройка частоты, $a_1 = (2A_0/N_0) \sigma_{\hat{\varphi}}^2$.

Как следует из рис. 2, схема приемника характеризуется обратной связью по решению: на ФАП подается решающая функция $z = z(t)$. Схема, приведенная на рис. 1, также называется схемой Костаса.

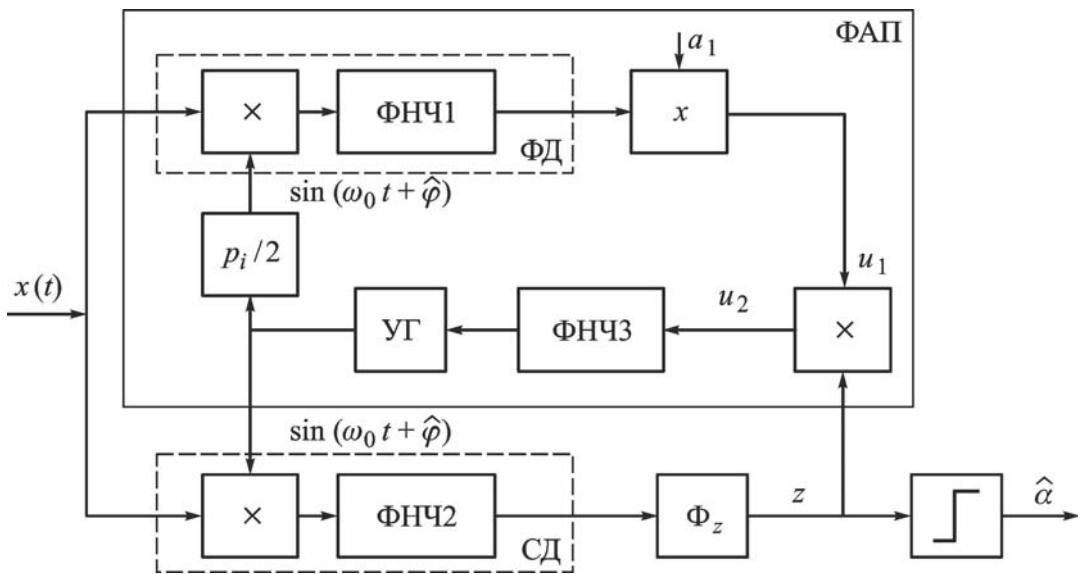


Рис. 2. Структурная схема Костаса

При большом ОСШ по (2) в стационарном режиме находим

$$\bar{z} \cong b_0 \bar{F}_1 = \frac{A_0^2}{N_0} b_0 \cos[\alpha\pi] = b_1 \cos[\varphi - \hat{\varphi}] \cos[\alpha\pi].$$

На входе первого умножителя в верхней ветви (см. рис. 2) получим

$$x(t) \sin[\omega_0 t + \hat{\varphi}] \approx A_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \alpha\pi] \sin[\omega_0 t + \hat{\varphi}].$$

Пренебрегая второй гармоникой, находим

$$\begin{aligned} x(t) \sin[\omega_0 t + \hat{\varphi}] &\approx \\ &= \frac{A_0}{2} \sin[\varphi - \hat{\varphi}] \cos[\alpha\pi]. \end{aligned}$$

После второго умножителя (на a_1) в верхней ветви напряжение

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{A_0}{2} a_1 \sin[\varphi - \hat{\varphi}] \cos[\alpha\pi] = \\ &= b_2 \sin[\varphi - \hat{\varphi}] \cos[\alpha\pi]. \end{aligned}$$

Таким образом, на выходе правого умножителя находим напряжение

$$u_2 = u_1 \bar{z} = (b_1 b_2 / 2) \sin[2(\varphi - \hat{\varphi})] \cos^2[\alpha\pi].$$

Следовательно, на входе УГ формируется напряжение со снятой манипуляцией. В то же время на выходе нижней ветви при $\varphi - \hat{\varphi} \approx 0$ (при совершенной синхронизации) формируется информационное сообщение

$$\bar{z} = b_1 \cos[\alpha\pi]; \quad \alpha = 0 \vee 1.$$

Моделирование схемы Костаса. На основе полученной структурной схемы Костаса (см. рис. 2) авторами была создана имитационная модель (рис. 3).

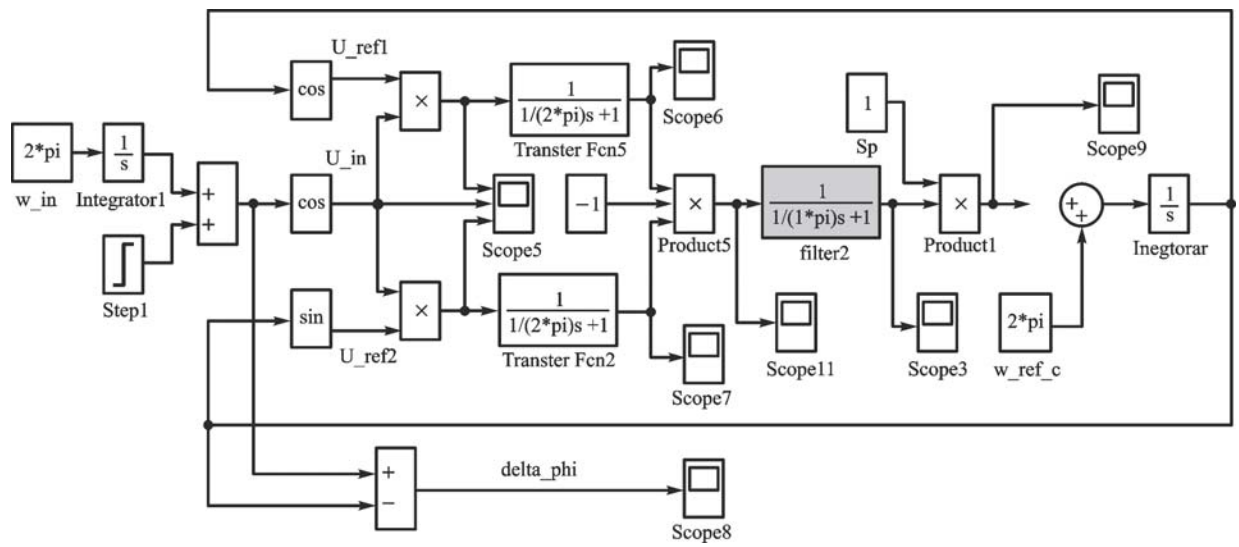


Рис. 3. Имитационная модель схемы Костаса

Используя разработанную имитационную модель, выполнили моделирование схемы при следующих условиях работы:

- на вход системы подавался сигнал с частотой несущей $f_H = 100$ кГц и начальной фазой, изменяющейся по параболическому закону,

$$y(t_k) = \cos(\omega_H t + \varphi_k),$$

$$\varphi_k = \varphi_0 + at_k + bt_k^2,$$

где $\omega_H = 2\pi f_H$ — циклическая частота несущего колебания, φ_k — текущее значение фазы входного сигнала, a и b — коэффициенты, определяемые моделью движения объекта, а φ_0 — случайная величина, изменяющаяся в интервале $[-\pi; \pi]$;

- отношение сигнал/шум на входе 5 дБ;
- передаточная характеристика фильтра $K_\Phi(p)$ в цепи обратной связи ФАП была выбрана, исходя из обеспечения третьего порядка астатизма системы слежения [2]:

$$K_\Phi(p) = K_\Phi \frac{(1 + T_\Phi p)^2}{p^2},$$

где K_Φ — коэффициент усиления фильтра, T_Φ — постоянная времени фильтра.

На рис. 4 приведены фазы входного ($\varphi_{вх}$) и реализаций опорного ($\varphi_{оп}$) сигналов традиционной схемы ФАП при ОСШ на входе 5 дБ, постоянная времени фильтра равна $T_\Phi = 200/f_H$.

В процессе моделирования было установлено, что из-за наличия шума на входе схемы срывы слежения происходят с вероятностью 52%. Для устранения этого явления следует расширить полосу фильтра.

На рис. 5 показана работа традиционной схемы ФАП с фильтром с более широкой полосой ($T_\Phi = 140/f_H$). Вероятность срыва слежения

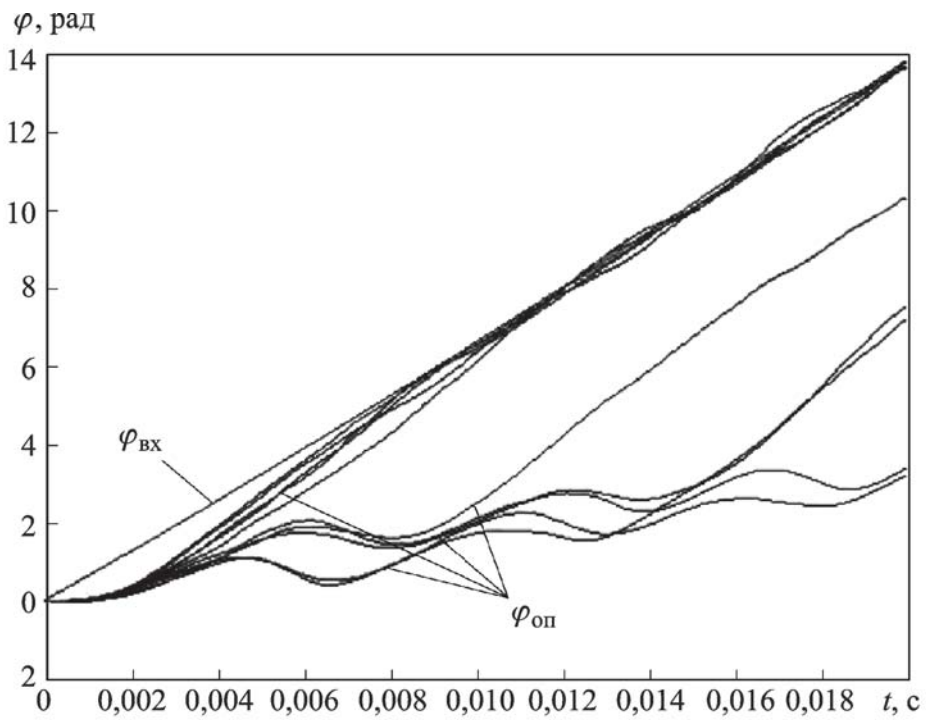


Рис. 4. Фазы входного ($\varphi_{вх}$) и реализации опорного ($\varphi_{оп}$) сигналов

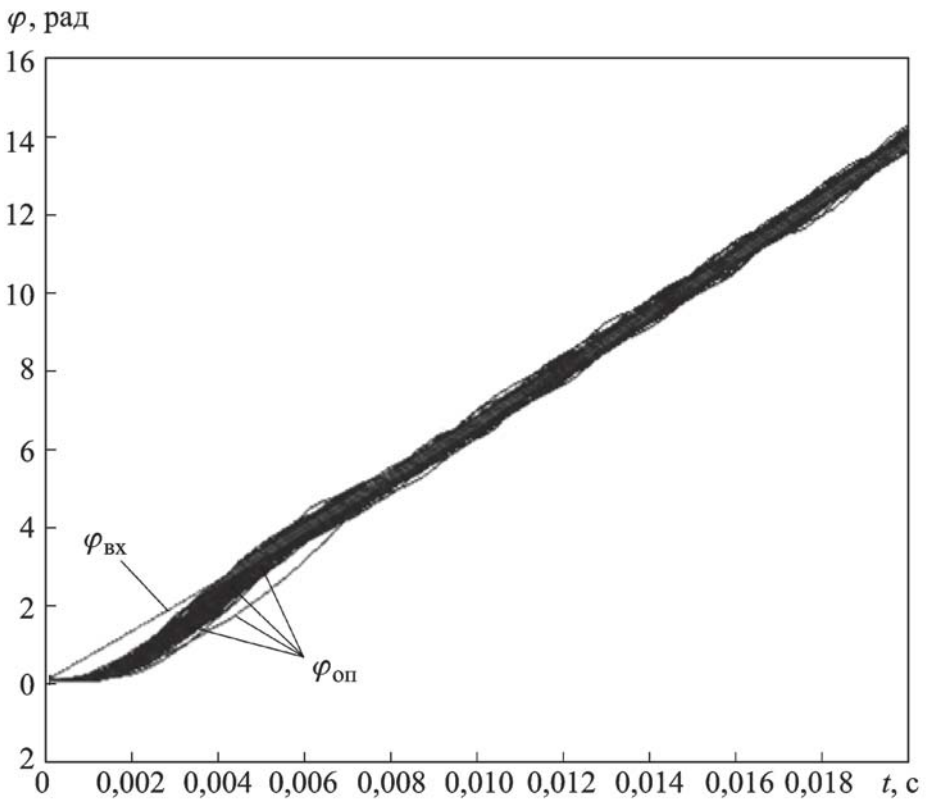


Рис. 5. Иллюстрация работы традиционной схемы ФАП

за фазой теперь составляет менее 1 %, однако флуктуационная ошибка слежения увеличилась примерно в 2 раза по сравнению с предыдущим случаем.

Заключение. Проведен синтез системы синхронизации, построенной по схеме Костаса. При синтезе использована теория нелинейной оптимальной фильтрации, развитая в работах Р.Л. Стратоновича и В.И. Тихонова. В качестве сигнала используется несущее колебание,

2-ФМ модулированное псевдослучайной последовательностью, имеющее случайную начальную фазу. Также учитывается присутствие аддитивного белого гауссового шума в канале приема.

В результате синтеза получена двухконтурная система, содержащая прямой (информационный) и квадратурный каналы, а также корректирующий фильтр в цепи обратной связи и каналные фильтры. На основе полученной структурной схемы Костаса авторами создана имитационная модель. Проверка модели проводилась в графической программной среде Simulink, входящей в пакет прикладных программ MATLAB 7.0.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ш а х т а р и н Б. И. Фильтры Винера и Калмана. – М.: Гелиос АРВ, 2008. – 408 с.
2. Г Л О Н А С С. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Петрова, В.Н. Харисова. – М.: Радиотехника, 2005.

Статья поступила в редакцию 24.12.2011

Борис Ильич Шахтарин родился в 1933 г., окончил в 1958 г. Ленинградскую Военно-воздушную инженерную академию им. А.Ф. Можайского и в 1968 г. ЛГУ. Д-р техн. наук, профессор МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат Государственной премии СССР, заслуженный деятель науки и техники РФ. Автор более 200 научных работ, в том числе 4 книг, в области анализа и синтеза систем обработки сигналов.



B.I. Shakhtarin (b. 1933) graduated from the Leningrad Air Force Engineering Academy n.a. A. F. Mozhaysky in 1958 and from Leningrad State University in 1968. D. Sc. (Eng.), professor of the Bauman Moscow State Technical University. USSR State Prize winner, RF Honoured Worker of Science and Technology. Author of more than 200 publications, among them 4 books, in the field of analysis and synthesis of signal processing systems.

Алексей Юрьевич Фоменко родился в 1986 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2009 г. Аспирант кафедры “Автономные информационно-управляющие системы”. Специализируется в области систем фазовой автоподстройки частоты, комплексированных навигационных систем для высокодинамичных объектов.



A.Yu. Fomenko (b. 1986) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2009. Post-graduate of “Autonomous Information and Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of phase-locked loop systems, integrated navigational systems for highly dynamical objects.