

# МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ, ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

УДК 519.213:535.421

## ОДНОМЕРНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИФРАКЦИОННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ ОТ БИНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО ФАЗОВОГО ТРАНСПАРАНТА

**М.В. Колесников, Н.Е. Трофимов**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: kolesnicov@gmail.com; ntrofimov@bmstu.ru

*Исследованы особенности дифракционного распределения в дальней зоне от бинарного случайного фазового транспаранта как элемента систем оптической обработки информации. Получены аналитические выражения, описывающие одномерные плотности вероятности для распределений амплитуды, фазы и интенсивности. Показан неоднородный характер данных случайных распределений. Для интенсивности приведены зависимости математического ожидания и дисперсии от координат. Проведено численное моделирование, результаты которого согласуются с полученными выражениями. Найденные соотношения могут быть использованы для количественной оценки показателей качества оптических методов, предназначенных для шифрования и сокрытия информации.*

**Ключевые слова:** бинарная случайная фазовая маска, оптическое преобразование Фурье, плотность вероятности, комплексная амплитуда, случайное поле.

## ONE-DIMENSIONAL STATISTICAL CHARACTERISTICS OF BINARY RANDOM PHASE MASK IN THE FAR-FIELD DIFFRACTION PATTERN

**M.V. Kolesnikov, N.E. Trofimov**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: kolesnicov@gmail.com; ntrofimov@bmstu.ru

*The article describes some features of the far-field diffraction pattern from a binary random phase mask as an element of the optical information processing systems. Analytical expressions for one-dimensional probability density distributions of the amplitude, phase, and intensity are defined. The nonuniform character of these random distributions is shown. Both intensity expectation and variance dependences on the coordinates are obtained. Numerical simulation results are consistent with the obtained expressions. The expressions can be used for quality rating assessment of the optical methods for encryption and information hiding.*

**Keywords:** binary random phase masks, optical Fourier transform, probability density, complex amplitude, random field.

**Введение.** Развитие информационных технологий приводит к необходимости разработки новых методов обеспечения безопасности передачи и хранения информации, в том числе реализуемых с помощью

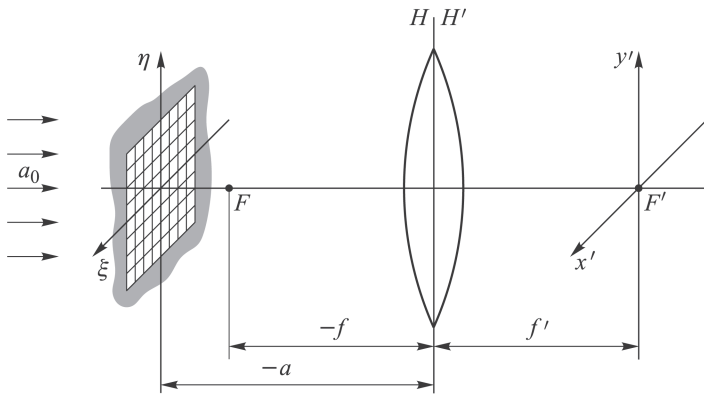
оптических средств [1]. Существующие оптические методы [2] позволяют решать задачи шифрования и сокрытия информации, заданной в параметрах оптического сигнала (амплитуде, фазе), с высокой скоростью обработки данных. В комплекс средств, осуществляющих оптическую обработку информации, входят фурье-преобразующие оптические системы (ФПС) и случайные фазовые маски (СФМ). Основная цель использования СФМ — получение уникального вида дифракционного распределения, определяемого реализацией случайной фазовой функции и уменьшение динамического диапазона в формируемом распределении поля в дальней зоне дифракции.

На практике СФМ часто имеют бинарное распределение фазы. Такой вид транспарантов получил широкое распространение ввиду относительной простоты технологии формирования бинарного рельефа [3, 4]. Дифракционная картина на бинарной СФМ в дальней зоне представляет собой объективную спекл-структуру, которая не имеет нулевого порядка дифракции, если СФМ состоит из элементов одинакового размера, в которых с равной вероятностью обеспечивается сдвиг фаз 0 или  $\pi$ .

При расчете показателей качества систем передачи и сокрытия информации необходимо знать статистические характеристики входных и выходных сигналов [5–8]. Для приборов, в состав которых входят ФПС, входной сигнал формируется модуляцией плоской волны динамической СФМ. При известных статистических характеристиках входного сигнала для обеспечения заданных показателей качества требуется знать статистические характеристики распределений комплексной амплитуды волны и интенсивности, возникающие в дальней зоне дифракции.

**Дифракция на матричном фазовом транспаранте.** Дифракционное распределение в дальней зоне от фазового транспаранта может быть получено в задней фокальной плоскости ФПС в соответствии со схемой, представленной на рис. 1. При подсветке транспаранта плоской монохроматической волной с амплитудой  $a_0$  и длиной волны  $\lambda$ , комплексная амплитуда волны непосредственно за транспарантом пропорциональна его комплексному коэффициенту пропускания. Для тонкого матричного фазового модулятора света с прямоугольным элементом комплексный коэффициент пропускания задается функцией

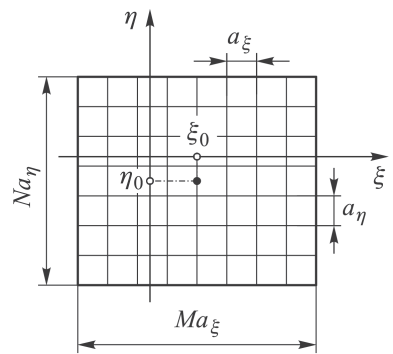
$$\begin{aligned} \tau(\xi, \eta) = & \\ = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \text{rect} & \left( \frac{\xi - a_\xi \left( m - \frac{M-1}{2} \right) - \xi_0}{a_\xi}, \frac{\eta - a_\eta \left( n - \frac{N-1}{2} \right) - \eta_0}{a_\eta} \right) \times \\ & \times \exp(i\varphi_{m,n}), \quad (1) \end{aligned}$$



**Рис. 1.** Схема формирования дифракционного распределения

где  $\xi, \eta$  — координаты в плоскости модулятора;  $\xi_0, \eta_0$  — координаты геометрического центра модулятора;  $a_\xi, a_\eta$  — размеры элемента модулятора;  $M \times N$  — число элементов модулятора (рис. 2). Матрица  $\varphi$  размером  $M \times N$  задает значения фазового коэффициента пропускания модулятора в пределах одного элемента.

Распределение комплексной амплитуды поля в задней фокальной плоскости ФПС пропорционально фурье-образу комплексной амплитуды поля в плоскости транспаранта [9]. Для распределения комплексного коэффициента пропускания (1) получим



**Рис. 2.** Геометрические параметры матричного фазового модулятора света

$$\begin{aligned}
 U(\nu_\xi, \nu_\eta) = & \frac{a_0 \exp [i\pi\lambda (f' + a) (\nu_\xi^2 + \nu_\eta^2)]}{i\lambda f'} \times \\
 & \times \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} a_\xi a_\eta \text{sinc} (\pi a_\xi \nu_\xi, \pi a_\eta \nu_\eta) \exp [-i2\pi (\nu_\xi \xi_0 + \nu_\eta \eta_0)] \times \\
 & \times \exp [i\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)] \exp [i\varphi_{m,n}], \quad (2)
 \end{aligned}$$

где  $f'$  — заднее фокусное расстояния оптической системы;  $\nu_\xi = x'/\lambda f'$ ,  $\nu_\eta = y'/\lambda f'$  — масштабированные координаты в задней фокальной плоскости, соответствующие пространственным частотам;  $a$  — расстояние от передней главной плоскости оптической системы до плоскости транспаранта;

$$\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta) = -2\pi \left( \nu_\xi a_\xi \left( m - \frac{M-1}{2} \right) + \nu_\eta a_\eta \left( n - \frac{N-1}{2} \right) \right). \quad (3)$$

Представим выражение (2) в следующем виде:

$$U(\nu_\xi, \nu_\eta) = A(\nu_\xi, \nu_\eta) \exp [i\Phi(\nu_\xi, \nu_\eta)] V(\nu_\xi, \nu_\eta). \quad (4)$$

Здесь

$$A(\nu_\xi, \nu_\eta) = \frac{a_0 a_\xi a_\eta}{\lambda f'} |\text{sinc}(\pi a_\xi \nu_\xi, \pi a_\eta \nu_\eta)|$$

— детерминированная составляющая амплитуды, которая представляет собой функцию координат  $(\nu_\xi, \nu_\eta)$ , не зависящую ни от конкретной реализации матрицы  $\varphi$ , ни от положения транспаранта в пространстве;

$$\Phi(\nu_\xi, \nu_\eta) = -2\pi(\nu_\xi \xi_0 + \nu_\eta \eta_0) + \pi\lambda(f+a)(\nu_\xi^2 + \nu_\eta^2) + \text{Arg}(\text{sinc}(\pi a_\xi \nu_\xi, \pi a_\eta \nu_\eta)) - \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

— детерминированная составляющая фазы, представляющая собой функцию координат  $(\nu_\xi, \nu_\eta)$ . Не зависит от конкретной реализации матрицы  $\varphi$ . Первое слагаемое в выражении (5) определяется положением транспаранта в плоскости  $(\xi, \eta)$ , второе — расстоянием от плоскости транспаранта до передней фокальной плоскости оптической системы;

$$V(\nu_\xi, \nu_\eta) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} u_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta) \quad (6)$$

— случайная составляющая комплексной амплитуды волны, где

$$u_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta) = \exp [i\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)] \exp [i\varphi_{m,n}].$$

Вид функции  $V(\nu_\xi, \nu_\eta)$  определяется конкретной реализацией матрицы  $\varphi$ .

**Статистические характеристики дифракционного распределения.** Определим статистические характеристики распределения  $V(\nu_\xi, \nu_\eta)$  при условии, что элементы матрицы  $\varphi$  — независимые случайные числа, принимающие значения 0 и  $\pi$  с равной вероятностью. Тогда для каждой пары чисел  $(m, n)$  величина  $\exp [i\varphi_{m,n}]$  может принимать значения, равные  $+1$  и  $-1$  с вероятностью 0,5. В таком случае функция вероятности  $u_{m,n}$  имеет вид

$$P_{u_{m,n}}(u) = \begin{cases} 0,5 & : u = \pm \exp [i\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)]; \\ 0 & : u \neq \pm \exp [i\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)]. \end{cases} \quad (7)$$

Рассмотрим случайные комплексные величины как случайные векторы на комплексной плоскости:

$$\mathbf{u}_{m,n} = \begin{pmatrix} u_{m,n}^{\text{Re}} \\ u_{m,n}^{\text{Im}} \end{pmatrix},$$

где  $u_{m,n}^{\text{Re}} = \text{Re}(u_{m,n})$ ,  $u_{m,n}^{\text{Im}} = \text{Im}(u_{m,n})$  — действительные и мнимые ча-

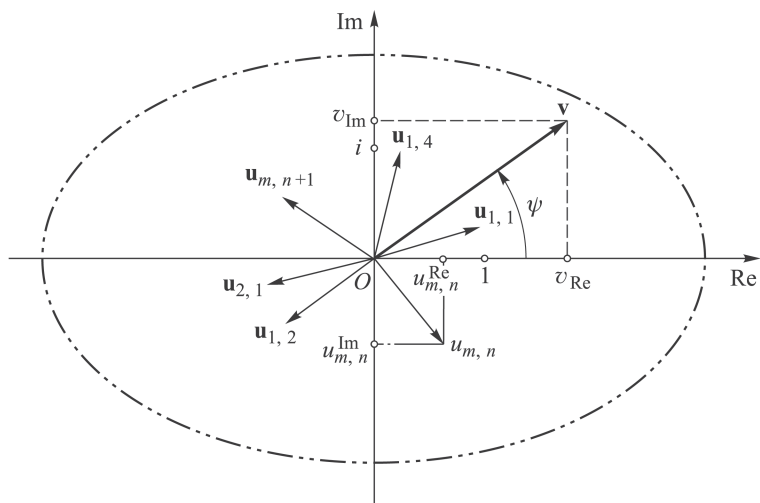


Рис. 3. Эллипс рассеивания случайного вектора  $v$

сти чисел  $u_{m,n}$  (рис. 3). Векторы  $\mathbf{u}_{m,n}$  для различных пар чисел  $(m, n)$  независимы. Компоненты  $u_{m,n}^{\text{Re}}$  и  $u_{m,n}^{\text{Im}}$  каждого вектора коррелированы.

Математические ожидания векторов составляют  $E[\mathbf{u}_{m,n}] = (0 \ 0)^T$ , так как в соответствии с (7) они распределены симметрично относительно начала координат. Найдем их матрицы ковариации

$$\begin{aligned} \Sigma_{m,n} &= \begin{pmatrix} E[u_{m,n}^{\text{Re}} u_{m,n}^{\text{Re}}] & E[u_{m,n}^{\text{Re}} u_{m,n}^{\text{Im}}] \\ E[u_{m,n}^{\text{Re}} u_{m,n}^{\text{Im}}] & E[u_{m,n}^{\text{Im}} u_{m,n}^{\text{Im}}] \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2(\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)) & \frac{1}{2} \sin(2\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)) \\ \frac{1}{2} \sin(2\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)) & \sin^2(\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Для каждой точки  $(\nu_\xi, \nu_\eta)$  значение функции  $V(\nu_\xi, \nu_\eta)$  представляет собой случайное комплексное число  $v = v_{\text{Re}} + iv_{\text{Im}}$ , которое с учетом выражения (6) представим в виде вектора (см. рис. 3):

$\mathbf{v} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{u}_{m,n}$ . Вектор  $\mathbf{v}$  принимает дискретный набор значений, количество которых велико при большом числе  $MN$ . Согласно многомерной центральной предельной теореме [10], закон распределения вектора  $\mathbf{v}$  стремится к двумерному нормальному распределению с математическим ожиданием

$$E[\mathbf{v}] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} E[\mathbf{u}_{m,n}] = (0 \ 0)^T \quad (8)$$

и матрицей ковариации

$$\Sigma = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \Sigma_{m,n} = \begin{pmatrix} \sum_{m,n} \cos^2(\theta_{m,n}) & \frac{1}{2} \sum_{m,n} \sin(2\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)) \\ \frac{1}{2} \sum_{m,n} \sin(2\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)) & \sum_{m,n} \sin^2(\theta_{m,n}) \end{pmatrix}.$$

С учетом (3) можно показать, что  $\sum_{m,n} \sin(2\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)) = 0$ . Тогда матрица ковариации распределения компонентов вектора  $\mathbf{v}$  станет диагональной:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sum_{m,n} \cos^2(\theta_{m,n}) & 0 \\ 0 & \sum_{m,n} \sin^2(\theta_{m,n}) \end{pmatrix},$$

т.е. компоненты вектора  $\mathbf{v} = (v_{\text{Re}} \ v_{\text{Im}})^T$  – независимые нормально распределенные случайные величины с нулевым средним и дисперсиями:

$$\sigma_{\text{Re,Im}}^2(\nu_\xi, \nu_\eta) = \frac{MN}{2} (1 \pm s(\nu_\xi, \nu_\eta)), \quad (9)$$

где  $s(\nu_\xi, \nu_\eta) = \sum_{m,n} \cos(2\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta))$ . Далее для краткости изложения

примем записи  $\sigma_{\text{Re,Im}}$  и  $\sigma_{\text{Re,Im}}(\nu_\xi, \nu_\eta)$  эквивалентными. При подстановке  $\theta_{m,n}(\nu_\xi, \nu_\eta)$  из выражения (3) зависимость  $s(\nu_\xi, \nu_\eta)$  приобретает вид функции с разделяющимися переменными

$$s(\nu_\xi, \nu_\eta) = s_\xi(\nu_\xi) s_\eta(\nu_\eta). \quad (10)$$

Здесь

$$s_\xi(\nu_\xi) = \begin{cases} \frac{1}{M} \frac{\sin(2\pi M \nu_\xi a_\xi)}{\sin(2\pi \nu_\xi a_\xi)} & : \nu_\xi \neq \frac{k}{2a_\xi}; \\ (-1)^{k(M+1)}, & : \nu_\xi = \frac{k}{2a_\xi}; \end{cases}$$

$$s_\eta(\nu_\eta) = \begin{cases} \frac{1}{N} \frac{\sin(2\pi N \nu_\eta a_\eta)}{\sin(2\pi \nu_\eta a_\eta)} & : \nu_\eta \neq \frac{l}{2a_\eta}; \\ (-1)^{l(N+1)}, & : \nu_\eta = \frac{l}{2a_\eta}; \end{cases}$$

$k, l \in \mathbb{Z}$ .

Функция  $s(\nu_\xi, \nu_\eta)$  принимает значения  $-1 \dots +1$ , что приводит к изменению дисперсий проекций вектора  $\mathbf{v}$  от 0 до  $MN$  в зависимости от координат в плоскости анализа. График сечения функции  $s(\nu_\xi, \nu_\eta)$  на периоде представлен на рис. 4.

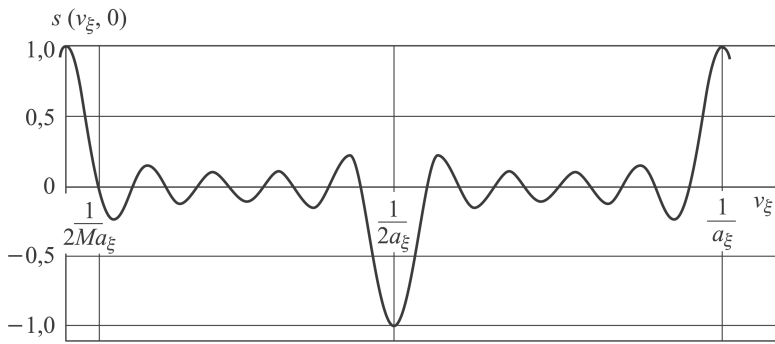


Рис. 4. График сечения функции  $s(\nu_\xi, \nu_\eta)$  при  $M = 10$

Определим плотности вероятности амплитуды  $\rho$  и фазы  $\psi$  вектора  $\mathbf{v}$ . Воспользуемся общим выражением для плотности вероятности модуля случайного вектора на плоскости [11]:

$$W_\rho(\rho) = \rho \int_0^{2\pi} W_v(\rho \cos \psi, \rho \sin \psi) d\psi, \quad (11)$$

где  $W_v(v_{Re}, v_{Im})$  — двумерная плотность вероятности компонент вектора  $\mathbf{v}$ . С учетом того, что величины  $v_{Re}$  и  $v_{Im}$  независимы и подчиняются нормальному распределению с нулевым средним, выражение (11) принимает вид

$$W_\rho(\rho) = \frac{\rho}{\sigma_{Re}\sigma_{Im}} \exp\left[-\frac{\rho^2}{4}\left(\frac{1}{\sigma_{Im}^2} + \frac{1}{\sigma_{Re}^2}\right)\right] I_0\left[\frac{\rho^2}{4}\left(\frac{1}{\sigma_{Im}^2} - \frac{1}{\sigma_{Re}^2}\right)\right], \quad (12)$$

где  $I_0[z]$  — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Подставим в (12) выражения для дисперсий  $\sigma_{Im}$  и  $\sigma_{Re}$  (9) и запишем

$$W_\rho(\rho; \nu_\xi, \nu_\eta) = \frac{2\rho}{MN\sqrt{1-s^2(\nu_\xi, \nu_\eta)}} \times \exp\left[-\rho^2 \frac{1}{MN(1-s^2(\nu_\xi, \nu_\eta))}\right] I_0\left[\rho^2 \frac{s(\nu_\xi, \nu_\eta)}{MN(1-s^2(\nu_\xi, \nu_\eta))}\right]. \quad (13)$$

Для плотности вероятности фазы  $\psi$  вектора  $\mathbf{v}$  на комплексной плоскости аналогично получим

$$W_\psi(\psi; \nu_\xi, \nu_\eta) = \int_0^\infty \rho W_v(\rho \cos \psi, \rho \sin \psi) d\rho = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{1-s^2(\nu_\xi, \nu_\eta)}}{1-s(\nu_\xi, \nu_\eta) \cos(2\psi)}. \quad (14)$$

Найденные плотности вероятности для амплитуды (13) и фазы (14) значений функции  $V(\nu_\xi, \nu_\eta)$  позволяют определить соответствующие

плотности вероятности поля в дальней зоне (4), используя выражения для линейного преобразования случайных величин [11].

Для нахождения плотности вероятности значений интенсивности поля в дальней зоне достаточно определить плотность вероятности случайной величины  $\rho^2$ . Используя выражение для квадратичного преобразования случайной величины [11] (при  $\rho \geq 0$ ), получаем

$$W_{\rho^2}(p; \nu_\xi, \nu_\eta) = \frac{1}{MN\sqrt{1-s^2(\nu_\xi, \nu_\eta)}} \times \exp \left[ -p \frac{1}{MN(1-s^2(\nu_\xi, \nu_\eta))} \right] I_0 \left[ p \frac{s(\nu_\xi, \nu_\eta)}{MN(1-s^2(\nu_\xi, \nu_\eta))} \right]. \quad (15)$$

Математическое ожидание и дисперсия величины  $\rho^2 = v_{\text{Re}}^2 + v_{\text{Im}}^2$  равны сумме математических ожиданий и дисперсий величин  $v_{\text{Re}}^2$  и  $v_{\text{Im}}^2$ , которые подчиняются гамма-распределению с параметром формы  $\alpha = 1/2$  и коэффициентами масштаба  $\beta_{\text{Re}} = 2\sigma_{\text{Re}}^2$  и  $\beta_{\text{Im}} = 2\sigma_{\text{Im}}^2$  [12]:

$$E[v_{\text{Re,Im}}^2] = \alpha\beta_{\text{Re,Im}} = \sigma_{\text{Re,Im}}^2;$$

$$D[v_{\text{Re,Im}}^2] = \alpha\beta_{\text{Re,Im}}^2 = 2\sigma_{\text{Re,Im}}^4.$$

С учетом выражения (9) запишем

$$E[\rho^2] = \sigma_{\text{Re}}^2 + \sigma_{\text{Im}}^2 = MN;$$

$$D[\rho^2] = 2\sigma_{\text{Re}}^4 + 2\sigma_{\text{Im}}^4 = (MN)^2(1 + s^2(\nu_\xi, \nu_\eta)).$$

Математическое ожидание квадрата модуля вектора  $\mathbf{v}$  постоянно для всей плоскости анализа. Дисперсия определяется видом функции  $s(\nu_\xi, \nu_\eta)$  и для большей части точек плоскости анализа близка к  $(MN)^2$ .

Для выражений (13)–(15) рассмотрим следующие частные случаи.

1. В точках плоскости анализа, для которых  $s(\nu_\xi, \nu_\eta) = \pm 1$ , в соответствии с выражением (9) одна из компонент вектора  $\mathbf{v}$  становится равной нулю, а дисперсия другой —  $MN$ . С учетом (10) координаты этих точек определяются по выражению  $(\nu_\xi, \nu_\eta) = (k/(2a_\xi), l/(2a_\eta))$  для  $k, l \in \mathbb{Z}$ . Выражения (13)–(15) примут вид

$$W_\rho(\rho; \nu_\xi, \nu_\eta) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{2\pi MN}} \exp \left[ -\frac{\rho^2}{2MN} \right] & : \rho \geq 0, \\ 0 & : \rho < 0; \end{cases}$$

$$W_\psi(\psi; \nu_\xi, \nu_\eta) = \begin{cases} \frac{1}{2} (\delta(\psi) + \delta(\psi - \pi)) & : s(\nu_\xi, \nu_\eta) = 1, \\ \frac{1}{2} \left( \delta(\psi + \frac{\pi}{2}) + \delta(\psi - \frac{\pi}{2}) \right) & : s(\nu_\xi, \nu_\eta) = -1; \end{cases}$$



$$W_{\rho^2}(p; \nu_\xi, \nu_\eta) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi MNp}} \exp\left[-\frac{p}{2MN}\right] & : p \geq 0, \\ 0 & : p < 0, \end{cases}$$

где  $\delta(\psi)$  — дельта-функция Дирака.

2. В точках плоскости анализа, для которых  $|s(\nu_\xi, \nu_\eta)| \ll 1$ , в соответствии с выражением (9) дисперсии компонент вектора  $\mathbf{v}$  становятся близкими к  $MN/2$ . Отметим, что этому условию удовлетворяет большая часть точек плоскости анализа. В таком случае плотность вероятности случайной величины  $|\mathbf{v}|$  стремится к следующему распределению:

$$W_\rho(\rho; \nu_\xi, \nu_\eta) = \begin{cases} \frac{2\rho}{MN} e^{-\frac{\rho^2}{MN}} & : \rho \geq 0; \\ 0 & : \rho < 0. \end{cases}$$

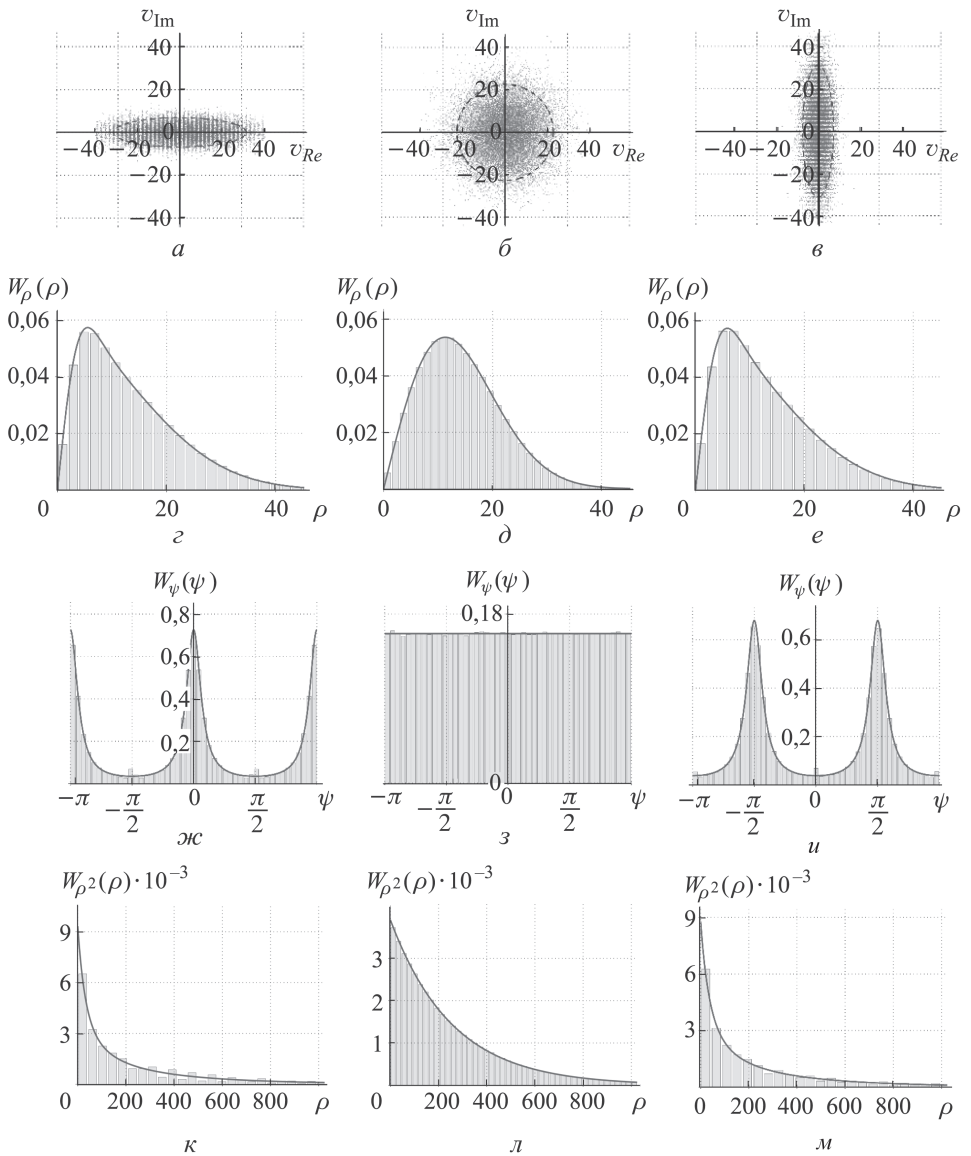
Плотность вероятности фазы вектора  $\mathbf{v}$  стремится к равномерному распределению, величина  $\rho^2$  — к экспоненциальному распределению с параметром  $\lambda = 1/(MN)$ .

**Численное моделирование.** Для проверки адекватности полученных результатов было проведено численное моделирование распределений в плоскости анализа для различных реализаций матрицы  $\varphi$ . Моделирование проводилось в среде MATLAB со следующими параметрами: размеры элемента модулятора  $a_\xi \times a_\eta = 3 \times 3$  мкм<sup>2</sup>; число элементов модулятора  $M \times N = 16 \times 16$ ; число реализаций  $10^6$ .

В соответствии с критерием согласия Пирсона установлено, что различия экспериментальных и теоретических распределений не являются статистически значимыми. Результаты моделирования представлены на рис. 5. Реализации вектора  $\mathbf{v}$  с наложенным на них эллипсом рассеивания с параметрами, определяемыми по формулам (8) и (9), приведены на рис. 5, *a–в*, зависимости плотностей вероятности, построенные по формулам (13)–(15), и соответствующие им гистограммы, полученные численным моделированием, — на рис. 5, *г–м*.

Отметим, что при  $|s(\nu_\xi, \nu_\eta)| \rightarrow 1$  (см. рис. 5) наблюдается отклонение результатов численного моделирования от полученных зависимостей, которое обусловлено уменьшением количества возможных значений дискретного вектора  $\mathbf{v}$  в соответствующих точках. В частности оно проявляется в виде периодической структуры на эллипсах рассеивания (см. рис. 5, *a, в*) и скачков на гистограмме распределения фазы (см. рис. 5, *ж, и*).

**Заключение.** Плотности вероятности амплитуды, квадрата амплитуды и фазы случайной составляющей комплексной амплитуды волны при дифракции в дальней зоне от бинарной СФМ зависят от координат в плоскости анализа. Это позволяет сделать вывод о неоднородном характере указанных распределений. Однако для большей части точек



**Рис. 5.** Результаты численного моделирования для  $s(\nu_\xi, \nu_\eta) = 0,9$  (а, з, жс, к),  $s(\nu_\xi, \nu_\eta) = 0$  (б, д, з, л) и  $s(\nu_\xi, \nu_\eta) = -0,9$  (в, е, и, м)

этой зависимостью можно пренебречь и полагать случайную составляющую комплексной амплитуды однородным случайным полем.

Полученные результаты позволяют использовать информационно-теоретический подход при расчете показателей качества, связанных с пропускной способностью и скрытностью в оптико-электронных системах передачи и сокрытия информации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Chen W., Javidi B., Chen X. Advances in optical security systems // Advances in Optics and Photonics. 2014. Vol. 6. P. 120–155.

2. Liu S., Guo C., Sheridan J.T. A review of optical image encryption techniques // *Optics & Laser Technology*. 2014. Vol. 57. P. 327–342.
3. Одинокоев С.Б., Сагатеян Г.Р. Технология изготовления дифракционных и голограммных оптических элементов с функциональным микрорельефом поверхности методом плазмохимического травления // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*. 2010. № 2 (79). С. 92–104.
4. Ежов П.В., Ильин О.А., Смирнова Т.Н., Тихонов Е.А. Бинарные фазовые маски на самопроявляющихся фотополимерах: техника формирования и тестирование в оптическом корреляторе // *Квант. электроника*. 2003. № 33 (6). С. 559–562.
5. Cayre F., Fontaine C., Furon T. Watermarking Security: theory and practice // *IEEE Transactions on signal processing*. 2005. Vol. 53(10).
6. Furon T. A survey of watermarking security // *Proc. of Int. Work. on Digital Watermarking*. Volume 3710 of Lecture Notes on Computer Science. Springer-Verlag, 2005. P. 201–215.
7. Modeling the security of steganographic systems / J. Zollner, H. Federrath, H. Klimant et al. // *In Information Hiding, 2nd International Workshop*. Springer-Verlag, 1998. P. 344–354.
8. Wang Y., Moulin P. Perfectly secure steganography: capacity, error exponents, and code constructions // *Computing Research Repository*. 2007. URL: <http://arxiv.org/abs/cs/0702161> (дата обращения: 15.10.2014).
9. Гудмен Д., Косурова Г.И. Введение в фурье-оптику М.: Мир, 1970. 364 с.
10. Рао К.Р. Линейные статистические методы и их применение. М.: Наука, 1968. 547 с.
11. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1969. 656 с.
12. Zey C. NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods. 2012. URL: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook> (дата обращения: 15.10.2014).

## REFERENCES

- [1] Chen W., Javidi B., Chen X. Advances in optical security systems. *Advances in Optics and Photonics*, 2014, vol. 6, pp. 120–155.
- [2] Liu S., Guo C., Sheridan J.T. A review of optical image encryption techniques. *Optics & Laser Technology*, 2014, vol. 57, pp. 327–342.
- [3] Odinokov S.B., Sagatelyan G.R. Technology of Manufacturing of Diffraction and Hologram Optical Parts with Functional Microrelief of Surface by Method of Plasmochemical Etching. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2010, no. 2 (79), pp. 92–104 (in Russ.).
- [4] Ezhov P.V., Il'in O.A., Smirnova T.N., Tikhonov E.A. Binary Phase Masks on Self-Developing Photopolymers: The Technique of Forming and Testing in the Optical Correlator. *Kvant. elektronika* [Quantum Electronics], 2003, no. 33 (6), pp. 559–562 (in Russ.).
- [5] Cayre F., Fontaine C., Furon T. Watermarking Security: theory and practice. *IEEE Transactions on signal processing*, 2005, vol. 53 (10).
- [6] Furon T. A survey of watermarking security. *Proc. of Int. Work. on Digital Watermarking*. Vol. 3710 of Lecture Notes on Computer Science. Springer-Verlag, 2005, pp. 201–215.
- [7] Zollner J., Federrath H., Klimant H. et al. Modeling the security of steganographic systems. *In Information Hiding, 2nd International Workshop*. Springer-Verlag, 1998, pp. 344–354.
- [8] Wang Y., Moulin P. Perfectly secure steganography: capacity, error exponents, and code constructions. *Computing Research Repository*, 2007. URL: <http://arxiv.org/abs/cs/0702161> (accessed: 15.10.2014).

- [9] Gudmen D., Kosurova G.I. Vvedenie v fur'e-optiku [Introduction to Fourier Optics]. Moscow, Mir Publ., 1970. 364 p.
- [10] Rao K.R. Lineynnye statisticheskie metody i ikh primeneniye [Linear Statistical Methods and Their Application]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 547 p.
- [11] Levin B.R. Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki [Statistical Communication Theory]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1969. 656 p.
- [12] Zey C. NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods. 2012. URL: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook> (accessed: 15.10.2014).

Статья поступила в редакцию 27.01.2015

Колесников Максим Вячеславович — ассистент кафедры “Лазерные и оптико-электронные системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5.

Kolesnikov M.V. — Assistant Lecturer, Department of Laser and Optoelectronics Systems, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Трофимов Николай Евгеньевич — ассистент кафедры “Лазерные и оптико-электронные системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5.

Trofimov N.E. — Assistant Lecturer, Department of Laser and Optoelectronics Systems, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Колесников М.В., Трофимов Н.Е. Одномерные статистические характеристики дифракционного распределения в дальней зоне от бинарного случайного фазового транспаранта // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2015. № 5. С. 97–108.

**Please cite this article in English as:**

Kolesnikov M.V., Trofimov N.E. One-dimensional statistical characteristics of binary random phase mask in the far-field diffraction pattern. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2015, no. 5, pp. 97–108.