

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

УДК 004.056:519.237

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДВУХ КАНАЛОВ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАСПОЗНАВАНИЯ ДИСКРЕТНОГО СИГНАЛА В АДДИТИВНОМ ШУМЕ

И.И.Троицкий, М.А. Басараб, В.А. Матвеев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: iitroickiy@mail.ru

Исследован метод распознавания дискретного сигнала в аддитивном шуме при наличии второго канала передачи информации, в котором содержится только шум. В ряде случаев, если отсутствует второй канал передачи информации, то его можно искусственно ввести. Предлагаемый метод основан на корреляционной связи шумов в двух каналах передачи информации. Для компенсации шума решена задача выбора линейной функции взаимосвязи шумов и определен ее параметр на основе максимума отношения сигнал/шум. Также определены отношения сигнал/шум для первого канала и полученного в результате компенсации шума. Доказано, что выигрыш достигается во всех случаях, кроме случая, когда шумы независимы. Наибольший выигрыш в отношении сигнал/шум возможен при значении коэффициента корреляции шумов, равного единице или минус единице. Для нормальной совокупности шумов определена вероятность правильного распознавания дискретного сигнала после компенсации.

Ключевые слова: распознавание сигналов, компенсация шума, дисперсия, отношение сигнал/шум.

USING TWO INFORMATION CHANNELS FOR SOLVING THE PROBLEM OF DISCRETE SIGNAL RECOGNITION IN ADDITIVE NOISE

I.I. Troitskiy, M.A. Basarab, V.A. Matveev

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: iitroickiy@mail.ru

The paper describes a method for discrete signal recognition in the presence of additive noise using the second information channel containing only noise. In some cases, if the second communication channel does not exist, it is possible to introduce it artificially. The proposed method is based on the correlation of noises in two transmission channels. To solve the problem of noise compensation, the linear correlation function between the noises is chosen and its parameter is determined on the basis of the signal-to-noise ratio maximum. Both the signal-to-noise ratio for the first channel and the ratio resulting from the noise compensation are identified. It is proved that the advantage is achieved in all cases, when the noises are correlated. The greatest advantage in the signal-to-noise ratio is possible, if the absolute value of the noise correlation coefficient equals either one or minus one. For a combination of normal noises, the probability of correct recognition of a discrete signal after compensation is defined.

Keywords: signal recognition, noise compensation, variance, signal-to-noise ratio.

В настоящее время задача распознавания дискретного сигнала в аддитивном шуме решается различными методами: параметрическими (построение условных функций распределения вероятностей), непараметрические (K ближайших соседей, потенциальных функций, линейный дискриминатор Фишера и др.), с помощью быстрого преобразования Фурье, вейвлет-преобразования и т.д. [1–8]. Кроме того, существуют методы распознавания сигналов, основанные на использовании второго канала передачи информации, — корреляционные, адаптивной фильтрации и др. [9, 10].

В отличие от рассмотренных методов распознавания сигналов по двум каналам передачи информации, в настоящей статье второй канал используется для учета статистической взаимосвязи шумов с первым. Будем считать, что во втором канале содержится только шум, а в первом — сигнал и аддитивный шум. Если второй канал передачи информации отсутствует, то его можно в ряде случаев искусственно ввести.

В настоящей статье определены условия статистической взаимосвязи шумов в каналах передачи информации, при которых повышается вероятность распознавания сигналов.

Пусть имеются два канала передачи информации:

$$y = \frac{a}{2}\eta + \varepsilon, \quad x = \delta,$$

где $a = |m_1 - m_{-1}|$ — амплитуда сигнала; $\eta, \varepsilon, \delta$ — случайные величины, $\eta = \begin{cases} 1, & \text{с вероятностью } 0,5; \\ -1, & \text{с вероятностью } 0,5, \end{cases}$ $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ — шум в первом канале, $\delta \sim N(0, \sigma_\delta^2)$ — шум во втором канале, $N(m, \sigma^2)$ — нормальный закон распределения с параметрами (m, σ^2) .

Условные плотности распределения вероятностей $P(y/\eta = 1)$, $P(y/\eta = -1)$ пусть имеют нормальный закон с соответствующими параметрами $N(m_1, \sigma_\varepsilon^2)$ и $N(m_{-1}, \sigma_\varepsilon^2)$.

В дальнейшем будем рассматривать центрированные случайные величины $\overset{\circ}{y}$ и $\overset{\circ}{x}$, поскольку математические ожидания случайных величин y и x равны нулю, то

$$\overset{\circ}{y} = \frac{\frac{a}{2}\eta + \varepsilon}{\sigma_\varepsilon}, \quad \overset{\circ}{x} = \frac{\delta}{\sigma_\delta}.$$

Для компенсации шума необходимо решить задачу выбора функции взаимосвязи случайных величин y° и x° . Как доказано в [11], линейная комбинация нормально распределенных случайных величин имеет нормальное распределение.

Кроме того, нетрудно показать, что умножение случайной величины y° на константу не изменяет отношения сигнал/шум.

Следовательно, целесообразно для компенсации шума взять

$$\hat{z} = \hat{y} + c\hat{x} = \frac{a}{2\sigma_\varepsilon}\eta + \hat{\varepsilon} + c\hat{\delta},$$

где c — неизвестный параметр.

Определим дисперсию случайной величины \hat{z} :

$$D[\hat{z}] = D\left[\frac{a}{2\sigma_\varepsilon}\eta + \hat{\varepsilon} + c\hat{\delta}\right] = D\left[\frac{a}{2\sigma_\varepsilon}\eta\right] + D[\hat{\varepsilon}] + D[c\hat{\delta}] + 2\text{cov}(\hat{\varepsilon}, c\hat{\delta}). \quad (1)$$

В выражении (1) учтено, что случайная величина η не зависит от шумов $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\delta}$. Тогда

$$D[\hat{z}] = \frac{a^2}{4\sigma_\varepsilon^2}D[\eta] + 1 + c^2 + 2cr_{\varepsilon\delta},$$

где $r_{\varepsilon\delta}$ — коэффициент корреляции между случайными величинами $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\delta}$.

Нетрудно показать, что $D[\eta] = 1$. Следовательно,

$$D[\hat{z}] = \frac{a^2}{4\sigma_\varepsilon^2} + 1 + c^2 + 2cr_{\varepsilon\delta}.$$

Вычислим теперь условные математические ожидания случайной величины \hat{z} при условии, что $\eta = 1$ или $\eta = -1$:

$$M[\hat{z}/\eta = 1] = \frac{a}{2\sigma_\varepsilon}, \quad M[\hat{z}/\eta = -1] = -\frac{a}{2\sigma_\varepsilon}.$$

Одним из показателей распознавания сигналов для нормальной совокупности по каналам передачи информации является отношение сигнал/шум R . Вычислим отношение сигнал/шум $R_{\hat{z}}$ для случайной величины \hat{z} :

$$R_{\hat{z}} = \frac{a}{\sigma_\varepsilon\sqrt{1 + c^2 + 2cr_{\varepsilon\delta}}}. \quad (2)$$

Согласно (2) отношение сигнал/шум $R_{\hat{z}}$ является функцией от неизвестного параметра c . Для определения максимального значения $R_{\hat{z}}$ необходимо взять ее производную по параметру c и приравнять нулю. Нетрудно убедиться, что максимум достигается при значении параметра $c = -r_{\varepsilon\delta}$ и равен

$$\hat{R}_{\hat{z}} = \frac{a}{\sigma_\varepsilon\sqrt{1 - r_{\varepsilon\delta}^2}}.$$

В случае одного канала отношение сигнал/шум $R_{\hat{y}}$ будет иметь вид $R_{\hat{y}} = \frac{a}{\sigma_\varepsilon}$. Нетрудно доказать, что $\hat{R}_{\hat{z}} > R_{\hat{y}}$ при условии, что $r_{\varepsilon\delta} \neq 0$.

Наибольший выигрыш в отношении сигнал/шум достигается, когда $r_{\varepsilon\delta} = \pm 1$.

В этом случае показатель распознавания сигналов — отношение сигнал/шум теряет всякий смысл, поскольку вероятность распознавания сигналов будет равна единице.

Ввиду того, что разность случайных величин $(\hat{\varepsilon} - r_{\varepsilon\delta}\hat{\delta})$ распределена по нормальному закону с математическим ожиданием ноль и дисперсией, равной $(1 - r_{\varepsilon\delta}^2)$, вероятность правильного распознавания сигналов $P_{\text{пр}}$ определяется следующим образом [12]:

$$P_{\text{пр}} = 0,5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{a/2\sigma_\varepsilon(\sqrt{1-r_{\varepsilon\delta}^2})} e^{-t^2/2} dt.$$

Пример. Проведем моделирование двух каналов передачи информации с коррелированными шумами. Случайная величина (шум), распределенная по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_\varepsilon^2}},$$

где σ_ε — среднеквадратическое отклонение, моделировалась с помощью следующей аппроксимации [13]:

$$\varepsilon = 1,06\sigma_\varepsilon \left(\sqrt{1 - 5,5 \lg |U|} - 1 \right) \text{sgn } U,$$

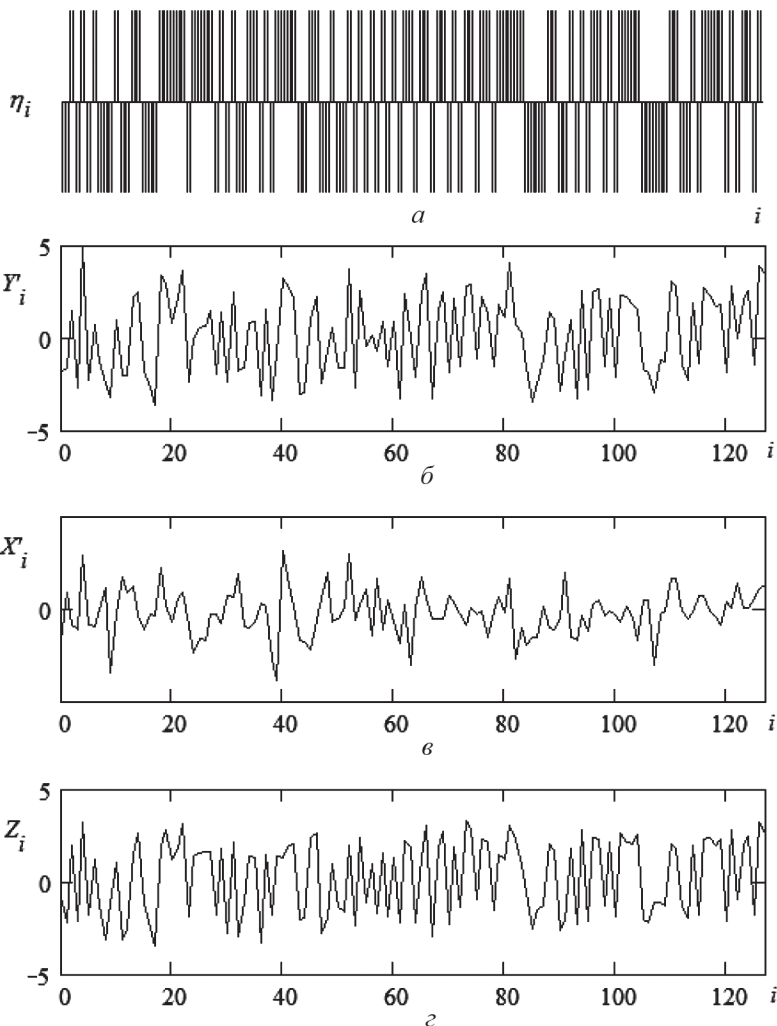
где U — числа, равномерно распределенные на интервале $[-1, 1]$, а

$$\text{sgn}(U) = \begin{cases} 1, & U > 0, \\ 0, & U = 0, \\ -1, & U < 0. \end{cases}$$

С помощью случайной величины V , распределенной по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, сгенерируем второй шумовой сигнал со среднеквадратическим отклонением σ_δ , который коррелирован с первым шумом с коэффициентом корреляции $r_{\varepsilon\delta}$ [14]:

$$\delta = r_{\varepsilon\delta} \frac{\sigma_\delta}{\sigma_\varepsilon} + \sigma_\delta V \sqrt{1 - r_{\varepsilon\delta}^2}.$$

На рисунке приведены графики полезного сигнала η с параметром $a = 2$, сигналов $\overset{\circ}{Y}$, $\overset{\circ}{X}$ с шумами в обоих каналах с параметрами $\sigma_\varepsilon = 0,5$, $\sigma_\delta = 2$, $r_{\varepsilon\delta} = 0,75$, а также комбинированного сигнала $\overset{\circ}{Z} = \overset{\circ}{Y} + C \overset{\circ}{X}$ с оптимальным параметром $C = -r_{\varepsilon\delta}$. Отношение сигнал/шум для случая одного канала ($\overset{\circ}{Y}$) равно $R = 4$, в то время как после введения второго канала ($\overset{\circ}{X}$) получим следующий выигрыш: $R \approx 6,05$.



Полезный сигнал (а), смесь полезного сигнала с шумом в первом канале (б), коррелированный шум во втором канале (в), комбинированный сигнал (г)

В заключение необходимо отметить, что в случае наличия сигнала во втором канале передачи информации задача распознавания сигналов при определенных условиях и ограничениях также решается рассмотренным методом. Кроме того, предлагаемый подход распространяется для решения задачи распознавания сигналов по двум параметрам в случае их нормальной совокупности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горелик А.Л., Скрыпник В.А. Методы распознавания. М.: Высш. шк., 1989. 232 с.
2. Савченко В.В. Различие случайных сигналов в частотной области // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42. № 4. С. 426–429.
3. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. М.: Мир, 1988. 488 с.

4. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. М.: Мир, 2005. 672 с.
5. Афонский А.А., Дьяконов В.П. Цифровые анализаторы спектра, сигналов и логики. М.: Солон-Пресс, 2005. 576 с.
6. Сергеевко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2006. 751 с.
7. Шахтарин Б.И. Случайные процессы в радиотехнике. Т. 1. Линейные преобразования. М.: Горячая линия–Телеком, 2010. 520 с.
8. Тихонов В.И., Шахтарин Б.И., Сизых В.В. Случайные процессы. Примеры и задачи. Т. 5. Оценка сигналов, их параметров и спектров. Основы теории информации. М.: Горячая линия–Телеком, 2014. 400 с.
9. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. М.: Радиотехника, 2003. 400 с.
10. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов. Теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. 528 с.
11. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
12. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. М.: Мир, 1976. 510 с.
13. Осипов Л.А. Проектирование систем массового обслуживания. М.: Изд-во. “Адвансед Солюшнз”, 2011. 112 с.
14. Клейнен Дж. Статистические методы в имитационном моделировании. Вып. 1. М.: Статистика, 1978. 220 с.

REFERENCES

- [1] Gorelik A.L., Skrypnik V.A. Metody raspoznavaniya [Recognition Methods]. Moscow, Vyssh. Shkola Publ., 1989. 232 p.
- [2] Savchenko V.V. The distinction between random signals in the frequency domain. *Radiotekhnika i elektronika* [Radio Engineering and Electronics], 1997, vol. 42, no. 4, pp. 426–431 (in Russ.).
- [3] Dudgeon D.E., Mersereau R.M. Multidimensional digital signal processing. Prentice-Hall, 1984. 400 p.
- [4] Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing. 2nd Edition. Academic Press, 1999.
- [5] Afonskii A.A., Diakonov V.P. Tsifrovyye analizatory spektra, signalov i logiki [Digital Analyzers of Spectrum, Signals, and Logics]. Moscow, Solon-Press Publ., 2005. 576 p.
- [6] Sergeenko A.B. Tsifrovaya obrabotka signalov [Digital Signal Processing]. St.Petersburg, Piter Publ., 2006. 751 p.
- [7] Shakhtarin B.I. Sluchainyye protsessy v radiotekhnike. Vol. 1. Lineinye preobrazovaniya [Random Processes in Radioengineering. Vol. 1. Linear Transforms]. Moscow, Goryachaya liniya–Telekom Publ., 2010. 520 p.
- [8] Tikhonov V.I., Shakhtarin B.I., Sizykh V.V. Sluchainyye protsessy. Primery I zadachi. Vol. 5. Otsenka signalov, ikh parametrov i spektrov. Osnovy teorii informatsii [Random Processes. Examples and Problems. Vol. 5. Estimation of Signals, Their Parameters and Spectra. Foundations of Information Theory]. Moscow, Goryachaya liniya–Telekom Publ., 2014. 400 p.
- [9] Perov A.I. Statisticheskaya teoriya radiotekhnicheskikh sistem [Statistical Theory of Radioengineering Systems]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2003. 400 p.
- [10] Dzhigan V.I. Adaptivnaya filtratsiya signalov. Teoriya i algoritmy [Adaptive Signal Filtering. Theory and Algorithms]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2013. 528 p.
- [11] Levin B.R. Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radiotekhniki [Theoretical Foundations of Modern Radioengineering]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1989. 656 p.
- [12] Duda R.O., Hart P.E. Pattern Classification and Scene Analysis. N.Y., John Wiley & Sons, 1973.

- [13] Osipov L.A. Proektirovanie system massovogo obsluzhivaniya [Design of queueing systems]. Moscow, Advanced Solutions Publ., 2011. 112 p.
- [14] Kleinen J.P.C. Statistical Tools for Simulation Practitioners. Marcel Dekker, 1987.

Статья поступила в редакцию 29.05.2014

Троицкий Игорь Иванович — канд. техн. наук, доцент кафедры “Информационная безопасность” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 40 научных работ в области информационной безопасности и исследования систем обработки информации и управления.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Troitskiy I.I. — Ph.D. (Eng.), Associate Professor of Engineering, Department of Information Security, Bauman Moscow State Technical University, author of about 40 research publications in the fields of information security, information processing, and control system research.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Басараб Михаил Алексеевич — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры “Информационная безопасность” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 5 монографий и более 100 научных работ в области прикладной математики, информатики, цифровой обработки сигналов, гироскопии, радиофизики.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5.

Basarab M.A. — D.Sc. (Phys.-Math.), Professor of Mathematics, Department of Information Security, Bauman Moscow State Technical University, author of 5 monographs and over 100 research publications in the fields of applied mathematics, informatics, digital signal processing, and radiophysics.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Матвеев Валерий Александрович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой “Информационная безопасность” МГТУ им. Н.Э. Баумана, руководитель НУК “Информатика и системы управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 научных работ и 25 патентов в области информатики, систем управления и навигации. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Matveev V.A. — D.Sc. (Eng.), Professor of Engineering, Head of the Department of Information Security, Bauman Moscow State Technical University, Head of the Scientific and Educational Complex for Information Technologies and Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, author over 200 publications and 23 patents in the fields of information technologies, systems of control, and navigation.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Троицкий И.И., Басараб М.А., Матвеев В.А. Использование двух каналов передачи информации для решения задачи распознавания дискретного сигнала в аддитивном шуме // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2015. № 4. С. 106–112.

Please cite this article in English as:

Troitskiy I.I., Basarab M.A., Matveev V.A. Using two information channels for solving the problem of discrete signal recognition in additive noise. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2015, no. 4, pp. 106–112.