УДК 517.977:519.876.2

Е. М. Воронов

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ ПОЗИЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ МНОГОПРОГРАММНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ. Ч. 1

Рассмотрена методика многокритериального синтеза позиционного управления как функции состояния системы на основе метода многопрограммной стабилизации В.И. Зубкова, Н.В. Смирнова, развитого до многопрограммного позиционного управления в работах Н.В. Смирнова, И.В. Соловьева. При этом заданное многопрограммное множество траекторий, порожденных многокритериально-оптимальными управлениями (как функциями времени) на множестве начальных условий, приобретает при многопрограммной стабилизации асимптотические свойства для траектории многокритериального позиционного управления и выполняет роль практического расширения класса "притягивающих" многообразий — аттракторов по Г. Николису, И. Пригожину. Исследованы возможности применения синергетических подходов в методах многопрограммной стабилизации. Приведен иллюстративный пример синтеза.

E-mail: emvoronov@mail.ru

Ключевые слова: *многокритериальный синтез, позиционное управление, многопрограммная стабилизация, программно-корректируемое управление, сетевой оператор.*

В настоящей работе использованы известные приемы формирования стабилизирующих асимптотических свойств [1–5] для линейных и линеаризуемых систем с билинейными моделями и моделями в форме Лотки–Вольтерры, а также сформированы новые синергетические приемы стабилизации для линейных (часть 1) и нелинейных (часть 2) систем по А.А. Колесникову, обеспечивающие многокритериальный синтез позиционного управления на множестве начальных условий на основе полученной структуры многопрограммного позиционного управления. Приведен иллюстративный пример многокритериального синтеза в классе линейных систем на основе многопрограммного управления по В.И. Зубову [1] и алгоритм решения задачи многокритериального синтеза в классе нестационарных линейных систем на основе синергетического метода получения многопрограммного позиционного управления, который обеспечивает множеству многокритериально-оптимальных траекторий свойства притягивающего многообразия — аттрактора [6].

1. В настоящее время методы теории управления в области многокритериальной оптимизации программного управления и тем более параметризованного управления, а также параметрических задач принятия решений, достаточно хорошо изучены и реализованы [7–12].

Среди работ можно выделить три типовых подхода [11], в которых сгруппирован ряд известных методов. Это так называемые прямые интерактивные методы, например на основе конусов доминирования [11] и генетического программирования [12]; методы скаляризации, такие как свертка показателей, пороговая и лексикографическая оптимизация [11]; методы на основе компромиссов, например на основе идеальной точки, точки Шепли и арбитражной схемы Нэша [11]. Методы реализуются на основе известных технологий оптимального управления, например, таких как принцип максимума, динамическое программирование, численные методы нелинейного программирования [13], в частности, в форме генетических алгоритмов при приближенной аппроксимации управления вектором распределенных по времени параметров [12].

В последнее десятилетие развивается ряд направлений приближенного многокритериального синтеза позиционных управлений. Среди них метод синтеза программно-корректируемого управления (ПКУ) [11, 14–16], метод синтеза на основе комбинации генетического алгоритма и сетевого оператора [17], а также генетического алгоритма и структур, порождаемых теорией автоматов [например, 18], для задач со скаляризованными векторными показателями.

Как известно [11], первый метод заключается в последовательном пересчете оптимального программного управления на программных тактах времени $[t_{j-1}, t_k]$, $j = 1, 2, 3 \ldots$, где t_{j-1} и t_k — начальное для j-го программного такта и общее для тактов конечное значение времени, с применением полученного оптимального программного управления на отрезке $[t_{j-1}, t_j]$, потактовом измерении значения вектора состояния $\mathbf{x}(t_j)$, следующем пересчете оптимальной программы на $[t_j, t_k]$, применением ее на отрезке $[t_j, t_{j+1}]$ и т.д. Сходимость к предельному точному синтезу позиционного управления очевидна с уменьшением длин отрезков $[t_{j-1}, t_j]$ и с соответствующим учащением потактовых измерений состояния. В монографии [16] и статье [15] рассматриваются современные нейроэволюционные технологии реализации данного метода в параметризованном и общем виде ПКУ.

Комбинированный метод многокритериального синтеза позиционного управления [17] формирует аналитический вид управления как набор параметров и известных функций состояния из состава сетевого оператора конечной сети этих функций и операций над ними. Данный метод теоретически обоснован, применим в широком классе нелинейных систем и успешно апробирован в ряде прикладных задач, но имеет некоторые недостатки. Сходимость метода на конечном числе функций состояния, заданных в сетевом операторе, проблемна, хотя проблема частично компенсируется за счет сходимости по параметрической компоненте управления. Кроме того, аналитическая структура управления является “негрубой” и чувствительна к незначительным изменениям начальных условий по времени и состоянию.

2. В настоящей статье предлагается метод многокритериального синтеза позиционного управления на основе достижений в области многопрограммной позиционной стабилизации в классе линейных и нелинейных систем с обобщением методов получения стабилизирующих позиционных управлений [1–5]. Метод не содержит проблемы сходимости, формирует универсальное аналитическое решение $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$, единообразное по структуре на множестве начальных условий.

Метод базируется на способах практического расширения класса “притягивающих” многообразий — аттракторов [6] в форме асимптотически устойчивого множества траекторий $\boldsymbol{x}_k(t)$, $k = \overline{1,\ N}$, порожденных многокритериально оптимальными программными управлениями $\boldsymbol{u}_k(t)$ $k = \overline{1,\ N}$, к которым “тяготеет” траектория системы под воздействием синтезированного управления $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$ при любых начальных условиях из заданного множества, причем по свойствам многопрограммного управления [4] $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_k, t) = \boldsymbol{u}_k(t)$.

Пусть, в соответствии с задачами многопрограммного управления, объект описывается нелинейной системой дифференциальных уравнений

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}\left(t, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}\right), \quad \boldsymbol{u} \in \boldsymbol{U}, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_n)^{\text{т}}$ — n-мерный вектор состояния системы, $\boldsymbol{u} = (u_1, \ldots, u_r)^{\text{т}}$ — r-мерный вектор управления, вектор-функция $\boldsymbol{f}(t, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \in \mathbf{C}(R^1 \times R^n \times R^r)$ за исключением, в некоторых случаях, конечного множества точек меры нуль.

Пусть для системы (1) заранее решены некоторые специальные задачи программного управления, т.е. построены N программных движений $\boldsymbol{x}_1(t), \ldots, \boldsymbol{x}_N(t)$ на множестве начальных условий, которые обеспечиваются программными управлениями $\boldsymbol{u}_1(t), \ldots, \boldsymbol{u}_N(t)$. Управления принадлежат к классу ограниченных функций при $t \geq t_0$. Число программных управлений не связано ни с размерностью системы (1), ни с размерностью вектора управлений.

В специальных задачах программного управления на основе многокритериальной оптимизации формируется вектор показателей-критериев

$$\boldsymbol{J} = (J_1 \ldots J_l) \to \text{extr}_u. \tag{2}$$

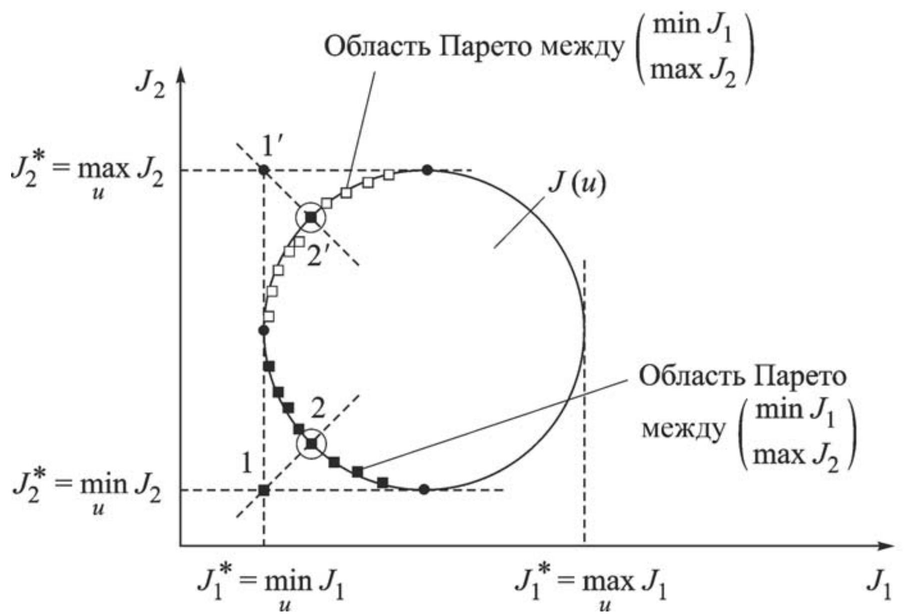

Рис. 1. Парето-область с точкой компромисса и учетом вариации постановки при l=2

Применяя один из перечисленных подходов многокритериальной программной оптимизации, можно получить множество из N решений на множестве начальных условий. Для этого могут быть применены прямые методы, методы скаляризации, а также методы на основе компромиссов [11]. Пусть без ограничения выбора подходов это будет один из методов получения компромиссов на основе идеальной точки, который позволяет выбрать на области Парето точку, самую близкую к идеальной точке, и потому обходит неопределенность выбора на области Парето.

На рис. 1 точки 1 (1′) — идеальные точки, а точки 2 (2′) — искомое решение (точки компромисса) по вектору показателей на области Парето, которому при заданных начальных условиях $\boldsymbol{x}_k(t_0)$, $k = \overline{1,\ N}$, соответствует оптимальное программное управление $\boldsymbol{u}_{k,\text{opt}}$ при решении задачи на основе функции Салуквадзе [9]:

$$\min[(J_1 - J_1^*)^2 + (J_2 - J_2^*)^2] \to \boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_{k,\text{opt}}. \tag{3}$$

Окончательно получаем множество заданных $\boldsymbol{u}_{k,\text{opt}}(t)$, $k = \overline{1,\ N}$, и соответствующих траекторий $\boldsymbol{x}_k(t)$, $k = \overline{1,\ N}$.

3. В настоящее время в теории многопрограммного позиционного управления (МПУ) в работах В.И. Зубова и Н.В. Смирнова [1–3] решена задача многопрограммной стабилизации для линейных стационарных и нестационарных систем, а также для некоторых нелинейных систем:

билинейной системы

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \left(A\,(t) + \sum_{i=1}^{N} B_i\,(t)\,u_i \right) \boldsymbol{x}, \tag{4}$$

где $A(t)$ и $B_i(t)$ — матрицы размера $n \times n$ и $n \times 1$;

системы типа Лотки–Вольтерры

$$\dot{\boldsymbol{x}} = P\boldsymbol{x} + Q(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u} \tag{5}$$

где $P = \operatorname{diag}(p_1, \ldots, p_k)$, $Q(\boldsymbol{x}) = \operatorname{diag}(\boldsymbol{q}_1\boldsymbol{x}, \ldots, \boldsymbol{q}_n\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{q}_1, \ldots, \boldsymbol{q}_n$ — строки матрицы $Q_0 = \{q_{ij},\ i = 1, n,\ j = 1, n\}$.

Запишем универсальную форму многопрограммного управления как интерполяционный полином Лагранжа–Сильвестра [1–3]:

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t) = \sum_{k=1}^{N} \Bigg(\boldsymbol{u}_k(t) + C_k(t)(\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}_k(t)) - \\ - 2\boldsymbol{u}_k(t) \sum_{s=1,\ s\neq k}^{N} \frac{(\boldsymbol{x}_k(t) - \boldsymbol{x}_s(t))(\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}_k(t))}{(\boldsymbol{x}_k(t) - \boldsymbol{x}_s(t))^2} \Bigg) \times \\ \times \prod_{i=1,\ i\neq k}^{N} \frac{(\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}_i(t))^2}{(\boldsymbol{x}_k(t) - \boldsymbol{x}_i(t))^2}, \tag{6}$$

при этом $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_k, t) = \boldsymbol{u}_k(t)$.

Стабилизирующие свойства (6) обеспечиваются введением дополнительной обратной связи $\boldsymbol{u}_0 = C_k(t)(\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}_k(t))$ по каждой заданной траектории $\boldsymbol{x}_k(t)$, что обеспечивает асимптотические свойства каждой заданной траектории, причем асимптотическая устойчивость реализуется на бесконечном интервале $0 \leq t < \infty$.

В работе [1] показано, что в классе линейных стационарных систем $\boldsymbol{u}_0 = \boldsymbol{C}(t)(\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}_k(t))$ для всех $\boldsymbol{x}_k(t)$, $k = \overline{1,\ N}$. В нелинейных системах (4), (5) структура (6) применяется для линеаризованных вариантов их описания. В работах Н.В. Смирнова и И.В. Соловьевой [4, 5] результат (6) обобщен в форме МПУ на конечном интервале $[t_0, t_k]$:

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t) = \boldsymbol{u}_m(\boldsymbol{x}, t) + \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}_k(t)), \quad \boldsymbol{y}_k = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_k,\ t_0 \leq t \leq t_k, \tag{7}$$

где

$$\dot{\boldsymbol{y}}_k(t) = G_x(\boldsymbol{y}_k(t),\ \boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}_k(t)),\ \boldsymbol{y}_k(t_0) = \boldsymbol{y}_{0k} \neq 0, \quad t_0 \leq t \leq t_k,\ k = \overline{1, N} \tag{8}$$

— оператор системы в отклонениях относительно одной из заданных траекторий $x_k(t)$;

$$\boldsymbol{u}_m(\boldsymbol{x}, t) = \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{u}_k(t) \prod_{s=1,\ s\neq k}^{N} \frac{(\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}_s(t))^2}{(\boldsymbol{x}_k(t) - \boldsymbol{x}_s(t))^2}, \quad \boldsymbol{u}_m(\boldsymbol{x}_k, t) = \boldsymbol{u}_k(t) \tag{9}$$

— многопрограммное управление без свойств стабилизации [4]; $-\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}_k(t))$ — стабилизирующая компонента МПУ, обеспечивающая устойчивость нулевого решения (8) (управление, стабилизирующее траекторию МПУ $\boldsymbol{x}(t)$ относительно $\boldsymbol{x}_k(t)$ или, другими словами, обеспечивающее асимптотические свойства заданной траектории $\boldsymbol{x}_k(t)$).

Очевидно, что получение $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}_k(t))$ для каждого $k = \overline{1, N}$ формирует векторную асимптотику $\boldsymbol{x}_k(t)$, $k = \overline{1, N}$, на $[t_0, t_k]$, как "притягивающего" многообразия для траектории $\boldsymbol{x}(t)$, соответствующей МПУ (7).

В работе [4] для получения стабилизирующей части (7) используется метод позиционной оптимизации Р.Ф. Габасова [14], разработанный для линейных нестационарных управляемых систем, поэтому процедура использования метода для решения задачи стабилизации нулевого решения (8) на $t_0 \leq t \leq t_k$ требует линейной аппроксимации нелинейной правой части (8).

Во второй части работы будет рассмотрено обобщение процедуры получения стабилизирующей компоненты $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}_k(t))$ МПУ нелинейной системы (1) на отрезке $t_0 \leq t \leq t_k$ для любого $k = \overline{1, N}$ без линеаризации правых частей (1), (8) и на основе синергетического подхода формирования "притягивающих" многообразий в форме метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [19, 20]. В методе АКАР вводятся и используются устойчивые макропеременные

$$\begin{gathered}\psi_i(t) = \varphi_i(y_{k1}, \ldots, y_{kn}), \quad T_i\dot{\psi}_i + \psi_i = 0, \\ (2\ldots5)T_i \leq t_k, \; i = 1, \ldots, n,\end{gathered} \tag{10}$$

для получения $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}_k(t))$, обеспечивающих устойчивость нулевого решения (8), на основе экспоненциальной сходимости $\psi_i(t)$ к нулю. Данный подход дополняет методику [4] получения стабилизирующего управления $\boldsymbol{v}$ в (7).

Краткий анализ применения синергетического метода АКАР для линейной нестационарной системы дан в Приложении к настоящей статье. Полное исследование по применению подхода в классе нелинейных систем будет дано во второй части статьи с полезным примером расчета.

Таким образом, рассмотрено три подхода получения многокритериального синтеза позиционного управления на основе многопрограммной стабилизации с последовательным обобщением метода обеспечения асимптотических свойств множества траекторий $\boldsymbol{x}_k(t)$, $k = \overline{1, N}$, программно-оптимальных по вектору показателей. Это подход Зубова–Смирнова на основе многопрограммного управления (6), подход Смирнова–Соловьевой на основе многопрограммного позиционного управления (7) и подход на основе синергетических алгоритмов АКАР по Колесникову.

4. Для иллюстрации метода многокритериального синтеза позиционного управления на основе многопрограммной стабилизации рассмотрим простейший пример стационарной линейной системы с применением многопрограммного управления (6).

Пусть движение объекта во времени t описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}' = x'', \\ \dot{x}'' = u, \end{cases} \tag{11}$$

$|u| \leq 1$, $t_0 = 0$, $t_k = T$, T — не фиксировано.

Матричная форма записи (11) имеет вид

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + Bu, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{12}$$

Требуется перевести объект из начального положения

$$x'(0) = 1, \quad x''(0) = 0 \tag{13}$$

в конечное состояние (на ось ординат x'')

$$x'(T) = 0. \tag{14}$$

Вектор критериев имеет вид $\boldsymbol{J} = (J_1, J_2)$

$$J_1(\boldsymbol{x}, u) = \int_0^T dt = T \to \min_u, \tag{15}$$

$$J_2(\boldsymbol{x}, u) = x''(T) \to \max_u. \tag{16}$$

Физически (15) и (16) трактуются как простейшая задача обеспечения максимальной скорости за минимальное время (задача разгона объекта).

При получении идеальной точки на первом этапе данного метода “компромиссов” раздельным решением задач (15) и (16) (рис. 1), решение задачи (16) дает вырожденный результат $\max_u J = \infty$, поэтому вносится фазовое ограничение

$$|x'(t)| \leq 3 \tag{17}$$

как условие получения результата на участке разгона ограниченной длины.

Для решения задач (15) и (16) используется принцип максимума Понтрягина [13]. В результате решения получены значения показателей в идеальной точке (см. рис. 1, подобная точка $1'$).

$$\begin{aligned} J_1^* &= \min_u [J_1(\boldsymbol{x}, u)] = 1{,}414; \\ J_2^* &= \min_u [-J_2(\boldsymbol{x}, u)] = \max_u J_2(\boldsymbol{x}, u) = 2{,}449. \end{aligned} \tag{18}$$

На втором этапе метода многокритериальной оптимизации при использовании компромисса на основе идеальной точки и оптимизации на основе функции Салуквадзе (3) определяется точка области Парето многокритериальных решений, которая находится на минимальном расстоянии от идеальной точки (см. рис. 1, точка $2'$). Задача по критерию (3) с помощью (18) также решается на основе принципа максимума Понтрягина.

В результате получаем

$$J_1^0 = 2{,}678, \quad J_2^0 = 0{,}54, \quad t_n = 1{,}069, \tag{19}$$

где t_n — точка переключения управления.

В соответствии с постановкой задачи многопрограммного управления без ограничения ее общности будем считать, что $N = 2$. Поэтому повторяем решение задачи с измененными начальными условиями (13)

$$x'(0) = 1{,}5; \quad x''(0) = 0 \tag{20}$$

и получаем

$$J_1^0 = 2{,}858, \quad J_2^0 = 0{,}358, \quad t_n = 1{,}25. \tag{21}$$

Введем преобразование обозначений полученных оптимальных управлений и траекторий:

$$u_k^0 \to \boldsymbol{x}_k = (x'_k, x''_k) = (x_{k1}, x_{k2}), \quad k = 1, N, \quad N = 2, \tag{22}$$

причем

$$k = 1,\ x_{11}(0) = 1,\ x_{12}(0) = 0;\ k = 2,\ x_{21}(0) = 1{,}5,\ x_{22}(0) = 0. \tag{23}$$

Управления u_1^0 и u_2^0 имеют вид

$$u_1^0 = \begin{cases} -1, & t < 1{,}069, \\ +1, & 1{,}069 < t < 2{,}678, \end{cases} \qquad u_2^0 = \begin{cases} -1, & t < 1{,}25, \\ +1, & 1{,}25 < t < 2{,}858. \end{cases} \tag{24}$$

Аналитический вид траекторий $\boldsymbol{x}_1$ и $\boldsymbol{x}_2$ следующий:

$$\begin{aligned} u_1^0 = -1, &\quad \begin{cases} x_{11}^-(t) = -0{,}5t^2 + 1, \\ x_{12}^-(t) = -t, \end{cases} \\ u_1^0 = +1, &\quad \begin{cases} x^+{}_{11}(t) = 0{,}5t^2 - 2{,}138t + 2,1397, \\ x^+{}_{12}(t) = t - 2{,}138, \end{cases} \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} u_2^0 = -1, &\quad \begin{cases} x_{21}^-(t) = -0{,}5t^2 + 1{,}5, \\ x_{22}^-(t) = -t, \end{cases} \\ u_2^0 = +1, &\quad \begin{cases} x^+{}_{21}(t) = 0{,}5t^2 - 2,5t + 3{,}061, \\ x^+{}_{22}(t) = t - 2{,}5. \end{cases} \end{aligned} \tag{26}$$

Для получения $u(\boldsymbol{x}, t)$ в форме (6) вводится дополнительная обратная связь

$$u_{\text{доп}} = C(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_k) = C(\Delta\boldsymbol{x}), \tag{27}$$

которая обеспечивает устойчивость (асимптотику) для всех $k = \overline{1, N}$ ($\Delta\boldsymbol{x}(t) \to 0$).

В соответствии с (11) и (12) имеем

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = A\Delta\boldsymbol{x} + Bu_{\text{доп}} = A\Delta\boldsymbol{x} + BC\Delta\boldsymbol{x} = (A + BC)\Delta\boldsymbol{x}, \tag{28}$$

где

$$D = A + BC = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{pmatrix}. \tag{29}$$

Для устойчивости системы (28) необходимо найти [21] коэффициенты α_i уравнения

$$D\left(\lambda\right) = \begin{pmatrix} 0 - \lambda & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^2 - \alpha_2\lambda - \alpha_1 = a_0\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0,$$

откуда следует условие для выбора α_1 и α_2:

$$\alpha_2 < 0,\ \alpha_1 < 0,\ \alpha_i = -q_i,\ q_i > 0,\ i = 1, 2. \tag{30}$$

Первый участок $u(\boldsymbol{x}, t)$ на $0 \leq t \leq 1{,}069$ имеет вид

$$\begin{aligned} u\left(\boldsymbol{x}, t\right) = \Bigg[-1 + (-q_1, -q_2)\begin{pmatrix} x' - x_{11}^- \\ x'' - x_{12}^- \end{pmatrix} + \\ + 2\frac{\left(x_{11}^- - x_{21}^-\right)\left(x' - x_{11}^-\right) + \left(x_{12}^- - x_{22}^-\right)\left(x'' - x_{12}^-\right)}{\left(x_{21}^- - x_{11}^-\right)^2 + \left(x_{22}^- - x_{12}^-\right)^2}\Bigg] \times \\ \times \frac{\left(x' - x_{21}^-\right)^2 + \left(x'' - x_{22}^-\right)^2}{\left(x_{11}^- - x_{21}^-\right)^2 + \left(x_{12}^- - x_{22}^-\right)^2} + \\ + \Bigg[-1 + (-q_1, -q_2)\begin{pmatrix} x' - x_{21}^- \\ x'' - x_{22}^- \end{pmatrix} + \\ + 2\frac{\left(x_{21}^- - x_{11}^-\right)\left(x' - x_{21}^-\right) + \left(x_{22}^- - x_{12}^-\right)\left(x'' - x_{22}^-\right)}{\left(x_{21}^- - x_{11}^-\right)^2 + \left(x_{22}^- - x_{12}^-\right)^2}\Bigg] \times \\ \times \frac{\left(x' - x_{11}^-\right)^2 + \left(x'' - x_{12}^-\right)^2}{\left(x_{21}^- - x_{11}^-\right)^2 + \left(x_{22}^- - x_{12}^-\right)^2}. \end{aligned} \tag{31}$$

Второй участок $u(\boldsymbol{x}, t)$ на $1{,}069 \leq t \leq 1{,}25$ принимает вид

$$u(\boldsymbol{x}, t) = \Bigg[1 + (-q_1, -q_2)\begin{pmatrix} x' - x^+{}_{11} \\ x'' - x^+{}_{12} \end{pmatrix} -$$

$$-2\frac{\left(x^{+}{}_{11}-x^{-}_{21}\right)\left(x'-x^{+}{}_{11}\right)+\left(x^{+}{}_{12}-x^{-}_{22}\right)\left(x''-x^{+}{}_{12}\right)}{\left(x^{+}{}_{11}-x^{-}_{21}\right)^{2}+\left(x^{+}{}_{12}-x^{-}_{22}\right)^{2}}\Bigg]\times$$

$$\times\frac{\left(x'-x^{-}_{21}\right)^{2}+\left(x''-x^{-}_{22}\right)^{2}}{\left(x^{+}{}_{11}-x^{-}_{21}\right)^{2}+\left(x^{+}{}_{12}-x^{-}_{22}\right)^{2}}+$$

$$+\left[-1+(-q_1,-q_2)\begin{pmatrix} x'-x^{-}_{21}\\ x''-x^{-}_{22}\end{pmatrix}+\right.$$

$$\left.+2\frac{\left(x^{-}_{21}-x^{+}{}_{11}\right)\left(x'-x^{-}_{21}\right)+\left(x^{-}_{22}-x^{+}{}_{12}\right)\left(x''-x^{-}_{22}\right)}{\left(x^{-}_{21}-x^{+}{}_{11}\right)^{2}+\left(x^{-}_{22}-x^{+}{}_{12}\right)^{2}}\right]\times$$

$$\times\frac{\left(x'-x^{+}{}_{11}\right)^{2}+\left(x''-x^{+}{}_{12}\right)^{2}}{\left(x^{-}_{21}-x^{+}{}_{11}\right)^{2}+\left(x^{-}_{22}-x^{+}{}_{12}\right)^{2}}. \quad (32)$$

Третий участок $u(\boldsymbol{x},t)$ на $1{,}25\leq t$ имеет вид

$$u(\boldsymbol{x},t)=\left[1+(-q_1,-q_2)\begin{pmatrix} x'-x^{+}{}_{11}\\ x''-x^{+}{}_{12}\end{pmatrix}-\right.$$

$$\left.-2\frac{\left(x^{+}{}_{11}-x^{+}{}_{21}\right)\left(x'-x^{+}{}_{11}\right)+\left(x^{+}{}_{12}-x^{+}{}_{22}\right)\left(x''-x^{+}{}_{12}\right)}{\left(x^{+}{}_{11}-x^{+}{}_{21}\right)^{2}+\left(x^{+}{}_{12}-x^{+}{}_{22}\right)^{2}}\right]\times$$

$$\times\frac{\left(x'-x^{+}{}_{21}\right)^{2}+\left(x''-x^{+}{}_{22}\right)^{2}}{\left(x^{+}{}_{11}-x^{+}{}_{21}\right)^{2}+\left(x^{+}{}_{12}-x^{+}{}_{22}\right)^{2}}+$$

$$+\left[1+(-q_1,-q_2)\begin{pmatrix} x'-x^{+}{}_{21}\\ x''-x^{+}{}_{22}\end{pmatrix}-\right.$$

$$\left.-2\frac{\left(x^{+}{}_{21}-x^{+}{}_{11}\right)\left(x'-x^{-}_{21}\right)+\left(x^{+}{}_{22}-x^{+}{}_{12}\right)\left(x''-x^{+}{}_{22}\right)}{\left(x^{+}{}_{21}-x^{+}{}_{11}\right)^{2}+\left(x^{+}{}_{22}-x^{+}{}_{12}\right)^{2}}\right]\times$$

$$\times\frac{\left(x'-x^{+}{}_{11}\right)^{2}+\left(x''-x^{+}{}_{12}\right)^{2}}{\left(x^{+}{}_{21}-x^{+}{}_{11}\right)^{2}+\left(x^{+}{}_{22}-x^{+}{}_{12}\right)^{2}}. \quad (33)$$

Выражения $x^{\pm}_{11}$, $x^{\pm}_{12}$; $x^{\pm}_{21}$, $x^{\pm}_{22}$ в аналитической форме даны формулами (25) и (26). Данные выражения могут быть получены и использованы в численном виде. Выражение для $u(\boldsymbol{x},t)$ является нелинейными функциями x' и x''. Значения параметров $q_1>0$ и $q_2>0$ уточняются в процессе моделирования. Универсальная структура $u(\boldsymbol{x},t)$ не изменяется и не критична к области начальных условий, например:

$$1\leq x'(0)\leq 1{,}5;\quad x''(0)=0 \quad (34)$$

при терминальном условии $x'(T)=0$ в ограничении $x'(T)\leq 3$.

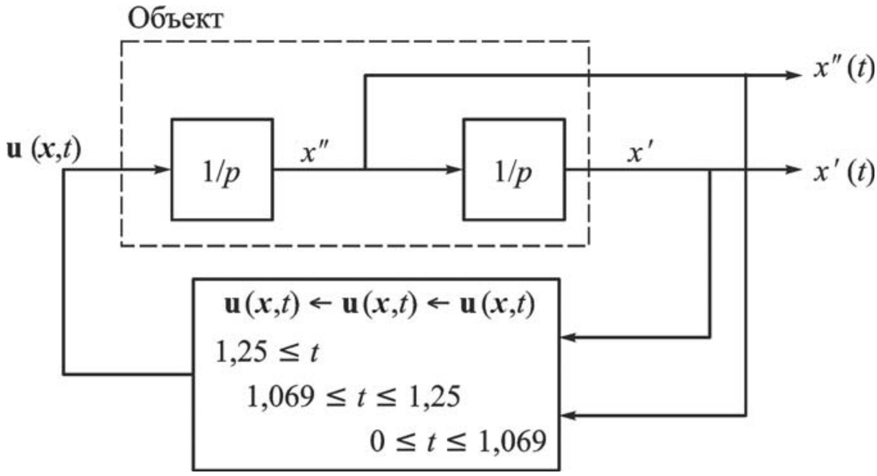

Рис. 2. Структура системы управления с обратной связью

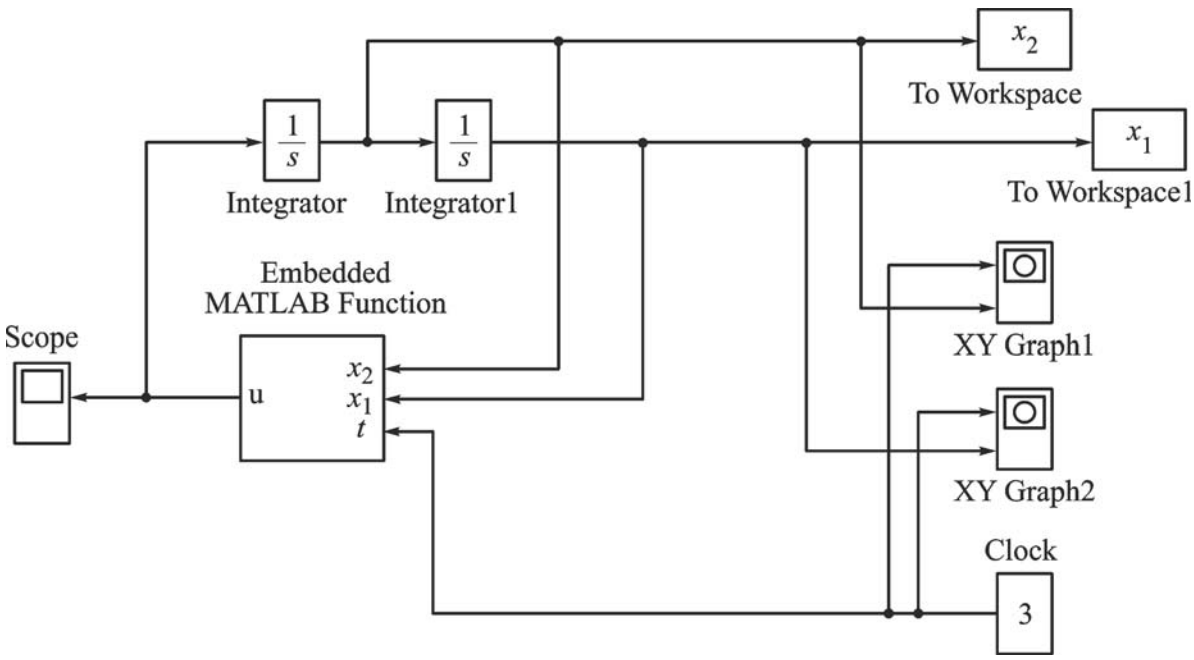

Рис. 3. Схема моделирования системы

В результате решена задача многокритериального синтеза на основе многопрограммного притягивающего вектора $(\boldsymbol{x}_1(t), \boldsymbol{x}_2(t))$ оптимальных траекторий, полученных на основе идеальной точки на множестве начальных условий.

На рис. 2 приведена структура системы управления, полученной на основе синтезированного многокритериального позиционного управления.

Моделирование в программной среде MATLAB выполнено по схеме, представленной на рис. 3.

Временная реализация $u(\boldsymbol{x}, t)$ при $x'(0) = 1{,}25$ дана на рис. 4.

Как следует из рис. 4, многокритериальное позиционное управление достаточно хорошо ориентировано на усредняющие свойства оптимальных программных управлений. Кроме того, асимптотические свойства обладают полезной грубостью.

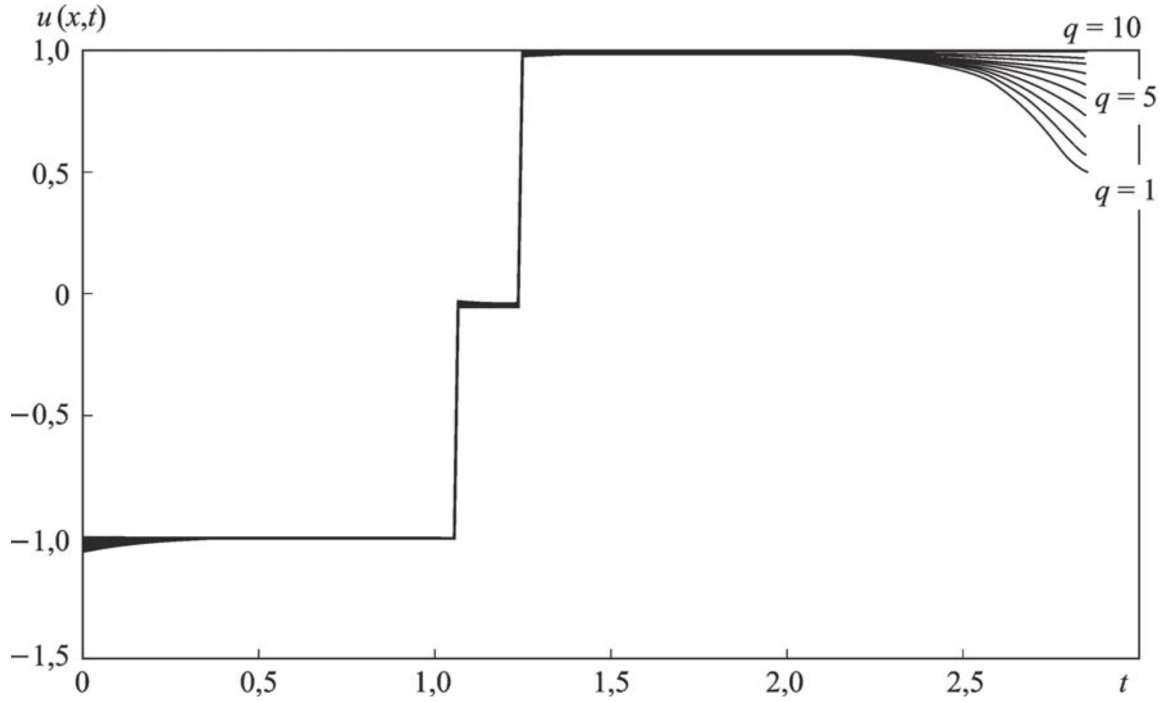

Рис. 4. Временная реализация $u(x,t)$ при $q_1 = q_2$ от 1 до 10

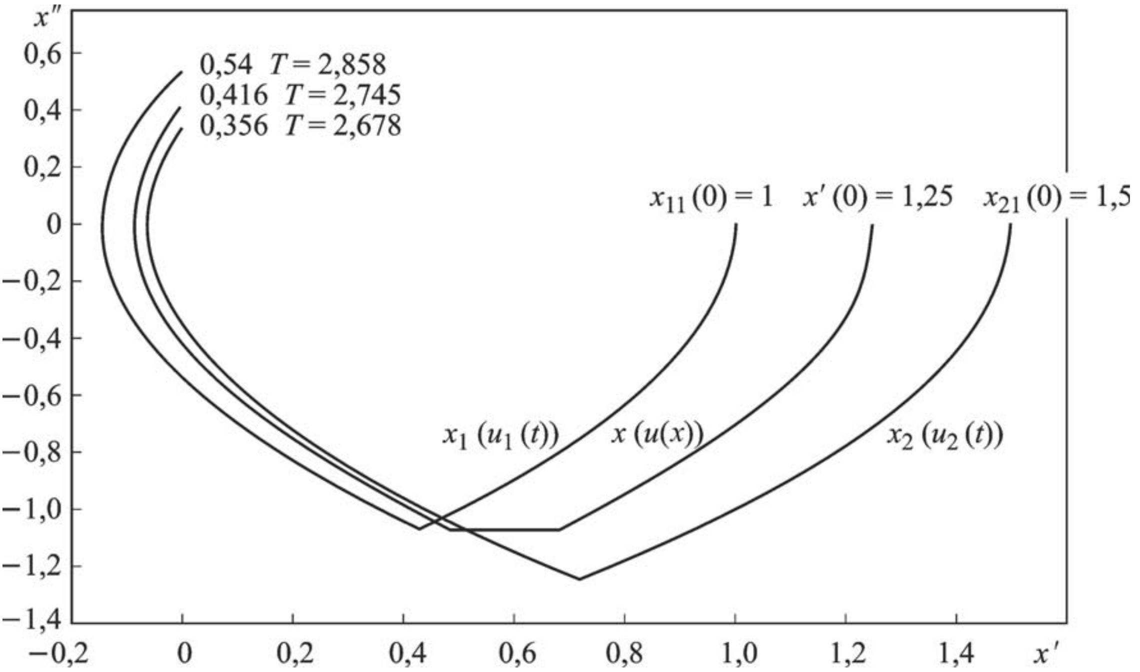

Рис. 5. Фазовые траектории $x''(x')$, $q_1 = 5$, $q_2 = 5$

На рис. 5 показано, что траектория, соответствующая полученному позиционному управлению, обеспечивает высокий уровень свойств многокритериальной оптимальности на множестве начальных условий.

Приложение.

Для иллюстрации применения синергетического метода АКАР при получении МПУ (7), которое является основой многокритериального синтеза позиционного управления на отрезке $[t_0, t_k]$, рассмотрим линейную нестационарную систему

$$\dot{\boldsymbol{x}}\left(t\right)=A\left(t\right)\boldsymbol{x}\left(t\right)+B\left(t\right)\boldsymbol{u},\ \dim\boldsymbol{x}=n,\ \dim\boldsymbol{u}=r. \tag{35}$$

При этом без ограничения общности результатов будем считать, что число заданных многокритериально оптимальных программных управлений и соответствующих траекторий $N=2$.

Тогда в соответствии с (7)

$$\boldsymbol{u}_m\left(\boldsymbol{x},t\right)=\boldsymbol{u}_1\frac{\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_2\right)^2}{\left(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2\right)^2}+\boldsymbol{u}_2\frac{\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_1\right)^2}{\left(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1\right)^2}. \tag{36}$$

Пусть определяется $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}_k)$ для $k=1$. В соответствии с выражениями (7), (8)

$$\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{y}_1(t)+\boldsymbol{x}_1(t). \tag{37}$$

Следовательно, (36) можно представить в виде

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_m\left(\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{y}_1,t\right)&=\boldsymbol{u}_1\frac{\left(\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{y}_1-\boldsymbol{x}_2\right)^2}{\left(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2\right)^2}+\boldsymbol{u}_2\frac{{\boldsymbol{y}_1}^2}{\left(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1\right)^2}=\\&=\boldsymbol{u}_1\left(1+2\frac{(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2)\boldsymbol{y}_1}{\left(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2\right)^2}+\frac{{\boldsymbol{y}_1}^2}{\left(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2\right)^2}\right)+\boldsymbol{u}_2\frac{{\boldsymbol{y}_1}^2}{\left(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1\right)^2}.\end{aligned} \tag{38}$$

Система в отклонениях (8) принимает вид

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{y}}\left(t\right)&=A\left(t\right)\boldsymbol{y}_1\left(t\right)+\\&+B\left(t\right)\left[\boldsymbol{u}_1\left(1+2\frac{(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2)\boldsymbol{y}_1}{\left(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2\right)^2}+\frac{{\boldsymbol{y}_1}^2}{\left(\boldsymbol{x}_1-x_2\right)^2}\right)+\boldsymbol{u}_2\frac{{\boldsymbol{y}_1}^2}{\left(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1\right)^2}\right]+\\&+B\left(t\right)\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}_1\left(t\right)),\end{aligned} \tag{39}$$

где

$$\left(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2\right)^2=\left(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1\right)^2=\sum_{i=1}^{n}\left(x_{1i}-x_{2i}\right)^2=l\left(t\right)\neq0,\quad l_1=\frac{1}{l}. \tag{40}$$

Тогда система в отклонениях преобразуется к виду

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{y}}_1\left(t\right)&=A\left(t\right)\boldsymbol{y}_1\left(t\right)+B\left(t\right)\boldsymbol{v}\left(\boldsymbol{y}_1\left(t\right)\right)+C\left(t\right)\boldsymbol{y}_1\left(t\right)+D\left(t\right)\boldsymbol{y}_1^2+E\left(t\right)\boldsymbol{y}_1^2=\\&=\left(A\left(t\right)+C\left(t\right)\right)\boldsymbol{y}_1+B\left(t\right)\boldsymbol{v}\left(\boldsymbol{y}_1\right)+\left(D\left(t\right)+E\left(t\right)\right)\boldsymbol{y}_1^2=\\&=A'\left(t\right)\boldsymbol{y}_1+B\left(t\right)\boldsymbol{v}\left(\boldsymbol{y}_1\right)+E'(t)\boldsymbol{y}_1^2.\end{aligned} \tag{41}$$

Далее без ограничения общности вывода принимается $n=2, r=2$. Тогда

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{y}_1^{\text{т}}=(y_{11},y_{12});\ \boldsymbol{v}^{\text{т}}=(v_1,v_2);\ \boldsymbol{u}_1^{\text{т}}=(u_{11},u_{12}),\ \boldsymbol{u}_2^{\text{т}}=(u_{21},u_{22}),\\&\boldsymbol{y}_1^2=(y_{11}^2+y_{12}^2);\quad B(t)=\mathrm{diag}\left\{\beta_{11},\beta_{22}\right\}.\end{aligned} \tag{42}$$

Пусть

$$A(t) = \{a_{ij}\};\ C(t) = \{c_{ij}\};\ A' = \{\alpha_{ij}\} = \{a_{ij} + c_{ij}\},\quad i, j = 1, 2, \tag{43}$$

где

$$\begin{gathered} C = 2B(t)\boldsymbol{u}_1(\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2)l1;\quad E' = \{(k_1 + k_3)\boldsymbol{y}_1 2;\ (k_2 + k_4)\boldsymbol{y}_1 2\}^{\text{т}}, \\ k_1 = \beta_{11}u_{11}l_1;\ k_2 = \beta_{22}u_{12}l_1;\ k_3 = \beta_{11}u_{21}l_1;\ k_4 = \beta_{22}u_{12}l_1. \end{gathered} \tag{44}$$

Система (41) в форме Коши с учетом (43) и (44) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{y_{11}} &= \alpha_{11}y_{11} + \alpha_{12}y_{12} + \beta_{11}v_1(\boldsymbol{y}_1) + (k_1 + k_3)\,\boldsymbol{y}_1^2; \\ \dot{y_{12}} &= \alpha_{21}y_{11} + \alpha_{22}y_{12} + \beta_{22}v_2(\boldsymbol{y}_1) + (k_2 + k_4)\,\boldsymbol{y}_1^2. \end{aligned} \tag{45}$$

По методу АКАР [19] вводятся макропеременные

$$\psi_1(t) = \alpha_{11}y_{11} + \alpha_{12}y_{12},\quad \psi_2(t) = \alpha_{21}y_{11} + \alpha_{22}y_{12}. \tag{46}$$

с условием асимптотической устойчивости по каждой из них соответственно на основе экспоненциальной сходимости

$$T_1\dot{\psi}_1(t) + \psi_1(t) = 0;\quad T_2\dot{\psi}_2(t) + \psi_2(t) = 0, \tag{47}$$

где [19]

$$(2\ldots5)T_i \le t_k. \tag{48}$$

Тогда при $t > t_k$, $\psi_1(t) \to 0$, $\psi_2(t) \to 0$, где $\psi_1(t_k) = 0$, $\psi_2(t_k) = 0$ — “притягивающие” многообразия. Пересечение многообразий дает систему

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \alpha_{11}y_{11} + \alpha_{12}y_{12} = 0, \\ \psi_1 &= \alpha_{21}y_{11} + \alpha_{22}y_{12} = 0. \end{aligned} \tag{49}$$

Решение системы имеет место в точке

$$y_{11}(t_k) = y_{12}(t_k) \cong 0, \tag{50}$$

где

$$(2\ldots5)T_i \le t_k,\quad i = 1, 2.$$

Таким образом, к моменту времени t_k обеспечивается асимптотически устойчивое обнуление отклонения $\boldsymbol{y}_1(t)$. Далее нужно найти $\boldsymbol{v}^{\text{т}}(\boldsymbol{y}_1) = (v_1(\boldsymbol{y}_1),\ v_2(\boldsymbol{y}_1))$, которое переводит систему (45) из точки $\boldsymbol{y}_1(t_0) \ne 0$ на “притягивающие” многообразия $\psi 1 = 0$, $\psi_2 = 0$, т.е. ищется стабилизирующее управление $\boldsymbol{v}_1(\boldsymbol{y}_1)$ для получения асимптотических свойств $\boldsymbol{x}_1(t)$.

Для этого в соответствии с методикой АКАР [19] подставляем выражения макропеременных (46) в уравнения (47):

$$\dot{\psi}_1 = \dot{\alpha}_{11}y_{11} + \alpha_{11}\dot{y}_{11} + \dot{\alpha}_{12}y_{12} + \alpha_{12}\dot{y}_{12} = -\frac{1}{T_1}\psi_1; \tag{51}$$

$$\dot{\psi}_2 = \dot{\alpha}_{21}y_{11} + \alpha_{21}\dot{y}_{11} + \dot{\alpha}_{22}y_{12} + \alpha_{22}\dot{y}_{12} = -\frac{1}{T_2}\psi_2. \qquad (52)$$

Подставляя (51) и (52) соответственно в уравнения системы (45) окончательно получаем

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{A}_1 + \alpha_{11}\beta_{11}v_1 + \boldsymbol{B}_1 + \boldsymbol{C}_1 + \alpha_{12}\beta_{22}v_2 + \boldsymbol{D}_1 = -\frac{1}{T_1}\psi_1;\\ &\boldsymbol{A}_2 + \alpha_{21}\beta_{11}v_1 + \boldsymbol{B}_2 + \boldsymbol{C}_2 + \alpha_{22}\beta_{22}v_2 + \boldsymbol{D}_2 = -\frac{1}{T_2}\psi_2, \end{aligned} \qquad (53)$$

где

$$\begin{gathered} \boldsymbol{A}_1 = \dot{\alpha}_{11}y_{11} + \alpha_{11}\psi_1, \;\; \psi_1 = \alpha_{11}y_{11} + \alpha_{12}y_{12},\\ \boldsymbol{A}_2 = \dot{\alpha}_{21}y_{11} + \alpha_{21}\psi_1,\\ \boldsymbol{B}_1 = \alpha_{11}\left(k_1 + k_3\right)\boldsymbol{y}_1^2 = \alpha_{11}\overline{\boldsymbol{B}},\\ \boldsymbol{B}_2 = \alpha_{21}\left(k_1 + k_3\right)\boldsymbol{y}_1^2 = \alpha_{21}\overline{\boldsymbol{B}},\\ \boldsymbol{C}_1 = \dot{\alpha}_{12}y_{12} + \alpha_{12}\psi_2, \;\; \psi_2 = \alpha_{21}y_{11} + \alpha_{22}y_{12},\\ \boldsymbol{D}_1 = \alpha_{12}\left(k_2 + k_4\right)\boldsymbol{y}_1^2 = \alpha_{12}\overline{\boldsymbol{D}},\\ \boldsymbol{D}_2 = \alpha_{22}\left(k_2 + k_4\right)\boldsymbol{y}_1^2 = \alpha_{22}\overline{\boldsymbol{D}}. \end{gathered} \qquad (54)$$

Решая систему (53) относительно v_1 и v_2, получаем

$$v_1\left(\boldsymbol{y}_1\right) = \left[\left(\alpha_{22}\alpha_{11} - \alpha_{12}\alpha_{21}\right)\beta_{11}\right]^{-1}\Bigg[\left(\frac{\alpha_{12}\psi_2}{T_2} - \frac{\alpha_{22}\psi_1}{T_1}\right) - \\ - \left(\alpha_{22}\boldsymbol{A}_1 - \alpha_{12}\boldsymbol{A}_2\right) - \left(\alpha_{22}\alpha_{11} - \alpha_{12}\alpha_{21}\right)\overline{\boldsymbol{B}} - \left(\alpha_{22}\boldsymbol{C}_1 - \alpha_{12}\boldsymbol{C}_2\right)\Bigg];$$

$$v_2\left(\boldsymbol{y}_1\right) = \left[\left(\alpha_{21}\alpha_{12} - \alpha_{11}\alpha_{22}\right)\beta_{22}\right]^{-1}\Bigg[\left(\frac{\alpha_{11}\psi_2}{T_2} - \frac{\alpha_{21}\psi_1}{T_1}\right) - \\ - \left(\alpha_{21}\boldsymbol{A}_1 - \alpha_{11}\boldsymbol{A}_2\right) - \left(\alpha_{21}\alpha_{12} - \alpha_{11}\alpha_{22}\right)\overline{\boldsymbol{D}} - \left(\alpha_{21}\boldsymbol{C}_1 - \alpha_{11}\boldsymbol{C}_2\right)\Bigg]. \qquad (55)$$

Таким образом, методом АКАР получено управление

$$\boldsymbol{v}^{\mathrm{т}}(y_1) = (v_1(\boldsymbol{y}_1), v_2(\boldsymbol{y}_1)),$$

стабилизирующее траекторию $\boldsymbol{x}(t)$ многопрограммного позиционного управления $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$ (7) относительно многокритериальной программно-оптимальной траектории $\boldsymbol{x}_1(t)$ с заменой в (54) и (55) $\boldsymbol{y}_1(t) = \boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}_1(t)$.

Вектор $\boldsymbol{v}^{\mathrm{т}}(\boldsymbol{y}_2) = (v_1(\boldsymbol{y}_2), v_2(\boldsymbol{y}_2))$ будет иметь вид, подобный системе (55) с заменой $\boldsymbol{u}_1(t)$, $\boldsymbol{x}_1(t)$ в ее структурах как функциях от $(\boldsymbol{u}_1(t), \boldsymbol{x}_1(t), \boldsymbol{x}(t))$ на подобные функции от $(\boldsymbol{u}_2(t), \boldsymbol{x}_2(t), \boldsymbol{x}(t))$.

В заключение статьи следует отметить, что анализ при $N = 2$, $n = 2$, $r = 2$ без ограничения общности результата иллюстрирует возможность многокритериального синтеза позиционного управления в форме (7) на основе синергетического метода получения “притягивающих” многообразий с обобщением методики [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. З у б о в В. И. Синтез многопрограммных устойчивых управлений // Докл. АН СССР. – 1991. – Т. 318. № 2. – С. 274–277.
2. С м и р н о в Н. В. Задачи многопрограммной стабилизации в различных классах динамических систем // Труды Средневолжского матем. общ. – 2005. – Т. 7. № 1. – С. 192–201.
3. С м и р н о в Н. В. Многопрограммная стабилизация линейных и билинейных систем в случае неполной обратной связи // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2001. – № 3. – С. 40–44.
4. С о л о в ь е в а И. В. Синтез многопрограммных систем управления на основе метода позиционной оптимизации. – Автореф. дисс.. . . канд. физ.-мат. наук. СПбГУ, 2010. – 15 с.
5. С м и р н о в Н. В. С о л о в ь е в а И. В. Применение метода позиционной оптимизации для многопрограммной стабилизации билинейных систем // Вестник Санкт-Петербург. ун-та. Сер. 10. Прикладная математика, информатика, процессы управления. – 2009. – Вып. 3. – С. 253–261.
6. Н и к о л и с Г., П р и г о ж и н И. Познание сложного. Введение. 2-е изд. – М.: УРСС, 2003 – 344 с.
7. С о б о л ь И. М., С т а т н и к о в Р. Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 110 с.
8. П о д и н о в с к и й В. В., Н о г и н В. В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 322 с.
9. Ж у к о в с к и й В. И., С а л у к в а д з е М. Е. Риски и исходы в многокритериальных задачах управления. – Тбилиси: Интеллект, 2004.
10. Л а р и ч е в О. И. Теория и методы принятия решений – М.: Логос, 2001. – 298 с.
11. В о р о н о в Е. М. Методы оптимизации управления многообъектными многокритериальными системами на основе стабильно-эффективных решений: Учебник / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2001. – 576 с.
12. С е р о в В. А. Генетические алгоритмы оптимизации управления многокритериальными системами в условиях неопределенности на основе конфликтных равновесий // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2007. – № 4. – С. 70–80.
13. М е т о д ы классической и современной теории автоматического управления: Учебник. В 5 т., 2-е изд., перераб. и доп. Т 4: Теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 744 с.
14. Б а л а ш е в и ч Н. В., Г а б а с о в Р. Ф., К и р и л л о в а Ф. М. Численные методы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления // Журн. вычисл. математики и матем. физики. – 2000. – Т. 40. – № 6. – С. 838–859.
15. С е р о в В. А., Х и т р и н В. В. Многокритериальный синтез программно-корректируемого режима технического процесса в условиях неопределенности // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2010. – № 11. – С. 27–35.
16. С е р о в В. А., Б а б и н ц е в Ю. Н., К о н д и п о в Н. С. Нейро-управление многокритериальными конфликтными системами. – М.: Изд.-во МГУ. – 2011. – 136 с.

17. Д и в е е в А. И. Метод сетевого оператора. – М.: Вычисл. центр им. А.А. Дородницына РАН, 2010. – 178 с.
18. Ц а р е в Ф. Н. Совместное применение генетического программирования, конечных автоматов и искусственных нейронных сетей для построения системы управления беспилотным летательным аппаратом // Науч.-техн. вестник СпбГУ. Информацион. техн., механика и оптика. – 2008. – № 53. – С. 42–60.
19. К о л е с н и к о в А. А. Синергетические методы управления сложными системами: Теория системного синтеза. – М.: КомКнига, 2006. – 240 с.
20. К о л е с н и к о в А. А., В е с е л о в Г. Е., П о п о в А. Н. и др. Синергетические методы управления сложными системами: Механические и электромеханические системы / Под ред. А.А. Колесникова. – М.: Ком. Книга, 2008. – 304 с.
21. С о л о д о в н и к о в В. В., П л о т н и к о в В. Н., Я к о в л е в А. В. Теория автоматического управления техническими системами. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1993. – 492 с.

Статья поступила в редакцию 26.03.2012

Евгений Михайлович Воронов родился в 1940 г., окончил в 1963 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана и в 1969 МГУ им. М.В. Ломоносова. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 200 научных работ в области теории управления и ее приложений.

Ye.M. Voronov (b. 1940) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1963 and the Lomonosov Moscow State University in 1969. D. Sc. (Eng.), professor of “Automatic Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 200 publications in the field of control theory and its applications.