

К. С. К а л а ш н и к о в

АЛГОРИТМ КОМПЕНСАЦИИ МЕЖКАНАЛЬНЫХ ПОМЕХ ПРИ ПРИЕМЕ OFDM-СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ КАНАЛОВ С ЗАМИРАНИЯМИ

Предложен алгоритм оценки искажений OFDM-сигналов, связанных с межканальной интерференцией, при приеме в условиях многолучевых каналов с замираниями, приведены результаты его моделирования на ЭВМ. В основе алгоритма лежат оценка частотной характеристики канала с помощью многомерного цифрового фильтра Калмана, оптимальная (в смысле минимума среднего квадрата ошибки) интерполяция полученной оценки и детектирование передаваемых данных с помощью QR-разложения передаточной матрицы канала. Предложенный алгоритм позволяет значительно улучшить рабочие характеристики системы по сравнению с методами, основанными на кусочно-линейной интерполяции частотной характеристики при сопоставимых вычислительных затратах.

E-mail: Kalash@dsol.ru

Ключевые слова: OFDM, межканальная интерференция, канал с замираниями, фильтр Калмана, QR-разложение.

В настоящее время для решения задачи беспроводной передачи данных широко используется техника ортогонального частотного разделения каналов (OFDM), позволяющая добиваться высокой спектральной эффективности и при передаче по частотно-селективным каналам связи. Широкое распространение эта техника получила в том числе в системах цифрового телевизионного вещания [1], беспроводных локальных сетей [2] и др. При этом актуальной является задача обеспечения приема при замираниях в канале. Последние оказывают специфическое влияние на OFDM-сигналы. Так, вследствие доплеровского расширения спектра происходит нарушение ортогональности поднесущих, приводящее к межканальной интерференции (МКИ), которая проявляется как ослабление полезной составляющей сигнала и появление аддитивной помехи при демодуляции поднесущих. С увеличением максимального относительного доплеровского сдвига в канале отношение сигнал-помеха снижается, что существенно затрудняет обработку сигнала даже в случае отсутствия влияния шумов.

Для оценки искажений, связанных с МКИ, известны, например, алгоритмы, основанные на параметрическом оценивании импульсной (ИХ) или частотной (ЧХ) характеристик канала [3] и на интерполяции их оценок [4]. Первые обеспечивают высокую точность оценки, однако имеют высокую вычислительную сложность, что затрудняет их практическую реализацию. Вторые используют, как правило, кусочно-линейную интерполяцию, обеспечивающую удовлетворительные рабочие характеристики лишь при небольших значениях максимального

относительного доплеровского сдвига в канале. В основе предложенного в настоящей работе алгоритма лежат оценка ЧХ канала с помощью многомерного цифрового фильтра Калмана (МЦФК), оптимальная в смысле минимума среднего квадрата ошибки интерполяция ЧХ по оцененным значениям, и детектирование передаваемых данных с помощью QR-разложения передаточной матрицы канала [3].

Модель принимаемого сигнала. Передаваемый сигнал $s_t(t)$ является последовательностью OFDM-символов $s_t(m, t)$ длительностью T , представляемых суммой N гармоник. При этом каждый символ предваряется защитным интервалом (ЗИ), его циклическим префиксом длительностью T_g :

$$s_t(m, t) = \sum_{l=1}^N x_t(m, l) \exp(j\omega_l t); t \in [-T_g; T),$$

$$s_t(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} s_t(m, t - mT_s),$$

где $x_t(m, l)$ — комплексная амплитуда l -й гармоники в m -м символе; ω_l — ее частота; $T_s = T + T_g$ — длительность OFDM-символа с ЗИ.

Будем рассматривать распространение сигнала по многолучевому каналу, характеризующемуся импульсной характеристикой $h(t, \tau)$. Тогда принимаемый сигнал запишем в виде

$$s_r(t) = \int_0^{\infty} h(t, \tau) s_t(t - \tau) d\tau.$$

Будем считать, что предыдущие тракты его обработки позволяют добиться идеальной синхронизации по времени и по частоте. В этом случае отсутствует межсимвольная интерференция и m -й принимаемый символ с отброшенным ЗИ может быть записан как

$$\begin{aligned} s_r(m, t) &= \int_0^{\infty} h(t, \tau) s_t(m, t - \tau) d\tau = \\ &= \int_0^{\infty} h(t, \tau) \sum_{l=1}^N x_t(m, l) \exp(j\omega_l(t - \tau)) d\tau = \\ &= \sum_{l=1}^N x_t(m, l) \exp(j\omega_l t) \int_0^{\infty} h(mT_s + t, \tau) \exp(-j\omega_l \tau) d\tau = \\ &= \sum_{l=1}^N H(m, \omega_l, t) x_t(m, l) \exp(j\omega_l t); t \in [0; T), \end{aligned}$$

где

$$H(m, \omega_l, t) = \int_0^{\infty} h(mT_s + t, \tau) \exp(-j\omega_l \tau) d\tau$$

– ЧХ канала на частоте l -й поднесущей в течение m -го символа.

На приемной стороне сигнал подвергается дискретизации с периодом $T_d = T/N$. Для оценки комплексных амплитуд поднесущих используется дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Тогда для k -й поднесущей m -го символа на выходе демодулятора получим

$$\begin{aligned} x_r(m, k) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_r(m, (i-1)T_d) \exp(-j\omega_k(i-1)T_d) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\sum_{l=1}^N \{ H(m, \omega_l, (i-1)T_d) x_t(m, l) \times \right. \\ &\quad \left. \times \exp(j\omega_l(i-1)T_d) \} \exp(-j\omega_k(i-1)T_d) \right] = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \left\{ x_t(m, l) \sum_{i=1}^N \left[H(m, \omega_l, (i-1)T_d) \exp(-j(\omega_k - \omega_l)(i-1)T_d) \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \left\{ x_t(m, l) \sum_{i=1}^N \left[H(m, \omega_l, (i-1)T_d) \exp\left(-j \frac{2\pi(k-l)(i-1)}{N}\right) \right] \right\} \end{aligned}$$

Здесь учтено, что

$$(\omega_k - \omega_l)T_d = \frac{(\omega_k - \omega_l)T}{N} = \frac{2\pi(k-l)}{N}$$

(из условия ортогональности поднесущих).

Обозначим

$$A(m, k, l) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H(m, \omega_l, (i-1)T_d) \exp\left(-j \frac{2\pi(k-l)(i-1)}{N}\right). \quad (1)$$

Коэффициенты $A(m, k, l)$ характеризуют вклад l -й передаваемой поднесущей в k -й отсчет на выходе демодулятора; при $k = l$ – передаточную функцию для полезного сигнала, а при $k \neq l$ – аддитивную помеху вследствие межканальной интерференции. Дисперсию помехи можно приближенно вычислить как

$$\sigma_{\text{МКИ}}^2 \approx 1 - E \{ A^2(m, l, l) \},$$

где усреднение проводится как по m , так и по l .

Тогда принимаемый сигнал запишется в виде

$$x_r(m, k) = \sum_{l=1}^N A(m, k, l) x_t(m, l).$$

В дальнейшем удобно перейти к векторно-матричной форме записи. Обозначим

$$\mathbf{A}(m) \in M_{N,N}, \quad [\mathbf{A}(m)]_{k,l} = A(m, k, l);$$

$$\tilde{\mathbf{A}}(m) \in M_{N,N}, \quad [\tilde{\mathbf{A}}(m)]_{k,l} = A(m, k + l - 1, l);$$

$$\mathbf{H}(m) \in M_{N,N}, \quad [\mathbf{H}(m)]_{i,l} = H(m, \omega_l, (i - 1)T_d).$$

Столбцы матриц $\mathbf{A}(m)$, $\tilde{\mathbf{A}}(m)$ и $\mathbf{H}(m)$ обозначим соответственно как $\mathbf{a}(m, l)$, $\tilde{\mathbf{a}}(m, l)$ и $\mathbf{h}(m, l)$, а векторы-столбцы передаваемых и принимаемых данных — как $\mathbf{x}_t(m)$ и $\mathbf{x}_r(m)$ соответственно. Также для упрощения записи будем обозначать $H(m, l, i) = H(m, \omega_l, (i - 1)T_d)$.

Тогда влияние канала можно охарактеризовать передаточной матрицей $\mathbf{A}(m)$ следующим образом:

$$\mathbf{x}_r(m) = \mathbf{A}(m)\mathbf{x}_t(m).$$

Отметим, что матрицы $\mathbf{A}(m)$ и $\tilde{\mathbf{A}}(m)$ могут быть преобразованы одна в другую путем циклического сдвига столбцов, поэтому в дальнейшем при известной оценке одной из них оценка второй также полагается известной.

Из (1) следует, что элементы матриц $\mathbf{A}(m)$, $\tilde{\mathbf{A}}(m)$ и $\mathbf{H}(m)$ связаны операцией ДПФ

$$\tilde{\mathbf{A}}(m) = \mathbf{F}\mathbf{H}(m),$$

где \mathbf{F} — матричный оператор ДПФ.

Алгоритм оценки МКИ. Предлагаемый в настоящей работе алгоритм включает в себя следующие основные этапы:

- оценка коэффициентов передачи полезного сигнала с помощью МЦФК;
- интерполяция ЧХ канала, оптимальная в смысле минимума СКО, и оценка передаточной матрицы канала;
- детектирование передаваемых данных на основе QR-разложения передаточной матрицы.

Структурная схема алгоритма приведена на рис. 1.

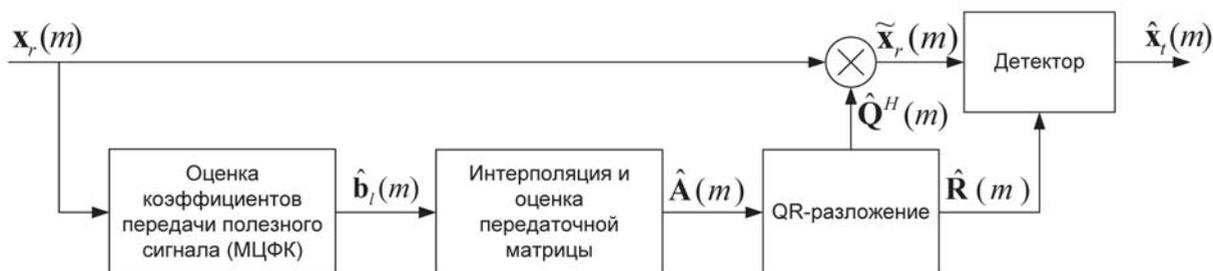


Рис. 1. Структурная схема алгоритма

Оценка коэффициентов передачи полезного сигнала с помощью МЦФК. Использование МЦФК для оценки частотной характеристики канала в OFDM-системах широко описано в современной научно-технической литературе (например, [5]), поэтому в рамках настоящей статьи приведено лишь краткое описание примененного фильтра.

Изменение ЧХ канала во времени задается авторегрессионной моделью второго порядка, обеспечивающей высокую точность оценки при сравнительно невысокой вычислительной сложности алгоритма:

$$\mathbf{a}_0(m) = \sum_{p=1}^2 \mathbf{C}_p \mathbf{a}_0(m-p) + \mathbf{w}(m). \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{a}_0(m) = \{A(m, 1, 1), A(m, 2, 2), \dots, A(m, N, N)\}^T$, $\mathbf{w}(m)$ — порождающий векторный белый шум, а матрицы \mathbf{C}_p и матрица дисперсии порождающего шума $\mathbf{R}_w = E \{\mathbf{w}(m)\mathbf{w}^H(m)\}$, где $()^H$ — операция эрмитова транспонирования, вычисляются путем решения системы уравнений Юла–Уокера.

Выражение (2) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(m) &= \Phi \mathbf{y}(m-1) + \mathbf{W}(m); \\ \mathbf{y}(m) &= \{\mathbf{a}_0(m)^T, \mathbf{a}_0(m-1)^T\}^T; \\ \mathbf{W}(m) &= \{\mathbf{w}(m)^T, \mathbf{0}_{1 \times N}\}^T; \\ \Phi &= \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 \end{Bmatrix}. \end{aligned}$$

Здесь и далее $\mathbf{0}_{m \times n}$ — нулевая матрица размера $m \times n$, причем размер не указывается, если он ясен из контекста.

Уравнение наблюдения имеет вид

$$\mathbf{z}(m) = \mathbf{D}(m)\mathbf{y}(m) + \mathbf{N}(m),$$

где $\mathbf{D}(m) = \{\text{diag}(\mathbf{x}_t(m)) \quad \mathbf{0}_{N \times N}\}$ — матрица наблюдения; $\mathbf{N}(m)$ — суммарная помеха от МКИ и аддитивного белого гауссова шума (АГБШ) с дисперсией каждой компоненты

$$\sigma_N^2 = \sigma_{\text{АГБШ}}^2 + \sigma_{\text{МКИ}}^2.$$

Такое задание матрицы наблюдения предполагает комплексные амплитуды всех поднесущих известными и имеет целью оценку потенциальной точности предлагаемого метода при заданной модели сигнала. Отметим, что близких показателей точности при сокращении аппаратных затрат можно добиться, применив модификацию фильтра, описанную в работе [5].

Процесс фильтрации описывается следующим алгоритмом.

Шаг 0. Инициализация:

$$n = 0.$$

Задаются начальные значения оценки вектора $\mathbf{y}(n)$

$$\hat{\mathbf{y}}(n) = \mathbf{0}$$

и матрицы дисперсии ошибки оценки $\mathbf{e}(n)$ —

$$\mathbf{P}(n) = E \{ \mathbf{e}(n) \mathbf{e}^H(n) \} = E \{ \mathbf{y}(n) \mathbf{y}^H(n) \}.$$

Шаг 1. Прогнозирование оцениваемого вектора:

$$n = n + 1,$$

$$\tilde{\mathbf{y}}(n) = \Phi \hat{\mathbf{y}}(n-1).$$

Матрица дисперсии ошибки прогноза $\tilde{\mathbf{e}}(n)$

$$\tilde{\mathbf{P}}(n) = E \{ \tilde{\mathbf{e}}(n) \tilde{\mathbf{e}}^H(n) \} = \Phi \mathbf{P}(n-1) \Phi^H + \mathbf{V},$$

$$\mathbf{V} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_w & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{Bmatrix}.$$

Шаг 2. Оценка вектора $\mathbf{y}(n)$:

$$\hat{\mathbf{y}}(n) = \tilde{\mathbf{y}}(n) + \mathbf{K}(n) (\mathbf{z}(n) - \mathbf{D}(n) \tilde{\mathbf{y}}(n)),$$

где коэффициент усиления

$$\mathbf{K}(n) = \tilde{\mathbf{P}}(n) \mathbf{D}^H(n) \cdot \left(\mathbf{D}(n) \tilde{\mathbf{P}}(n) \mathbf{D}^H(n) + \sigma_N^2 \mathbf{I} \right)^{-1}$$

и обновленная матрица дисперсии ошибки оценки

$$\mathbf{P}(n) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(n) \mathbf{D}(n)) \tilde{\mathbf{P}}(n),$$

\mathbf{I} — единичная матрица.

Шаг 3. Повторить с шага 1 для всех символов.

Интерполяция ЧХ канала и оценка передаточной матрицы канала.

Оценку коэффициентов $\hat{A}(m, k, l)$ при $l \neq k$, как видно из (1), можно получить по значениям отсчетов ЧХ канала $H(m, l, i)$. Последние предлагается оценивать по известным значениям оценок $\hat{A}(m, l, l)$, полученных с помощью МЦФК.

Оптимальный алгоритм требует учета корреляции $\hat{A}(m, l, l)$ как по времени, так и по частоте, что приводит к значительным вычислительным затратам, особенно при большом числе поднесущих. Однако информация, обусловленная корреляцией по частоте, в значительной степени учтена в МЦКФ, что позволяет существенно упростить алгоритм. Для оценки отсчетов ЧХ канала на частоте l -й поднесущей используются отсчеты $\hat{A}(m, l, l)$ m -го символа, L предшествующих ему и L следующих за ним символов:

$$\hat{H}(m, l, i) = \sum_{p=-L}^L M(p, l, i) \hat{A}(m+p, l, l),$$

или в матричной форме

$$\hat{\mathbf{h}}(m, l) = \mathbf{M}(m, l) \hat{\mathbf{a}}'(m, l),$$

где $\hat{\mathbf{a}}'(m, l) = \left\{ \hat{A}(m + L, l, l), \dots, \hat{A}(m, l, l), \dots, \hat{A}(m - L, l, l) \right\}^T$. Коэффициенты $M(p, l, i)$, в общем случае различные для разных поднесущих, представляют собой относительный вес отсчетов $\hat{A}(m + p, l, l)$ в оценке i -го отсчета ЧХ канала в течение m -го символа. Тогда

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{a}}(m, l) &= \mathbf{F}\hat{\mathbf{h}}(m, l) = \mathbf{F}\mathbf{M}(m, l)\hat{\mathbf{a}}'(m, l) = \tilde{\mathbf{M}}(m, l)\hat{\mathbf{a}}'(m, l); \\ \tilde{\mathbf{M}}(m, l) &= \mathbf{F}\mathbf{M}(m, l). \end{aligned}$$

Ошибка интерполяции и ее матрица дисперсии могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{int}(m, l) &= \mathbf{h}(m, l) - \hat{\mathbf{h}}(m, l) = \mathbf{h}(m, l) - \mathbf{M}(m, l)\hat{\mathbf{a}}'(m, l); \\ E \left[\mathbf{e}_{int}(m, l)\mathbf{e}_{int}^H(m, l) \right] &= \\ = E \left[(\mathbf{h}(m, l) - \mathbf{M}(m, l)\hat{\mathbf{a}}'(m, l)) (\mathbf{h}(m, l) - \mathbf{M}(m, l)\hat{\mathbf{a}}'(m, l))^H \right] &= \\ = E \left[\mathbf{h}(m, l)\mathbf{h}^H(m, l) \right] + E \left[\mathbf{h}(m, l)\hat{\mathbf{a}}'^H(m, l) \right] \mathbf{M}^H(m, l) + \\ + \mathbf{M}(m, l)E \left[\hat{\mathbf{a}}'(m, l)\mathbf{h}^H(m, l) \right] + \\ + \mathbf{M}(m, l)E \left[\hat{\mathbf{a}}'(m, l)\hat{\mathbf{a}}'^H(m, l) \right] \mathbf{M}^H(m, l) &= \\ = \mathbf{R}_{hh}(m, l) + \mathbf{R}_{h\hat{\mathbf{a}}'}(m, l)\mathbf{M}^H(m, l) + \\ + \mathbf{M}(m, l)\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}'h}^H(m, l) + \mathbf{M}(m, l)\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}'\hat{\mathbf{a}}'}(m, l)\mathbf{M}^H(m, l), \quad (3) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{hh}(m, l) &= E \left[\mathbf{h}(m, l)\mathbf{h}^H(m, l) \right]; \\ \mathbf{R}_{h\hat{\mathbf{a}}'}(m, l) &= E \left[\mathbf{h}(m, l)\hat{\mathbf{a}}'^H(m, l) \right]; \\ \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}'\hat{\mathbf{a}}'}(m, l) &= E \left[\hat{\mathbf{a}}'(m, l)\hat{\mathbf{a}}'^H(m, l) \right]. \end{aligned}$$

Поскольку средний квадрат ошибки интерполяции равен $\text{tr} E \left\{ \mathbf{e}_{int}(m, l)\mathbf{e}_{int}^H(m, l) \right\} / N$, то матрица $\mathbf{M}(m, l)$, обеспечивающая оптимальную в смысле минимума СКО оценку, находится из условия

$$\frac{d}{d\mathbf{M}(m, l)} \text{tr} E \left\{ \mathbf{e}_{int}(m, l)\mathbf{e}_{int}^H(m, l) \right\} = \mathbf{0}$$

и имеет вид

$$\mathbf{M}_{\text{опт}}(m, l) = \mathbf{R}_{h\hat{\mathbf{a}}'}(m, l)\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}'\hat{\mathbf{a}}'}^{-1}(m, l).$$

Вследствие применения МЦФК для получения оценок $\hat{\mathbf{a}}'(m, l)$ можно записать

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{a}}'(m, l) &= \mathbf{a}'(m, l) + \mathbf{e}'(m, l); \\ E \left[\mathbf{h}(m, l)\mathbf{e}'^H(m, l) \right] &= \mathbf{0}; \quad \mathbf{E} \left[\mathbf{a}'(m, l)\mathbf{e}'^H(m, l) \right] = \mathbf{0}; \\ \mathbf{R}_{h\hat{\mathbf{a}}'}(m, l) &= E \left[\mathbf{h}(m, l)\mathbf{a}'^H(m, l) \right] = \mathbf{R}_{ha'}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}'\hat{\mathbf{a}}'}(m, l) &= E [\mathbf{a}'(m, l)\mathbf{a}'^H(m, l)] + \\ &+ E [\mathbf{e}'^H(m, l)\mathbf{e}'^H(m, l))] = \mathbf{R}_{\mathbf{a}'\mathbf{a}'} + \mathbf{R}_{\mathbf{e}'\mathbf{e}'}(m, l); \\ \tilde{\mathbf{M}}(m, l) &= \mathbf{F}\mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{a}'} (\mathbf{R}_{\mathbf{a}'\mathbf{a}'} + \mathbf{R}_{\mathbf{e}'\mathbf{e}'}(m, l))^{-1}. \end{aligned}$$

Таким образом, зависимость интерполирующей матрицы от номера символа и номера поднесущей обусловлена только корреляционной матрицей ошибки оценивания в МЦФК, что в силу малой размерности вектора $\hat{\mathbf{a}}'(m, l)$ и, соответственно, матрицы $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}'\hat{\mathbf{a}}'}(m, l)$ обеспечивает невысокую вычислительную сложность алгоритма.

Вычислим значения элементов матриц $\mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{a}'}$ и $\mathbf{R}_{\mathbf{a}'\mathbf{a}'}$:

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{a}'}]_{ij} &= E [H(m, l, i)A^*(L + 1 + m - j, l, l)] = \\ &= E \left[H(m, l, i) \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N H^*(L + 1 + m - j, l, q) \right] = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N E [H(m, l, i)H^*(L + 1 + m - j, l, q)]. \end{aligned}$$

Выражение под знаком суммы представляет собой автокорреляционную функцию ЧХ канала по времени $R_H(mT_s + (i - 1)T_d - (L + 1 + m - j)T_s - (q - 1)T_d)$. Тогда

$$[\mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{a}'}]_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N R_H((j - L - 1)T_s + (i - q)T_d)$$

и

$$\begin{aligned} [R_{\mathbf{h}\mathbf{a}'}]_{mn} &= E [A(m, l, l)A^*(n, l, l)] = \\ &= E \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H(m, l, i) \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N H^*(m, l, q) \right] = \\ &= \frac{1}{N^2} E \left[\sum_{i=1}^N \sum_{q=1}^N R_H((m - n)T_s + (i - q)T_d) \right] = \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=-N+1}^{N-1} (N - |i|) R_H((m - n)T_s + iT_d). \end{aligned}$$

Рассмотрим матрицу $\mathbf{R}_{\mathbf{e}'\mathbf{e}'}(m, l)$. Ее элементы могут быть получены согласно теории оптимальной фильтрации Калмана из уравнений для значений ошибки прогноза и ошибки оценки, которые имеют вид

$$\tilde{\mathbf{e}}(k + 1) = \mathbf{\Phi}(k)\mathbf{e}(k) - \mathbf{W}(k);$$

$$\mathbf{e}(k + 1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k + 1)\mathbf{D}(k + 1)] \tilde{\mathbf{e}}(k + 1) + \mathbf{K}(k + 1)\mathbf{N}(k + 1).$$

Подставляя первое из них во второе, умножая результат справа на $\mathbf{e}^H(j)$ и усредняя, получаем

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{e}(k+1)\mathbf{e}^H(j)\} &= E\{[\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{D}(k+1)] \times \\ &\times [\Phi(k)\mathbf{e}(k) - \mathbf{W}(k)]\mathbf{e}^H(j) + \mathbf{K}(k+1)\mathbf{N}(k+1)\mathbf{e}^H(j)\} = \\ &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{D}(k+1)] \Phi(k) E\{\mathbf{e}(k)\mathbf{e}^H(j)\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначая $E\{\mathbf{e}(k)\mathbf{e}^H(j)\} = \mathbf{P}(k, j)$, можно записать

$$[\mathbf{R}_{\mathbf{e}'\mathbf{e}'}(m, l)]_{i,j} = [\mathbf{P}(m+L-i+1, m+L-j+1)]_{l,l}.$$

При этом коэффициенты матриц $\mathbf{P}(k, j)$ для $k \geq j$ вычисляются совместно с функционированием МЦФК согласно (4), а при $k < j$ — как $\mathbf{P}(k, j) = \mathbf{P}^H(j, k)$.

Далее отметим, что вычисление матриц $\tilde{\mathbf{M}}(m, l)$ для всех поднесущих требует больших вычислительных затрат, для снижения которых при синтезе алгоритма будем минимизировать квадрат нормы ошибки, усредненный по всем поднесущим. В выражении (3) это приводит к усреднению матриц $\mathbf{R}_{\text{hh}}(m, l)$, $\mathbf{R}_{\text{h}\hat{\mathbf{a}}'}(m, l)$ и $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}'\hat{\mathbf{a}}'}(m, l)$ по l :

$$\bar{\mathbf{R}}_{\text{hh}}(m, l) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \mathbf{R}_{\text{hh}}(m, l);$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{\text{h}\hat{\mathbf{a}}'}(m, l) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \mathbf{R}_{\text{h}\hat{\mathbf{a}}'}(m, l) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \mathbf{R}_{\text{h}\mathbf{a}'} = \mathbf{R}_{\text{h}\mathbf{a}}';$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{a}}'\hat{\mathbf{a}}'}(m, l) &= \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}'\hat{\mathbf{a}}'}(m, l) = \\ &= \mathbf{R}_{\mathbf{a}'\mathbf{a}'} + \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \mathbf{R}_{\mathbf{e}'\mathbf{e}'}(m, l) = \mathbf{R}_{\mathbf{a}'\mathbf{a}'} + \bar{R}_{\mathbf{e}'\mathbf{e}'}(m), \end{aligned}$$

что в дальнейшем приводит к интерполирующей матрице вида

$$\bar{\mathbf{M}}(m) = \mathbf{R}_{\text{h}\mathbf{a}'} (\mathbf{R}_{\mathbf{a}'\mathbf{a}'} + \bar{\mathbf{R}}_{\mathbf{e}'\mathbf{e}'}(m))^{-1}$$

и оценка передаточной матрицы принимает вид

$$\hat{\mathbf{A}}(m) = \bar{\mathbf{M}}(m) \hat{\mathbf{A}}'(m),$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(m) = \mathbf{F} \bar{\mathbf{M}}(m) = \mathbf{F} \mathbf{R}_{\text{h}\mathbf{a}'} (\mathbf{R}_{\mathbf{a}'\mathbf{a}'} + \bar{\mathbf{R}}_{\mathbf{e}'\mathbf{e}'}(m))^{-1},$$

где $\hat{\mathbf{A}}'(m) = \{\hat{\mathbf{a}}'(m, 1), \hat{\mathbf{a}}'(m, 2), \dots, \hat{\mathbf{a}}'(m, N)\}$.

Детектирование передаваемых данных. Для компенсации помехи вследствие МКИ и детектирования принимаемых данных предлагается использовать алгоритм, описанный, например, в работе [3]. Алго-

ритм предполагает разложение передаточной матрицы канала:

$$\mathbf{A}(m) = \mathbf{Q}(m)\mathbf{R}(m),$$

где $\mathbf{Q}(m)$ — унитарная матрица, а $\mathbf{R}(m)$ — правая треугольная. В этом случае можно провести частичную компенсацию помехи согласно выражению

$$\tilde{\mathbf{x}}_r(m) = \mathbf{Q}^H(m)\mathbf{x}_r(m) = \mathbf{Q}^H(m)\mathbf{Q}(m)\mathbf{R}(m)\mathbf{x}_t(m) = \mathbf{R}(m)\mathbf{x}_t(m).$$

При этом вследствие структуры матрицы $\mathbf{R}(m)$ помеха на k -й поднесущей обусловлена только $(N - k)$ поднесущими с большими индексами. Детектирование данных и компенсация остаточной помехи осуществляются последовательно для всех поднесущих, начиная с N -й, следующим образом:

$$\hat{X}_t(m, N) = O \left\{ \frac{[\tilde{\mathbf{x}}_r(m)]_N}{[\mathbf{R}(m)]_{N,N}} \right\};$$

$$\hat{X}_t(m, k) = O \left\{ \frac{[\tilde{\mathbf{x}}_r(m)]_k - \sum_{i=k+1}^N [\mathbf{R}(m)]_{k,i} \hat{X}_t(m, i)}{[\mathbf{R}(m)]_{k,k}} \right\}; \quad k = (N-1), \dots, 1,$$

где $O \{ \}$ — операция квантования согласно используемому сигнальному созвездию.

Следует отметить, что при большом числе поднесущих реализация детектирования с использованием QR-разложения передаточной матрицы затруднена в связи со значительным ростом вычислительной сложности и требует разработки эффективных вычислительных алгоритмов.

Результаты моделирования. При моделировании алгоритма использовалась модель канала, предложенная Джейксом [6]. В частности, корреляционная функция ЧХ канала имеет вид

$$R_H(\Delta t) = J_0(2\pi f_{d \max} \Delta t),$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $f_{d \max}$ — максимальный доплеровский сдвиг в канале. Число лучей равно 8 с задержками kT_d , $k = 0, 1, \dots, 7$, средняя мощность лучей одинакова. Число активных поднесущих сигнала равно 53, размерность ДПФ $N = 64$. Длина ЗИ $T_g = T/4$. Моделирование выполнялось при ОСШ на 1 бит передаваемых данных, равном 30 дБ.

В первую очередь рассмотрим выигрыш в помехоустойчивости при переходе от кусочно-линейной интерполяции ЧХ к оптимальной при

$L = 1$, наиболее близкой с точки зрения вычислительной сложности. На рис. 1 приведены экспериментальные оценки зависимостей вероятности битовой ошибки от нормированного максимального доплеровского сдвига для этих двух случаев при идеальной оценке коэффициентов $A(m, l, l)$.

Приведенные графики показывают, что переход к оптимальной интерполяции позволяет на порядок уменьшить вероятность битовой ошибки в условиях средних и высоких значений $f_{d \max}$ при сопоставимой вычислительной сложности. Дополнительно повысить помехоустойчивость вследствие увеличения сложности алгоритма можно, увеличив число символов, используемых для интерполяции. Рабочие характеристики системы при различных значениях параметра L показаны на рис. 2, из которого следует, что повышение параметра L свыше 3 не дает существенного выигрыша в вероятности ошибки и, таким образом, нецелесообразно.

Далее рассмотрим влияние ошибок оценки коэффициентов $A(m, l, l)$ на помехоустойчивость системы. На рис. 3 показаны рабочие характеристики предложенного алгоритма при $L = 2$.

График показывает, что применение МЦФК позволяет потенциально добиться удовлетворительных рабочих характеристик, однако ошибки при оценке коэффициентов $A(m, l, l)$, вызванные влиянием МКИ, оказывают значительное влияние на помехоустойчивость.

Заключение. Предложенный в настоящей работе алгоритм позволяет с удовлетворительной точностью оценить искажения OFDM-сигнала, связанные с МКИ, при сравнительно невысоких вычислительных затратах. Снижение рабочих характеристик в значительной степени обуславливается влиянием МКИ на точность оценки коэф-

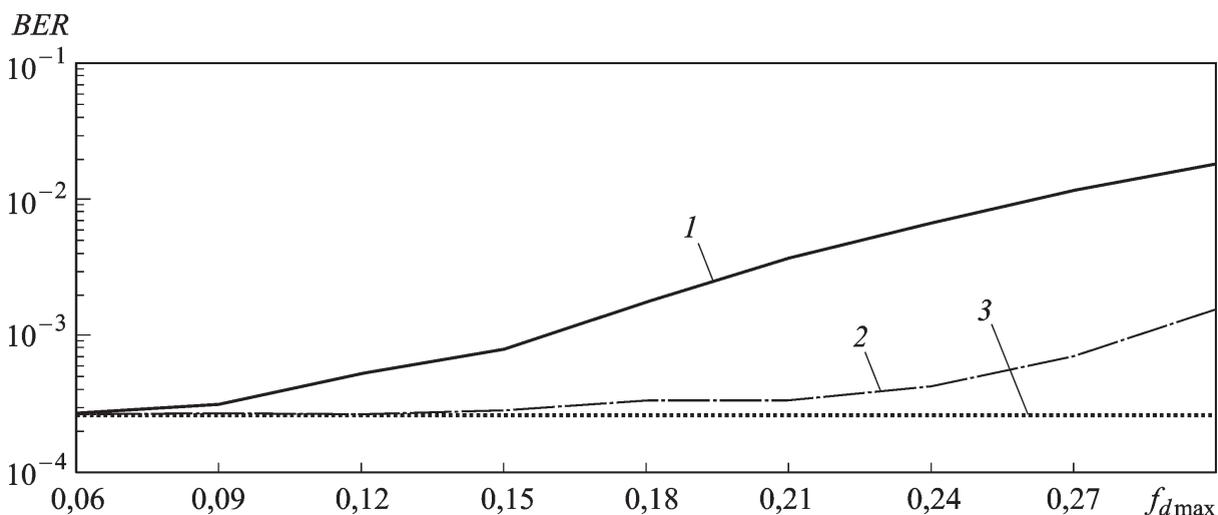


Рис. 1. Экспериментальные оценки зависимостей вероятности битовой ошибки от нормированного максимального доплеровского сдвига при применении кусочно-линейной (1) и оптимальной (2) интерполяции при $L = 1$ (кривая 3 соответствует полной компенсации МКИ)

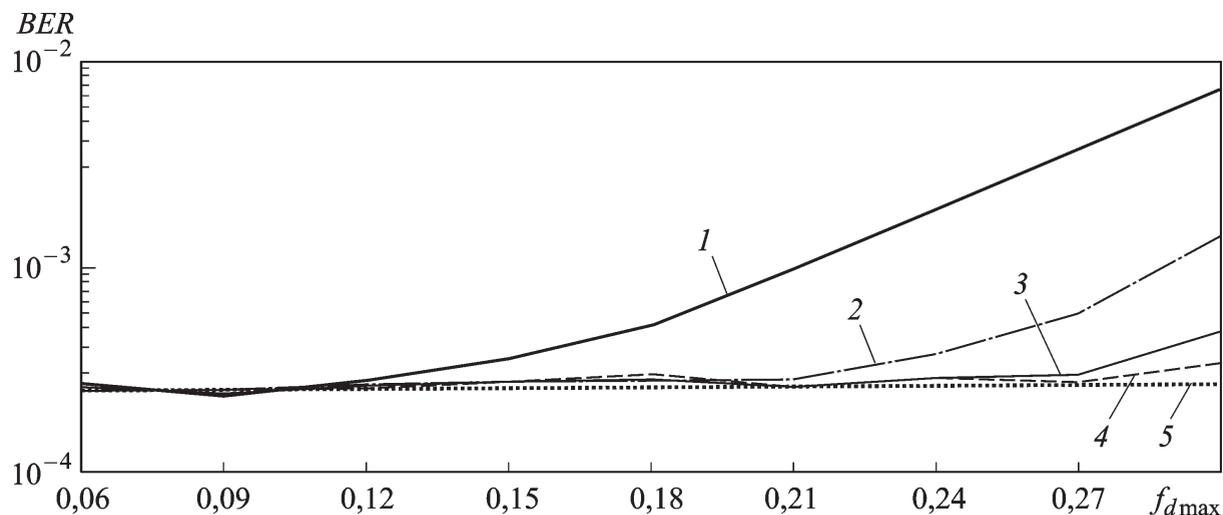


Рис. 2. Экспериментальные оценки зависимостей вероятности битовой ошибки от нормированного максимального доплеровского сдвига при применении оптимальной интерполяции и различных значениях параметра L : кривые 1, 2, 3 и 4 — $L = 1, 2, 3$ и 4; 5 — полная компенсация МКИ

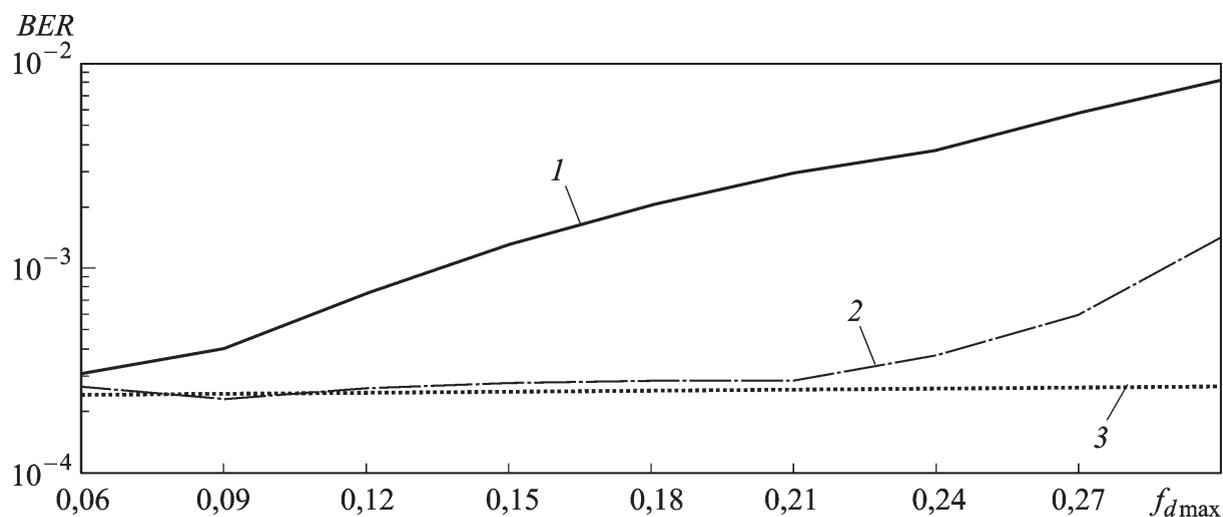


Рис. 3. Экспериментальные оценки зависимостей вероятности битовой ошибки от нормированного максимального доплеровского сдвига с помощью МЦФК (1), идеальная оценка (2) и полная компенсация МКИ (3)

фициентов передачи полезного сигнала, и актуальным является поиск алгоритмов, обеспечивающих более высокую точность оценки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ETSI EN 300 744 European Standard. Digital Video Broadcasting. Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television.
2. IEEE Std 802.11a-Wireless LAN Medium access control and physical layer specifications. High-speed physical layer in the 5 GHz band.
3. Hijazi H., Ros L. OFDM high speed channel complex gains estimation using Kalman filter and QR-detector // IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems. – 2008. – P. 26–30.
4. Cheng Tao, Jiahui Qiu, Liu Liu. A novel OFDM channel estimation algorithm with ICI mitigation over fast fading channels // Radioengineering. – 2010. – Vol. 19. No. 2.

5. W e i C h e n, R u i f e n g Z h a n g. Kalman filter channel estimator for OFDM systems in time and frequency-selective fading environment // IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 2004. – Vol. 4. – P. 377–380.
6. J a k e s W. C. Microwave Mobile Communications // IEEE Press, placeStateNew York, 1994.

Статья поступила в редакцию 8.09.2011

Константин Сергеевич Калашников родился в 1987г., окончил МГТУ им. Н.Э.Баумана в 2010г. Инженер ООО “НПП “Цифровые решения”, аспирант МГТУ им. Н.Э.Баумана. Специализируется в области разработки алгоритмов синхронизации, оценки и компенсации искажений при приеме сигналов с ортогональным частотным разделением каналов (OFDM).

K.S. Kalashnikov (b. 1987) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2010. Engineer of the ООО “NPP “Digital Solutions”, post-graduate of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of development of synchronization algorithms and estimation and compensation of distortions during the reception of signals with orthogonal frequency division multiplexing (OFDM).