

Б. И. Шахтарин, Т. Г. Асланов

**АНАЛИЗ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ  
ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ**

*Предложены разностные схемы для уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова и уравнений Понтрягина, позволяющие численно находить статистические характеристики систем синхронизации в переходном режиме при различных дискриминационных характеристиках фазового детектора и при ненулевой частотной расстройке между частотами управляемого генератора и сигнала, что невозможно выполнить с помощью известных аналитических процедур. Приведена процедура оценки сходимости функционального ряда для указанной плотности распределения вероятностей в стационарном режиме, которая служит для оценки точности численного метода. Показано, что предлагаемые процедуры численного решения не требуют значительных затрат машинного времени и могут быть реализованы на стандартных ПЭВМ.*

**E-mail: Tabasik@gmail.com**

**Ключевые слова:** система синхронизации, фазовый детектор, управляемый генератор, разностная схема плотностей распределения вероятностей, уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова, уравнения Понтрягина, вероятность срыва слежения.

Внедрение спутниковых радионавигационных [1, 2] и радиосвязных систем [3], а также появление ортогональных систем с частотным уплотнением типа OFDM [4, 5] породили повышенный интерес к системам синхронизации, к их точности и помехозащищенности [6–8].

В настоящее время практически исчерпаны возможности аналитических методов анализа систем синхронизации первого и второго порядков [8, 9], а также получены результаты на основе приближенных методов исследования. В силу важности систем синхронизации внедряются численные методы их исследования [10].

Вопросам использования численных методов при анализе систем синхронизации и посвящена настоящая статья. Материалы статьи дополняют известные методы исследования систем синхронизации при комбинированном воздействии (при аддитивной смеси сигнала, гармонической помехе и шуме).

Проанализируем решение уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) в стационарном режиме в форме функционального ряда, предложенного Б.И.Шахтариным. Оценим сходимость этого ряда. Приведем численное решение уравнения ФПК в нестационарном режиме, разностную схему уравнения ФПК, справедливую при произвольной (но периодической) дискриминационной характеристике фазового детектора и произвольной расстройке частот сигнала и

управляемого генератора. Выполним сравнение с плотностью распределения вероятностей (ПРВ) стационарного режима.

При аналогичных условиях предложим разностную схему для нахождения вероятности срыва слежения и сравнения с приближенной формулой, в которой среднее время до срыва определяется также на основе разностной схемы уравнения Понтрягина. В последнем случае предлагаемая разностная схема позволяет вычислять не только среднее время до срыва слежения, но и начальный момент  $n$ -го порядка времени до срыва слежения, т.е. численно решать обобщенное уравнение Понтрягина.

Малое машинное время реализации программ численного решения позволяет использовать ПЭВМ и делает предлагаемые схемы достаточно перспективными.

**Анализ ПРВ сигнала рассогласования в стационарном режиме.** Рассмотрим решения уравнений ФПК вида [11, 12]

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [h(x) W(x, t)] + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где  $x$  — фазовое рассогласование колебаний сигнала и управляемого генератора в системе синхронизации;  $W(x)$  — ПРВ сигнала рассогласования;  $h(x) = g(x) - \beta$  ( $\beta$  — относительное значение частотного рассогласования указанных колебаний;  $g(x)$  — дискриминационная характеристика фазового детектора,  $g(x + 2\pi) = g(x)$ ,  $g(x) \leq 1$ );  $r$  — отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе системы синхронизации.

До сих пор не найдено аналитическое решение уравнения ФПК (1) в общем случае, поэтому большинство исследований было направлено на анализ стационарного решения уравнения (1), как точного [11, 12], так и приближенного [8, 13] при  $\frac{\partial W}{\partial t} = 0$ .

Точное решение в стационарном режиме было получено В.И. Тихоновым [11] и Р.Л. Стратоновичем [12] и определяется формулой Тихонова–Стратоновича

$$W(x) = A(v, r) e^{vx+r \cos x} \int_x^{x+2\pi} e^{-vy+r \cos y} dy, \quad (2)$$

где

$$A^{-1}(v, r) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-vx+r \cos x} \int_x^{x+2\pi} e^{-vy-r \cos y} dy dx = 4\pi^2 e^{-\pi v} |I_{iv}(r)|^2;$$

$I_{iv}(r)$  — модифицированная функция Бесселя мнимого порядка,  $v = \beta r$ .

Позднее на основе формулы (2) Б.И. Шахтариним была получена формула для  $W(x)$  в виде функционального ряда [14, 15]

$$W(x) = \frac{1}{2\pi R_\Sigma} e^{r \cos x} \left[ I_0(r) + 2v \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{I_n^2(r)}{n^2 + v^2} (v \cos nx - n \sin nx) \right], \quad (3)$$

где

$$R_\Sigma = I_0^2(r) + 2v^2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{I_n^2(r)}{n^2 + v^2}; \quad (4)$$

$I_n(r)$  — модифицированная функция Бесселя  $n$ -го порядка. Отсюда при  $v = 0$  ( $\beta = 0$ ) запишем формулу Тихонова:

$$W(x) = [2\pi I_0(r)]^{-1} e^{r \cos x}.$$

Из сравнения формул (2) и (3) следует очевидное преимущество (3), тем более что ряд (3), как будет показано далее, быстро сходится.

Оценим сходимость ряда (3). Введем остаточные суммы

$$P_{1N}(x) = \sum_{n=N+1}^{\infty} (-1)^n \frac{I_n(r) \cos nx}{n^2 + v^2}$$

и

$$P_{2N}(x) = \sum_{n=N+1}^{\infty} (-1)^n \frac{I_n(r) n \sin nx}{n^2 + v^2}$$

рядов

$$P_1(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{I_n(r) \cos nx}{n^2 + v^2}$$

и

$$P_2(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{I_n(r) n \sin nx}{n^2 + v^2},$$

где  $N$  — число членов ряда, обеспечивающих заданную точность согласно неравенству  $P_{iN} \leq \varepsilon$ ,  $i = 1, 2$ .

Воспользуемся неравенством Коши [16]

$$I_n(r) \leq \left(\frac{r}{2}\right)^n \frac{1}{n!} e^{\frac{|r|^2}{4(n+1)}}.$$

Учитывая монотонное убывание функции  $I_n(r)$  при  $n \rightarrow \infty$ , получаем при  $n > N+1$  неравенство

$$|P_{1N}| \leq \frac{1}{v} \left(\frac{r}{2}\right)^{N+1} e^{\frac{r^2}{4(N+2)}} \frac{1}{(N+1)!} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{N}{v}\right).$$

Используя неравенство

$$\int_N^{\infty} \frac{1}{(n^2 + v^2)} dn < \frac{1}{N},$$

получаем оценку остаточного члена ряда, не зависящую от  $v$

$$|P_{1N}| \leq \frac{1}{N(N+1)!} \left(\frac{r}{2}\right)^{N+1} e^{\frac{r^2}{4(N+2)}}.$$

Аналогичным образом определяем оценку для остаточного члена ряда  $P_2(x)$ :

$$|P_{2N}| \leq \frac{1}{NN!} \left(\frac{r}{2}\right)^{N+1} e^{\frac{r^2}{4(N+2)}}.$$

В результате численного эксперимента установлено, что если взять точность  $\varepsilon = 10^{-4}$ , то с учетом полученных оценок при  $r = 1; 3; 5; 7; 12; 17$  число слагаемых ряда должно быть соответственно  $N = 4; 7; 10; 15; 22; 26$ .

Результаты численного расчета ПРВ в Matlab показаны на рис. 1

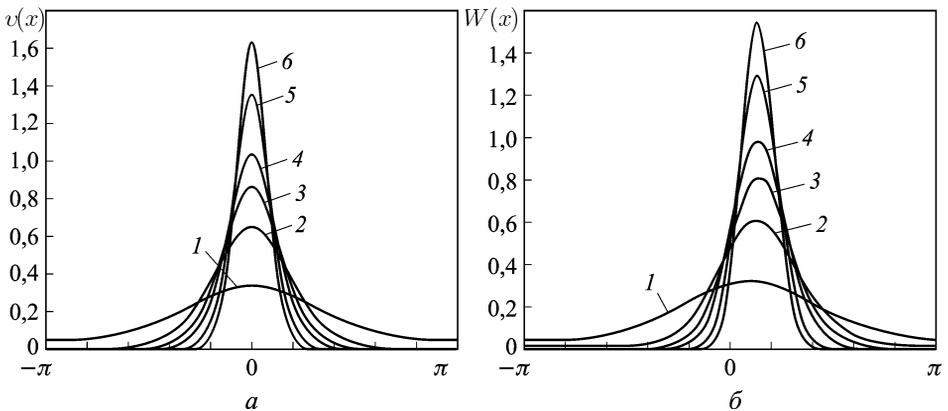
Графики  $W(x)$  получены при числе слагаемых, приведенных ранее. Отсюда очевидно малое время расчета.

Отметим, что при расчете ПРВ  $W(x)$  по формуле (2) необходимо иметь значения  $|I_{iv}(r)|^2$ .

Как показано в работе [15], справедливо равенство

$$|I_{iv}(r)|^2 = \frac{\text{sh } \pi v}{\pi v} R_{\Sigma}.$$

Причем оценка сходимости ряда  $R_{\Sigma}$  аналогична приведенному ранее результату расчета функции  $|I_{iv}(r)|^2$  (рис. 2).



**Рис. 1.** Результаты численного расчета ПРВ (кривые 1–6 соответственно при ОСШ  $r = 1; 3; 5; 7; 12; 17$ ): а –  $\beta = 0$ ; б –  $\beta = 0,4$

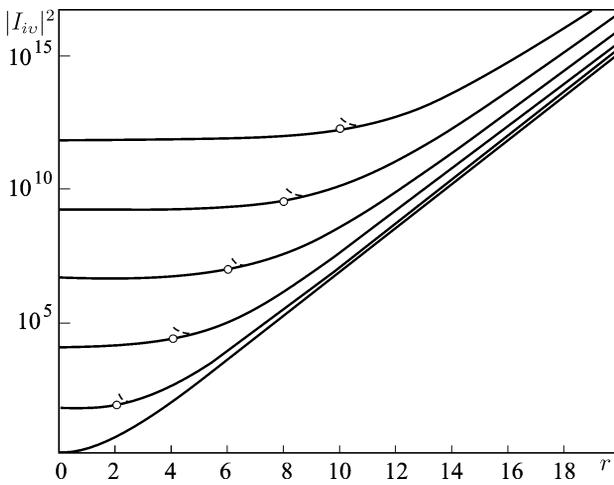


Рис. 2. Зависимость квадрата модуля бesselевой функции от аргумента

Кружки на рис. 2. соответствуют значениям  $r = \nu$  ( $\beta = 1$ ). В точке  $r = 0$  справедливо равенство  $|I_{iv}(r)|^2 = \frac{\text{sh } \pi \nu}{\pi \nu}$ ; штриховыми линиями обозначены значения [15]

$$|I_{iv}(r)|^2 = \frac{e^\gamma}{2\pi r \sqrt{1 - \beta^2}},$$

где  $\gamma = 2r \left( \sqrt{1 - \beta^2} + \beta \arcsin \beta \right)$ .

**Анализ ПРВ  $W(x)$  в переходном режиме.** Уравнение (1) в переходном режиме может быть решено только численно. Для этого предложим его разностную схему.

Заменим производные, входящие в уравнение (1), конечными разностями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(x, t)}{\partial t} &= \frac{W_i^{\tau+\Delta\tau} - W_i^\tau}{\Delta\tau}, & \frac{\partial W(x, t)}{\partial x} &= \frac{W_{i+1}^\tau - W_{i-1}^\tau}{2\Delta x}, \\ \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial x^2} &= \frac{W_{i+1}^\tau - 2W_i^\tau + W_{i-1}^\tau}{\Delta x^2}, \end{aligned}$$

где  $\Delta x = 2\pi/N$ ;  $i = \overline{1, N+1}$ ;  $\tau = m\Delta\tau$ ;  $m = 0, 1, 2, \dots$

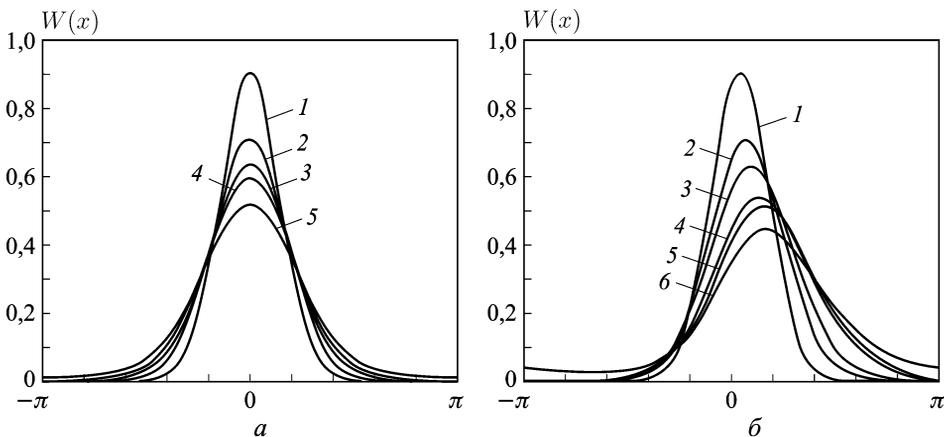
В результате получим разностную задачу

$$W_i^{\tau+\Delta\tau} = A_i W_{i-1}^\tau + B_i W_i^\tau + C_i W_{i+1}^\tau, \quad \tau = \overline{1, N+1}; \quad (5)$$

$$W_0^\tau = W_{N+1}^\tau; \quad W_{N+2}^\tau = W_1^\tau;$$

$$A_i = -h_i \frac{\Delta\tau}{2\Delta x} + \frac{\Delta\tau}{r\Delta x^2}; \quad B_i = 1 + \Delta\tau h'_i - 2 \frac{\Delta\tau}{r\Delta x^2}; \quad C_i = h_i \frac{\Delta\tau}{2\Delta x} + \frac{\Delta\tau}{r\Delta x^2};$$

$$h_i = \sin x_i - \beta; \quad h'_i = \cos x_i; \quad x_i = -\pi + (i-1)\Delta x.$$



**Рис. 3. Кривые ПРВ при  $r = 2$ :**

$a$  – при  $\beta = 0$  кривые 1, 2, 3, 4 в моменты времени  $\tau = 0,25; 0,5; 0,75; 1,0$  соответственно; кривая 5 – для стационарного процесса;  $b$  – при  $\beta = 0,6$  кривые 1, 2, 3, 4, 5 в моменты времени  $\tau = 0,25; 0,5; 0,75; 1,5; 2,0$  соответственно, кривая 6 – для стационарного процесса

Для аппроксимации начального условия можно положить  $W(x_i)=0$  при  $i \neq M$ ;  $W(x_M) = 1/\Delta x$ , где  $M$  – номер узла, ближайшего к начальному значению  $x_0$ .

Не останавливаясь на подробном исследовании устойчивости приведенной явной разностной схемы, отметим, что при  $r \leq 5$ ;  $N = 200$ ;  $\Delta\tau = 0,0005$  решение разностной задачи устойчиво и практически не изменяется при увеличении  $N$  и уменьшении  $\Delta\tau$ .

Результаты расчетов по приведенной разностной схеме при  $W_0(x) = \delta(x - x_0)$ ,  $x_0 = 0$ ;  $\beta = 0; 0,6$  показаны на рис. 3.

Следует отметить, что при нулевой расстройке ( $\beta = 0$ ) аналитический и численный (по приведенной разностной схеме) методы дают одинаковые результаты.

### **Анализ вероятности срыва слежения в системе синхронизации.**

Вероятность срыва слежения  $P(x_0, t)$  за время  $t$  может быть найдена двумя путями: решением первого уравнения Понтрягина [13]

$$\frac{\partial P(x_0, t)}{\partial t} = rh(x_0) \frac{\partial P(x_0, t)}{\partial x_0} + \frac{\partial^2 P(x_0, t)}{\partial x_0^2}$$

(при начальных и граничных условиях  $P(x_0, 0) = 0$ ;  $P(-\pi, t) = P(\pi, t) = 1$ ) и при предварительном решении уравнения ФПК [13]

$$\frac{\partial \tilde{P}(x, t | x_0)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \tilde{P}(x, t | x_0)}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ h(x) \tilde{P}(x, t | x_0) \right] \quad (6)$$

с начальным условием  $\tilde{P}(x, t | x_0) = \delta(x - x_0)$  и

$$\tilde{P}(-\pi, t | x_0) = \tilde{P}(\pi, t | x_0) = 0.$$

В последнем случае вероятность выхода за границу интервала  $(-\pi, \pi)$  (вероятность срыва) определяется выражением

$$P(x_0, t) = 1 - \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{P}(x, t | x_0) dx.$$

Для численного решения задачи (6) можно использовать неявную разностную схему

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} &= \frac{\tilde{P}_i^{\tau+\Delta\tau} - \tilde{P}_i^{\tau}}{\Delta\tau}; & \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} &= \frac{\tilde{P}_{i+1}^{\tau+\Delta\tau} - \tilde{P}_{i-1}^{\tau+\Delta\tau}}{2\Delta x}; \\ \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial x^2} &= \frac{\tilde{P}_{i+1}^{\tau+\Delta\tau} - 2\tilde{P}_i^{\tau+\Delta\tau} + \tilde{P}_{i-1}^{\tau+\Delta\tau}}{\Delta x^2}. \end{aligned}$$

Эта схема приводит к системе линейных алгебраических уравнений:

$$-D_i = A_i \tilde{P}_{i-1}^{\tau+\Delta\tau} - B_i \tilde{P}_i^{\tau+\Delta\tau} + C_i \tilde{P}_{i+1}^{\tau+\Delta\tau}, \quad i = \overline{1, N+1}; \quad (7)$$

$$\tilde{P}_0^{\tau+\Delta\tau} = \tilde{P}_N^{\tau+\Delta\tau} = 0;$$

$$A_i = \frac{1}{r\Delta x^2} - \frac{h_i}{2\Delta x}; \quad B_i = \frac{2}{r\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta\tau} - h'_i;$$

$$C_i = \frac{1}{r\Delta x^2} + \frac{h_i}{2\Delta x}; \quad D_i = \tilde{P}_i^{\tau} / \Delta\tau;$$

$$h_i = \sin x_i - \beta; \quad h'_i = \cos x_i; \quad x_i = -\pi + (i-1)\Delta x; \quad \tilde{P}_i^{\tau} = \tilde{P}(x_i, t | x_0), \quad \Delta x = 2\pi/N.$$

Начальное условие аппроксимируется следующим образом:

$$\tilde{P}_i^{\tau} = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq N_{x_0}, \quad i = \overline{0, N}; \\ 1/\Delta x & \text{при } i = N_{x_0}, \end{cases}$$

где  $N_{x_0}$  — номер ближайшего к  $x_0$  узла  $x_i$ . Система линейных алгебраических уравнений решается методом прогонки.

На рис. 4 представлены зависимости для  $P(\tau) = P(x_0, \tau)$ , определенные по (7) для значений  $x_0 = 0$ ;  $r = 1, 2, 3, 4$ , а также результаты расчетов по приближенной формуле

$$P(\tau) = 1 - \exp[-\tau/\gamma_c], \quad (8)$$

где  $\gamma_c$  определяется решением второго уравнения Понтрягина.

**Анализ начальных моментов времени до срыва слежения.** Среднее время до срыва слежения определяем, решая второе уравнение Понтрягина

$$\frac{\partial^2 \gamma_c(x)}{\partial x^2} - r h_1(x) \frac{\partial \gamma_c(x)}{\partial x} + r = 0 \quad \gamma_c(-\pi) = \gamma_c(\pi) = 0, \quad (9)$$

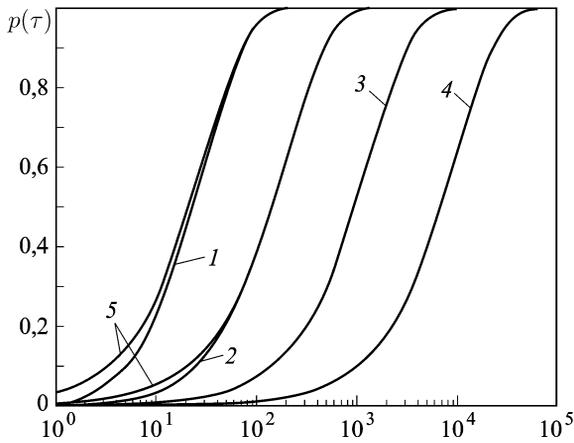


Рис. 4. Вероятности срыва слежения (кривые 1, 2, 3, 4 для  $r = 1, 2, 3, 4$  соответственно; кривые 5 рассчитаны по приближенной формуле)

где  $\gamma_c(x) = \Omega T_c$  — нормированное значение среднего времени  $T_c$  до срыва синхронизации,  $\Omega$  — полоса синхронизации.

Решения этого уравнения могут быть найдены в виде [13]

$$\gamma_c = \frac{2\pi^2 r |I_{iv}(r)|^2}{ch\pi v} = \frac{2\pi}{\beta} \text{th } \pi v R_\Sigma. \quad (10)$$

Более общим, чем уравнение (8), является уравнение Понтрягина относительно моментов времени до срыва слежения  $T_n = E(T^n)$ :

$$\frac{d^2 \gamma_n(x)}{dx^2} - rh(x) \frac{d\gamma_n(x)}{dx} + nr\gamma_n(x) = 0; \quad (11)$$

$$\gamma_n(x^-) = \gamma_n(x^+) = 0; \quad \gamma_0 = 1,$$

где  $x^-$  и  $x^+$  — границы координаты  $x = x(t)$  при начальном условии  $x(t_0) = x_0$ , выход за которые сопровождается срывом слежения.

Для численного определения величины  $\gamma_n$  можно непосредственно решать краевую задачу для уравнения Понтрягина (10) при  $z = d\gamma_n/dx$ .

Разбивая отрезок  $[x^-, x^+]$  на  $N$  интервалов длиной  $\Delta = (x^+ - x^-)/N$  точками  $x_i = x^- + (i - 1)\Delta$ ,  $i = 1, \dots, N + 1$ , полагая  $\gamma_n^i = \gamma_n(x^i)$  и заменяя производные конечными разностями, получаем

$$\frac{(\gamma_n^{i+1} - \gamma_n^i + \gamma_n^{i-1})}{\Delta^2} - A_i \frac{(\gamma_n^{i+1} - \gamma_n^{i-1})}{2\Delta} + F_i = 0, \quad (12)$$

$$\gamma_n^1 = \gamma_n^{N-1} = 0; \quad i = 2, 3, \dots, 2N.$$

Данное разностное уравнение аппроксимирует уравнение Понтрягина с точностью  $O(\Delta^2)$  при  $A_i = \sin x_i + \beta$ ;  $F_i = nr\gamma_{n-1}^i$ .

Разностное уравнение с граничными условиями  $\gamma_n^1 = \gamma_n^{N-1}$  решается методом прогонки.

На рис. 5 приведен график среднего времени  $\gamma_c(x)$  до срыва слежения при  $r = 1$ ,  $r = 2$ ,  $r = 4$  на интервале от  $-\pi$  до  $\pi$ .

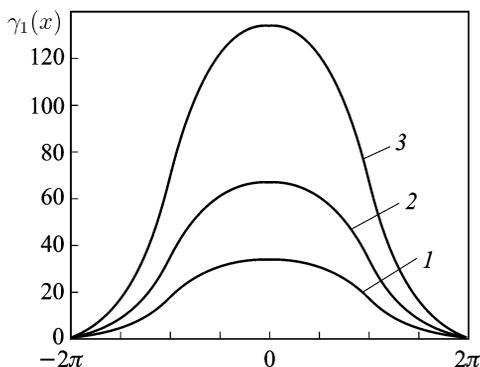


Рис. 5. График среднего времени до срыва слежения (кривые 1,2,3 соответствуют ОСШ  $r = 1, 2, 4$ )

**Выводы.** Показано использование предложенных разностных схем для уравнения ФПК и второго уравнения Понтрягина, что позволяет при малых затратах машинного времени с помощью ПЭВМ достаточно быстро вычислять статистические характеристики систем синхронизации: ПРВ  $W(x)$  в переходном режиме, вероятность срыва слежения, а так же среднее значение.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В л а с о в И. Б. Глобальные навигационные спутниковые системы. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 182 с.
2. Г Л О Н А С С. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. – М.: Радиотехник, 2005. – 688 с.
3. Ш а х т а р и н Б. И., С и з ы х В. В., С и д о р к и н а Ю. А. и др. Синхронизация в радиосвязи и радионавигации. – М.: Горячая линия–Телесом, 2011. – 278 с.
4. V a n N e e R., P r a s s a d R. OFDM in wireless multimedia communications. – London: Artech House, 2011. – 260 p.
5. B a h a i A. R. S., S a l t z b e r g B. R., E r g e n M. Multi-carrier digital communications theory and applications of OFDM. 2nd ed. – N.Y.: Springer, 2004. – 411 p.
6. M e y r H., A s c h e i d G. Synchronization in digital communications. Vol. 1. Phase-frequency – locked loops, and amplitude control. – N.Y.: J.Wiley, 1990. – 510 p.
7. S t e p h e n s D. R. Phase-locked loops for Wireless communications. Digital, analog and implementations. 2nd ed. – N.Y.: Moscow: Kluwer Ac.publ., 2002. – 421 p.
8. Ш а х т а р и н Б. И. Статистическая динамика систем синхронизации. – М.: Радио и связь, 1998. – 488 с.
9. Л и н д с е й В. Системы синхронизации в связи и управлении: Пер. с англ. / Под ред. Ю.Н. Бакаева и М.В. Капанова. – М.: Сов. радио, 1978. – 600 с.
10. С и з ы х В. В. Анализ статистической динамики аналоговой ФАП на основе численного решения уравнения ФПК. Глава 8, кн. 3. – С. 174–248.
11. Т и х о н о в В. И. Влияние шумов на работу схемы фазовой автоподстройки частоты // Автоматика и телемеханика. – 1959. – № 9. – С. 1188–1196.

12. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике – М.: Сов. радио, 1961. – 558 с.
13. Шахтарин Б. И. Анализ систем синхронизации при наличии помех. – М.: ИПРЖР, 1996. – 252 с.
14. Тихонов В. И., Шахтарин Б. И. Статистические характеристики фазовой автоподстройки частоты // Автоматика и телемеханика. – 1965. – № 9. – С. 1563–1572.
15. Шахтарин Б. И. Анализ асимптотических значений статических характеристик ФАПЧ // Радиотехника и электроника. – 1968. – № 2. – С. 246–258.
16. Ватсон Д ж. Н. Теория бесселевых функций: Пер. с англ. – М.: ИЛ, 1949. – Т. 1. – 798 с.; Т. 2. – 220 с.

Статья поступила в редакцию 25.03.2011



Борис Ильич Шахটারин родился в 1933 г., окончил в 1958 г. Ленинградскую Военно-воздушную инженерную академию им. А.Ф. Можайского и в 1968 г. ЛГУ. Д-р техн. наук, профессор МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат Государственной премии СССР, заслуженный деятель науки и техники РФ. Автор более 250 научных работ, в том числе 20 книг, в области анализа и синтеза систем обработки сигналов.

B.I. Shakhটারин (b. 1933) graduated from the Leningrad Air Force Engineering Academy n.a. A. F. Mozhaysky in 1958 and from Leningrad State University in 1968. D. Sc. (Eng.), professor of the Bauman Moscow State Technical University. USSR State Prize winner, RF Honoured Worker of science and technology. Author of more than 250 publications, among them 20 books, in the field of analysis and synthesis of signal processing systems.

Тагирбек Гайдарбекович Асланов родился в 1988 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2011 г. Аспирант кафедры “Автономные информационные и управляющие системы”. Автор 14 научных работ в области систем управления, синхронизации и сейсмологии.

T.G. Aslanov (b. 1988) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2011. Post-graduate of “Autonomous Information and Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 14 publications in the field of systems of control. synchronization and seismology.