

УДК 621.396.662

С. К. Романов, Н. М. Тихомиров,
Д. Н. Рахманин

ПРИМЕНЕНИЕ МУЛЬТИДЕТЕКТОРНОЙ СИСТЕМЫ ФАПЧ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ ПОМЕХ ДРОБНОСТИ В СИНТЕЗАТОРАХ ЧАСТОТ

Получена математическая модель импульсной мультidetекторной системы фазовой автоподстройки частоты с дробным делителем частоты, использующим дельта-сигма модулятор, и множеством параллельно-последовательно работающих частотно-фазовых детекторов с неидентичными токами зарядовых накачек. На основе полученной модели разработана программа для расчета уровня помех дробности. Приведены результаты расчетов, показывающие уровни помех дробности в зависимости от числа применяемых детекторов и четырех случаев формирования токов заряда и разряда.

**E-mail: skromanov@rambler.ru; tikhomir@sozvezdie.su;
rah_d@mail.ru**

Ключевые слова: мультidetекторная система импульсной фазовой автоподстройки частоты, дробное деление частоты, синтезатор частот, частотно-фазовый детектор, зарядовая накачка, управляемый генератор, дельта-сигма модулятор, помеха дробности.

В синтезаторах частот (СЧ), построенных на основе импульсной фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), нашли широкое применение дробные делители частоты с переменным коэффициентом деления (ДДПКД). О преимуществах таких СЧ известно из работ [1, 2]. Однако наличие ДДПКД в системе ФАПЧ приводит к появлению в выходном сигнале СЧ помех дробности (ПД). Для уменьшения уровня ПД в низкочастотной части спектра сигнала СЧ в составе ДДПКД используется схема дельта-сигма модулятора (ДСМ) в разных модификациях [3]. Расчеты ПД в ФАПЧ с ДДПКД и ДСМ по линейной модели, проведенные в работах [3, 4], показывают высокую эффективность применения ДСМ. Однако система ФАПЧ имеет ряд нелинейностей, которые усугубляют проблему ослабления спектральных составляющих ПД в полосе пропускания системы ФАПЧ. Это такие нелинейности, как пороговый характер работы ДДПКД [5], а при использовании импульсного частотно-фазового детектора (ЧФД) с зарядовой накачкой (ЗН) в составе ФАПЧ – неравенство токов заряда и разряда в схеме ЗН [5–7]. Влияние этих нелинейностей на уровень ПД в составе выходного сигнала СЧ рассмотрено в работе [8]. Наиболее существенной нелинейностью, увеличивающей уровни ПД в полосе пропускания ФАПЧ, является нелинейность ЧФД_{ЗН}.

В ряде известных публикаций рассмотрены пути уменьшения уровней ПД для следующих случаев:

применение линейного импульсно-фазового детектора типа “выборка-запоминание” [9];

применение компенсации с помощью фазового модулятора, включаемого в цепь опорный генератор-ЧФД_{ЗН} с неравными токами в схеме ЗН, как показано в работе [10];

применение компенсации с помощью дополнительной цепи, выделяющей ПД и суммирующей ее с сигналом ЧФД_{ЗН} с неравными токами в ЗН на входе фильтра нижних частот (ФНЧ) [9–11];

применение в мультidetекторной системе ФАПЧ множества ЧФД_{ЗН} параллельно-последовательного действия для повышения значения эквивалентной рабочей частоты детектирования [13–15].

Отметим, что структуры СЧ, приведенные в работах [13–15], отличаются местом включения ДДПКД. Как следует из работы [13], он может быть включен в цепи опорный генератор–множество ЧФД_{ЗН}, а в работах [14, 15] показано, что ДДПКД может быть включен в цепи управляемый генератор (УГ)–множество ЧФД_{ЗН}. Однако в работах [13, 14, 15] отсутствуют данные, позволяющие оценить влияние разброса параметров множества ЧФД_{ЗН} на уровень помех дробности.

Цель настоящей работы — получение математической модели мультidetекторной импульсной системы ФАПЧ с ДДПКД, использующей ДСМ и множество ЧФД_{ЗН} параллельно-последовательного действия с разбросом значений токов заряда и разряда ЗН, которые поступают на вход ФНЧ. По этой модели необходимо провести оценку уровней ПД в зависимости от степени неравенства токов ЗН, реально существующего на практике.

Особенности схемы мультidetекторной ФАПЧ. На рис. 1 приведена структурная схема исследуемой мультidetекторной ФАПЧ с

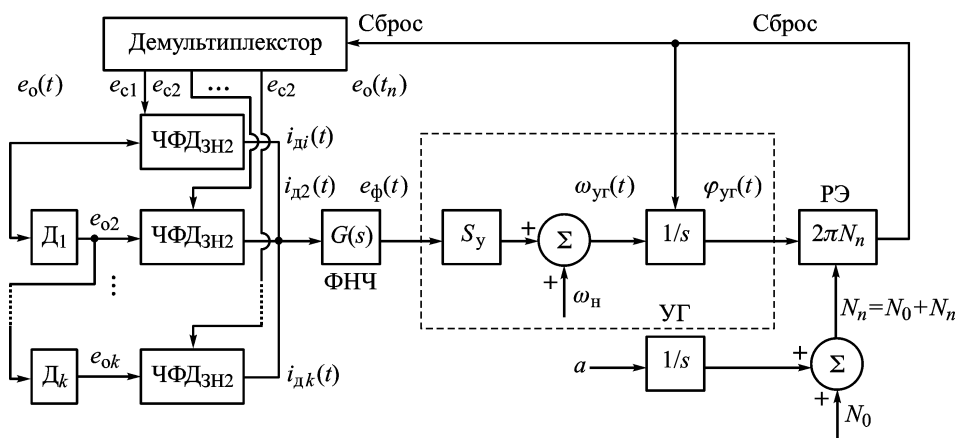


Рис. 1. Структурная схема мультidetекторной ФАПЧ с k -ЧФД_{ЗН}

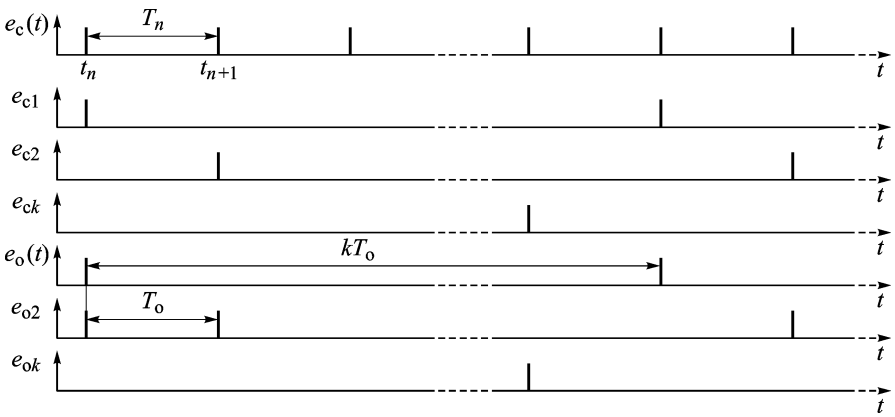


Рис. 2. Сигналы на входе и выходах демультиплексора и входах k -ЧФДЗН

ДДПКД в цепи УГ – множество k -ЧФДЗН. Помимо традиционных элементов эта схема содержит дополнительно множество k -ЧФДЗН, демультиплексор и устройство формирования (УФ) k опорных сигналов. Демультиплексор формирует из сигнала обратной связи $e_c(t)$ (с выхода ДДПКД), где t – текущее время k -сигналов $e_{c1}(t), e_{c2}(t), \dots, e_{ck}(t)$, последовательно поступающих на i -й ЧФДЗН, на второй вход каждого детектора подаются опорные сигналы с УФ $e_{o1}(t), e_{o2}(t), \dots, e_{ok}(t)$. Устройство формирования содержит $(k - 1)$ элементов задержки D_1, D_2, \dots, D_k , каждый элемент задерживает опорный сигнал на период опорного сигнала T_0 . На рис. 2 показаны эпюры сигналов на входе и выходах демультиплексора и входах k -ЧФДЗН. С выхода i -го ЧФДЗН (на вход которого подается опорный сигнал $e_{oi}(t)$ и сигнал обратной связи $e_{ci}(t)$), на вход ФНЧ с передаточной функцией $G(s)$ подается ток $i_{di}(t)$. Общий ток $i_d(t)$, поступающий на вход ФНЧ, равен сумме всех токов $i_d(t) = \sum_{i=1}^k i_{di}(t)$.

Каждая составляющая тока $i_d(t)$, показанная на рис. 3, имеет импульсный характер и зависит от очередности поступления на вход ЧФДЗН сигналов $e_{oi}(t)$ и $e_{ci}(t)$.

Амплитуды импульсов токов положительных (заряда) и отрицательных (разряда) множества k -ЧФДЗН представим в виде матрицы

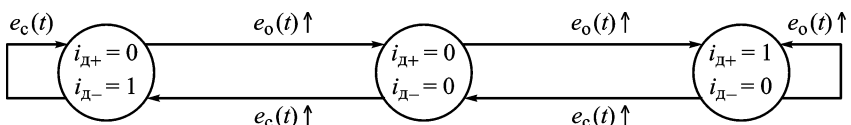


Рис. 3. Состояния ЧФДЗН

размера $2 \times k$

$$i_{\text{ЧФД}} = \begin{bmatrix} i_3(1) & i_3(2) & i_3(3) & \dots & i_3(k) \\ i_p(1) & i_p(2) & i_p(3) & \dots & i_p(k) \end{bmatrix},$$

в которой первая строка — амплитуды токов заряда, $1, 2, 3, \dots, k$ — это номера ЧФД_{ЗН}, вторая строка — амплитуды токов разряда i -х ЧФД_{ЗН}. При моделировании устройства значения токов будут задаваться в виде случайных чисел, имеющих то или иное распределение.

Напряжение $e_{\text{ф}}(t)$ с выхода ФНЧ подается на устройство, образованное с помощью усилительного звена с коэффициентом передачи S_y (рад/с)·В, суммирующего звена (на него подается начальная частота ω_n сигнала управляемого генератора, интегрирующего звена со сбросом и релейного элемента (РЭ) с порогом $2\pi N_n$. Это устройство моделирует УГ совместно с ДДПКД (коэффициент деления N_n). Сброс в нуль интегрирующего звена осуществляется в моменты времени срабатывания РЭ t_n , где $n = 1, 2, 3, \dots$ — номера импульсов $e_c(t_n)$, поступающих на ЧФД_{ЗН} с ДДПКД (УГ совместно с РЭ определяет первую нелинейность системы ФАПЧ).

Коэффициент деления N_n имеет две составляющие: N_0 — целая и ΔN_n — дробная, которая формируется ДСМ с возможной структурой (в терминологии [16]) MASH (multistage noise shaping). Модулятор ДСМ_{MASH} проектируется на накапливающих сумматорах (НС) и схемах кодирования сигналов переполнения НС. Число НС dsm_order определяет порядок ДСМ_{MASH}. Последовательность импульсов ΔN_n периодична, ее период зависит от емкости НС m , dsm_order и числа a , поступающего на вход первого НС.

Средний коэффициент деления ДДПКД за период импульсной последовательности ΔN_n вычисляется как $N_m = N_0 + \sum_{n=1}^{lm} \frac{\Delta N_n}{km} = N_0 + \frac{a}{m}$, где l — некоторое число, зависящее от структуры ДСМ_{MASH} и числа a [17].

Для пояснений дальнейших выкладок обратимся к рис. 2, 3 и 4, где приведен алгоритм функционирования ЧФД_{ЗН} с тремя состояниями. Если обозначить состояния ЧФД_{ЗН} i_{d+} для $i_d(t) > 0$, i_{d-} для $i_d(t) < 0$, $i_{d+} = 0$, $i_{d-} = 0$ для $i_d(t) = 0$, а появление на входах k -ЧФД_{ЗН} опорных сигналов и сигналов с ДДПКД как $e_o \uparrow$ и $e_c \uparrow$ соответственно, то динамика смены состояний показана на рис. 3, а импульсные сигналы на входах и выходах k -ЧФД_{ЗН} — на рис. 4. На рис. 4 для малых флуктуаций фазы сигнала УГ изображены четыре случая (a, b, c, d) формирования $i_{di}(t)$ в зависимости от того опережают (отстают) во времени импульсы сигнала обратной связи $e_{ci}(t_n)$ относительно опорных импульсов $e_{oi}(t)$. Здесь kT_0 — период $e_{oi}(t)$, nT_0 — моменты времени

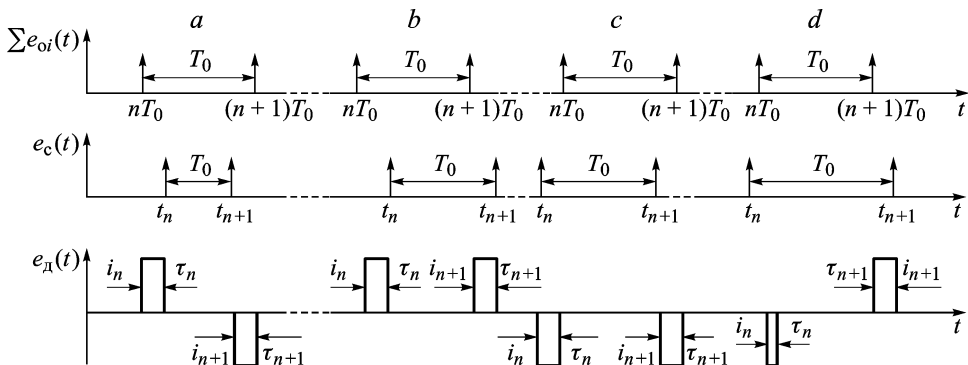


Рис. 4. Сигналы на входах и выходах ЧФД_{ЗН} с тремя состояниями

появления (передних фронтов) $e_{oi}(t)$ на входе ЧФД_{ЗН}, $T_n = t_{n+1} - t_n$ — интервал времени появления двух соседних импульсов $e_c(t_n)$ на демультимплексоре, τ_n, τ_{n+1} — длительности двух соседних импульсов управления $i_d(t)$ с амплитудами i_n и i_{n+1} .

Введем периодическую пилообразную решетчатую функцию $nk = F(n, k) = 1, 2, 3, \dots, k, 1, 2, 2, 3, \dots, k, 1, 2, 3, \dots, k, 1, \dots$, для $n=1 \div \infty$, $n = 1, 2, 3, \dots, k, k+1, k+2, k+2, k+3, \dots, 2k, 2k+1, 2k+2, 2k+2+3, \dots, 3k, 3k+1, \dots$, тогда амплитуды тока i_n (заряда или разряда) (см. рис. 3, 4) можно выразить в виде

$$\begin{aligned} i_n &= i_3(nk) \text{ для } i_d(t) > 0, \\ i_n &= i_p(nk) \text{ для } i_d(t) < 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где nk — периодический номер (адрес) i -го ЧФД_{ЗН}.

Наиболее общий вид импульсов $i_d(t)$ соответствует случаю d , а другие вытекают из d , если положить в интервале времени от t_n до t_{n+1} амплитуды положительного или (и) отрицательного импульсов равными нулю.

Из рис. 2–4 следует, что хотя i -й ЧФД_{ЗН} работает последовательно с $(i+1)$ -м ЧФД_{ЗН} с периодом kT_0 , управление УГ сигналами с суммы k -ЧФД_{ЗН} происходит с периодом, равным T_0 . Следовательно данная мультидетекторная схема имеет преимущество в отношении уменьшения уровня помех дробности по сравнению с ФАПЧ с одним ЧФД_{ЗН} [13–15].

Математическая модель мультидетекторной системы ФАПЧ. Для получения математической модели импульсной мультидетекторной системы ФАПЧ с ДДПКД будем использовать дифференциальные уравнения, описывающие ФНЧ в пространстве состояний, вида

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}i_d(t); \\ e_\phi(t) &= \mathbf{C}\mathbf{X}, \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{X} — вектор состояний ФНЧ; \mathbf{A} — квадратная матрица состояния; \mathbf{B} — вектор управления; \mathbf{C} — вектор-строка для вычисления выходной координаты.

Для проведения дальнейших выкладок удобно перейти от (2) к уравнениям состояний ФНЧ, матрица состояний которых имеет форму Жордана:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}_c &= \mathbf{A}_d \mathbf{X}_c + \mathbf{B}_d i_d(t); \\ e_\phi(t) &= \mathbf{C}_d \mathbf{X}_c,\end{aligned}\quad (3)$$

где \mathbf{X}_c — новый вектор состояний, связанный с \mathbf{X} соотношением $\mathbf{X}_c = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{X}$ (\mathbf{P}^{-1} — матрица обратная к матрице \mathbf{P} — правых собственных векторов матрицы \mathbf{A}); $\mathbf{A}_d = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{P}$ — диагональная матрица, содержащая на главной диагонали λ_i — собственные числа матрицы \mathbf{A} , $i = 1, 2, 3, \dots$; $\mathbf{B}_d = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}$, $\mathbf{C}_d = \mathbf{C} \mathbf{P}$. Решение (3) в интервале времени от t_n до t_{n+1} запишем как

$$\mathbf{X}_c(t) = e^{\mathbf{A}_d(t-t_n)} \mathbf{X}_c(t_n) + \int_{t_n}^t e^{\mathbf{A}_d(t-\tau)} \mathbf{B}_d i_d(\tau) d\tau, \quad (4)$$

где $e^{\mathbf{A}_d(t)}$ — переходная матрица; $\mathbf{X}_c(t_n)$ — вектор состояний ФНЧ в момент времени t_n .

Подставив в (4) выражение для тока $i_d(t)$ (см. рис. 3), получим

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_c(t_{n+1}) &= e^{\mathbf{A}_d T_n} \mathbf{X}_c(t_n) + [\alpha i_n \mathbf{A}_d^{-1} (e^{\mathbf{A}_d(T_n - \tau_n)} - e^{\mathbf{A}_d T_n}) + \\ &\quad + \beta i_{n+1} \mathbf{A}_d^{-1} (e^{\mathbf{A}_d \tau_{n+1}} - \mathbf{E})] \mathbf{B}_d; \\ e_\phi(t_{n+1}) &= \mathbf{C}_d \mathbf{X}_c(t_{n+1}),\end{aligned}\quad (5)$$

где \mathbf{A}_d^{-1} — матрица, обратная \mathbf{A}_d ; \mathbf{E} — единичная диагональная матрица; коэффициенты α, β и $T_n = t_{n+1} - t_n$ в зависимости от случаев a, b, c и d определяются из табл. 1.

Таблица 1

Случай	α	β	T_n
a	0	0	$T_0 - \tau_n - \tau_{n+1}$
b	0	1	$T_0 - \tau_n + \tau_{n+1}$
c	1	0	$T_0 + \tau_n - \tau_{n+1}$
d	1	1	$T_0 + \tau_n + \tau_{n+1}$

Уравнения (5) дополним соотношением функционирования УГ и РЭ

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \omega_{УГ}(t) dt = 2\pi N_n. \quad (6)$$

Поскольку $\omega_{УГ}(t) = \omega_n + S_y e_{\Phi}(t)$ (используем линейную аппроксимацию характеристики управления УГ) то, используя уравнения (3), (4), (6) и для $i_d(t)$ (см. рис. 2, получим

$$S_y C \{ (e^{A_d T_n} - E) A_d^{-1} X_c(t_n) + [(\alpha i_n \tau_n - \beta i_{n+1} \tau_{n+1}) A_d^{-1} + \alpha i_n (e^{A_d(T_n - \tau_n)} - e^{A_d T_n}) A_d^{-2} + \beta i_{n+1} (e^{A_d \tau_{n+1}} - E) A_d^{-2}] B_d \} + \omega_n T_n = 2\pi N_n. \quad (7)$$

Таким образом, если известна зависимость N_n , то разностные уравнения (5) и (7) с учетом выражения (1) позволяют рассчитывать как состояния ФНЧ $X_c(t_n)$, так и параметры управляющих импульсов τ_n, τ_{n+1} с выхода ЧФДЗН. Отметим, что разностное уравнение (7) является трансцендентным уравнением относительно τ_n, τ_{n+1} и для точного его решения необходимо применять различного рода итерационные процедуры.

Аналитические выражения для расчета уровня помех дробности. Для расчета уровня ПД на выходе системы ФАПЧ необходимо аналитическое выражение для отклонения от стационарного положения фазы $\Delta\varphi_n$ сигнала УГ. Для пояснения дальнейших выкладок обратимся к кривым на рис. 5. Непрерывной линией условно показана зависимость $\varphi_{УГ}(t)$, штрих-пунктирной линией — стационарное значение фазы $\varphi_{УГСТ}(t)$ сигнала УГ, которое определяется выражением

$$\varphi_{УГСТ}(t) = 2\pi \left(N_0 + \frac{a}{m} \right) \frac{t}{T_0};$$

$$\Delta_n = \varphi_{УГ}(t_n) - \varphi_{УГСТ}(t_n);$$

$$\varphi_n = \varphi_{УГ}(t_n + T_{kn}) - \varphi_{УГ}(t_n),$$

где T_{kn} — задержка во времени относительно t_n ;

$$\Delta\varphi_n = \varphi_{УГ}(t_n + T_{kn}) - \varphi_{УГСТ}(t_n + T_{kn}).$$

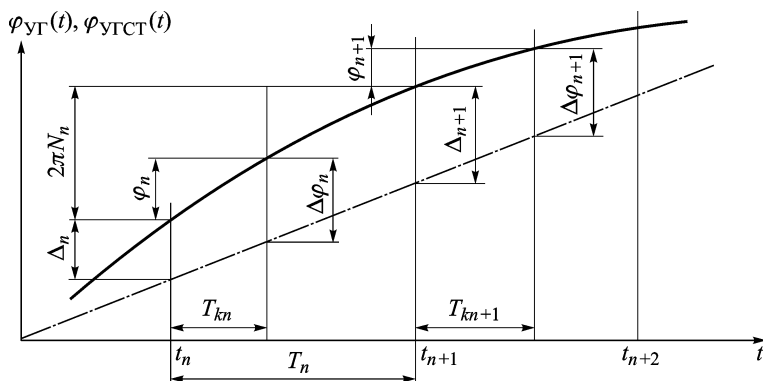


Рис. 5. Зависимости $\varphi_{УГ}(t)$ и $\varphi_{УГСТ}(t)$

Из рис. 5 следуют соотношения

$$\Delta_n + 2\pi N_n = 2\pi N_m T_n / T_0 + \Delta_{n+1}, \quad \Delta_n + \varphi_n = \Delta\varphi_n + 2\pi N_m T_{kn} / T_0.$$

Из последних выражений найдем искомое разностное уравнение для отклонений $\Delta\varphi_n, \Delta\varphi_{n+1}$:

$$\Delta\varphi_{n+1} = \Delta\varphi_n + \varphi_{n+1} - \varphi_n + 2\pi N_m (T_{kn} - T_{kn+1} - T_n) / zT_0 + 2\pi N_n. \quad (8)$$

В (8) неизвестными являются выражения для φ_n, φ_{n+1} , которые найдем, используя соотношение, аналогичное (6), (7):

$$\varphi_n = \int_{t_n}^{t_n + T_{kn}} \omega_{УГ} = S_y \mathbf{C} \{ (e^{\mathbf{A}_d T_{kn}} - \mathbf{E}) \mathbf{A}_d^{-1} \mathbf{X}_c(t_n) + \alpha i_n [\tau_n \mathbf{A}_d^{-1} + (e^{\mathbf{A}_d (T_{kn} - \tau_n)} - e^{\mathbf{A}_d T_{kn}}) \mathbf{A}_d^{-2}] \mathbf{B}_d \} + \omega_n T_{kn}, \quad (9)$$

где условия T_{kn} для случаев a, b, c, d определяются из табл. 2.

Таблица 2

Случай	Условия для T_{kn}
a	$0 < T_{kn} < T_n$
b	$0 < T_{kn} < T_n - \tau_n$
c	$\tau_n < T_{kn} < T_n$
d	$\tau_n < T_{kn} < T_n - \tau_{n+1}$

Наиболее просто соотношение (8) выглядит, когда информации об $\Delta\varphi_n, \Delta\varphi_{n+1}$ вычисляется в моменты времени t_n, t_{n+1} , в этом случае $\varphi_n, \varphi_{n+1}, T_{kn}, T_{kn+1}$ равны нулю и соотношение (8) представим в виде $\Delta\varphi_{n+1} = \Delta\varphi_n + 2\pi N_0 [1 - T_n / T_0 + \Delta N_n / N_0 - a T_n / (m T_0 N_0)]$.

Найдем выражения для ΔN_n , генерируемого ДСМ_{MASH} [2, 16] с порядком dsm_order . Известно, что число в i -м накапливающем сумматоре $HC_i[n]$ в зависимости от n -го тактируемого сигнала $e_c(t_n)$ изменяется по закону

$$HC_i[n + 1] = \text{mod}(HC_i[n] + HC_{i-1}[n + 1], m), \quad (10)$$

где $\text{mod}(x, m)$ — операция определения остатка от деления числа x на m (для первого HC — $HC_1[n + 1] = \text{mod}(HC_1[n] + a, m)$).

В момент переполнения на выходе П HC появляется сигнал с $HC_i[n]$, равный единице, в другие моменты времени этот сигнал равен нулю. Это можно записать в виде

$$CHC_i[n] = HC_i[n] < HC_i[n - 1]. \quad (11)$$

Используя (10), (11), функционирование ДСМ_{MASH} можно записать в виде системы матричных разностных уравнений:

$$\begin{aligned}
\mathbf{HC}[n+1] &= \mathbf{AH} \cdot \mathbf{HCM}[n] + \mathbf{BH}a; \\
\mathbf{HCM}[n] &= \text{mod}(\mathbf{HC}[n], m); \\
\mathbf{CHC}[n] &= \mathbf{HCM}[n] < \mathbf{HCM}[n-1],
\end{aligned} \tag{12}$$

где $\mathbf{HC} = [\mathbf{HC}_1, \mathbf{HC}_2, \mathbf{HC}_3 \dots \mathbf{HC}_{dsm_order}]$ – вектор-столбец состояний \mathbf{HC} ; \mathbf{AH} – нижняя треугольная матрица, полученная от массива $dsm_order \times dsm_order$, элементами которого являются единицы, например для $dsm_order = 4$,

$$\mathbf{AH} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{HCM} = [\mathbf{HCM}_1, \mathbf{HCM}_2, \mathbf{HCM}_3 \dots \mathbf{HCM}_{dsm_order}]$$

– вектор-столбец состояний \mathbf{HC} с учетом осуществления операции $\text{mod}(x, m)$, \mathbf{BH} – единичный вектор столбец dsm_order -го порядка, $\mathbf{CHC} = [\mathbf{CHC}_1, \mathbf{CHC}_2, \mathbf{CHC}_3 \dots \mathbf{CHC}_{dsm_order}]$ – вектор-столбец состояний на выходах переполнений \mathbf{HC} . Обозначив z^{-1} оператор задержки на один такт, найдем выражение для ΔN_n как

$$\begin{aligned}
\Delta N_n &= \mathbf{CHC}_1[n] + \mathbf{CHC}_2[n](1 - z^{-1}) + \mathbf{CHC}_3[n](1 - z^{-1})^2 + \\
&+ \mathbf{CHC}_{dsm_order}[n](1 - z^{-1})^{dsm_order} = \sum_{i=1}^{dsm_order} \mathbf{CHC}_i[n](1 - z^{-1})^{i-1},
\end{aligned} \tag{13}$$

где, например,

$$\mathbf{CHC}_4[n](1 - z^{-1})^3 = \mathbf{CHC}_4[n] - 3\mathbf{CHC}_4[n-1] + 3\mathbf{CHC}_4[n-2] - \mathbf{CHC}_4[n-3].$$

Таким образом уравнения (5), (7), (8) и (13) представляют собой систему нелинейных (кроме (13)) разностных уравнений для вычисления помех дробности в виде отклонения фазы $\Delta\varphi_n$ сигнала УГ от стационарного положения. Однако в виду того, что емкость \mathbf{HC} m в современных интегральных микросхемах СЧ достигает значений 2^{22} и более, а период последовательности ΔN_n составляет $l \times m$, где l , например, для $dsm_order = 3$ может достигать значения 6, решение (7) итерационными процедурами весьма трудоемко. Выражение (7) можно упростить, считая $\tau_n, \tau_{n+1} \ll T_0$, элементы вектора $X_C(t_n)$ малыми, $\lambda_1 \rightarrow 0$ (система ФАПЧ проектируется астатической по разности опорного сигнала и сигнала с ДДПКД), $\omega_H = 2\pi N_m/T_0$, число собственных значений $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l$ матрицы $Al \geq 3$. Разложим экспоненциальные члены (7) в ряд Тейлора и пренебрежем членами третьего и высшего порядков малости. Опустив промежуточные выкладки, приведем

как

$$\begin{aligned} \varphi_n = & S_y \{ C_1 X_1(t_n) T_{kn} + \\ & + \sum_{i=2}^l C_i X_i(t_n) (e^{\lambda_i T_{kn}} - 1) / \lambda_i \alpha i_n C_1 B_1 (\tau_n^2 / 2 - T_{kn} \tau_n) + \\ & + \alpha i_n \sum_{i=2}^l C_i B_i [(e^{\lambda_i (T_{kn} - \tau_n)} - e^{\lambda_i T_{kn}}) / \lambda_i^2 + \tau_n / \lambda_i] \} + \omega_n T_{kn}. \end{aligned} \quad (16)$$

Расчет ослабления ПД с помощью MATLAB. Для расчета уровня ПД Δ_n в среде MATLAB7 по выражениям (1), (8), (13)–(16) разработана программа *ifap_dsm_kifd*. В этой программе к Δ_n применяется процедура *fft*-дискретного преобразования Фурье. Некоторые реализации расчетов ослабления ПД в децибелах приведены на рис. 6. При расчете дополнительно задавали следующие параметры: ДСМ_{MASH111} 3-го порядка (*dsm_order* = 3); $m = k \times 2^{16}$; частота опорного сигнала $-k/T_0 = k10 \times 10^6$ Гц; число $a = 1$ на входе первого НС; $N_0 = 70$. Амплитуды токов заряда и разряда задавали в виде матрицы $i_{\text{чФД}} = \begin{bmatrix} i_3(1) & i_3(2) & i_3(3) & \dots & i_3(k) \\ i_p(1) & i_p(2) & i_p(3) & \dots & i_p(k) \end{bmatrix}$, строки которой формировались по закону $i_3 = i_M [1 - di(0,5 - \text{rand}(1, k))]$,

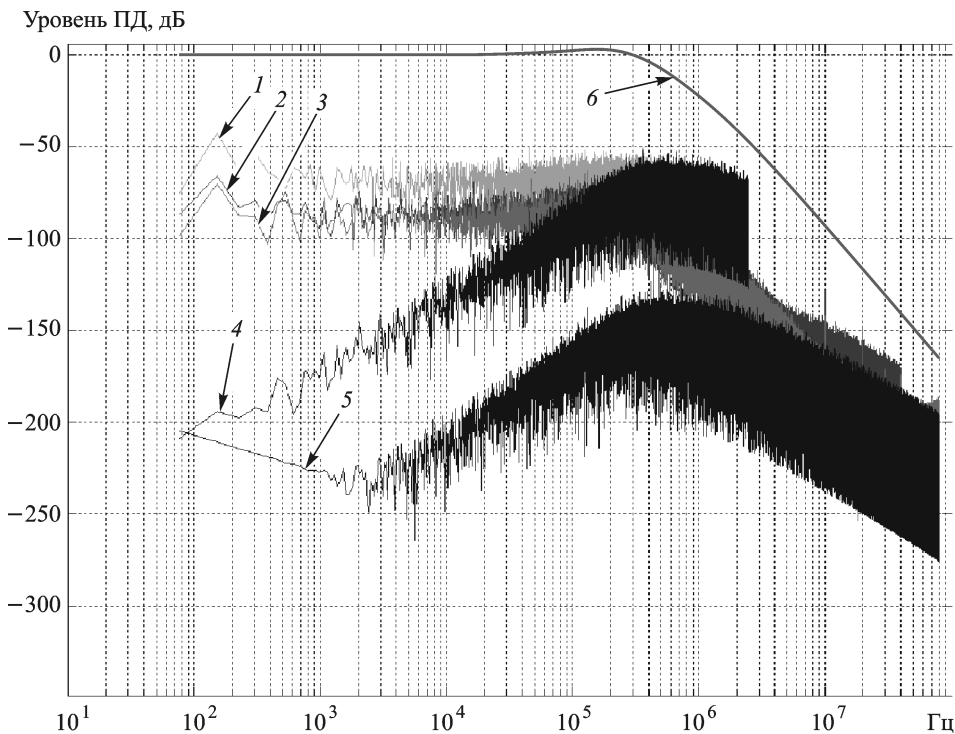


Рис. 6. Результаты расчетов уровней ПД в системе ФАПЧ с ДСМ_{MASH111} при использовании 1, 16 и 32 ЧФД_{ЗН}

$i_p = i_M[1 - di(0,5 - \text{rand}(1, k))]$, где di – величина, характеризующая разбросы токов заряда, разряда (в программе *ifap_dsm_kifd* принималось $di = 0,05$), $\text{rand}(1, k)$ – функция МАТЛАВ, используемая для генерации псевдослучайных чисел, равномерно распределенных в интервале $0 \dots 1$ в виде матрицы строки размером k . Для $k = 1$ токи заряда и разряда задавали как $i_z = i_M(1 + di)$, $i_p = i_M$.

Задавали также частоту среза АЧХ разомкнутой системы ФАПЧ $f_{cp} = 200$ кГц и ФНЧ с передаточной функцией

$$G(s) = \frac{e_\Phi(s)}{i_d(s)} = \frac{T_1s + 1}{C_1 C_2 s (T_2s + 1)(T_3s + 1)(T_4s + 1)},$$

где $T_1, T_2, T_3, T_4, C_1, C_2$ – некоторые коэффициенты, определяемые в результате расчета системы ФАПЧ. В частности, выбирали $T_2 \approx T_3 \approx T_4$ при проектировании системы по показателю колебательности $M = 1,3$ [17].

На рис. 6 приведены следующие кривые:

1, 2 и 3 – ослабление ПД в децибелах от частоты при расчете по программе *ifap_dsm_kifd* для $k = 1, 16$ и 32 соответственно;

4 и 5 – ослабление ПД в децибелах от частоты при расчете [4] по линейной модели ИФАПЧ для $k = 4$ и ФАПЧ для $k = 32$;

6 – логарифмическая АЧХ замкнутой системы ФАПЧ –

$$L(\omega) = 20 \lg \left| \frac{G(j\omega) S_y i_M / (N_0 j\omega)}{1 + G(j\omega) S_y i_M / (N_0 j\omega)} \right|,$$

по оси x отложена частота в герцах.

Из анализа кривых на рис. 6 следует, что на ослабление ПД в полосе f_{cp} существенно влияет нелинейность, обусловленная неравенством токов накачки k -ЧФД_{ЗН} (кривые 1 и 3 намного выше, чем 4 и 5).

На рис. 7 приведены рассчитанные по программе *ifap_dsm_kifd* кривые зависимостей среднеквадратического отклонения фазы RMS_{fi}

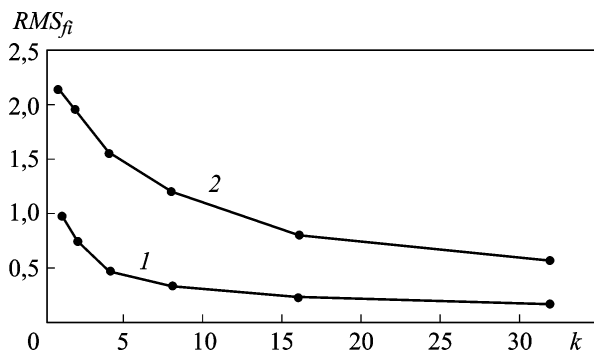


Рис. 7. Результаты расчетов среднеквадратического отклонения фазы УГ

сигнала УГ (в градусах) от множества k -ЧФД_{ЗН}, кривая 1 — для приведенных ранее параметров ИФАПЧ, кривая 2 — для тех же параметров ФАПЧ за исключением закона распределения токов заряда и разряда в ЗН. Закон распределения был принят нормальным и при моделировании в программе *ifap_dsm_kifd* для значений токов заряда $i_z = i_M[1 + di \times \text{randn}(1, k)]$ и разряда $i_p = i_M[1 + di \times \text{randn}(1, k)]$ использовалась функция MATLAB $\text{randn}(1, k)$, а значение di — здесь среднеквадратическая ошибка, которая принималась как $di = 0,05$. Значения RMS_{fi} усреднялись по ансамблю из 32 реализаций переходного процесса фазы УГ $\varphi_{УГ}(t)$ под воздействием ΔN_n (см. рис. 1), где $t = 0 \dots 2^{18}T_0$.

Исследования с помощью *ifap_dsm_kifd* показали, что в полосе пропускания f_{cp} мультidetекторной системы ФАПЧ уровень ПД сильно зависит от значения di и не зависит от f_{cp} ; для $di \neq 0$ уровень ПД не зависит от T_{kn}, T_{kn+1} .

С увеличением множества k -ЧФД_{ЗН} уровни ПД и RMS_{fi} уменьшаются. Особенно разнятся ПД и RMS_{fi} в случае равенства токов заряда и разряда (сравним кривые 4 и 5 на рис. 6). При случайных значениях токов заряда и разряда RMS_{fi} сильно зависит от конкретных реализаций этих токов. С увеличением k -ЧФД_{ЗН} в составе фазового спектра УГ появляются помеховые составляющие с частотой $1/(kT_0)$ и ее гармоник (на рис. 6 помехи с частотой 10, 20, 30 МГц, ...).

Заключение. С увеличением числа параллельно-последовательно работающих ЧФД_{ЗН} в составе мультidetекторной ФАПЧ помехи дробности уменьшаются как в полосе пропускания, так и за ее пределами, однако при неравенстве токов накачки k -ЧФД_{ЗН} происходит увеличение помех дробности в полосе пропускания системы ФАПЧ и на частотах $1/(kT_0)$ за полосой пропускания. Разработанная математическая модель импульсной мультidetекторной ФАПЧ и написанная в среде MATLAB7 программа *ifap_dsm_kifd* позволяют оценить уровень этих помех. Дополнительные исследования по сравнению моделей включения ДДПКД в цепь опорный генератор- k -ЧФД_{ЗН} и в цепь управляемый генератор- k -ЧФД_{ЗН} показали, что разработанной моделью в свете обсуждаемой проблемы можно воспользоваться и при анализе мультidetекторной ФАПЧ с включением ДДПКД в цепь опорный генератор- k -ЧФД_{ЗН}. Для проверки представленной математической модели импульсной мультidetекторной ФАПЧ в подсистеме Simulink системы MATLAB7 разработана импульсно-непрерывная модель (импульсная модель ДСМ_{MASH111} и непрерывная модель ФАПЧ с множеством k -ЧФД_{ЗН}). Результаты расчетов ПД по этой модели при указанных параметрах мультidetекторной ФАПЧ с ДСМ_{MASH111} очень близки к представленным ранее результатам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В а р ф о л о м е е в Г. Ф. Спектр помех дробности в системе фазовой АПЧ с дробным делителем частоты / Г.Ф. Варфоломеев // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1978. – Вып. 10 (21). – С. 66–71.
2. К о з л о в В. И., П а л е н к о в А. В., Р я п о л о в А. А. Синтезатор частот с модуляцией дробных коэффициентов деления в петле ФАПЧ. – Электросвязь. – 1988. – № 9. – С. 48–50.
3. R i l e y T., C o r e l a n d M. and K w a s n i e w s k i T. Delta-sigma modulation in fractional- N frequency synthesis // IEEE J. Solid-State Circuits. Vol. 28, May 1993. No. 5. – P. 553–559.
4. Р о м а н о в С. К. Определение помех дробности в синтезаторах частот с системами ФАПЧ, использующих дельта-сигма модуляторы в дробных делителях частоты // Теория и техника радиосвязи: Науч.-техн. сб. / ОАО “Концерн “Созвездие”. – Воронеж, 2006. – Вып. 1. – С. 97–102.
5. Р о м а н о в С. К. Определение помех в системе ИФАПЧ с дробным делителем частоты в цепи обратной связи // Теория и техника радиосвязи: Науч.-техн. сб. / ВНИИС. – Воронеж, 2003. – Вып. 2. – С. 73–81.
6. А р о г а Н., К л e m m e r N., M o r i z i o J., W o l f P. Enhanced phase noise modeling of fractional- N frequency synthesizers. IEEE Trans. Circuits Syst.-1: Regular Papers. Vol. 52, Febr. 2005. No. 2. – P. 379–395.
7. Х и а о j i a n М а о, Н u a z h o n g Y a n g, Н u i W a n g. An analytical phase noise model of charge pump mismatch in sigma-delta frequency synthesizer. – Analog Integr. Circuits and Signal Process. – 2006. – 48. – No 3. – P. 223–229.
8. Р о м а н о в С. К., М а т ы ц и н а А. И., Т и х о м и р о в Н. М. О влиянии рассогласования токов накачки импульсного частотно-фазового детектора на спектр помех в системе ИФАПЧ с дробным делителем частоты // Теория и техника радиосвязи: Науч.-техн. сб. / ОАО “Концерн “Созвездие” – Воронеж, 2008. – Вып. 1. – С. 111–117.
9. Р о м а н о в С. К., М а р к о в И. А. Т и х о м и р о в Н. М. Пути уменьшения помех дробности в синтезаторах с системами ИФАПЧ, использующих дельта-сигма модуляторы в дробных делителях частоты. // Теория и техника радиосвязи: Науч.-техн. сб. / ОАО “Концерн “Созвездие” – Воронеж, 2007. – Вып. 1. – С. 70–77.
10. П а т. 2150775A UK. Frequency synthesiser / Thomas Jackson (UK). – No. 8332298. Заявл 02.12.83, опубл. 03.07.85.
11. Р а m a r t i S., J a n s s o n L. and G a l t o n I. A wideband 2.4 GHz Delta-Sigma fractional- N PLL with 1 Mb/s in-loop modulation // IEEE J. Solid-State Circuits. Vol. 39. – Jan. 2004. – No. 1. – P. 49–62.
12. G u p t a M. and S o n g B. -S. A 1.8 GHz Spur-Cancelled Fractional- N Frequency Synthesizer With LMS-Based DAC Gain Calibration // IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 41, Decemb. 2006. – No. 12. – P. 2842–2851.
13. П а т. 5748043 США. Digital PLL frequency synthesizer / V.I. Koslov (Украина). – № 737351. Заявл. 03.05.94, опубл. 01.11.96.
14. Y a n g Y. -C., Y u S. -A., L i u Y. -H., W a n g T. and L u S. -S. A quantization noise suppression technique for $\Delta\Sigma$ fractional- N frequency synthesizers // IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 41, Novemb. 2006. – No. 11. – P. 2500–2511.
15. Y a n g Y. -C. and L u S. -S. A quantization noise pushing technique for $\Delta\Sigma$ fractional- N frequency synthesizers // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. Vol. 56; April 2008. – No. 4. – P. 817–825.
16. F a n Y i p i n g Model, analyze, and simulate $\Sigma\Delta$ fractional- N frequency synthesizers. Part 1 of 2 parts // Microwave and RF, Dec. 2000. – P. 183–194.

17. Левин В. А., Малиновский В. Н., Романов С. К. Синтезаторы частот с системой импульсно-фазовой автоподстройки. – М.: Радио и связь, 1989. – 232 с.

Статья поступила в редакцию 14.10.2010

Станислав Константинович Романов родился в 1942 г., окончил в 1965 г. МВТУ им. Н.Э.Баумана. Канд. техн. наук, заместитель начальника научно-технического центра в ОАО “Концерн “Созвездие”. Автор более 90 научных работ в области синтеза частот.

S.K. Romanov (b. 1942) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1965. Ph.D. (Eng.), deputy head of scientific-technical center of JSC “Concern “Sozvezdie“. Author of more than 90 publications in the field of frequency synthesis.

Николай Михайлович Тихомиров родился в 1951 г., окончил в 1975 г. МВТУ им. Н.Э.Баумана. Д-р техн. наук, начальник научно-технического центра в ОАО “Концерн “Созвездие”. Автор более 70 научных работ в области синтеза частот.

N.M. Tikhomirov (b. 1951) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1975. D. Sc. (Eng.), head of scientific-technical center of JSC “Concern “Sozvezdie“. Author of more than 70 publications in the field of frequency synthesis.

Дмитрий Николаевич Рахманин родился в 1977 г., окончил в 1999 г. Воронежский государственный университет. Канд. техн. наук, начальник отдела в ОАО “Концерн “Созвездие”. Автор более 30 научных работ в области синтеза частот.

D.N. Rakhmanin (b. 1977) graduated from the Voronezh State University in 1999. Ph.D. (Eng.), department head in JSC “Concern “Sozvezdie“. Author of more than 30 publications in the field of frequency synthesis.