

УДК 531.383

С. А. Черников

ОПТИМАЛЬНОЕ ГАШЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ГИРОСКОПИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ОГРАНИЧЕННЫМ ПО АМПЛИТУДЕ УПРАВЛЕНИЕМ

Рассмотрена задача синтеза оптимальной системы гашения вынужденных колебаний гиросистемы в случае, когда амплитуда возмущающего воздействия превышает амплитуду компенсирующего воздействия исполнительного элемента активной виброзащиты, т.е. в предположении, что интенсивность управления такова, что полная компенсация внешнего возмущения недостижима. Проведена оптимизация по критерию минимума амплитуды вынужденных колебаний с заданной частотой в установившемся режиме.

E-mail: press@bmstu.ru

Ключевые слова: гироскопическая система, вынужденные колебания, оптимальный закон управления.

Уравнения движения гироскопической системы (ГС) с активным виброгашением запишем в виде

$$x + W_0(p)U(x) = W_0(p)L(p)M(t), \quad (1)$$

где x — измеряемая координата (например, угол поворота гироскопа относительно оси карданова подвеса или угол закручивания упругосоединенных динамических элементов конструкции, или ток в обмотке датчика момента и т.д.); $W_0(p) = \frac{R(p)}{Q(p)}$ — передаточная функция ГС как объекта виброгашения; $U(x)$ — управляющее воздействие (в общем случае нелинейная функция) с ограниченной интенсивностью; $L(p)$ — передаточная функция, связывающая точки приложения внешнего и управляющего воздействий; $p = \frac{d}{dt}$; $M(t) = m \sin \omega t$ — внешнее возмущение, при этом частота ω соответствует резонансным либо фильтрующим свойствам приведенной линейной части системы.

Структурная схема ГС приведена на рис. 1.

Повышение эффективности активных виброзащитных систем (в частности, уменьшение амплитуды вынужденных колебаний) связано с определением законов управления обратной связью, обеспечивающих наилучшую компенсацию внешних возмущений [1].

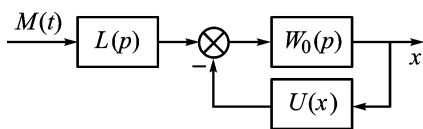


Рис. 1. Структурная схема ГС

Полагая $U(x) = K(p)x$, запишем передаточную функцию податливости ГС по интересующей координате в виде

$$\Phi(p) = \frac{x(p)}{M(p)} = \frac{W_0(p)L(p)}{1 + W_0(p)K(p)} \quad (2)$$

или в форме

$$\Phi(p) = \Phi_*(p)W_0(p)L(p), \quad (3)$$

где

$$\Phi_*(p) = \frac{1}{1 + W_0(p)K(p)} \quad (4)$$

— динамический коэффициент подавления колебаний.

Эффективность активного виброгашения будем оценивать модулем этого динамического коэффициента, характеризующего отношение амплитуд вынужденных колебаний системы с гасителем и колебаний системы без гасителя:

$$|\Phi_*(j\omega)| = \frac{|\Phi(j\omega)|}{|W_0(j\omega) \cdot L(j\omega)|} = \frac{1}{|1 + W_z(j\omega)|}, \quad (5)$$

где $W_z(p) = W_0(p)K(p)$ — передаточная функция разомкнутой цепи.

Если полосу гашения определить как диапазон частот, в котором $|\Phi_*(j\omega)| \leq 1$ или, что то же самое, $|1 + W_z(j\omega)| \geq 1$, то в полосе гашения амплитудно-фазовая характеристика (АФХ) разомкнутой цепи системы с гасителем $W_z(j\omega)$ не должна заходить в круг единичного радиуса с центром в точке $(-1, j0)$ (“резонансный круг” [3]).

Граничные частоты полосы гашения Ω_1 и Ω_2 , определяемые условием

$$|1 + W_z(j\omega)| = 1 \quad (6)$$

или точками пересечения $W_z(j\omega)$ с упомянутой окружностью, будут инвариантными по отношению к цепи обратной связи, поскольку на этих частотах амплитуды вынужденных колебаний системы без обратной связи и с обратной связью будут одинаковы.

В полосе частот, где $W_z(j\omega)$ находится внутри резонансного круга, $|\Phi_*(j\omega)| > 1$, т.е. цепь обратной связи раскачивает объект демпфирования. Для уменьшения амплитуды вынужденных колебаний объекта демпфирования в заданном интервале частот по крайней мере в n раз, необходимо, чтобы АФХ разомкнутой цепи в этом диапазоне частот находилась вне круга радиуса n с центром в точке $(-1, j0)$.

Теперь рассмотрим задачу синтеза управляющего воздействия $U(x)$, ограниченного по амплитуде:

$$I = |U(x)| \leq U_0, \quad (7)$$

которое минимизирует амплитуду вынужденных колебаний ГС в установившемся режиме с заданной частотой ω .

В работе [4] рассмотрена процедура решения задачи синтеза цепи обратной связи с ограниченной интенсивностью, основанная на сочетании метода гармонической линеаризации и метода моментов. Следуя работе [4], решение уравнения (1) будем искать в форме гармонического приближения

$$x = a \sin \psi; \quad \psi = \omega t + \varphi. \quad (8)$$

Учитывая, что

$$\cos(\omega t + \varphi) = \frac{px}{a\omega}, \quad (9)$$

представим $M(t)$ в виде

$$M(t) = \frac{m}{a} \left(\cos \varphi - \sin \varphi \frac{p}{\omega} \right) x. \quad (10)$$

Подставляя (10) в уравнение (1) и проводя гармоническую линеаризацию нелинейной функции $U(x)$, запишем уравнение гармонически линеаризованной системы:

$$x + W_0(p) \left(q_1 + q_2 \frac{p}{\omega} \right) x = W(p)L(p) \frac{m}{a} \left(\cos \varphi - \sin \varphi \frac{p}{\omega} \right) x. \quad (11)$$

Здесь q_1 и q_2 — коэффициенты гармонической линеаризации искомого управляющего воздействия:

$$q_1 = \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} U(a \sin \psi) \sin \psi d\psi; \quad (12)$$

$$q_2 = \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} U(a \sin \psi) \cos \psi d\psi.$$

Периодическому режиму (8) с частотой ω соответствует мнимый корень $p = j\omega$ характеристического уравнения системы (11):

$$Q(j\omega) + R(j\omega) (q_1(a, \psi) + jq_2(a, \psi)) - R(j\omega)L(j\omega) \frac{m}{a} (\cos \varphi - j \sin \varphi) = 0$$

или

$$Q_1(\omega) + jQ_2(\omega) + (R_1(\omega) + jR_2(\omega))(q_1(a, \psi) + jq_2(a, \psi)) - (R_1(\omega) + jR_2(\omega))(L_1(\omega) + jL_2(\omega)) \frac{m}{a} (\cos \varphi - j \sin \varphi) = 0. \quad (13)$$

Разделяя (13) на вещественную и мнимую части и разрешая последние относительно $q_1(a, \psi)$ и $q_2(a, \psi)$, получаем:

$$\begin{aligned} q_1(a, \psi) &= \frac{m}{a}(L_1(\omega) \cos \varphi + L_2(\omega) \sin \varphi) - \frac{R_1(\omega)Q_1(\omega) + R_2(\omega)Q_2(\omega)}{R_1^2(\omega) + R_2^2(\omega)}; \\ q_2(a, \psi) &= \frac{m}{a}(L_2(\omega) \cos \varphi - L_1(\omega) \sin \varphi) - \frac{R_2(\omega)Q_1(\omega) - R_1(\omega)Q_2(\omega)}{R_1^2(\omega) + R_2^2(\omega)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Структура оптимального закона программного управления, минимизирующего амплитуду вынужденных колебаний заданной частоты в установившемся режиме с функционалом (7), ограничивающим амплитуду управляющего воздействия, имеет вид [5]

$$U(\psi) = U_0 \text{sign} [\lambda_1^*(a^*, \varphi^*) \sin \psi + \lambda_2^*(a^*, \varphi^*) \cos \psi]. \quad (15)$$

Здесь $\lambda_1(a, \varphi)$ и $\lambda_2(a, \varphi)$ – интегральные соотношения, связывающие искомую функцию и параметры периодического режима:

$$\begin{aligned} \lambda_1(a, \varphi) &= \int_0^{2\pi} U(\psi) \sin \psi d\psi; \\ \lambda_2(a, \varphi) &= \int_0^{2\pi} U(\psi) \cos \psi d\psi, \end{aligned} \quad (16)$$

а $\lambda_1^*(a^*, \varphi^*)$ и $\lambda_2^*(a^*, \varphi^*)$ – оптимальные значения интегральных соотношений (16), соответствующие оптимальным параметрам a^* и φ^* периодического режима, который может быть реализован при заданном ограничении на амплитуду управления (7), при этом $a^* = \min a$, φ^* – оптимальное значение фазы, обеспечивающее a^* .

С учетом (14) интегральные соотношения можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \lambda_1(a, \varphi) &= \pi a \left[\frac{m}{a}(L_1(\omega) \cos \varphi + L_2(\omega) \sin \varphi) - \text{Re} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} \right], \\ \lambda_2(a, \varphi) &= \pi a \left[\frac{m}{a}(L_2(\omega) \cos \varphi - L_1(\omega) \sin \varphi) - \text{Im} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

или

$$\begin{aligned} \lambda_1(a, \varphi) &= \pi a \left[\frac{m}{a}(L \cos(\theta - \varphi) - \text{Re} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)}) \right], \\ \lambda_2(a, \varphi) &= \pi a \left[\frac{m}{a}(L \sin(\theta - \varphi) - \text{Im} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)}) \right], \end{aligned} \quad (18)$$

где $\theta = \text{arctg} \frac{L_2(\omega)}{L_1(\omega)}$; $L = \sqrt{L_1^2(\omega) + L_2^2(\omega)}$.

Найдем оптимальные значения a^* и φ^* . Уравнение, определяющее связь между параметрами a и φ периодического режима, записывается в виде

$$[\lambda_1^2(a, \varphi) + \lambda_2^2(a, \varphi)]^{1/2} = 4U_0. \quad (19)$$

Подставляя в уравнение (19) значения $\lambda_1(a, \varphi)$ и $\lambda_2(a, \varphi)$ из соотношений (18), в результате алгебраических преобразований получаем квадратное уравнение относительно a :

$$a^2 - 2am \left| \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)} \right| (L_1 \cos(\varphi_1 + \varphi) + L_2 \sin(\varphi_1 + \varphi)) + \left| \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)} \right|^2 (m^2 L^2 - \frac{16U_0^2}{\pi^2}) = 0, \quad (20)$$

где $\varphi_1 = \arcsin \left| \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} \right| \cdot \operatorname{Im} \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)}$.

Решив квадратное уравнение (20), получим

$$a = m \left| \frac{R}{Q} \right| \left\{ L_1 \cos(\varphi_1 + \varphi) + L_2 \sin(\varphi_1 + \varphi) \pm \sqrt{(L_1 \cos(\varphi_1 + \varphi) + L_2 \sin(\varphi_1 + \varphi))^2 - L^2 + \frac{16U_0^2}{\pi^2 m^2}} \right\} \quad (21)$$

или, учитывая, что $L_1 = L \cos \theta$, $L_2 = L \sin \theta$, выражение для амплитуды запишем в виде

$$a = mL \left| \frac{R}{Q} \right| \left\{ \cos(\varphi_1 + \varphi - \theta) \pm \sqrt{\cos^2(\varphi_1 + \varphi - \theta) - 1 + \frac{16U_0^2}{\pi^2 m^2 L^2}} \right\}. \quad (22)$$

Анализ зависимости амплитуды a вынужденных колебаний от фазы φ с учетом условия устойчивости гармонического приближения $\frac{\partial a}{\partial m} > 0$ показывает, что минимальному значению $a = a_{\min} = a^*$ соответствует фаза

$$\varphi^* = \theta - \varphi_1, \quad (23)$$

при этом

$$a^* = mL \left| \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)} \right| \left(1 - \frac{4U_0}{\pi mL} \right). \quad (24)$$

Оптимальные значения интегральных составляющих $\lambda_{1,2}^*(a^*, \varphi^*)$ закона программного управления (15) можно найти, подставляя в соотношения (17) значения φ^* и a^* из выражений (23) и (24) соот-

ветственно:

$$\lambda_1^*(a^*, \varphi^*) = \pi \left[m(L_1 \cos \varphi^* + L_2 \sin \varphi^*) - a^* \operatorname{Re} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} \right],$$

$$\lambda_2^*(a^*, \varphi^*) = \pi \left[m(L_2 \cos \varphi^* - L_1 \sin \varphi^*) - a^* \operatorname{Im} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} \right].$$
(25)

Подставляя в соотношения (25) вместо L_1 и L_2 их значения из (21), после алгебраических преобразований окончательно получаем

$$\lambda_1^*(a^*, \varphi^*) = \frac{R_1(\omega)Q_1(\omega) + R_2(\omega)Q_2(\omega)}{|R(j\omega)||Q(j\omega)|};$$

$$\lambda_2^*(a^*, \varphi^*) = \frac{R_1(\omega)Q_2(\omega) - R_2(\omega)Q_1(\omega)}{|R(j\omega)||Q(j\omega)|}.$$
(26)

Искомое выражение оптимального закона программного управления (15) можно представить в виде

$$U^*(\psi) = U_0 \operatorname{sign} [(Q_1 R_1 + Q_2 R_2) \sin \psi + (Q_2 R_1 - Q_1 R_2) \cos \psi].$$
(27)

Далее, учитывая, что $\sin \psi = \frac{x}{a}$, $\cos \psi = \frac{\dot{x}}{a\omega}$, запишем выражение для оптимального закона активной обратной связи

$$U^*(x, \dot{x}) = -U_0 \operatorname{sign} \left[(Q_1 R_1 + Q_2 R_2)x + (Q_2 R_1 - Q_1 R_2) \frac{\dot{x}}{\omega} \right].$$
(28)

Если частота внешнего возмущения постоянна и заранее известна, то функции $\lambda_1^*(a^*, \varphi^*)$ и $\lambda_2^*(a^*, \varphi^*)$ являются постоянными коэффициентами усиления при $x(t)$ и $\dot{x}(t)$. Структурная схема системы с оптимальной активной обратной связью, ограниченной по амплитуде и обеспечивающей минимальную амплитуду вынужденных колебаний с заданной частотой, представлена на рис. 2.

Существенной особенностью закона управления (28) является его независимость от амплитуды и точки приложения внешнего возмущения.

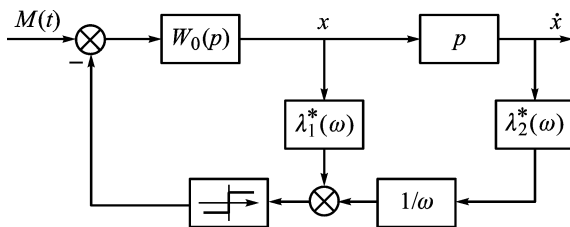


Рис. 2. Структурная схема ГС с оптимальным управлением, ограниченным по амплитуде

Учитывая, что

$$\begin{aligned} Q_1 R_1 + Q_2 R_2 &= (R_1^2 + R_2^2) \operatorname{Re} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)}, \\ Q_2 R_1 - Q_1 R_2 &= (R_1^2 + R_2^2) \operatorname{Im} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)}, \end{aligned} \quad (29)$$

а также $\dot{x} = px(t)$, выражение (28) для оптимального закона обратной связи запишем в следующем виде:

$$U^*(x) = -U_0 \operatorname{sign} \left[\operatorname{Re} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} + j \operatorname{Im} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} \right] x(t), \quad (30)$$

или $U^*(x) = -U_0 \operatorname{sign} \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} x(t)$.

Инверсную АФХ объекта демпфирования представим как

$$\frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} = \left| \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} \right| e^{j\varphi_1}. \quad (31)$$

Тогда выражение (30) примет вид

$$U^*(x) = -U_0 \operatorname{sign} x(t) e^{j\varphi_1}. \quad (32)$$

Подставляя в формулу (32) $x(t) = a \sin(\omega t + \varphi^*)$ и учитывая, что $\varphi^* = -\varphi_1 + \theta$, получаем

$$U^*(x) = -U_0 \operatorname{sign} \sin(\omega t + \theta). \quad (33)$$

Полученный результат имеет простую физическую интерпретацию: компенсационный момент прикладывается в противофазе возмущающему моменту и, следовательно, происходит наиболее полная компенсация внешнего возмущения. При этом в полной мере реализуется идея активной виброзащиты, состоящая в конструировании управляющего источника вибраций — активного элемента, создающего в демпфируемой точке противофазное воздействие.

Динамический коэффициент подавления колебаний в системе с релейным законом в общем случае может быть записан в следующем виде:

$$\Phi_*(\varphi_z) = 1 - \frac{U_0 \operatorname{sign} \sin(\omega t + \varphi_z)}{m \sin \omega t}.$$

Раскладывая нелинейную функцию в ряд Фурье и ограничиваясь первой гармоникой, получаем

$$\Phi_*(\varphi_z) = 1 - \frac{4U_0}{\pi m} e^{j\varphi_z}, \quad (34)$$

где $\varphi_z = \arg W_z(j\omega)$ — фаза передаточной функции разомкнутой цепи на частоте внешнего воздействия ω .

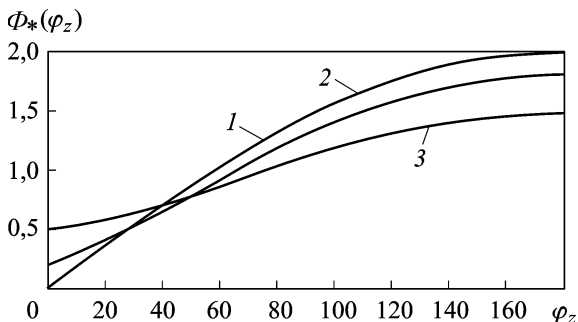


Рис. 3. Зависимость динамического коэффициента подавления колебания от фазы управляющего воздействия для разных значений амплитуды внешнего воздействия m :

1, 2, 3 – $\frac{4U_0}{\pi m} = 1; 0,8; 0,5$

Зависимость модуля динамического коэффициента $|\Phi_*(\varphi_z)|$ от фазы φ_z , определяемая выражением

$$|\Phi_*(\varphi_z)| = \sqrt{1 - \frac{8U_0}{\pi m} \cos \varphi_z + \left(\frac{4U_0}{\pi m}\right)^2}, \quad (35)$$

приведена на рис. 3 для разных значений U_0/m . Критическое значение фазы φ_z^0 , отделяющее область гашения колебаний ($|\Phi_*(\varphi_z)| < 1$) от области обратного эффекта, где происходит “раскачивание” объекта демпфирования ($|\Phi_*(\varphi_z)| > 1$), определяется условием $|\Phi_*(\varphi_z^0)| = 1$ и в соответствии с (35) записывается в виде

$$\varphi_z^0 = \arccos \frac{2U_0}{\pi m}. \quad (36)$$

При $\varphi_z = 0$ (оптимальный режим гашения колебаний) имеем

$$\Phi_*(0) = 1 - \frac{4U_0}{\pi m}. \quad (37)$$

В этом случае при $L(p) = 1$ совпадают не только точки приложения внешнего и управляющего воздействий заданной частоты, но и точки внешнего воздействия и его измерения, т.е. система с управлением по отклонению на частоте ω становится эквивалентной системе с управлением по возмущению. Структурная схема системы, эквивалентной (1) при $\varphi_z = 0$, приведена на рис. 4.

Эффективность противофазного управления, определяемая отношением динамических коэффициентов подавления колебаний $\eta = \frac{\Phi_*(\varphi_z)}{\Phi_*(0)}$, тем выше, чем больше отношение U_0/m (при выполнении условия $\Phi_*(0) > 0$). При $\varphi_z = 90^\circ$ и $\frac{4U_0}{\pi m} = 0,8$, $\Phi_*(0) = 0,2$

и $\Phi_*(\varphi_z) = 1,28$, тогда $\eta = 6,4$; если же $\frac{4U_0}{\pi m} = 0,5$, то $\Phi_*(0) = 0,5$; $\Phi_*(\varphi_z) = 1,118$ и $\eta = 2,23$, т.е. в первом случае при $\varphi_z = 90^\circ$ эффективность противофазного гашения почти в 3 раза выше, чем во втором.

При синтезе закона оптимального виброгашения необходимо учитывать то обстоятельство, что релейный характер обратной связи, как правило, приводит к возникновению автоколебаний, которые при условии захватывания могут не проявляться и тогда в системе устанавливаются одночастотные колебания с частотой внешнего воздействия. В противном случае в системе возникают двухчастотные колебания. При этом автоколебания могут иметь более высокую интенсивность, чем вынужденные колебания при отсутствии виброгашения. Таким образом, введение активного виброгасящего воздействия может привести к негативному эффекту.

Сгладить, а в некоторых случаях и исключить негативный эффект можно, если релейный закон управления заменить линейным с насыщением. При этом автоколебания возможны только в случае, если аргумент передаточной функции объекта демпфирования на частоте внешнего воздействия ω_0 окажется больше запаса по фазе ν линейной части системы, т.е.

$$\arg \left[\frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)} \right] > \nu.$$

Правомочность замены релейного (оптимального) закона управления линейным с насыщением следует из того, что коэффициенты гармонической линеаризации релейной характеристики и линейного звена с насыщением при амплитуде входного воздействия $m > 1,2U_0$ (а именно этот случай и рассматривается) отличаются не более чем на 10%, что находится в пределах точности метода гармонической линеаризации.

В качестве примера активного гашения вынужденных колебаний с ограниченным по амплитуде управлением рассмотрим ГС с активным динамическим поглотителем колебаний [2], описываемую уравнениями

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha} + \mu(\dot{\alpha} - \dot{\gamma}) + C_2(\alpha - \gamma) - H\dot{\beta} - U(\delta, \dot{\delta}) &= M_\alpha; \\ B\ddot{\beta} + H\dot{\alpha} &= M_\beta; \\ I\ddot{\gamma} - \mu(\dot{\alpha} - \dot{\gamma}) - C_2(\alpha - \gamma) &= M_\gamma; \\ \delta &= \alpha - \gamma. \end{aligned} \tag{38}$$

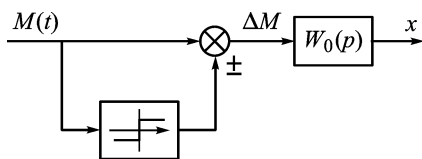


Рис. 4. Структурная схема ГС, эквивалентная схеме рис. 2, при противо- и синфазном управлении

Здесь A, α и B, β — приведенные моменты инерции и углы поворота ГС относительно наружной и внутренней осей карданова подвеса соответственно; I, γ — момент инерции и угол поворота инерционной массы демпфера относительно оси, на которой он установлен; H — кинетический момент гироскопа; C_2, μ — коэффициенты упругой и диссипативной связи ГС с инерционной массой; $U(\delta, \dot{\delta})$ — управляющее воздействие, ограниченное по амплитуде; $M_\alpha, M_\beta, M_\gamma$ — моменты внешних сил относительно соответствующих осей.

Передаточная функция механической части ГС как объекта управления может быть записана в виде

$$W(p) = \frac{\delta(p)}{M_\alpha(p)} = \frac{p^2}{(Ap^2 + C_1)(Ip^2 + \mu p + C_2) + Ip^2(\mu p + C_2)}, \quad (39)$$

где $C_1 = \frac{H^2}{B}$.

Подставляя в выражение (28) значения вещественных и мнимых частей числителя и знаменателя $W(j\omega)$ из функции (39), получаем значения коэффициентов оптимального закона (28) активной обратной связи по углу δ и угловой скорости $\dot{\delta}$ закручивания динамических элементов ГС:

$$\begin{aligned} \lambda_1^*(a^*, \varphi^*) &= \omega^4 - (\nu_1^2 + \nu_2^2(1 + \chi))\omega^2 + \nu_1^2\nu_2^2; \\ \lambda_2^*(a^*, \varphi^*) &= \frac{\mu}{I} [\nu_1^2 - (1 + \chi)\omega^2], \end{aligned} \quad (40)$$

где $\nu_1^2 = \frac{C_1}{A}$, $\nu_2^2 = \frac{C_2}{I}$, $\chi = \frac{I}{A}$.

Из (40) при $\omega = \omega_0 = \frac{\nu_1}{\sqrt{1 + \chi}}$, в частности, следует, что $\lambda_2^*(\omega_0) = 0$. Это означает, что $\arg W(j\omega_0) = 0$ и противофазное управление достигается с помощью жесткой обратной связи.

В заключение приведем некоторые результаты компьютерного моделирования в пакете MATLAB динамики ГС, описываемой уравнениями (38), в режиме вынужденных колебаний при ограниченной амплитуде момента обратной связи. При моделировании приняты следующие параметры ГС: $A = 100 \text{ В} = 10^3 \text{ г} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^2$, $H = 10^4 \text{ г} \cdot \text{см} \cdot \text{с}$, $\mu = 768 \text{ г} \cdot \text{см} \cdot \text{с}$, $C_2 = 7,86 \cdot 10^4 \text{ г} \cdot \text{см}/\text{рад}$, $M_\alpha = m \sin \omega t$, $m = 10^3 \text{ г} \cdot \text{см}$, $U_0 = 500 \text{ г} \cdot \text{см}$, $M_\beta = M_\gamma = 0$, $\chi = 0,01$.

Результаты моделирования представлены на рис. 5. При этом рис. 5, а соответствует вынужденным колебаниям ГС с релейной обратной связью по углу δ . Как видно, момент обратной связи находится не в противофазе возмущающему моменту, так как $\varphi_z = \arg W_z(j\omega) \neq 0$. Амплитуда вынужденных колебаний $a = 2 \times 10^{-4}$ рад.

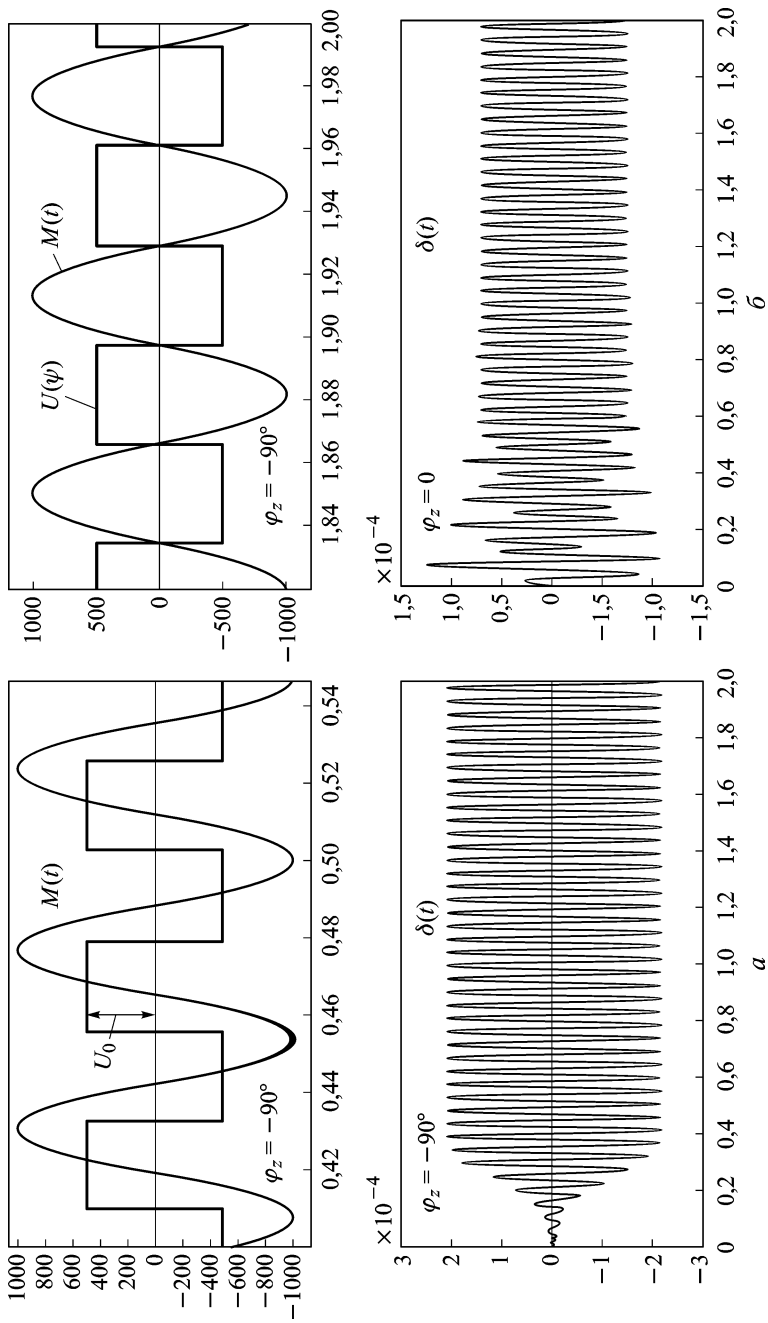


Рис.5. Вынужденные колебания ГС с управлением при $\varphi_z = -90^\circ$ (а) и с оптимальным управлением при $\varphi_z = 0$ (б)

Осциллограммы, представленные на рис. 5, б, соответствуют вынужденным колебаниям ГС с оптимальным законом управления (28). При этом момент обратной связи прикладывается к объекту демпфирования в противофазе возмущающему моменту, $\varphi_z = 0$. В результате амплитуда вынужденных колебаний уменьшается по сравнению с предыдущим случаем примерно в 3 раза ($a = 0,65 \cdot 10^{-4}$ рад), $\Phi_*(0) = 0,36$.

Таким образом, определена структура оптимального закона управления, ограниченного по амплитуде, минимизирующего амплитуду вынужденных колебаний ГС с заданной частотой в установившемся режиме. Оптимальное гашение колебаний достигается противофазным управлением, т.е. когда компенсационный момент прикладывается в противофазе возмущающему моменту и, следовательно, происходит наиболее полная компенсация внешнего возмущения. При этом в полной мере реализуется идея активной виброзащиты.

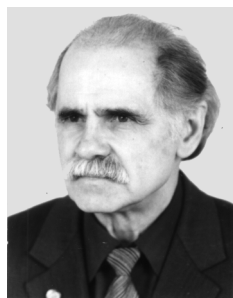
При настройке динамического демпфера на частоту внешнего возмущения противофазное управление достигается при жесткой активной обратной связи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. К о л о в с к и й М. З. Автоматическое управление виброзащитными системами. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
2. Ч е р н и к о в С. А., Л и М и н. Активное динамическое гашение резонансных колебаний гироскопических систем // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2008. – № 4. – С. 38–55.
3. Ч е р н и к о в С. А. Динамика систем гироскопической стабилизации. – М.: МО СССР, 1967. – 328 с.
4. И з р а и л о в и ч М. Я. Управление вынужденными колебаниями гармонически линеаризуемых механических систем // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1994. – № 5. – С. 18–27.
5. К р а с о в с к и й Н. Н. Теория управления движением. Линейные системы. – М.: Наука, 1968. – 475 с.

Статья поступила в редакцию 28.12.2010

Сергей Акимович Черников родился в 1931 г., окончил в 1954 г. ВИА им. Ф.Э. Дзержинского. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Академик Российской Академии навигации и управления движением. Автор более 150 научных работ в области гироскопической техники.



S. A. Chernikov (b. 1931) graduated from Dzerzhinsky Military Engineering Academy in 1954. D. Sc. (Eng.), professor of “Instruments and Systems of Orientation, Stabilisation and Navigation” Department of the Bauman Moscow State Technical University. Academician of the Russian Academy of Navigation and Motion Control. Author of more than 150 publications in the field of gyro technology.