

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЕРСПЕКТИВ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОРБИТ F-КЛАССА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ ПРИКЛАДНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Ф.В. Звягин, Л.Н. Лысенко

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: pk-bmstu@ya.ru

Проведен анализ возможности построения спутниковой системы на основе использования орбит F-класса ограниченной задачи трех тел. Главная особенность исследуемой спутниковой системы — расположение составляющих ее космических аппаратов на орбите Земли с опережением и отставанием от последней на любое угловое значение в пределах $\pm\pi$. В рамках широко используемой модели движения ограниченной задачи трех тел выполнено исследование энергетических затрат на выведение космического аппарата в целевые точки, лежащие на орбите Земли, а также на последующую коррекцию движения аппарата по целевой орбите. Численное моделирование, в том числе с решением краевых задач, позволило определить суммарные затраты характеристической скорости для различных вариантов выведения и показало, что с позиции минимизации энергетических затрат оптимален способ прямого выведения космического аппарата в целевую точку по возмущенной орбите F-класса.

Ключевые слова: задача трех тел, спутниковая система, орбиты F-класса, противоастероидная безопасность, резонансные орбиты, точки либрации.

ENERGY ANALYSIS OF PROSPECTS OF USING THE F-CLASS ORBITS FOR FORMATION OF APPLIED SATELLITE SYSTEMS

F.V. Zvyagin, L.N. Lysenko

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: pk-bmstu@ya.ru

The possibility of building a satellite system based on the use of F-class orbits of the restricted problem of three bodies (RPTB) is analyzed. The main feature of the satellite system under study is the location of the spacecrafts included in the system on the Earth orbit both ahead and behind the Earth at any angle value in the range $\pm\pi$. In the context of a widely used RPTB model of motion, the energy costs are investigated for a spacecraft injection into the target points on the Earth's orbit and the subsequent correction of spacecraft motion along the target orbit. The numerical simulation with solving boundary value problems allowed a total cost of the characteristic velocity to be determined for different launch schemes and showed that in terms of minimizing energy consumption, the direct launch of a spacecraft to the target point along the perturbed F-class orbit is an optimal method.

Keywords: three-body problem, satellite system, the F-class orbits, anti-asteroid security, resonant orbits, libration points.

Постановка задачи. Решение задач практического освоения космического пространства, особенно дальнего космоса, при современном уровне развития технических средств выведения космических аппаратов (КА) невозможно без осуществления длительных космических миссий.

Реализация соответствующих миссий может потребовать выведения на целевую орбиту как одного КА, так и создания стабильной спутниковой системы (СС) прикладного назначения.

История создания и прогрессирующего развития СС демонстрирует определенную логику, согласно которой уровень их перспективности во многих случаях определяется высотой орбит, в частности, создания их на базе гало-орбит, расположенных на расстоянии около 1,5 млн км от Земли.

Использование орбит, “привязанных” к окрестностям точек Лагранжа (или так называемых точек либрации), всегда представляло теоретический интерес, который связан с минимизацией энергетических затрат на парирование действия возмущающих факторов, приводящих к эволюциям орбитальных параметров. Однако в течение длительного времени проблемы практической реализации таких орбит оставались неразрешимыми в силу большой длительности и предполагаемого значительного уровня энергетических затрат, требуемых на выведение на них КА и поддержания заданных параметров орбиты. Тем не менее начиная с конца 1970 г. проблема перешла в сферу практически значимых решений.

Одним из наиболее ярких примеров можно считать проект SOHO (Solar and Heliospheric Observatory) [1], в рамках которого аппарат, запущенный в точку либрации L_1 системы Солнце — Земля в 1995 г., продолжает и в настоящее время осуществлять непрерывный мониторинг солнечной активности. Кроме фундаментальной задачи изучения Солнца, с помощью этого КА обеспечивается предупреждение о грядущих последствиях нестационарной солнечной активности на Земле.

Развитие техники наблюдения космического пространства, в том числе и с применением выведенных в космос телескопов различного диапазона и назначения, позволило открыть множество малых небесных тел. Так, только с 2001 по 2010 г., число открытых астероидов возросло с 146 677 до 482 419 и продолжает увеличиваться в геометрической прогрессии [2]. При этом определенное число астероидов может представлять опасность в случае столкновения с Землей. Одним из вариантов решения информационной части задачи обеспечения противоастероидной безопасности Земли может стать использование удаленных на достаточное расстояние от Земли КА, позволяющих проводить мониторинг потенциально опасных объектов.

Следует также отметить космические телескопы разного диапазона WMAP, “Планк”, “Гершель”, Gaia, выведенные в последние годы на орбиты в окрестности точки либрации L_2 [3–6]. Несмотря на преимущества ее использования, связанные с тем, что в точке L_2 обеспечивается определенное затенение КА, к выведенным на гало-орбиты аппаратам это не относится ввиду достаточно большого размера орбит этих

аппаратов. В работе [7] было показано, что возможно двухимпульсное выведение КА в сколь угодно малую окрестность точки либрации, но и в этом случае значительная часть небесной сферы окажется вне зоны постоянного мониторинга вследствие засветки аппаратуры солнечным излучением. В результате той же самой засветки от Солнца и переизлучения от Земли, практически затруднено эффективное использование КА орбитального сегмента системы мониторинга астероидной опасности и на околоземных орбитах. Таким образом, для обеспечения непрерывного мониторинга потребуется дополнительно к КА, расположенным в точке либрации, разместить один или несколько КА под некоторым углом к оси Солнце – Земля для наблюдения недоступных первому КА областей, засвечиваемых Солнцем. Подобная ситуация может возникнуть при необходимости создания орбитальных измерительных систем интерферометрического типа.

Согласно изложенному выше, актуально выполнить и представить результаты анализа перспектив использования орбит F-класса для построения СС различного назначения. На основе таких СС можно получить количественные оценки энергетических затрат на формирование возможных вариантов построения целевых орбит, а также дать ответ на вопрос о необходимости их коррекции в зависимости от времени существования при использовании в качестве варьируемого параметра период обращения КА по целевой орбите.

Исходная математическая модель. В качестве математической модели движения КА приняты уравнения эллиптической ограниченной задачи трех тел (ЭОЗТТ). Эти уравнения в неравномерно вращающейся (пульсирующей) барицентрической системе координат в безразмерных величинах при принятом равным единице расстоянии между основными телами (меньшего, относительной массы μ и большего массы $(1 - \mu)$), истинной аномалии меньшего тела v , постоянной тяготения, равной единице, эксцентриситете орбит основных тел e могут быть записаны так [8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x}{\partial v^2} - 2 \frac{dy}{dv} &= \frac{1}{1 + e \cos v} \frac{\partial \Omega}{\partial x}; \\ \frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + 2 \frac{dx}{dv} &= \frac{1}{1 + e \cos v} \frac{\partial \Omega}{\partial y}; \\ \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} &= \frac{1}{1 + e \cos v} \frac{\partial \Omega}{\partial z}, \end{aligned} \quad (1)$$

где Ω – силовая функция,

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{1 - \mu}{r_0} + \frac{\mu}{r_1} + \frac{1}{2} (x^2 + y^2) - \frac{1}{2} e z^2 \cos v; \\ r_0^2 &= (x + \mu)^2 + y^2 + z^2, \quad r_1^2 = (x - 1 + \mu)^2 + y^2 + z^2. \end{aligned}$$

Поскольку для случая ЭОЗТТ интеграл Якоби не является постоянным, может быть записан его аналог в виде функции Якоби [9]:

$$\begin{aligned} \Gamma(x, y, z, V_x, V_y, V_z) = & \\ = \mu & \left((\mu + x - 1)^2 + \frac{2}{\sqrt{(\mu + x - 1)^2 + y^2 + z^2}} + y^2 + z^2 \right) + \\ + (1 - \mu) & \left((\mu + x)^2 + \frac{2}{\sqrt{(\mu + x)^2 + y^2 + z^2}} + y^2 + z^2 \right) - \\ & - (e \cos(v) + 1) (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 + z^2). \quad (2) \end{aligned}$$

В случае круговой ОЗТТ функция Якоби совпадает с интегралом Якоби. Эта функция может быть использована для определения энергетических характеристик орбит ЭОЗТТ.

Результаты численного решения краевой задачи. Для получения возможных траекторий движения КА (1) в окрестностях выбранных целевых точек $(0,6; \pm 0,8)$ а.е. в принятой к рассмотрению вращающейся системе координат было осуществлено решение краевой задачи на основе так называемого метода стрельбы. Отдельные результаты расчетов для различных значений варьируемого параметра, в качестве которого был выбран период обращения КА по целевой орбите, приведены на рис. 1.

Семейство орбит в окрестности целевой точки при периодах обращения, близких к резонансным, показано на рис. 2.

Расчеты показали, что существует принципиальная возможность построения орбиты сколь угодно малого характерного размера. Наиболее интересны орбиты околорезонансных периодов обращения. При приближении к резонансному периоду (как от меньших периодов, так и от больших) характерный размер орбиты возрастает. Для случая, представленного на рис. 2, эти периоды составляют $1,99\pi$, $2,0001\pi$, $2,001\pi$, $2,01\pi$. При переходе через резонансное значение, направление обращения по орбите меняется на противоположное. С позиции энергетической интерпретации, движение по орбитам проходит внутри потенциального коридора, задаваемого значениями функции Якоби. Каждой орбите, принадлежащей общему семейству орбит F-класса, рассмотренного в работах [10–12], соответствует свой уровень энергии. Указанное семейство возмущенных орбит существует на всем протяжении орбиты Земли (в том числе и в окрестностях Земли, рис. 3), оно может быть использовано для выведения КА в окрестность целевой точки.

Исследование коррекций движения КА по орбите в окрестности целевой точки. Движение по орбитам в окрестности целевой точки в общем случае не является периодическим. Отклонение от

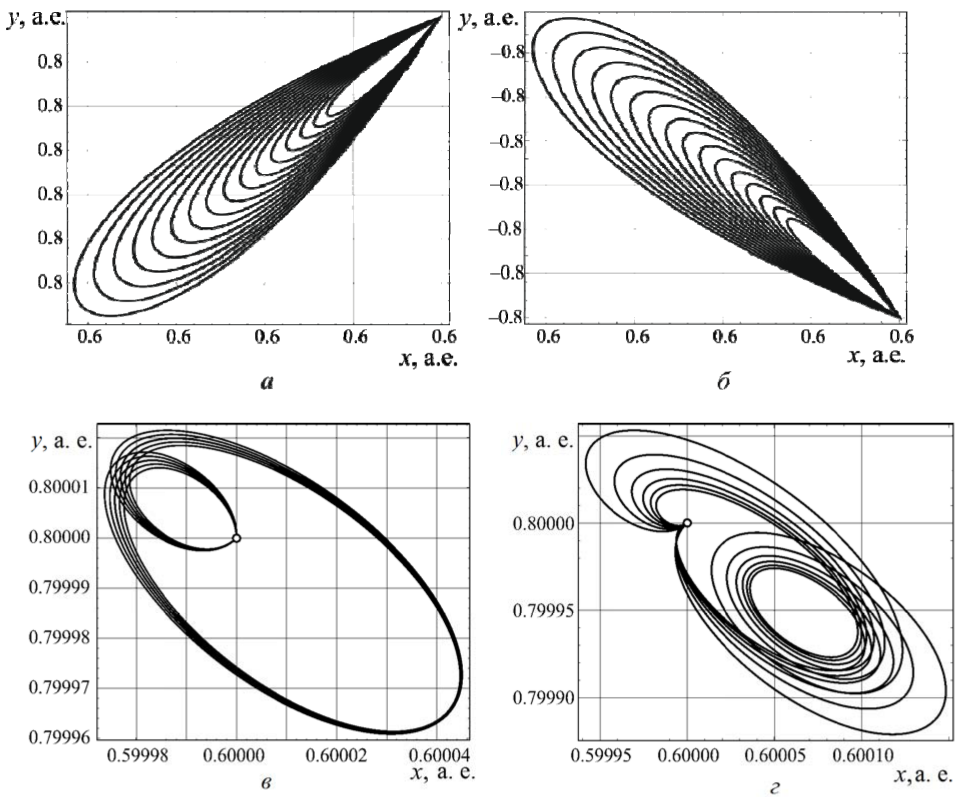


Рис. 1. Результаты решения краевой задачи для орбит в окрестностях целевой точки $(0,6; \pm 0,8)$ (*а, б*) и $(0,6; 0,8)$ а.е. (*в, г*) и во вращающейся системе координат при периоде обращения КА по орбите 30...60 (*а, б*), 640...650 (*в*), 900...910 (*г*) сут.

периодичности уменьшается с приближением периода орбиты к резонансному, однако при этом возрастает характерный размер самой орбиты, что может оказаться неприемлемым для решения поставленных задач. Результаты расчета требуемых импульсов характеристической скорости на коррекцию движения КА за один период обращения приведены на рис. 4. Правая зависимость демонстрирует резкое снижение требуемого импульса характеристической скорости при приближении к резонансному значению слева.

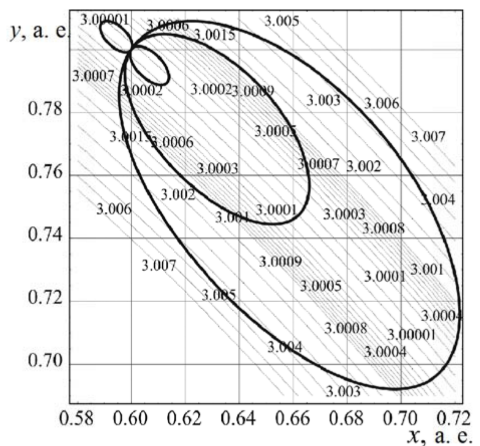


Рис. 2. Возможные траектории движения КА в окрестности целевой точки (показаны линии, характеризующие значение функции Якоби (2))

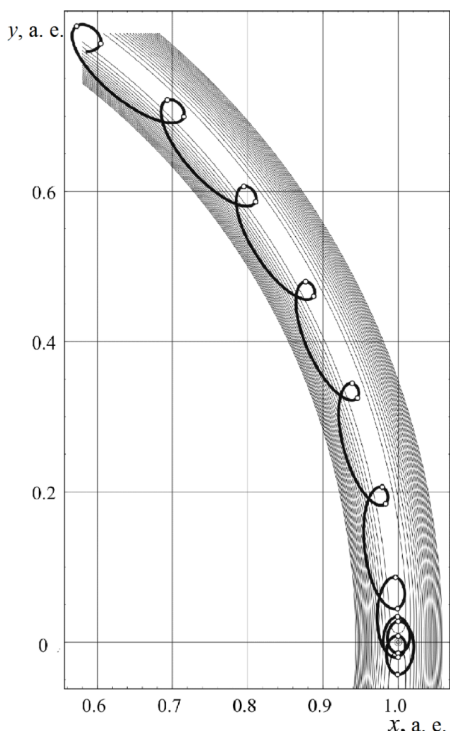


Рис. 3. Расположение возмущенных орбит F-класса, находящихся в ближайшей окрестности Земли в энергетическом коридоре слева и справа от орбиты Земли

импульсного перелета. Предполагалось, что старт осуществляется с круговой 250-километровой орбиты ожидания; в точке назначения скорость КА гасится до нуля, т.е. соответствует скорости движения Земли по орбите в этой точке. В зависимости от дальнейших условий движения по орбите в окрестности целевой точки при этой постановке

Несмотря на полученные в результате расчета минимальные значения импульсов характеристической скорости коррекции, был проведен анализ ухода КА из окрестности целевой точки при отсутствии коррекции. Один из рассмотренных вариантов представлен на рис. 5. Так, для F-орбиты с периодом обращения $1,99\pi$ уход из окрестности целевой точки за 6 лет составит около 450 000 км, при одномоментной коррекции периода орбиты до $2,01\pi$ за последующие 6 лет уход может быть сведен к нулю.

Выведение КА в окрестность целевой точки и исследование возможности его выведения в любую точку орбиты Земли. Решение краевой задачи позволило определить суммарный импульс характеристической скорости на выведение КА в целевую точку за разное время при реализации двух-

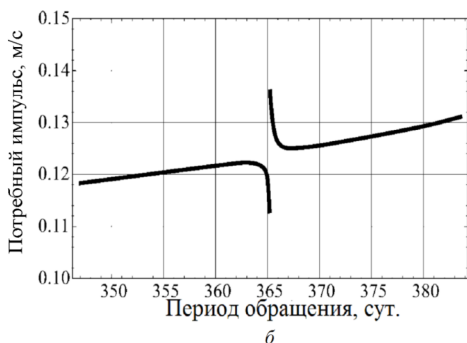
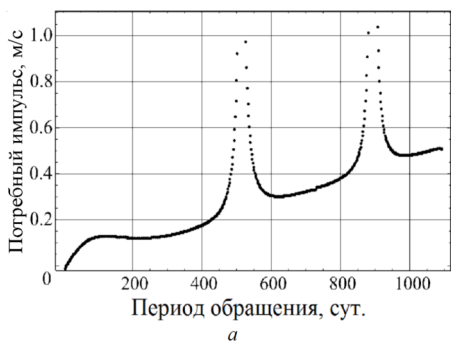
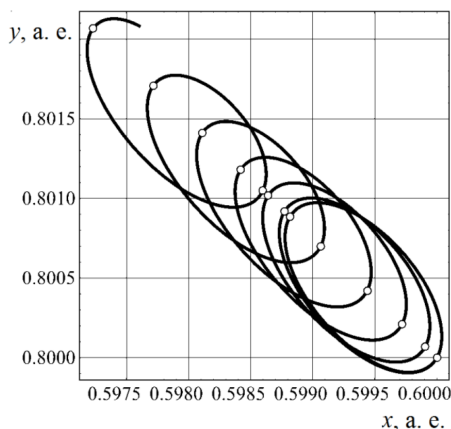


Рис. 4. Зависимость потребных импульсов характеристической скорости на коррекцию движения КА от периода обращения 0...1100 сут. (а) и для окорезонансного случая (б)

Рис. 5. Движение по возмущенной орбите F-класса (кружками обозначены точки, принадлежащие орбите Земли)



задачи возможен как выигрыш, так и проигрыш по скорости, который, однако, не превосходит 100...150 м/с. Часть полученных результатов при времени полета, ограниченном одним годом, приведена на рис. 6. Минимальные значения суммарного импульса характеристической скорости достигаются при длительности полета порядка 323 сут. и составляют около 4200 м/с.

На возникающий вопрос о том, насколько могут быть минимизированы энергетические затраты, ответ может быть получен на основе разработанной методики. Суть ее заключается в следующем. Если вновь обратиться к рис. 2, то можно заметить, что движение КА по F-орбите с периодом $2,01\pi$ или $1,99\pi$ происходит в энергетическом коридоре со значением функции Якоби (2) 3,0001. При этом значение указанной функции в треугольных точках либрации, расположенных в окрестностях орбиты Земли, равно 3,0. Таким образом, в соответствии с теорией [7], и это подтверждают проведенные расчеты, орбиты с уровнями энергии, близкими к 3,0 и ниже, могут достичь треугольной точки либрации. Орбиты с уровнями энергии, большими, чем у коллинеарных точек либрации, останутся в окрестности меньшего (Земли) или большего (Солнца) притягивающего центров. Для точек старта, расположенных на круговой орбите ожидания, были определены возможные окна старта при импульсе характеристической скорости в точке старта 2700...2900 м/с с учетом ограничений на значение функции Якоби. Для точек пересечения орбитами траектории движения Земли проводились расчеты второго импульса исходя из задачи получения в них нулевых начальных условий движения. Результаты численных исследований представлены на рис. 7. Для сравнения, полученное выше значение импульса для полета в целевую точку (0,6; 0,8) а.е., равное 4200 м/с не является минимальным и может быть сокращено до 3000...3200 м/с за счет увеличения продолжительности полета до 700 сут., а при запасе характеристической скорости в 4200 м/с можно достичь коллинеарной точки либрации L_3 за 1700...1800 сут. По-

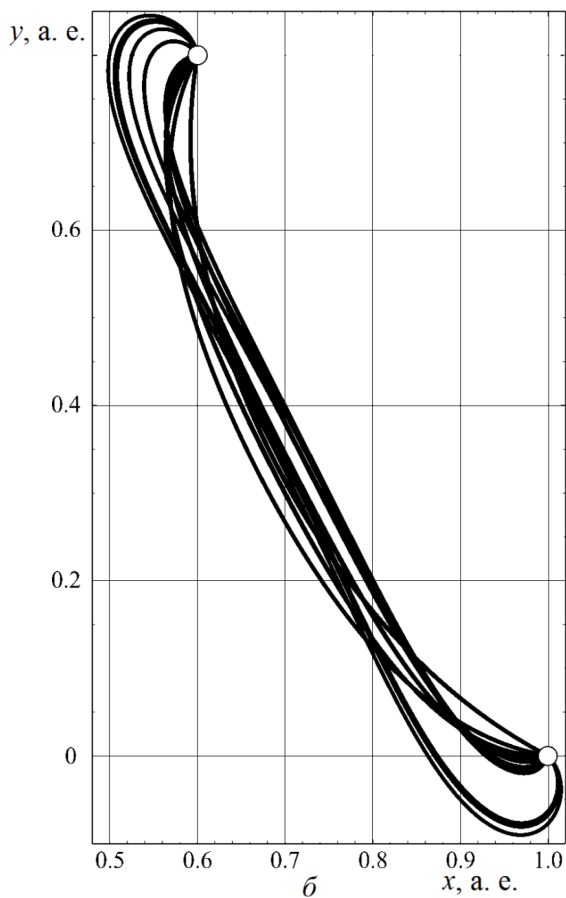
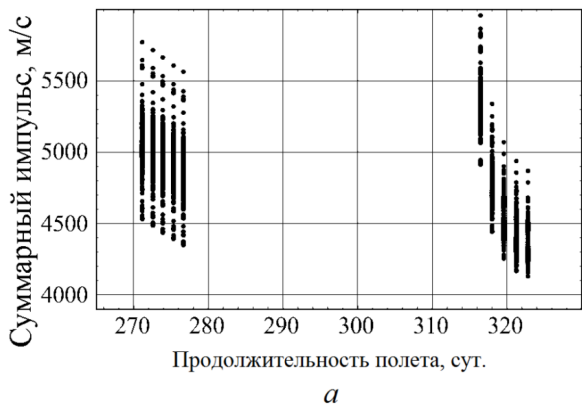


Рис. 6. Зависимость суммарного импульса от продолжительности полета (*a*), траектории полета (*б*) во вращающейся системе координат для случая минимальных затрат (кружками показаны точки старта и прилета)

лученные для полета в точку *L3* результаты коррелируют с данными работы [13], хотя необходимо отметить, что в указанной работе для построения орбиты использовался другой метод. Авторами, в отличие от прямого выведения на F-орбиту, рассматривался вариант полета по ор-

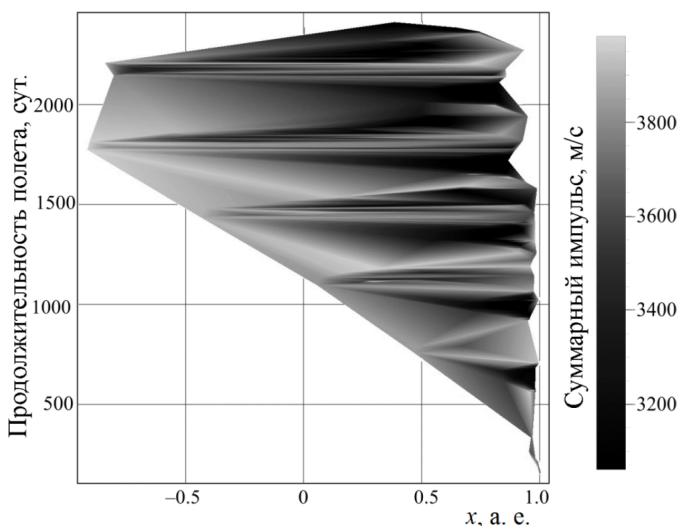


Рис. 7. Суммарный импульс характеристической скорости на выведение КА в точки на орбите Земли в зависимости от продолжительности полета

битам, проходящим через окрестности коллинеарных точек либрации и принадлежащим их неустойчивым многообразиям, что потребовало дополнительных энергетических затрат.

Заключение. Выполненное исследование показало, что на данном этапе развития технологий космических полетов существует принципиальная возможность построения СС различного назначения на базе орбит F-класса с выведением КА в целевые точки с приемлемыми расходами характеристической скорости и продолжительностью полета. Кроме того, показано, что коррекция рассчитанных траекторий движения КА по орбитам в окрестностях целевых точек требует минимальных расходов характеристической скорости. Приведенная методика расчета позволяет получить соответствующие результаты для любой целевой точки, расположенной на орбите Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. *SOHO*. Solar and heliospheric observatory. URL: <http://soho.www.nasa.com.nasa.gov/about/orbit.html/> (дата обращения: 02.03.2014).
2. Максименко А.В. Астрономия. Солнечная система. Астероиды. URL: <http://www.astro.websib.ru/sun/Astero> (дата обращения: 02.03.2014).
3. *Wilkinson* Microwave Anisotropy Probe. URL: <http://map.gsfc.nasa.gov/mission/> (дата обращения: 02.03.2014).
4. *Planck*. URL: <http://sci.esa.int/planck/34728-orbit-navigation/> (дата обращения: 02.03.2014).
5. *Herschel*. URL: http://www.esa.int/Our_Activities/Operations/Herschel/ (дата обращения: 02.03.2014).
6. *Gaia*. URL: <http://sci.esa.int/jump.cfm?oid=31360> (дата обращения: 02.03.2014).

7. Лысенко Л.Н., Звягин Ф.В. Теоретические основы баллистического обеспечения межпланетных полетов с использованием орбит, проходящих в окрестностях точек либрации // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2012. № 3. С. 12–29.
8. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / В.К. Абалакин, Е.П. Аксенов, Е.А. Гребеников и др.; под ред. Г.Н. Дубошина. М.: Наука, 1976. 864 с.
9. Маршал К. Задача трех тел. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 640 с.
10. Лысенко Л.Н., Звягин Ф.В. Перспективы использования орбит F-класса при решении задач баллистического обеспечения межпланетных полетов // Общероссийский научно-технический журнал “Полет”. 2013. № 4. С. 31–37.
11. Звягин Ф.В. Двухимпульсные перелеты с околоземных орбит ожидания на орбиты F-класса задачи трех тел // Электронное научно-техническое издание: Наука и образование. 2011. № 04. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/353104.html> (дата обращения: 02.03.2014).
12. Звягин Ф.В. Об одном классе орбит в задачах трех и четырех тел // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2010. № 2. С. 105–113.
13. *Spacecraft trajectories to the L3 point of the Sun-Earth three-body problem* / M. Tantardini, E. Fantino, Y. Ren, P. Pergola, G. Gomez, J.J. Masdemont // Springer Science + Business Media. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2010. Vol. 108. I. 3. P. 215–232. DOI: 10.1007/s10569-010-9299-x.

REFERENCES

- [1] SOHO. Solar and heliospheric observatory. Available at: <http://sohowww.nascom.nasa.gov/about/orbit.html/> (accessed: 02.03.2014).
- [2] Maksimenko A.V. Astronomy. Solar System. Asteroids *Internet-sayt Maksimenko A.V.* [Web-site of Maksimenko A.V.]. Available at: <http://www.astro.websib.ru/sun/Astero> (accessed: 02.03.2014) (in Russ.).
- [3] Wilkinson Microwave Anisotropy Probe. *Web-site of WMAP*. Goddard Space Flight Cent., Princeton Un. The Princ. Invest. Charles L. Bennett of Johns Hopkins Un. Available at: <http://map.gsfc.nasa.gov/mission/> (accessed: 02.03.2014).
- [4] Planck. *Web-site of the European Space Agency (ESA)*. Available at: <http://sci.esa.int/planck/34728-orbit-navigation/> (accessed: 02.03.2014).
- [5] Herschel. *Web-site of the European Space Agency (ESA)*. Available at: http://www.esa.int/Our_Activities/Operations/Herschel/ (accessed: 02.03.2014).
- [6] Gaia. *Web-site of the European Space Agency (ESA)*. Available at: <http://sci.esa.int/jump.cfm?oid=31360> (accessed: 02.03.2014).
- [7] Lysenko L.N., Zvyagin F.V. Theoretical foundations of ballistic support of interplanetary missions using orbits passing in neighbors of libration points. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2012, no. 3, pp. 12–29 (in Russ.).
- [8] Abalakin V.K., Aksenov E.P., Grebenikov E.A., Demin V.G., Riabov Iu.A., Duboshin G.N., eds. *Spravochnoe rukovodstvo po nebesnoy mekhanike i astroydinamike* [Reference Manual on Celestial Mechanics and Astrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 864 p.
- [9] Marchal J.C. The three-body problem. Amsterdam, Elsevier, 1990. (Rus. ed.: Marshal K. Zadacha trekh tel. Moscow-Izhevsk, Inst. of Computer Sci. Publ., 2004. 640 p.).
- [10] Lysenko L.N., Zvyagin F.V. Prospects for use of the F-class orbits for solving problems of ballistic support of interplanetary flights. *Obshcherossiyskiy Nauchno-Tekhn. Zh. “Polet”* [All-Russ. Sci. Tech. J. “Flight”], 2013, no. 4, pp. 31–37 (in Russ.).

- [11] Zvyagin F.V. Two-pulse flights from Earth orbit of waiting to F-class orbits of the three-body problem. *Elektr. Nauchno-Tehn. Izd. "Nauka i obrazovanie" MGTU im. N.E. Bauman MSTU* [El. Sc.-Tech. Publ. "Science and Education" of Bauman MSTU], 2011, no. 4. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/353104.html> (accessed 02.03.2014) (in Russ.).
- [12] Zvyagin F.V. On a class of orbits of the three- and the four-bodies problems. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2010, no. 2, pp. 105–113 (in Russ.).
- [13] Tantardini M., Fantino E., Ren Y., Pergola P., Gomez G., Masdemont J.J. Spacecraft trajectories to the L3 point of the Sun-Earth three-body problem. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Springer Science + Business Media B.V., 2010, vol. 108, iss. 3, pp. 215–232. DOI: 10.1007/s10569-010-9299-x

Статья поступила в редакцию 17.03.2014

Феликс Валерьевич Звягин — канд. техн. наук, доцент кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор семи научных работ в области баллистики, динамики полета и управления движением ракет и космических аппаратов, приложений теории динамических систем.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

F.V. Zvyagin — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Automatic Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of seven publications in the field of ballistics, flight dynamics and motion control of rockets and spacecrafts, applications of theory of dynamical systems.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Лев Николаевич Лысенко — д-р техн. наук, профессор кафедры “Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов” МГТУ им. Н.Э. Баумана, действительный член и член Президиума Российской академии ракетных и артиллерийских наук. Автор более 300 научных работ и изобретений в области баллистики, динамики полета и управления движением ракет и космических аппаратов.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

L.N. Lysenko — Dr. Sci. (Eng.), professor of “Dynamics and Flight Control of Rockets and Spacecrafts” department of the Bauman Moscow State Technical University. Acting member and Presidium member of the Russian Academy of Rocket and Artillery Sciences. Author of more than 300 publications and inventions in the field of ballistics, flight dynamics and motion control of rockets and spacecrafts.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.